



بررسی عددی آنتروپی تولیدی جریان نانوسیال در کانال سینوسی عمودی تحت میدان مغناطیسی

حبیب امین‌فر¹، محمد نصیری^{2*}، مرضیه خضری³

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
 2- مربی، مهندس مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بروجرد، بروجرد
 3- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
 * بروجرد، صندوق پستی 6915136111، m.nasiri@iaub.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 09 خرداد 1394
 پذیرش: 21 تیر 1394
 ارائه در سایت: 07 مرداد 1394

کلید واژگان:

نانوسیال

جابجایی ترکیبی

کانال سینوسی

میدان مغناطیسی

تولید آنتروپی

چکیده

در این مطالعه آنتروپی تولیدی ناشی از جابجایی ترکیبی نانوسیال آب - Al_2O_3 در یک کانال عمودی با دیواره‌های سینوسی تحت میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت به صورت عددی بررسی شده است. در این کار تأثیر پارامترهایی نظیر، کسر حجمی نانوذرات، دامنه‌ی موج سینوسی، عدد بی‌بعد رینولدز، عدد بی‌بعد گراشف و عدد بی‌بعد هارتمن مورد مطالعه قرار گرفت. این مطالعه با فرض جریان آرام، پایا و غیرقابل تراکم و خواص ترموفیزیکی ثابت برای نانوسیال انجام گرفته است. برای محاسبه تغییرات چگالی ناشی از نیروی شناوری از تقریب بوزینسک و برای شبیه سازی جریان از روش حجم محدود و مدل مخلوط دو فازی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که افزودن نانوذره به سیال پایه، موجب افزایش آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت و آنتروپی جریانی می‌شود. آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت با افزایش عدد رینولدز، کاهش و با افزایش عدد گراشف، افزایش می‌یابد، در حالیکه عکس این روند برای آنتروپی تولیدی ناشی از لزجت مشاهده می‌شود. بررسی اثرات شدت میدان مغناطیسی اعمال شده نشان داد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. آنتروپی جریانی نیز با اعمال میدان مغناطیسی کاهش پیدا می‌کند. همچنین نتایج نشان داد که برای تمامی شدت میدان‌های مغناطیسی بررسی شده، موج‌دار کردن کانال، آنتروپی تولید شده را کاهش می‌دهد.

Numerical investigation of entropy generation of nano-fluid in vertical sinusoidal channel with magnetic field

Habib Aminfar¹, Mohammad Nasiri^{2*}, Marzieh Khezerloo¹

1- Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

2- Faculty of Engineering, Islamic Azad University, Borujerd Branch, Borujerd, Iran.

* P.O.B. 6915136111, Borujerd, Iran, m.nasiri@iaub.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 30 May 2015
 Accepted 12 July 2015
 Available Online 29 July 2015

Keywords:
 Nanofluid
 Mixed Convection
 Sinusoidal Channel
 Magnetic Field
 Entropy Generation

ABSTRACT

In this study, generated entropy of mixed convection of Al_2O_3 -water nano fluids in a vertical channel with sinusoidal walls under a constant and uniform magnetic field was numerically investigated. The effects of various parameters such as volume fraction of nanoparticles, amplitude of sine wave, Reynolds, Grashof and Hartman numbers were studied. This study was carried out by assuming the laminar, steady state and incompressible flow. Also, the thermo physical properties of nanoparticles were assumed constant. The Boussinesq approximation was used to calculate the variations of the density caused by buoyancy force and the finite volume method and two phase mixture model were used to simulate the flow. The results showed that the entropy generation due to heat transfer and viscous effects increased by adding nanoparticles to the base fluid. Also, the results showed that the entropy generation due to heat transfer increases by increasing the Grashof number and decreasing the Reynolds number, while a reverse trend is observed for entropy generation due to viscous effects. By increasing the Hartman number, the entropy generation due to heat transfer increases at first and then decreases and entropy generation due to viscous effects reduces. For all studied intensities of magnetic fields, the entropy generation decreases using corrugated channels.

1- مقدمه

اهمیت هستند. یکی از روش‌هایی که می‌توان نرخ انتقال حرارت را بهبود بخشید، موج‌دار کردن دیواره‌های کانال است. ساخت کانال‌های موج‌دار در مقایسه با روش‌های دیگر بهبود انتقال حرارت، مانند تعبیه منفذ و تولید گردابه آسان‌تر است. دیواره‌های موج‌دار با افزایش اختلاط جریان توده‌ای و یا

در بیشتر کاربردهای مهندسی، به ویژه در مبدل‌های حرارتی، بهبود انتقال حرارت یک موضوع بسیار مهم است. از طرفی در اکثر صنایع مانند صنایع غذایی، صنایع دارویی و شیمیایی مبدل‌های حرارتی صفحه‌ای بیشتر مورد

Please cite this article using:

H. Aminfar, M. Nasiri, M. Khezerloo, Numerical investigation of entropy generation of nano-fluid in vertical sinusoidal channel with magnetic field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 87-94, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Aminfar, M. Nasiri, M. Khezerloo, Numerical investigation of entropy generation of nano-fluid in vertical sinusoidal channel with magnetic field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 87-94, 2015 (In Persian)

برای مبدل‌های حرارتی، مطالعه کرد. لئونگ و اونگ [16] تولید آنتروپی نانوسیال را داخل انواع کانال‌ها با سطح مقطع‌های مختلف مطالعه کردند. نتایج نشان داد که کانالی با سطح مقطع دایره‌ای از لحاظ تولید آنتروپی بسیار مناسب‌تر از کانال‌هایی با مقاطع مستطیلی و مثلثی است. همچنین آن‌ها گزارش کردند که آنتروپی ناشی از انتقال حرارت 99 درصد کل آنتروپی تولید شده است. کو و چنگ [17] روشی عددی برای بررسی مساله همرفت اجباری در کانال موج‌دار و تولید آنتروپی به کار بردند. نتایج نشان داد که تولید آنتروپی در درجه اول با نسبت ابعاد کانال و عدد رینولدز جریان تعیین می‌شود. همداح و ورتز [18] مساله همرفت ترکیبی در کانال‌های عمودی با دیواره‌های گرم نامتقارن را بررسی کردند. نتایج نشان داد که اثر شناوری در جریان توده‌ای باعث برگشت جریان در نزدیک دیوار سرد و افزایش عملکرد انتقال حرارت در نزدیکی دیوار گرم می‌شود. اخیراً مطالعاتی در زمینه‌ی تحلیل قانون دوم ترمودینامیک برای جریان‌هایی در حضور میدان مغناطیسی صورت گرفته است. ماهیان و همکاران [19] یک مطالعه تحلیلی از قانون دوم ترمودینامیک برای جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-TiO₂ داخل حلقه‌ی عمودی با دیواره‌های با شار حرارتی ثابت و تحت تأثیر میدان مغناطیسی ارائه دادند. نتایج نشان داد که استفاده از نانوسیال آب-TiO₂ تولید آنتروپی را کاهش می‌دهد، در حالیکه با افزایش عدد هارتمن تولید آنتروپی افزایش می‌یابد. آقایی و همکاران [20] انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابجایی ترکیبی نانو سیال آب-مس در یک محفظه دوزنقه‌ای با دیواره‌ی بالایی متحرک را که تحت میدان مغناطیسی بود به صورت عددی مطالعه کردند. آن‌ها یافتند که برای تمامی حالت‌های بررسی شده آنتروپی تولیدی ناشی از اصطکاک بسیار ناچیز است. مهرز و همکاران [21] انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابجایی اجباری نانوسیال آب-Cu داخل محفظه باز و در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که برای تمامی موارد بررسی شده، آنتروپی تولیدی با افزایش کسر حجمی نانو سیال افزایش می‌یابد.

با اینکه جریان داخل کانالی با دیواره‌های موج‌دار کاربردهای زیادی در صنایع و مبدل‌های حرارتی دارد ولی از نقطه نظر تحلیل قانون دوم ترمودینامیکی مطالعات اندکی روی آن صورت گرفته است. بررسی منابع موجود نشان می‌دهد که تحلیل قانون دوم ترمودینامیک برای نانوسیالات در چنین هندسه‌هایی و به ویژه در حضور میدان مغناطیسی، زمینه‌ی بسیار مهمی است که زیاد به آن پرداخته نشده است. در این مطالعه سعی شده است تولید آنتروپی جریان نانوسیال آب-Al₂O₃ در یک کانال عمودی با دامنه‌های سینوسی مختلف، تحت شار حرارتی یکنواخت مطالعه شود و میزان تأثیر کسر حجمی نانو ذرات، عدد رینولدز و عدد گراشف بر تولید آنتروپی حرارتی و جریانی مورد بررسی قرار گیرد. همچنین تأثیر عدد هارتمن بر آنتروپی تولیدی برای کسر حجمی ثابت نانو ذرات، در اعداد رینولدز و گراشف مختلف مطالعه شد. به منظور مطالعه اثرات میدان مغناطیسی ثابت، سابروتین‌هایی به نرم افزار اضافه شده است.

2- معادلات حاکم

در بسیاری از کاربردهای عملی جریان چندفازی، مدل مخلوط یک تقریب مناسب و بسیار دقیق است [22]. در این مطالعه، جریان آرام، پایا و غیرقابل تراکم با خواص ترموفیزیکی ثابت در نظر گرفته شده و از اتلافات، کار فشاری و کار نیروهای حجمی صرف نظر شده است. همچنین برای محاسبه تغییرات چگالی ناشی از نیروی شناوری از تقریب بوزینسک استفاده شده است.

کاهش ضخامت لایه مرزی حرارتی، انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. مسأله انتقال حرارت و جریان سیال در کانال با دیواره‌های موج‌دار توسط محققان زیادی به صورت عددی و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است [2,1].

پایین بودن ضریب رسانایی حرارتی سیال‌هایی نظیر آب، روغن و هوا باعث شد که پژوهشگران با افزودن ذرات فلزی در ابعاد نانومتر به سیال پایه، ضریب رسانایی حرارتی را افزایش دهند. استفاده از نانوسیال به منظور افزایش کارایی انتقال حرارت زمینه مطالعات زیادی به صورت عددی و تجربی در زمینه جریان نانوسیال در کانال ایجاد کرده است [3,4].

تعامل بین حرکت سیال و میدان مغناطیسی، تنوع غنی از پدیده‌های مرتبط با تبدیل انرژی مکانیکی از قبیل فرایندهای مربوط به فلزات، گرمایش و کنترل جریان و یا تولید نیرو از مخلوط دوفازی را فراهم می‌کند. همچنین در بسیاری از صنایع حرارتی، در ایجاد حرکت در پمپ‌ها برای ایجاد جریان-های چرخشی و شناوری از میدان مغناطیسی استفاده می‌شود. میدان مغناطیسی باعث جهت گیری منظم ذرات نانوسیال می‌شود و این موجب ارتباط بیشتر بین ذرات نانو می‌گردد. در نتیجه در جریان نانوسیال، اعمال میدان مغناطیسی مطلوب می‌تواند انتقال حرارت را به طور چشمگیری افزایش دهد. [5, 6]

اندازه‌گیری میزان برگشت ناپذیری در طول یک فرایند، نرخ تولید آنتروپی نامیده می‌شود. تجزیه و تحلیل تولید آنتروپی یک ابزار قدرتمند برای تعیین کارآمد بودن و قابل اجرا بودن فرایندهاست. بنابراین قبل از ساخت هر نوع سیستمی، تجزیه و تحلیل قانون دوم ترمودینامیک (تولید آنتروپی) برای داشتن طراحی بهتر سیستم، امری ضروری است. اکثر مطالعات انجام گرفته در زمینه نانو سیال مربوط به قانون اول ترمودینامیک و از نقطه نظر انتقال حرارت است. تولید آنتروپی اغلب در سیستم‌هایی با سیالات معمول (مانند آب، اتیلن گلیکول و ...) مطالعه شده است. اما مطالعه روی سیستم‌هایی با نانو سیال به عنوان سیال کاری بسیار محدود است. به منظور بهینه سازی سیستم‌های حرارتی، به حداقل رساندن تولید آنتروپی یک امر ضروری است [7-9]. ییل‌باس و همکاران [10] کارایی جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی در یک حفره مربعی با دماهای متفاوت برای دیواره‌های بالایی و پائینی را بررسی کردند. ایلس و همکاران [11] به بررسی تأثیر نسبت ابعادی حفره روی تولید آنتروپی پرداختند. بررسی برای حفره‌ای با دمای پائین در دیواره سمت راست و دمای بالا در دیواره سمت چپ انجام شد. تولید آنتروپی جریان آب و نانوسیال آب-Cu از داخل میکروکانال سه بعدی توسط لی و کلینسترو [12] مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها یافتند که آنتروپی ناشی از انتقال حرارت برای میکروسیستم‌های حرارتی مهم است در حالیکه با افزایش سرعت ورودی، آنتروپی اصطکاکی نیز مهم می‌شود. محمود و همکاران [13]، [14] انتقال حرارت جابجایی آزاد و تولید آنتروپی را داخل محفظه‌ای با دیواره‌های موج‌دار که دیواره‌های سمت راست و چپ دماهای متفاوتی داشتند بررسی کردند. شاهی و همکاران [15] تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت همرفت طبیعی در حفره مربعی محتوی نانو سیال که با منبع حرارتی بیرون زده شده گرم می‌شد را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش کسر حجمی نانو ذره، عدد ناسلت افزایش و تولید آنتروپی کاهش می‌یابد.

همچنین نتایج نشان داد که با قرار دادن منبع حرارتی در دیواره پائینی محفظه، می‌توان کارایی انتقال حرارت را بیشینه و تولید آنتروپی را کمینه کرد. بیژن [8] تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت و لزجت سیال را به عنوان تابع هدف برای بهینه سازی هندسه لوله‌ها و یافتن پارامترهای بهینه

3- هندسه و شرایط مرزی

شماتیک کانال دو بعدی مورد بررسی در شکل 1 نشان داده شده است. کانال به صورت دو صفحه سینوسی موازی بوده که طول کانال (L) 340mm و عرض ناحیه ورودی (w) 10mm می باشد. طول ناحیه سینوسی 220mm با تعداد 10 موج است که شکل آن از رابطه (15) پیروی می کند. کانال عمودی در جهت محور y و مرکز مختصات در وسط ورودی قرار دارد. جهت توسعه یافتگی هیدرودینامیکی جریان، 60mm ابتدایی کانال (L_s) صاف و آدیباتیک در نظر گرفته شده است. برای رسم و شبکه بندی هندسه از نرم افزار گمبیت استفاده شده است.

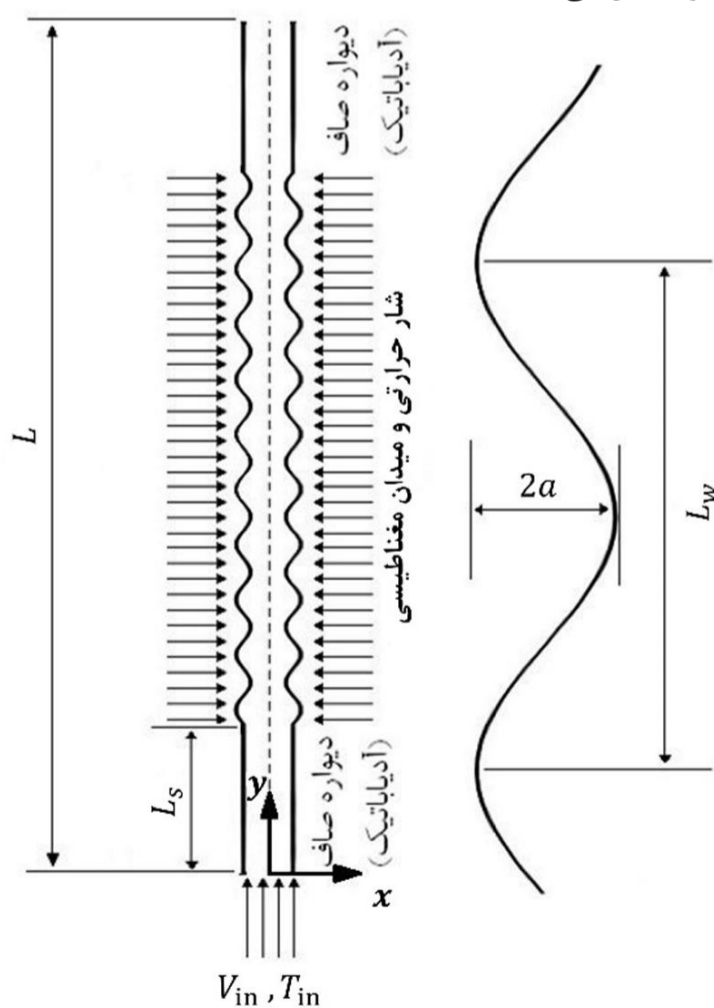
$$S(y) = \pm \frac{w}{2} \pm a \sin \left[\frac{2\pi(x - L_s)}{L_w} \right], \quad L_s \leq x \leq L_e \quad (15)$$

در رابطه (15) عرض کانال در قسمت آدیباتیک کانال و a دامنه موج می باشد که به صورت بی بعد برابر $A = 2a/w$ می باشد. به دلیل تقارن کانال و به منظور کاهش زمان محاسبات، از شرط تقارن در مرکز استفاده شده است و نصف کانال مورد بررسی قرار گرفته است. نانوسیال با پروفیل دما و سرعت یکنواخت از ورودی وارد کانال شده و در قسمت سینوسی کانال تحت میدان و شارحرارتی ثابت و یکنواخت قرار می گیرد. نیروی گرانش خلاف جهت محور عمودی به نانوسیال اعمال می شود و شتاب گرانش زمین برابر $9/81 \text{ m/s}^2$ در نظر گرفته شده است.

معادلات حاکم با اعمال شرایط مرزی عدم نفوذ و عدم لغزش در همه ی دیواره ها، شارحرارتی و میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت در دیواره سینوسی، پروفیل سرعت و پروفیل دمای یکنواخت در ورودی و فشار اتمسفر در خروجی حل می شوند.

4- خواص نانوسیال

خواص ترموفیزیکی آب و نانو ذرات اکسید آلومینیوم در جدول 1 آمده است. قطر نانوذرات 35nm فرض شده اند. مخلوط نانوذرات Al_2O_3 و آب کاملاً یکنواخت و همگن می باشد.



شکل 1 شماتیک کانال مورد بررسی

معادلات حاکم شامل معادلات پیوستگی، مومنتم، انرژی و کسر حجمی به ترتیب به صورت (1) تا (4) تعریف می شوند [23-25].

$$\nabla(\rho_{\text{eff}} V_m) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla(\rho_{\text{eff}} V_m V_m) = -\nabla P + \nabla(\mu_{\text{eff}} \nabla V_m) + \rho_{\text{eff}} \beta_{\text{eff}} g(T - T_c) + \nabla \left(\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k V_{dr,k} V_{dr,k} \right) + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2)$$

$$\nabla \left[\sum_{k=1}^n (\rho C_p)_k \varphi_k V_k T \right] = \nabla(k_{\text{eff}} \nabla T) + \frac{1}{\sigma_{\text{eff}}} (\vec{J} \cdot \vec{J}) \quad (3)$$

$$\nabla(\varphi_p \rho_p V_m) = -\nabla(\varphi_p \rho_p V_{dr,p}) \quad (4)$$

که ρ_{eff} ، V_m و V_{dr} به ترتیب چگالی موثر، سرعت متوسط و سرعت دریافت است که به صورت روابط (5) تا (7) تعریف می شود.

$$\rho_{\text{eff}} = \sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k \quad (5)$$

$$V_m = \frac{\sum_{k=1}^n \varphi_k \rho_k V_k}{\rho_{\text{eff}}} \quad (6)$$

$$V_{dr,k} = V_k - V_m \quad (7)$$

سرعت لغزشی به عنوان سرعت نسبی فاز دوم به سرعت فاز اول تعریف می شود (8):

$$V_{pf} = V_p - V_{bf} \quad (8)$$

سرعت دریافت طبق رابطه (9) با سرعت لغزش در ارتباط است.

$$V_{dr,p} = V_{pf} - \sum_{k=1}^n \frac{\varphi_k \rho_k}{\rho_{\text{eff}}} V_{fk} \quad (9)$$

سرعت لغزشی به شکل رابطه (10) که توسط مانینن و همکاران [26] به دست آمده است، محاسبه می گردد.

$$V_{pf} = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_{bf} f_{\text{drag}}} \frac{(\rho_p - \rho_{\text{eff}})}{\rho_p} a \quad (10)$$

در رابطه (10) f_{drag} ضریب پسا است که می تواند به صورت (11) تعریف گردد.

$$f_{\text{drag}} = \begin{cases} 1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}, & \text{Re}_p \leq 1000 \\ 0.0183 \text{Re}_p, & \text{Re}_p > 1000 \end{cases} \quad (11)$$

که $\text{Re}_p = V_m d_p / \nu_{\text{eff}}$ عدد رینولدز ذره است و شتاب با رابطه (12) محاسبه می شود.

$$\vec{r} = g - (V_m \nabla) V_m \quad (12)$$

در معادله (2) جمله $\vec{J} \times \vec{B}$ مربوط به نیروی لورنتس است که در جهت جریان به کانال اعمال می شود. در این معادله:

$$\vec{J} = \sigma_{\text{eff}} (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (13)$$

در رابطه (13) \vec{E} میدان الکتریکی اعمالی، \vec{B} میدان القا مغناطیسی و \vec{V} میدان سرعت هستند. میدان مغناطیسی اعمال شده یکنواخت در نظر گرفته می شود بنابراین از اثرات ایجاد میدان الکتریکی ناشی از تغییر میدان مغناطیسی صرف نظر می شود. همچنین به دلیل عدم وجود میدان الکتریکی خارجی، \vec{E} صفر می باشد.

میدان القا مغناطیسی (\vec{B}) را می توان با استفاده از شدت میدان مغناطیسی (H) محاسبه کرد:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot H \quad (14)$$

همگرایی جواب‌ها براساس $|\frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Phi^{n+1}}| \leq 10^{-8}$ می‌باشد.

6- بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی

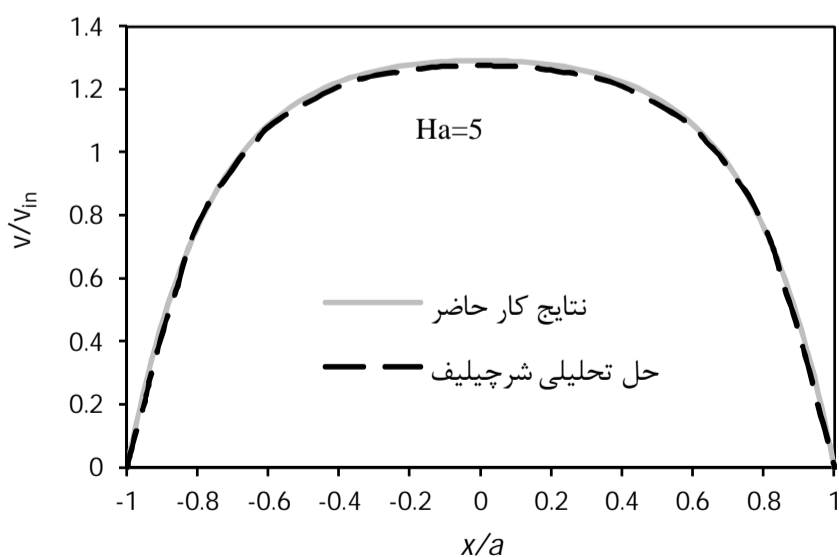
برای بررسی میزان وابستگی نتایج به شبکه‌بندی، آزمون استقلال شبکه برای تعداد نقاط مختلف در راستاهای طولی و عرضی با تراکم یکنواخت مطالعه شده است. برای این منظور از چندین شبکه مختلف برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت آب خالص با عدد رینولدز 500 و دمای دیواره‌ی 340 کلوین استفاده شد و نتایج برای ضریب انتقال حرارت و سرعت بی بعد در مرکز کانال در جدول 2 ارائه شد. در نهایت به منظور کاهش زمان محاسبات، شبکه‌بندی با تعداد 44 نقطه در جهت عرضی و 442 نقطه در جهت طولی انتخاب شد.

7- اعتبارسنجی روش حل عددی

به منظور اعتبارسنجی روش عددی به کار گرفته شده در این مطالعه، سرعت بی بعد برای جریان کاملاً توسعه یافته در یک کانال دو بعدی ساده در حضور میدان مغناطیسی با حل تحلیلی شرکیلوف [29] مقایسه شده است. همان طور که در شکل 2 مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین حل عددی حاضر و حل تحلیلی برای $Ha=5$ وجود دارد. همچنین آنترپوی کل تولید شده برای جریان در یک کانال دو بعدی ساده و بدون حضور میدان مغناطیسی با نتایج عددی بالاجی و همکاران [30] مقایسه شده است. همان طور که در جدول 3 نشان داده شده است تطابق خوبی بین نتایج حل حاضر و نتایج بالاجی و همکاران [30] مشاهده می‌شود. علاوه بر این به منظور اعتبارسنجی روش شبیه‌سازی جریان نانوسیال، مقایسه‌ای با نتایج احمد و همکاران [31] انجام شد و همان طور که در شکل 3 مشاهده می‌شود، تطابق نتایج قابل قبول است.

جدول 2 استقلال نتایج از شبکه‌بندی

V_{max}/V_{in}	$\frac{\partial T}{\partial x}$	شبکه	
1/8802	1592/76	412×22	1
1/8801	1608/90	412×28	2
1/8802	1621/63	412×35	3
1/8803	1628/35	412×44	4
1/88	1631/64	442×44	5
1/8799	1633/51	484×44	6



شکل 2 مقایسه نتایج سرعت بی بعد حاصل با نتایج تحلیلی شرکیلوف [29]

جدول 1 خواص سیال پایه و نانو ذره [26]

Al ₂ O ₃	آب	
3890	997/1	چگالی [kg/m ³]
880	4240	ظرفیت گرمای ویژه [J/kgK]
35	0/608	ضریب هدایت گرمایی [W/mK]
-	0/001003	لزجت [kg/ms]
5/4×10 ⁻⁶	0/00021	ضریب انبساط حرارتی [1/K]

هر یک از خواص را می‌توان برای نانوسیال آب-Al₂O₃ از طریق روابط زیر محاسبه کرد:

چگالی نانوسیال:

$$\rho_{eff} = (1 - \phi)\rho_{bf} + \phi\rho_p \quad (16)$$

ظرفیت گرمایی نانوسیال:

$$(\rho_{eff}c_{p,eff}) = (1 - \phi)(\rho c_p)_{bf} + \phi(\rho c_p)_p \quad (17)$$

ضریب رسانش الکتریکی نانو سیال:

$$\sigma_{eff} = (1 - \phi)\sigma_{bf} + \phi\sigma_p \quad (18)$$

لزجت دینامیکی مخلوط نانو سیال با در نظر گرفتن شکل کروی برای ذرات [27]:

$$\mu_{eff} = \mu_{bf}(1 + 2.5\phi + 4.375\phi^2) \quad (19)$$

همچنین می‌توان با استفاده از مدل چون و همکاران [28] برای نانو ذرات آلومینا، رسانش دمایی نانوسیال را به دست آورد. این معادله در گستره‌ی قطر ذرات 11-150 نانومتر و کسر حجمی های 1 تا 4 درصد با در نظر گرفتن حرکت براونی مناسب است.

$$\frac{k_{eff}}{k_{bf}} = 1 + 64.7\phi^{0.746} \left(\frac{d_{bf}}{d_p}\right)^{0.369} \left(\frac{k_p}{d_{bf}}\right)^{0.7476} Pr_{bf}^{0.9955} Re_{bf}^{1.2321} \quad (20)$$

در رابطه (20) Pr و Re به ترتیب اعداد پرانتل (21) و رینولدز (22) می‌باشند:

$$Pr_{bf} = \frac{\eta}{\rho_{bf}\alpha_{bf}} \quad (21)$$

$$Re_{bf} = \frac{\rho k_B T}{3\pi\eta^2\lambda_{bf}} \quad (22)$$

در رابطه (22) λ_{bf} طول پویس آزاد متوسط آب (17 nm)، k_B ثابت بولتزمن ($1/3807 \times 10^{-23}$ J/k) و η نیز با استفاده از رابطه (23) محاسبه می‌شود:

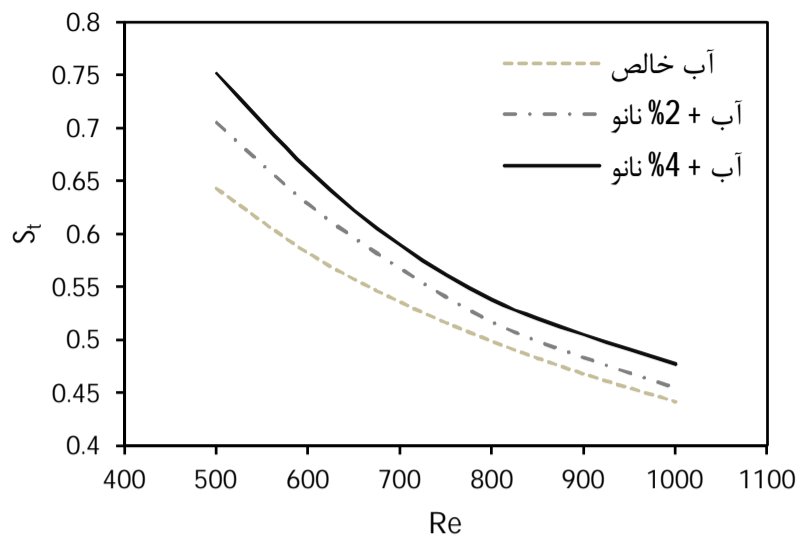
$$\eta = N \times 10^{\frac{B}{T-C}}, \quad N = 2.414 \times 10^{-5}, B = 247, C = 140 \quad (23)$$

ضریب انبساط حرارتی نانوسیال:

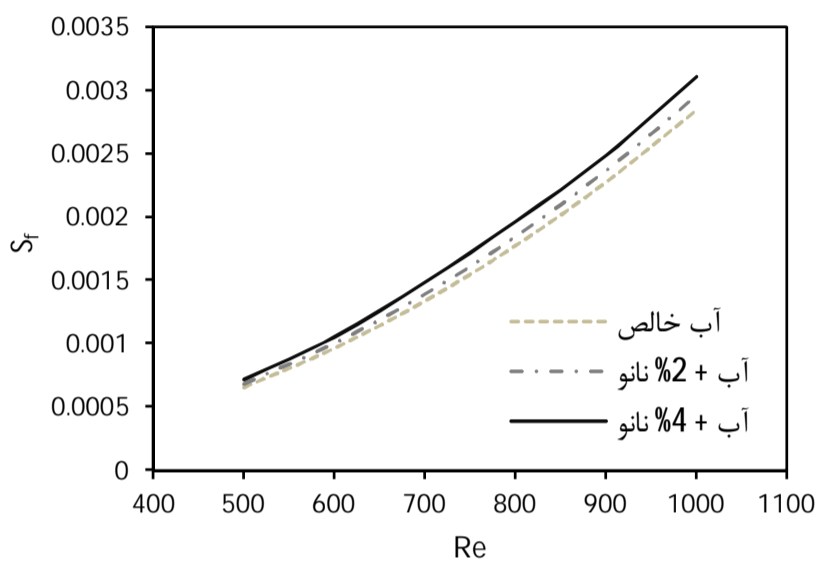
$$\beta_{eff} = \left[\frac{1}{1 + \frac{\phi\rho_p}{(1-\phi)\rho_{bf}}} \frac{\beta_p}{\beta_{bf}} + \frac{1}{1 + \frac{\phi\rho_p}{(1-\phi)\rho_{bf}}} \right] \beta_{bf} \quad (24)$$

5- روش حل عددی

در این مطالعه روابط حاکم به صورت عددی و با استفاده از نرم افزار انسیس/فلوئنت 14 که بر مبنای روش حجم محدود است، حل شده‌اند. از معادلات مرتبه دو پیشرو برای گسسته‌سازی صریح معادلات سرعت و انرژی استفاده شده است، معادلات مرتبه اول پیشرو برای گسسته‌سازی معادلات فاز نانو ذره در مختصات کارتزین بکار گرفته شده و از الگوریتم SIMPLEC نیز برای برقراری ارتباط بین سرعت و فشار استفاده شده است. همچنین معیار



(الف)



(ب)

شکل 4 تغییرات آنتروپی تولیدی (الف) ناشی از بازگشت ناپذیری حرارتی، (ب) ناشی از بازگشت ناپذیری اصطکاکی در مقابل عدد رینولدز، کسر حجمی های مختلف و $Gr=5 \times 10^4$

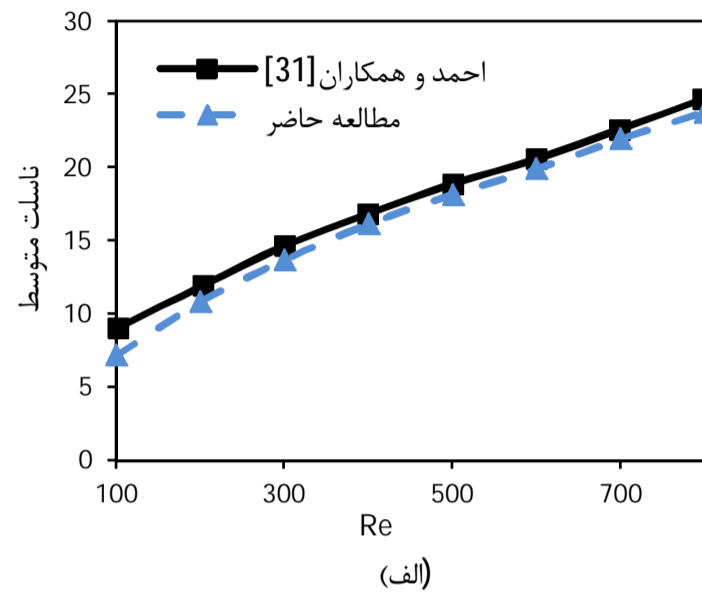
اصطکاکی برای یک سیال معین با افزایش عدد رینولدز افزایش می یابد. افزودن نانو ذره به سیال پایه از طرفی باعث بهبود انتقال حرارت می شود که در نتیجه آن پروفیل دمایی هموارتر شده، و از طرفی باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی می شود. با توجه به رابطه (25) در نتیجه آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت افزایش می یابد (شکل 4).

شکل 5 تولید آنتروپی را برای آب خالص و کسرهای حجمی مختلف نانو ذره در عدد رینولدز 700 در مقابل عدد گراش نشان می دهد. با افزایش عدد گراش و ثابت ماندن عدد رینولدز اثرات نیروی شناوری بر جریان بیشتر می گردد که باعث از بین رفت گردابه ها در نزدیکی دیواره و افزایش گرادیان دمایی و در ادامه آن افزایش تولید آنتروپی حرارتی می شود. همچنین افزایش عدد گراش باعث کاهش تولید آنتروپی اصطکاکی در نتیجه اثرات لزجی می شود. از مقایسه شکل های 5 (الف) و 5 (ب) می توان نتیجه گرفت که سهم آنتروپی حرارتی در کل آنتروپی تولید شده بسیار بیشتر است و تولید آنتروپی کل تابع آنتروپی ناشی از برگشت ناپذیری حرارتی می باشد.

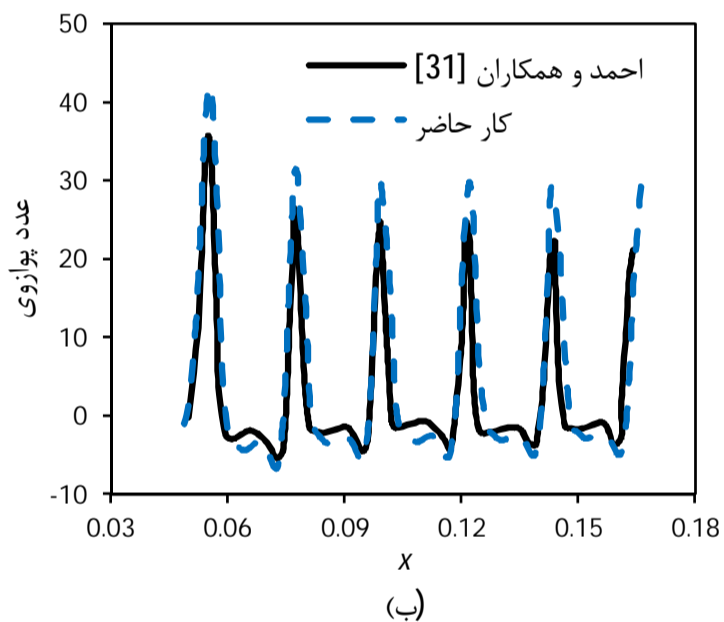
هدف از بررسی قانون دوم ترمودینامیک، ارائه شرایطی به منظور کاهش آنتروپی تولیدی برای سیستم مورد بررسی است. از شکل های 4 و 5 می توان نتیجه گرفت که سهم انتقال حرارت در تولید آنتروپی کل غالب است و آنتروپی کل با افزایش عدد رینولدز و کاهش عدد گراش کاهش می یابد. پس می توان گفت جریانی با عدد رینولدز بالا و عدد گراش پائین، کمترین تولید آنتروپی را خواهد داشت.

جدول 3 مقایسه نتایج آنتروپی کل تولیدی حاصل با نتایج عددی بالاجی و همکاران [30]

سرعت ورودی (متر بر ثانیه)	نتایج کار حاضر	بالاجی و همکاران [30]
2	0/0412	0/0395
4	0/0324	0/0295
6	0/0242	0/0223



(الف)



(ب)

شکل 3 مقایسه نتایج حل حاضر با نتایج احمد و همکاران [31].
(الف) ناسلت متوسط، (ب) عدد پوزوی

8- نتایج و بحث

نتایج حاضر برای سیال آب و نانوذرات Al_2O_3 با قطر 35 nm و کسر حجمی های مختلف بدست آمده و تأثیر پارامترهای مختلف روی تولید آنتروپی حرارتی و اصطکاکی بررسی شده است.

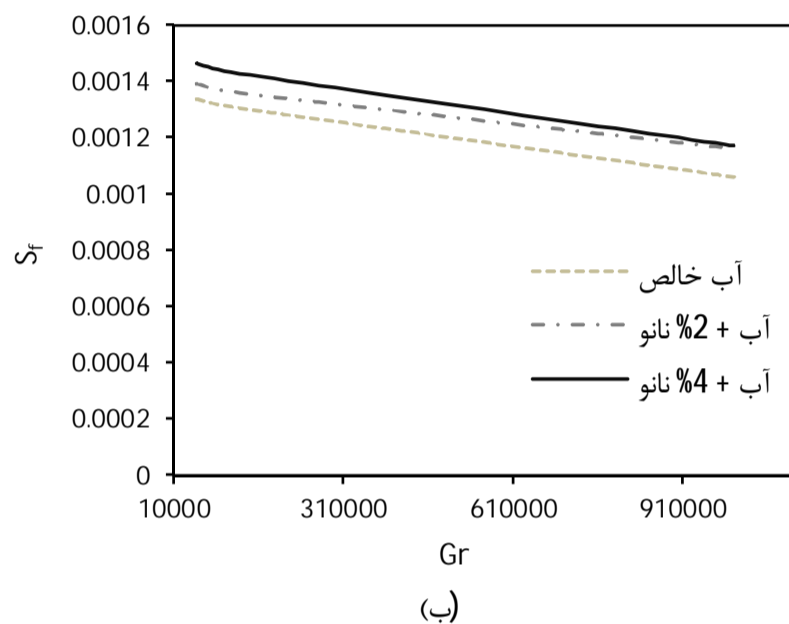
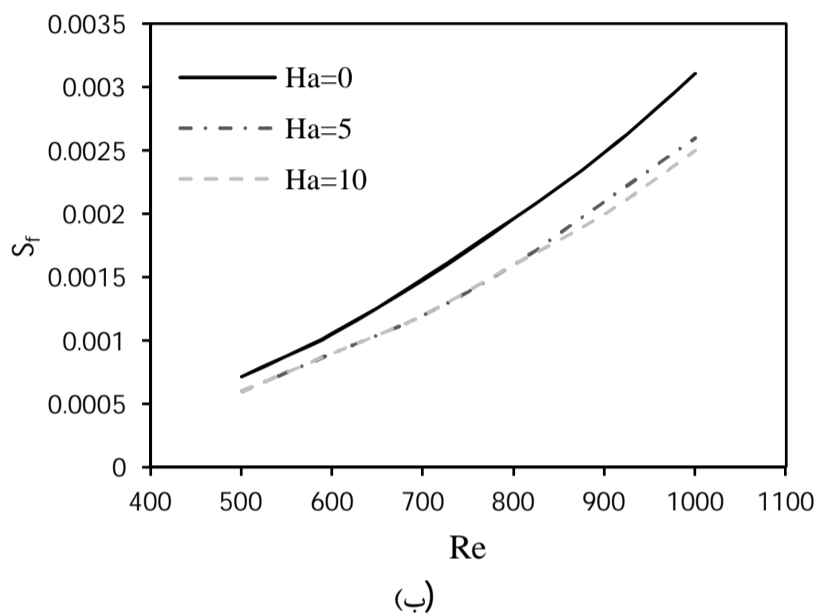
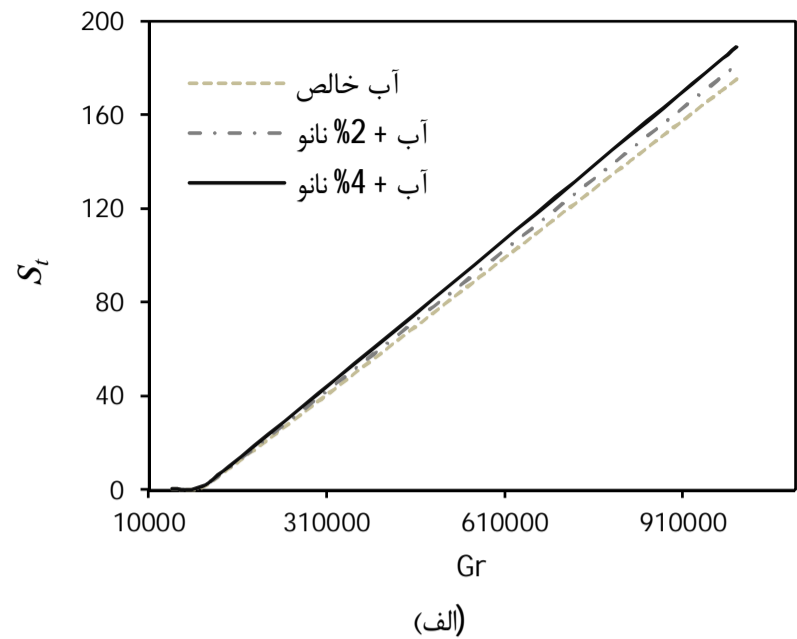
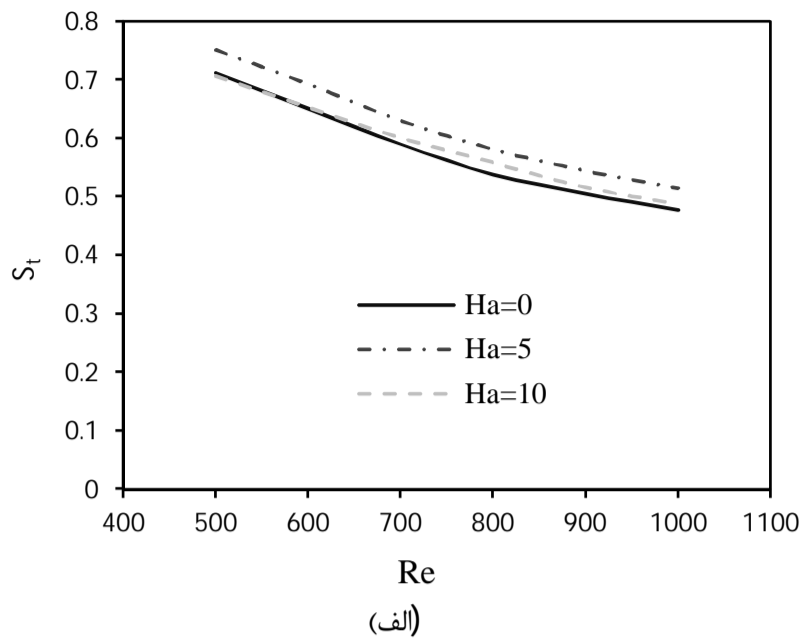
آنتروپی تولیدی ناشی از بازگشت ناپذیری حرارتی برابر است با [8]:

$$S_t = \frac{k_{eff}}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (25)$$

همچنین آنتروپی تولیدی ناشی از جریان برابر است با:

$$S_f = \frac{\mu_{eff}}{T} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (26)$$

شکل 4 تولید آنتروپی را برای آب خالص و کسرهای حجمی مختلف نانو ذره برای عدد گراش 5×10^4 در مقابل عدد رینولدز نشان می دهد. مشاهده می شود که آنتروپی تولید شده در اثر انتقال حرارت برای یک سیال معین، با افزایش عدد رینولدز، به واسطه بهبود انتقال حرارت و کم شدن گرادیان دمایی در دیواره کاهش می یابد. افزایش آنتروپی تولیدی ناشی از اصطکاکی، در شکل 4- ب برای تمامی سیالات بررسی شده مشاهده می شود چون افت



شکل 6 تغییرات آنتروپی تولیدی (الف) ناشی از بازگشت ناپذیری حرارتی، (ب) ناشی از بازگشت ناپذیری اصطکاکی در مقابل عدد رینولدز، اعداد هارتمن مختلف، $\phi=4\%$ و $A=0/2$ ، $Gr=5 \times 10^4$

شکل 5 تغییرات آنتروپی تولیدی (الف) ناشی از بازگشت ناپذیری حرارتی، (ب) ناشی از بازگشت ناپذیری اصطکاکی در مقابل عدد گراشف، کسر حجمی‌های مختلف و $Re=700$

رفته و خطوط جریان در نزدیکی دیواره منظم می‌گردد. اعمال میدان مغناطیسی به جریان نیز علاوه بر متمایل کردن جریان به سمت دیواره باعث افزایش گرادیان دمایی در جریان می‌شود. هر چقدر که گرادیان دمایی جریان بیشتر باشد، مقدار آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت نیز بیشتر می‌گردد (شکل 7-الف). همچنین متمایل شدن جریان به سمت دیواره باعث کاهش قدر مطلق گرادیان سرعت معکوس روی دیواره می‌شود، به همین دلیل با افزایش شدت میدان مغناطیسی آنتروپی جریانی تولید شده کاهش می‌یابد (شکل 7-ب).

تغییرات آنتروپی تولیدی در مقابل طول موج سینوسی بی‌بعد دیواره برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف در شکل 8 نشان داده شده است. در حالت دیواره صاف ($A=0$) با افزایش عدد هارتمن، گرادیان دمایی مجاور دیواره بزرگ‌تر شده و باعث افزایش آنتروپی حرارتی می‌شود. یک روند افزایشی-کاهشی برای آنتروپی حرارتی در مقابل عدد بی‌بعد مشاهده می‌شود که ماکزیمم مقدار آنتروپی حرارتی مربوط به $A=0/1$ است. در غیاب میدان مغناطیسی ($Ha=0$) با افزایش دامنه موج بی‌بعد به دلیل ایجاد گردابه‌ها و بهبود انتقال حرارت، گرادیان دمایی مجاور دیواره و در نتیجه آنتروپی حرارتی کاهش می‌یابد. این روند برای اعداد هارتمن غیر صفر نیز مشاهده می‌شود و علت آن تأثیر گردابه‌ها روی کاهش گرادیان دمایی و کاستن اثر میدان مغناطیسی است. همچنین در غیاب میدان مغناطیسی ($Ha=0$) با افزایش A ، به دلیل تشکیل و تقویت گردابه‌ها افت اصطکاکی و در نتیجه‌ی آن آنتروپی جریانی افزایش می‌یابد و روند مشابهی نیز در حضور میدان مغناطیسی

تغییرات آنتروپی تولیدی در مقابل عدد رینولدز برای 4% کسر حجمی نانوذرات در شکل 6 نشان داده شده است. شکل 6-الف تأثیرات شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف بر آنتروپی تولیدی ناشی از بازگشت ناپذیری انتقال حرارت را نشان می‌دهد. با اعمال میدان مغناطیسی جریان به سمت دیواره متمایل می‌گردد که باعث ضعیف‌تر شدن گردابه‌های روی سطح می‌شود تا جایی که گردابه‌های روی دیواره از بین می‌روند. به بیان دیگر موجب افزایش گرادیان دمایی روی دیواره می‌گردد که آنتروپی تولیدی حرارتی را افزایش می‌دهد. با افزایش شدت میدان مغناطیسی ($Ha=10$) جریان بیشتر به دیواره نزدیک می‌شود و ضخامت لایه مرزی کمتر شده و با بهبود انتقال حرارت، آنتروپی تولیدی حرارتی نسبت به میدان‌های مغناطیسی ضعیف‌تر، کاهش می‌یابد. در عین حال، مقدار آنتروپی تولیدی ناشی از بازگشت ناپذیری انتقال حرارت برای جریان بدون میدان مغناطیسی، به دلیل تأثیر گردابه‌ها روی دیواره، کمتر از جریان تحت میدان‌های مغناطیسی ($Ha=5$ و $Ha=10$) است. تغییرات آنتروپی تولیدی ناشی از اصطکاک به ازای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف در مقابل عدد رینولدز در شکل 6-ب نشان داده شده است. با اعمال میدان مغناطیسی به جریان، به دلیل تمایل جریان به سمت دیواره، گرادیان سرعت معکوس که باعث ایجاد گردابه شده کاهش می‌یابد و در نتیجه باعث کاهش تولید آنتروپی جریانی می‌شود.

تغییرات آنتروپی تولیدی در مقابل عدد گراشف، تحت تأثیر اثرات میدان مغناطیسی در شکل 7 نشان داده شده است. همان‌گونه که بیان گردید، در یک عدد رینولدز ثابت با افزایش عدد گراشف، گردابه‌های مجاور دیواره از بین

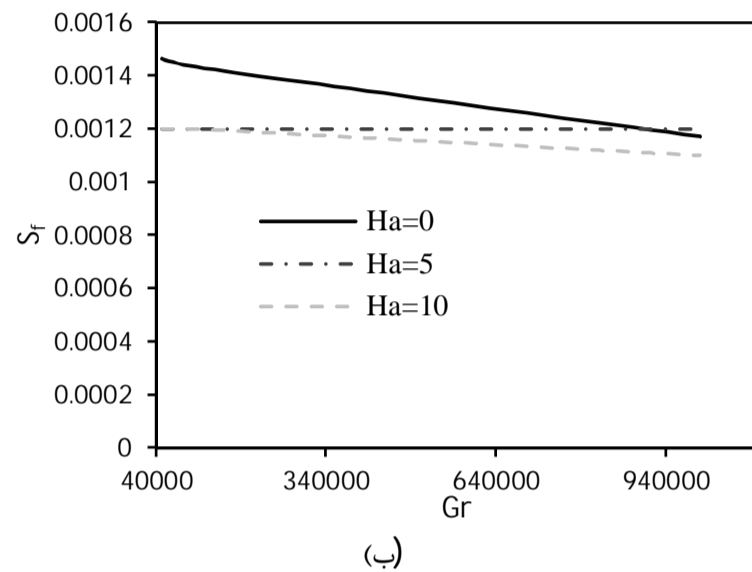
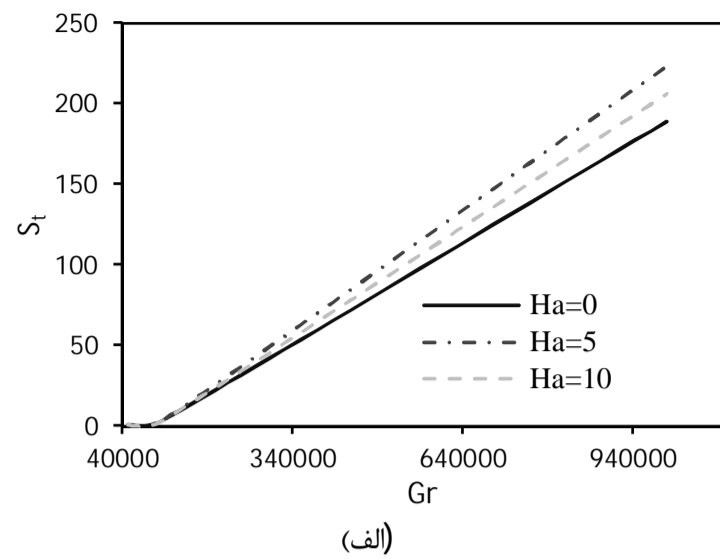
مشاهده می‌شود. همان‌طور که گفته شد با افزایش عدد هارتمن، جریان به سمت دیواره متمایل شده و گردابه‌ها ضعیف می‌شود و گرادیان سرعت معکوس روی دیواره و در نتیجه آنتروپی جریانی کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که میزان آنتروپی تولیدی اصطکاکی در مقابل آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت ناچیز است، در نتیجه تأثیر آنتروپی تولیدی حرارتی غالب است و می‌توان گفت موج‌دار کردن کانال، آنتروپی تولید شده را کاهش می‌دهد.

9- نتیجه‌گیری

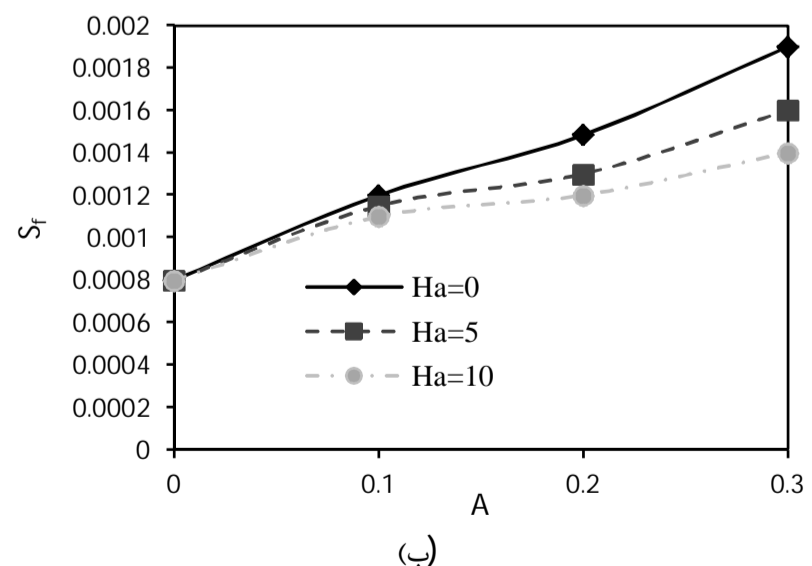
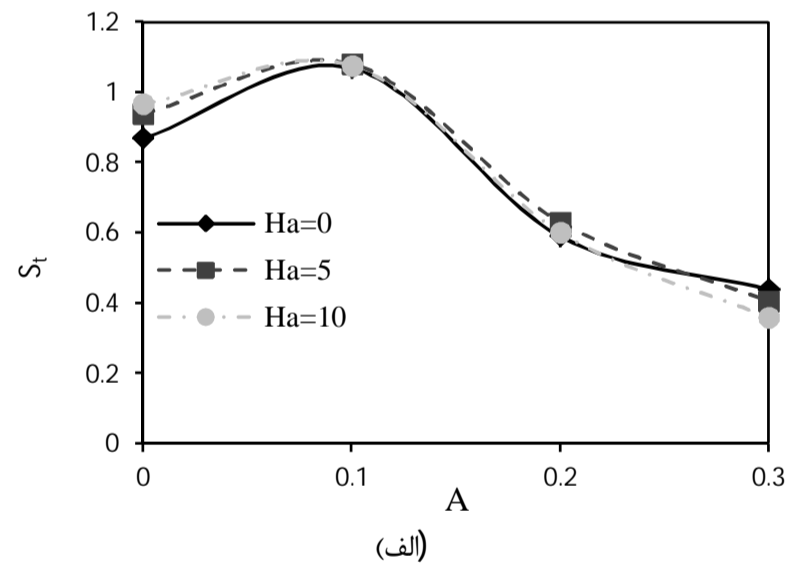
در این مطالعه تولید آنتروپی جریان نانوسیال در داخل کانالی با دیواره‌های سینوسی، در حضور و بدون حضور میدان مغناطیسی به روش عددی بررسی شد. تأثیر کسر حجمی نانو سیال، عدد رینولدز، عدد گراشف، عدد هارتمن و دامنه‌ی موج سینوسی روی آنتروپی تولید شده مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج مربوط به جریان بدون اعمال میدان مغناطیسی نشان داد که با افزایش کسر حجمی نانوسیال تولید آنتروپی حرارتی و جریانی افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شد که تولید آنتروپی کل با افزایش عدد رینولدز و کاهش عدد گراشف، کاهش می‌یابد. به بیان دیگر سیستمی با عدد رینولدز بالا و عدد گراشف پائین از لحاظ تولید آنتروپی مناسب است. اعمال میدان مغناطیسی به جریان نانوسیال نشان داد که گردابه‌های روی سطح ضعیف‌تر می‌شوند تا جایی که گردابه‌های روی دیواره از بین می‌روند. این تأثیرات باعث افزایش آنتروپی تولیدی حرارتی و کاهش آنتروپی جریانی به ازای یک عدد گراشف ثابت می‌شود. همچنین نتایج نشان داد که برای تمامی شدت میدان‌های مغناطیسی بررسی شده، موج‌دار کردن کانال، آنتروپی تولید شده را کاهش می‌دهد.

10- فهرست علائم

A	پارامتر بی بعد موج ($A = \frac{2a}{w}$)
a	بیشینه مقدار موج
\vec{B}	میدان القا مغناطیسی
C_p	گرمای ویژه (J/kgK)
D_h	قطر هیدرولیکی
\vec{E}	میدان الکتریکی
f_{drag}	ضریب پسا
g	شتاب گرانش (m/s^2)
Gr	عدد بی بعد گراشف ($Gr = \frac{g\beta_{eff}(T-T_b)L^3}{\nu_{eff}^2}$)
H	شدت میدان مغناطیسی
Ha	عدد بی بعد هارتمن ($Ha = \vec{B}w\sqrt{\frac{\sigma_{bf}}{\mu_{bf}}}$)
k	ضریب انتقال حرارت رسانش (W/mK)
k_B	ثابت بولتزمن (J/K)
L	طول کانال (m)
L_s	طول ناحیه آدیاباتیک (m)
L_w	طول ناحیه سینوسی (m)
Pr	عدد پرانتل
q''	شار حرارتی دیواره (W/m^2)
\vec{r}	شتاب (m/s^2)
Re	عدد رینولدز ($Re = \frac{\nu D_h}{\nu_{eff}}$)
S	پروفیل دیواره سینوسی



شکل 7 تغییرات آنتروپی تولیدی (الف) ناشی از بازگشت ناپذیری حرارتی، (ب) ناشی از بازگشت ناپذیری اصطکاکی در مقابل عدد گراشف، اعداد هارتمن مختلف، $Re=700$ ، $\phi=4\%$ و $A=0/2$



شکل 8 تغییرات آنتروپی تولیدی (الف) ناشی از بازگشت ناپذیری حرارتی (ب) ناشی از بازگشت ناپذیری اصطکاکی، در مقابل دامنه موج سینوسی بی بعد به ازای اعداد هارتمن مختلف، $Re=700$ ، $Gr=5 \times 10^4$ و $\phi=4\%$

[10] B.S. Yilbas, S.Z. Shuja, S.A. Gbadebo, H.I. Abu Al-Hamayle, K. Boran, Natural convection and entropy generation in a square cavity, *Int. J. of Energy Research*, Vol. 22, pp. 1275–1290, 1998.

[11] G.G. Ilis, M. Mobedi, B. Sunden, Effect of aspect ratio on entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 696–703, 2008.

[12] J. Li, C. Kleinstreuer, Entropy Generation Analysis for Nanofluid Flow in Microchannels, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 132, pp. 122401-1, 2010.

[13] S. Mahmud, A.K.M.S. Islam, Laminar free convection and entropy generation inside an inclined wavy enclosure, *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 42, pp. 1003–1012, 2003.

[14] S. Mahmud, R.A. Fraser, Free convection and entropy generation inside a vertical in phase wavy cavity, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 455–466, 2004.

[15] M. Shahi, A.H. Mahmoudi, A.H. Raouf, Entropy generation due to natural convection cooling of a nanofluid, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 972–983, 2011.

[16] K.Y. Leong, H. C. Ong, Entropy generation analysis of nanofluids flow in various shapes of cross section ducts, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 57, pp. 72–78, 2014.

[17] T.H. Ko, C.S. Cheng, Numerical investigation on developing laminar forced convection and entropy generation in a wavy channel, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 924–933, 2007.

[18] T.T. Hamadah, R.A. Wirtz, Analysis of laminar fully-developed mixed convection in a vertical channel with opposing buoyancy, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 507–510, 1991.

[19] O. Mahian, I. Pop, A. Z. Sahin, H. F. Oztop, S. Wongwises, Irreversibility analysis of a vertical annulus using TiO₂/water nanofluid with MHD flow effects. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 64, pp. 671–679, 2013.

[20] A. Aghaei, H. Khorasanizadeh, G. A. Sheikhzadeh, Effects of magnetic field on mixed convection heat transfer and entropy generation of Cu-water nanofluid in a trapezoidal enclosure, *J. Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 183-194, 2014 (In Persian).

[21] Z. MEHREZ1, A. E. CAFS, A. B.GHITH, P. L. Quéré, MHD effects on heat transfer and entropy generation of nanofluid flow in an open cavity, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmmm.2014.08.010>

[22] Yang, Y., Zhang, Z.G., Ggrulke, E.A., Anderson, W.B., Wu, G., Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions in laminar flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 5181-5188, 2004.

[23] R. Nouri, M. Gorji, D. D. Ganji, Numerical investigation of magnetic field effect on forced convection heat transfer of nanofluid in sinusoidal channel, *J. Modarres Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 43-55 (In Persian).

[24] H. Aminfar, R. Maroofiazar, A numerical study of the hydro-thermal behavior of nanofluids in rectangular microchannels using a mixture model, *Proc. IMechE Part C: J. Mechanical Engineering Science*, Vol. 225, 2011.

[25] H. Aminfar a, M.Mohammadpourfard b,n, F.Mohseni, Numerical investigation of thermocapillary and buoyancy driven convection of nanofluids in a floating zone, *International Journal of Mechanical Sciences* Vol. 65, pp. 147–156, 2014.

[26] Manninen, M., Taivassalo, V., Kallio, S., On the mixture model for multiphase flow, *VTT Publications, Technical Research Center of Finland*, 1996.

[27] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J.Chem. Phys.*, Vol. 20, pp. 571, 1952.

[28] C.H. Chon, K.D. Kihm, S.P. Lee, S.U.S. Choi, Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al₂O₃) thermal conductivity enhancement, *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 87, pp. 1-3, 2005.

[29] J. A. SHERCLIF, Steady motion of conducting fluid in pipes under transverse magnetic fields, mathematical proceeding of Cambridge philosophical society, Vol. 49, pp. 136-144, 1953.

[30] C. Balaji, M. Hölling, H. Herwig, Entropy generation minimization in turbulent mixed convection flows, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 544–552, 2007.

[31] M.A. Ahmed, N.H. Shuaib, M.Z. Yusoff, 2012, "Numerical investigations on the heat transfer enhancement in a wavy channel using nanofluid", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5891–5898.

آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت (W/kgK)	S_t
آنتروپی تولیدی ناشی از جریان (W/kgK)	S_f
دما (K)	T
بردار سرعت (m/s)	V
بردار سرعت دریافت	V_{dr}
بردار سرعت متوسط	V_m
بردار سرعت لغزشی بین فاز جامد و مایع	V_{pf}
عرض کانال (m)	w
جهت محورهای مختصات	x, y

علائم یونانی

ضریب انبساط حرارتی (1/K)	β
طول پویس آزاد مولکولی	λ
لزجت دینامیکی (Ns/m ²)	μ
لزجت سینماتیکی (m ² /s)	ν
چگالی (kg/m ³)	ρ
ضریب رسانش الکتریکی (μs/cm)	σ
کسر حجمی نانو ذرات	ϕ

زیر نویس ها

بالک	b
سیال پایه	bf
خواص موثر	eff
نانو ذرات	p
دیواره	wall

11- مراجع

[1] A. M. Abed, K. Sopian, H. A. Mohammed, M. A. Alghoul, M. H. Ruslan, S. Mat, A. N. Al-Shamani, Enhance heat transfer in the channel with V-shaped wavy lower plate using liquid nanofluids, *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 5, pp. 13-23, 2015.

[2] Y. Sui, C.J. Teo, P.S. Lee, Y.T. Chew, C. Shu, Fluid flow and heat transfer in wavy microchannels, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 2760–2772, 2010.

[3] S. Kakaç, A. Pramuanjaroenkij, Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 3187–3196, 2009.

[4] L. Godson, B. Raja, D. Mohan Lal, S. Wongwises, Enhancement of heat transfer using nanofluids – an overview, *Renew. Sust. Energ. Rev.* Vol. 14, pp. 629–641, 2009.

[5] S. Sadeghi, B. Ghasemi, Mixed convection heat transfer of nanofluids in an inclined channel under magnetic field, *J. Modarres Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 7, pp. 18–31, 2013 (in Persian).

[6] A. E. Kabeel, E. M.S. El-Said, S. A. Dafea, A review of magnetic Field effects on flow and heat transfer in liquids: Present status and future potential for studies and applications, *Renew. Sust. Energ., Rev.* Vol. 45, pp. 830-837, 2015.

[7] A. Bejan, A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer, *J. of Heat Transfer – Transactions of the ASME*, Vol. 101, pp. 718–725, 1979.

[8] A. Bejan, Entropy Generation through heat and fluid flow, *Wiley*, New York, 1982.

[9] A. Bejan, Entropy generation minimization: The method of thermodynamic optimization of finite-size systems and finite-time processes, *CRC Press*, Boca Raton, 1996.