



افزایش قابلیت جهت دهی مجری نهایی در یک ربات سری - موازی کابلی

مهدی بامداد^{1*}، فرزین طاهری²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

2- کارشناس ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی 3619995161، bamdad@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 فروردین 1394

پذیرش: 20 اردیبهشت 1394

ارائه در سایت: 24 خرداد 1394

کلید واژگان:

ربات کابلی

دینامیک

طراحی

بهینه سازی

مدل مرکب

چکیده

در این مقاله، مدلی مرکب از ربات موازی صفحه‌ای به همراه یک بازوی دو درجه آزادی ارائه می‌شود. طراحی این بازوی رباتیک بر مبنای ربات‌های موازی کابلی است که زنجیره‌ی سینماتیکی سری اضافه شده به زنجیره‌ی موازی، منجر به هم افزایی در این مدل مرکب می‌شود. بازوی مرکب می‌تواند خصوصیات مکانیزم‌های سری و موازی را ایجاد کند. اغلب بازوان موازی زیرمقید، قابلیت چرخش ضعیفی دارند. برای غلبه بر این ضعف، در این مقاله روی دسته جدیدی از بازوان سری-موازی تمرکز شده است. مفهوم قابلیت جهت‌دهی مجری نهایی در فضای کاری، به تعیین معیار عملکردی ربات می‌انجامد. هدف اولیه این طراحی مکانیزم، افزایش قابلیت دوران ربات صفحه‌ای دو کابلی صفحه‌ای است. در این راستا تحلیل سینماتیک مدل جدید ربات مرکب ارائه و دینامیک آن با استفاده از ترکیب روش لاگرانژ و نیوتن-اولیئر مدل‌سازی می‌شود. همچنین مطالعه مسیر دینامیکی به مسأله‌ی طراحی ربات افزوده می‌شود و طراحی مسیر با کمینه زمان برای تأیید عملکرد مدل مورد استناد قرار می‌گیرد. دو مدل ربات کابلی موازی و ربات مرکب، شبیه‌سازی شده و برای بررسی مزایای مدل ارائه شده، نتایج حاصل برای هر مدل با یکدیگر مقایسه می‌گردند. نتایج تأیید می‌کنند که طراحی پیشنهادی بطور قابل توجهی انرژی مصرفی محرکه را کاسته و قابلیت جهت‌دهی ربات را در قیاس با ربات موازی افزوده است.

Improvement of End-effector Orientability Capability in a Serial-parallel Cable Robot

Mahdi Bamdad*, Farzin Taheri

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

* P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, bamdad@shahroodut.ac.

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 April 2015
Accepted 10 May 2015
Available Online 14 June 2015

Keywords:
Cable robot
Dynamic
Design
Optimization
Hybrid model

ABSTRACT

In this paper, a hybrid model which consists of planar parallel robot with a 2-DOF arm is presented. This manipulator design is based on cable parallel robots and a kinematic serial chain is utilized and added to a cable parallel chain. The hybrid manipulator can provide features of both serial and parallel mechanism. Most under-actuated parallel manipulators have a low rotational capability. To overcome it, this paper focuses its attention on a new family of serial-parallel manipulators. Understanding the orientability of the end-effector within this workspace gives a measure of the ability of the robot to perform manipulation tasks. The initial goal of this design is to increase the orientability capability of a planar two-cable robot. The kinematic and dynamic analysis of this new type hybrid manipulator is presented. The dynamic modeling is performed by using a combination of Lagrange and Newton-Euler methods. This paper conducts the dynamic trajectory planning study to a novel design for the cable robots. In fact, time optimal trajectory planning is a strategy that is used to verify this new design. Two models are considered in the simulation part. A novel hybrid model is compared to a planar parallel cable robot. It is verified that the proposed design allows significantly reduced actuation energy and improved orientability capability compared to the parallel robot.

1- مقدمه

اولین بار، در موسسه ملی استاندارد و تکنولوژی آمریکا¹ ربات کابلی بر پایه‌ی پلنفرم استوارت² مطرح شد [1]. از مزایای این ربات می‌توان به فضای کاری وسیع، قابلیت حمل بار با وزن بالا و اشغال فضای کم و هزینه‌های پایین ساخت و نصب اشاره کرد. البته به‌طور کلی معایبی نظیر پایداری و صلبيت ضعيف، عدم پوشش بازه‌های زوایه‌ای بزرگ را می‌توان برای آن برشمرد.

امروزه استفاده از بازوهای ربات صنعتی برای اهدافی از قبیل جابجایی، نگهداری و موقعیت‌دهی اجسام بسیار مرسوم است. ربات‌های متداول صنعتی به فضای کاری کمتری نسبت به جرثقیل‌های صنعتی نیاز دارند. برای گسترش فضای کاری در این ربات‌ها، باید طول بازوان را افزایش داد که این امر موجب افزایش وزن قطعات و کاهش دقت می‌شود، همچنین با افزایش وزن ربات باید از عملگرهای قوی‌تر استفاده شود. برای حل مشکل مطرح‌شده،

1- National Institute of Standards and Technology (NIST)
2- Stewart platform

Please cite this article using:

M. Bamdad, F. Taheri, Improvement of End-effector Orientability Capability in a Serial-parallel Cable Robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 336-344, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

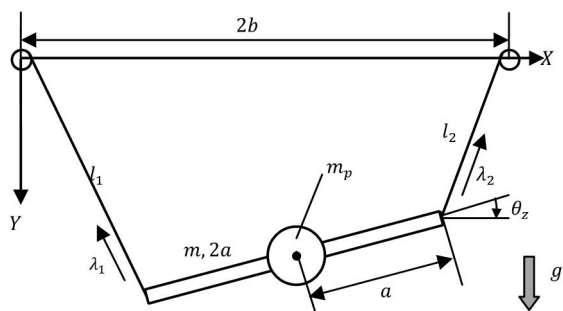
M. Bamdad, F. Taheri, Improvement of End-effector Orientability Capability in a Serial-parallel Cable Robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 336-344, 2015 (In Persian)

برای حرکت ربات از نقطه‌ای به نقطه دیگر بی‌نیاز نیست مسیر وجود دارد، بنابراین یکی از مسائل اساسی در ربات‌ها طراحی مسیر می‌باشد. طراحی مسیر می‌تواند با توجه به معیارهایی چون زمان حرکت، قابلیت حمل بار، انرژی مصرفی، فضای کاری و سایر پارامترها صورت گیرد. طراحی مسیر بهینه می‌تواند در چارچوب یک مسئله بهینه‌سازی تعریف گردد که برای حل مسئله بهینه‌سازی دو روش مستقیم و غیرمستقیم وجود دارد [13]. در [14-18] برای ربات‌های موازی کابلی طراحی مسیر با توجه ظرفیت بار دینامیکی پیشینه صورت گرفته است. در [19] طراحی مسیر بهینه با هدف کمینه کردن زمان برای یک ربات موازی بر پایه کابل صورت گرفته است. در [20] طراحی مسیر بهینه برای ربات کابلی فضایی با شش کابل با توجه به معیارهای زمان حرکت و انرژی مصرفی صورت گرفته است. در این مقاله با به‌کارگیری مکانیزم ترکیبی از ربات کابلی صفحه‌ای و موازی، مسیر بهینه برای حرکت بین دو نقطه طراحی می‌شود. مزیت مدل ارائه‌شده در این مقاله، نسبت به مدل متداول موازی صفحه‌ای از دیدگاه قابلیت‌های حرکتی مورد ارزیابی و سنجش قرار می‌گیرد. اگرچه موارد بسیار محدودی از ترکیب بازوان رباتیک سری با ساختارهای موازی کابلی به چشم می‌خورد اما تنها بحث طراحی و سینماتیک مدل‌ها مطرح شده و در تحلیل‌های دینامیکی تحقیقاتی صورت نگرفته است.

در این مقاله، ابتدا طراحی مفهومی مدل مرکب سری-موازی و استدلال‌های طراحی بیان شده و متغیرهای پایه‌ی زنجیره‌ی سینماتیک تدوین می‌شود. سپس روابط سینماتیک برای مدل ارائه‌شده بدست می‌آید و مدل‌سازی دینامیکی با استفاده از هر دو روش لاگرانژ و نیوتون-اولیور صورت می‌گیرد. در قسمت بعد مسئله بهینه‌سازی زمان به عنوان شاهده‌ی بر عملکرد بهتر ایده طرح‌شده، تعریف می‌گردد. معادلات حالت، محدودیت‌ها، تابع هدف استخراج شده و الگوریتم حل بیان می‌گردد. در بخش شبیه‌سازی، مقایسه‌ای بین دو مدل ربات کابلی موازی و ربات سری-موازی کابلی صورت می‌پذیرد. با حل مسئله بهینه‌سازی زمان با روش مستقیم، خروجی‌های کنترلی و متغیرهای دینامیکی حرکت بدست می‌آیند. استنتاجات بر پایه‌ی نتایج بدست آمده گویای موفق بودن طراحی ساختار مرکب است.

2- طراحی مدل مرکب صفحه‌ای

شکل 1 یک ربات کابلی صفحه‌ای (مدل 1) را نشان می‌دهد. در این ربات مجری نهایی به دو کابل متصل است و توسط آن‌ها به حرکت در می‌آید. بار متمرکز در مرکز جرم و مرکز هندسی مجری نهایی نشان داده شده است. این ربات موازی زوایای دوران بسیار محدودی را برای مجری نهایی و بار ایجاد می‌کند. از جایی که سامانه حرکتی دو درجه آزادی است، زاویه‌ی بار وابسته به موقعیت آن در صفحه می‌باشد و امکان کنترل همزمان موقعیت و زاویه‌ی بار وجود ندارد. برای رفع این مانع و افزایش قابلیت دوران ربات نشان داده شده در شکل 1، مکانیزم شکل 4 طراحی شده است.



شکل 1 ربات کابلی صفحه‌ای

زنجیره‌ی بسته‌ی سینماتیکی که مجری نهایی توسط حداقل دو حلقه‌ی بسته حرکتی به پایه ثابت متصل می‌شود را ساختار موازی رباتیک می‌نامند [2]. در ربات موازی با محرک کابل، کابل‌ها جایگزین بازوهای صلب در زنجیره سینماتیکی هستند. ربات‌های موازی کابلی به دو دسته کاملاً مقید و زیرمقید تقسیم‌بندی می‌شوند. از آنجایی که کابل‌ها فقط می‌توانند نیروی کشش محوری اعمال کنند، برای تضمین اینکه هیچ کابلی شل نباشد و همین‌طور برای کنترل کامل تحت بارگذاری مشخص، حداقل یک عامل کنترلی اضافه نیاز است. در حالتی که موتورها حرکت نکنند و طول کابل‌ها مشخص باشد، اگر بتوان موقعیت دقیق مجری نهایی را مشخص کرد ربات به‌عنوان مقید کامل شناخته می‌شود. در حالتی که آزادی مهار نشده‌ای برای مجری نهایی وجود داشته باشد، ربات زیرمقید است [3].

استفاده از ربات موازی کابلی با تعداد کابل‌های کمتر از تعداد درجات آزادی زمانی توجیه دارد که بنا به وظیفه‌ی ربات، کنترل تمام درجات آزادی در اولویت نیست و عواملی نظیر کاهش هزینه، زمان برپایی، پیچیدگی و کاهش امکان تداخل کابل‌ها نیز در نظر گرفته شود. نیروی فشاری وارده به سیستم و کشش کابل‌ها بایستی شرایط تعادل را ارضا کنند. مشکل آنجا است که مجری نهایی به‌راحتی نوسان می‌کند و رنج (نیرو-ممان) خارجی، مکان مجری نهایی را تغییر می‌دهد. پیشنهاد معیار پایداری می‌تواند ملاکی برای ارزشیابی توانایی ربات برای بازگشت به حالت تعادل اولیه‌اش تحت تأثیر اختلالات خارجی باشد [4].

در این مقاله با تمرکز روی مدل صفحه‌ای ربات موازی کابلی به بهبود طراحی آن پرداخته می‌شود. فتاح و اگرال در یک تحلیل حرکتی و استاتیکی به طراحی مدل صفحه‌ای و چالش‌های آن پرداخته است [5]. این ساختار که در شکل 1 نشان داده شده، دارای سه درجه آزادی است اما تنها دارای دو قید محرکه کابل بوده و در گروه سیستم‌های زیرمقید قرار می‌گیرد. بنابراین مسئله-ی سینماتیک و استاتیک باید به‌طور همزمان حل گردد [6]. به عبارتی با مشخص بودن موقعیت بار مجری انتهایی، طول کابل‌ها بدست می‌آید. در ادامه تحقیقات روی مدل صفحه‌ای دوکابله، ظرفیت حمل بار بیشینه در چارچوب روابط تحلیلی و همچنین مدل آزمایشگاهی محاسبه شد [7,8].

با استناد به نتایج حاصل‌شده، یکی از چالش‌های اساسی ربات‌های کابلی تأمین نیروی کشش در کابل‌ها برای تحریک مجری نهایی است. اضافه نمودن بازوی دو لینکی به مکانیزم کابلی با هدف کمک به ایجاد کشش مثبت در کابل‌ها و افزایش فضای کاری ربات می‌تواند ایده‌ای مناسب باشد. بدین منظور بازوی مرکب سری-موازی صفحه‌ای نشان داده شده در شکل 2 توسط ترویسانی طراحی شد [9].

از طرف دیگر از معایب مدل موردبحث، محدودیت شدید در ایجاد موقعیت زاویه‌ای مطلوب برای بار نصب‌شده روی مجری نهایی می‌باشد. توانایی جهت‌گیری مکانیزم‌های حرکتی از قابلیت‌های ممتاز و تأثیرگذار روی کیفیت فضای کاری و چابکی مکانیزم است [10]. آن‌چنان‌که در سنجش خطای حرکتی مکانیزم‌ها همواره بایستی این توانایی را جداگانه بررسی و تحلیل نمود [11]. در [12] ترکیب ربات موازی کابلی و بازوی سری مدلی جهت رفع مانع یادشده ارائه شد. در مدل نمایش داده شده در شکل 3، حرکت دو قسمت به‌صورت مجزا صورت می‌گیرد، به‌طوری‌که با حرکت ربات کابلی، بازو در موقعیت موردنظر قرار می‌گیرد سپس ربات کابلی ثابت شده و بازو حرکت می‌کند. تحلیل استاتیکی صورت گرفته و حرکت غیر همزمان زنجیره‌های سری و موازی، عملکرد سامانه حرکتی را از آنچه در این مقاله مورد توجه قرار می‌گیرد، متمایز می‌سازد.

آزادی و مشتقات آن‌ها بدست می‌آید.

پارامترهای قابل تعریف به صورت ذیل می‌باشد

m - جرم پایه

I_{zz} - ممان اینرسی پایه

m_i - جرم لینک نام بازو ($i = 1, 2$)

I_i - ممان اینرسی لینک نام بازو حول مرکز جرم آن ($i = 1, 2$)

L_i - طول لینک نام بازو ($i = 1, 2$)

L_{ci} - فاصله مرکز جرم لینک نام تا مفصل ابتدایی آن ($i = 1, 2$)

m_p - جرم جسم انتهایی

T_i - مقدار کشش کابل نام ($i = 1, 2$)

τ_i - مقدار گشتاور موتور نام بازوی سری ($i = 1, 2$)

l_i - بردار طول کابل نام ($i = 1, 2$)

λ_i - بردار یکه‌ی کشش کابل نام ($i = 1, 2$)

a_i - بردار بین نقطه‌ی اتصال بازو و کابل نام در دستگاه متصل به پایه ($i = 1, 2$)

b - نصف فاصله‌ی بین پولی‌های کشنده‌ی کابل‌ها

3- مدل سازی سینماتیکی مکانیزم سری-موازی

در این قسمت برای مدل مرکب ارائه شده، مسئله‌ی سینماتیک تعریف و با مشخص بودن زاویه و موقعیت بار انتهایی، پیکربندی سیستم تعیین می‌شود. از آنجاییکه ربات کابلی استفاده شده زیرمقید است، مسئله‌ی سینماتیک و استاتیک برای این مدل باید بطور همزمان حل شود. در این قسمت، با مشخص بودن موقعیت بار انتهایی باید طول کابل‌ها را بدست آورد. برای این ربات بردار طول کابل‌ها از رابطه‌ی (1) تعیین می‌گردد

$$\begin{aligned} \bar{l}_1 &= A_1 - B_1 = \begin{bmatrix} x - a \cos \theta_z \\ y - a \sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{l}_2 &= A_2 - B_2 = \begin{bmatrix} 2b - (x + a \cos \theta_z) \\ y + a \sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن x و y موقعیت محل اتصال بازو بوده و θ_z زاویه‌ی مجری نهایی ربات موازی است. همچنین برای این مدل بردار یکه‌ی کشش کابل‌ها از رابطه‌ی (2) تعیین می‌گردد

$$\bar{\lambda}_1 = -\frac{\bar{l}_1}{\|\bar{l}_1\|}, \bar{\lambda}_2 = -\frac{\bar{l}_2}{\|\bar{l}_2\|} \quad (2)$$

برای حل مسئله‌ی سینماتیک وارون، فرض می‌شود که گشتاور وارده از بازو صفر است. به عبارت دیگر مرکز جرم مجموع اعضای بازو در زیر محل اتصال قرار می‌گیرد. بدین منظور باید رابطه‌ی (3) برقرار باشد

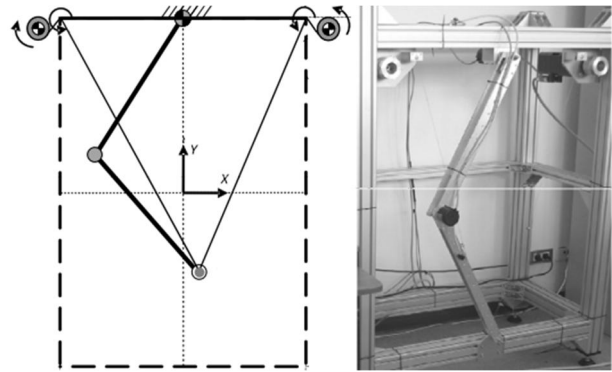
$$m_2 L_{c2} \sin(q_1' + q_2) + m_p L_2 g \sin(q_1' + q_2) + m_1 L_{c1} g \sin(q_1') + (m_2 + m_p) L_1 g \sin(q_1') = 0 \quad (3)$$

که q_1' زاویه‌ی لینک اول نسبت به محور Y است (زاویه‌ی q_1 زاویه‌ی لینک اول نسبت به پایه است). همچنین برای قسمت موازی ربات مرکب با نوشتن معادلات تعادل نیرو، کشش کابل‌ها با استفاده از رابطه‌ی (4) بدست می‌آید:

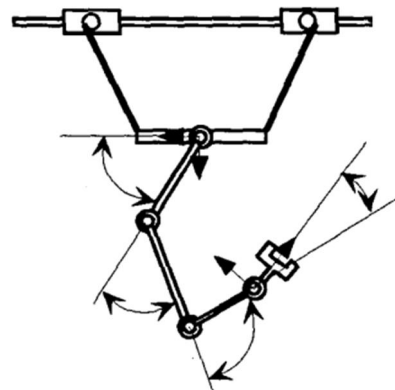
$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{(m + m_1 + m_2 + m_p)g \|\bar{l}_1\| (x + a \cos \theta_z - 2b)}{2(ay \cos \theta_z - ax \sin \theta_z - by + ab \sin \theta_z)} \\ T_2 &= -\frac{(m + m_1 + m_2 + m_p)g \|\bar{l}_2\| (x - a \cos \theta_z)}{2(ay \cos \theta_z - ax \sin \theta_z - by + ab \sin \theta_z)} \end{aligned} \quad (4)$$

سپس با نوشتن معادلات تعادل گشتاور حول نقطه‌ی اتصال بازو زاویه‌ی پایه از رابطه‌ی (5) محاسبه می‌گردد

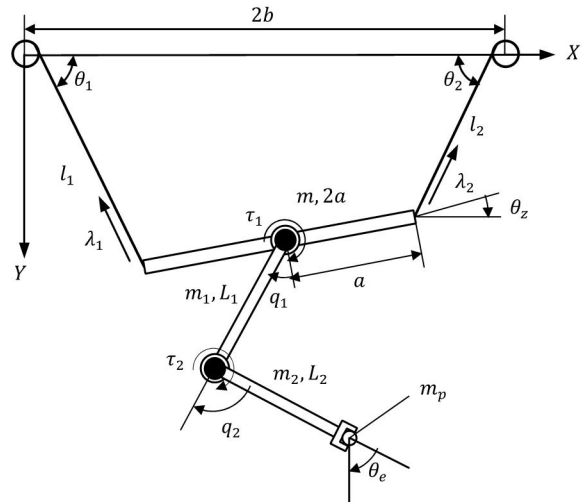
$$\cos \theta_z (2xy - 2by) + \sin \theta_z (4bx - 2x^2) - 2ab \sin \theta_z \cos \theta_z = 0 \quad (5)$$



شکل 2 ربات کابلی صفحه‌ای مرکب [9]



شکل 3 ربات کابلی صفحه‌ای مرکب [12]

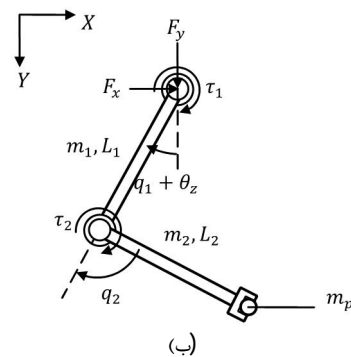
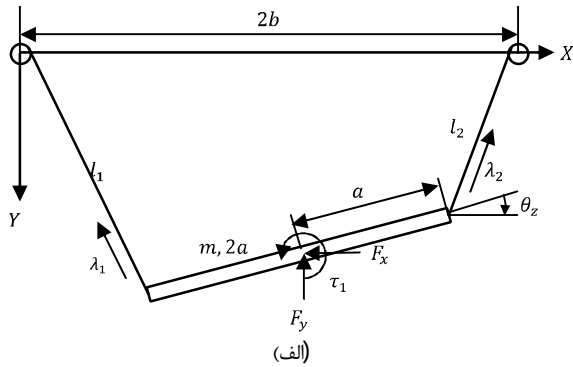


شکل 4 مکانیزم مرکب بازو و ربات کابلی صفحه‌ای

در این مکانیزم یک بازوی سری به مجری نهایی مدل موازی متصل شده است که پایه‌ی حرکت برای دومیله‌ای اضافی محسوب می‌شود. آشکار است که پایه به دو کابل متصل بوده و طول کابل‌ها بوسیله‌ی پولی‌های متصل به موتور کنترل می‌شود. اگرچه بار در انتهای بازو قرار دارد اما با کنترل طول کابل‌ها می‌توان موقعیت پایه را کنترل کرد.

در این مدل پایه و بازو هر دو به صورت همزمان حرکت می‌کنند. سیستم دینامیکی دارای پنج متغیر حالت و چهار محرکه‌ی موتوری می‌باشد. سه متغیر مربوط به پایه است که شامل موقعیت مرکز و زاویه‌ی آن است که با x و y نشان داده می‌شوند. دو متغیر q_1 و q_2 نیز مربوط به بازوی سری است. با یادآوری آنکه زاویه‌ی پایه یک متغیر وابسته است که بر حسب سایر درجات

$$V_{G3} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ -L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ -L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$



شکل 5 تجزیه‌ی مدل مرکب به بخش‌های موازی و سری

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{G1}^T V_{G1} + \frac{1}{2} m_2 V_{G2}^T V_{G2} + \frac{1}{2} m_p V_{G3}^T V_{G3} + \frac{1}{2} I_1 (\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z)^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z)^2$$

$$V = m_1 g L_{c1} \cos(q_1 + \theta_z) + m_2 g (L_1 \cos(q_1 + \theta_z) + L_{c2} \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)) + m_p g (L_1 \cos(q_1 + \theta_z) + L_2 \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)) \quad (12)$$

با نوشتن معادلات لاگرانژ به صورت (13)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q, L = T - V \quad (13)$$

که در آن

$$Q = [F_x \ F_y \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_1]^T, q = [x \ y \ q_1 \ q_2 \ \theta_z]^T \quad (14)$$

معادلات دینامیک برای بازو به فرم بسته‌ی (15) حاصل می‌شود.

$$M\ddot{q} + C + G = U$$

$$G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

که آرایه‌های ماتریس‌های C و M در روابط (1) تا (23) پیوست آورده شده است. با تلفیق معادلات بدست آمده برای دو مدل و با حذف نیروهای F_x و F_y معادلات کلی دینامیک برای مدل مرکب به صورت (16) حاصل می‌شود

همچنین زاویه‌ی بار انتهایی از رابطه‌ی (6) محاسبه می‌گردد

$$\theta_e = q_1' + q_2 \quad (6)$$

با مشخص بودن زاویه‌ی بار انتهایی، و با حل همزمان روابط (3) و (6) زوایای q_1 و q_2 محاسبه می‌شود. پس از بدست آمدن این زوایا و با معلوم بودن موقعیت بار انتهایی، با استفاده از رابطه‌ی (7) موقعیت مرکز پایه (موقعیت محل اتصال پایه و بازو) بدست می‌آید

$$x_e = x - L_1 \sin(q_1) - L_2 \sin(q_1' + q_2)$$

$$y_e = y + L_1 \cos(q_1) + L_2 \cos(q_1' + q_2) \quad (7)$$

که x_e و y_e موقعیت بار انتهایی می‌باشد. با بدست آمدن موقعیت پایه، با حل رابطه‌ی (5) می‌توان زاویه‌ی آن را محاسبه نمود. پس از محاسبه‌ی زاویه‌ی پایه، با استفاده از رابطه‌ی (8) زاویه‌ی لینک اول نسبت به پایه محاسبه می‌شود

$$q_1 = q_1' - \theta_z \quad (8)$$

4- مدل سازی دینامیکی مکانیزم سری-موازی

در این بخش، برای ربات مرکب ارائه شده، معادلات دینامیک با تلفیق روش‌های لاگرانژ و نیوتون-اولیتر استخراج می‌شود. برای استخراج معادلات دینامیک، دو بخش سری و موازی ربات مرکب از یکدیگر جدا شده است. ابتدا با استفاده از روش نیوتون-اولیتر معادلات دینامیک برای ربات کابلی صفحه‌ای که تحت بارگذاری خارجی قرار دارد بدست می‌آید، سپس با استفاده از روش لاگرانژ معادلات دینامیک برای یک بازو دو لینکی با مفصل ابتدایی محرک استخراج می‌شود. سرانجام با تلفیق معادلات دینامیکی دو مدل، معادلات دینامیک ربات مرکب به فرم بسته حاصل می‌گردد. برای ربات موازی کابلی تحت بارگذاری خارجی که در شکل 5(الف) نشان داده شده است، با استفاده از روش نیوتون-اولیتر فرم بسته معادلات دینامیک به صورت (9) حاصل می‌شود.

$$D'\ddot{X} + C' + G' + \tau_l = J^T T \quad (9)$$

که در آن

$$D' = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \\ \theta_z \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}, \tau_l = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ 0 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, C' = 0_{5 \times 1}$$

$$J^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \|Ra_1 \times \lambda_1\| & \|Ra_2 \times \lambda_2\| \end{bmatrix}, G' = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در روابط (10) F_y و F_x به ترتیب مؤلفه‌های نیروی عکس‌العمل بین بخش موازی و سری در جهت محورهای X و Y است. همچنین ماتریس دوران دستگاه متصل به مجری نهایی ربات موازی نسبت به محور Z دستگاه مختصات مطلق است. همچنین برای بازو با مفصل ابتدایی متحرک نشان داده شده در شکل 5(ب)، بردار سرعت مرکز جرم اجزا به صورت (11) حاصل می‌شود.

$$V_{G1} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_{c1}(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_{c1}(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{G2} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ -L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ -L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix}$$

کمینه‌سازی زمان به صورت (25) تعریف می‌شود

$$J_1 = t_f \quad (25)$$

که در آن t_f زمان نهایی حرکت است. در این مسأله‌ی بهینه‌سازی، هدف حرکت بین دو نقطه در کمترین زمان است، به همین منظور از تابع هدف رابطه‌ی (25) استفاده می‌شود که در آن متغیر است.

5-4- الگوریتم حل

هدف مسئله‌ی بهینه‌سازی، یافتن کنترل بهینه‌ی U در محدوده‌ی تعیین شده است. این امر به گونه‌ای است که باعث شود سیستم با معادله دینامیکی رابطه‌ی (16)، مسیر X را با شرایط مرزی داده شده دنبال نماید و J را کمینه کند.

با بدست آوردن معادله‌ی دینامیکی سیستم، مشخص کردن شرایط مرزی (محدودیت‌ها) و تابع هدف، مسأله‌ی بهینه‌سازی تعریف می‌گردد. برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی، دو روش مستقیم و غیر مستقیم وجود دارد [13]. در این مقاله، با استفاده از روش مستقیم مسأله‌ی بهینه‌سازی حل می‌گردد. در میان روش‌های متعددی که وجود دارد، از الگوریتم طیف مجازی گاوس استفاده می‌شود [21]. مسئله کنترل بهینه‌ی پیوسته، گسسته‌سازی شده و روابط فضای حالت به صورت مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی بازنویسی می‌شود. با توجه به الزام بسط توابع برحسب ترم‌های چندجمله‌ای‌های درون‌یاب، نقاط مربع گوس به عنوان نقاط گره در این روش انتخاب می‌شوند و ضرایب بسط مقادیر توابع در نقاط گره می‌باشند.

6- طراحی و شبیه‌سازی مسیر بهینه‌ی کمینه زمان حرکت

در این بخش دو ربات کابلی صفحه‌ای (مدل 1) و مدل مرکب ارائه شده (مدل 2)، شبیه‌سازی سینماتیک و دینامیکی می‌شود. همچنین مسئله‌ی بهینه‌سازی مسیر با کمینه‌ی زمان حل می‌شود. در این مسئله هدف حرکت بین دو نقطه‌ی مشخص در کمترین زمان است. مقادیر متغیرهای اصلی دو مدل موازی و مرکب در جدول 1 نمایش داده شده است. با توجه به ملاحظات دو مدل برای مقایسه‌ی صحیح‌تر نتایج، مجموع جرم اجزا در دو مدل برابر در نظر گرفته شده است.

در طراحی مسیر دینامیکی، برای هر دو مدل، موقعیت ابتدایی و انتهایی یکسانی برای بار حمل شده توسط مجری نهایی در نظر گرفته شده و با توجه به معادلات دینامیکی، تابع هدف و محدودیت‌های تعریف شده مسأله‌ی بهینه‌سازی حل می‌شود. در ابتدا برای نمایش فضای کاری محدود و قابلیت جهت‌دهی پایین مجری نهایی مدل 1 شبیه‌سازی استاتیک و سینماتیک صورت می‌پذیرد. برای ربات کابلی صفحه‌ای با توجه به عدم امکان کنترل همزمان موقعیت و زاویه‌ی میله‌ی انتهایی، با مشخص بودن موقعیت بار انتهایی می‌توان زاویه‌ی مجری نهایی را از رابطه‌ی (5) محاسبه نمود. شکل 6 زوایای مجری نهایی در مدل 1 را به ازای موقعیت‌های مختلف و با پارامترهای جدول 1 نشان می‌دهد.

چنانچه در مدل 1 بخواهیم مجری نهایی زاویه‌ی مشخصی داشته باشد، با توجه به روابط استاتیک و سینماتیک می‌توان موقعیت‌هایی که در آن مجری نهایی آن زاویه را داراست بدست آورد [5]. برای مدل 1 به ازای زاویه‌ی $\theta_z = \frac{\pi}{4}$ ، فضای مجاز کاری تعیین شده است که در شکل 7 نشان داده شده است. منحنی نشان داده شده با فلش، فضای کاری مجاز ربات برای داشتن زاویه‌ی مورد نظر است.

$$\begin{bmatrix} m + m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m + m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} + I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{\theta}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 - mg \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix} = J^T T + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

5- تدوین مسأله‌ی بهینه‌سازی

1-1 استخراج معادلات حالت

با استخراج معادلات دینامیکی سیستم، این معادلات باید به فرم معادلات حالت درآید. با تعریف بردار $q = [x \ y \ q_1 \ q_2 \ \theta_z]^T$ برای مدل مرکب، بردار حالت به صورت (17) تعریف می‌شود

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (17)$$

رابطه‌ی دینامیکی در فضای حالت به صورت (18) بازنویسی می‌شود

$$\dot{X} = a(X, U, T) \quad (18)$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ N(X) + Z(X)U \end{bmatrix}$$

که

$$\begin{aligned} N(X) &= -M_{eq}^{-1}(G_{eq} + G_{eq}) \\ Z(X) &= M_{eq}^{-1}J^T \end{aligned} \quad (19)$$

و شرایط مرزی آن به صورت (20) می‌باشد

$$X(t_0) = X_0, X(t_f) = X_f \quad (20)$$

که t_0 و t_f به ترتیب زمان شروع و پایان حرکت می‌باشند.

2-2 محدودیت‌های مسئله‌ی بهینه‌سازی

شرایط مرزی با رابطه‌ی (21) تعریف می‌گردد

$$\psi_l \leq \psi(X(t_0), X(t_f), t_0, t_f) \leq \psi_u \quad (21)$$

که ψ_l, ψ_u بردارهای ثابت هستند که حد بالا و پایین نامساوی فوق را ارائه می‌دهند. با توجه به اینکه در این دسته از ربات‌های موازی کابلی، کابل‌ها تنها می‌توانند نیروی کششی را تحمل کنند، بنابراین در طول حرکت ربات باید کشش در کابل‌ها مثبت باشد. علاوه بر این، حداکثر نیروی کششی قابل تحمل بوسیله‌ی کابل مقدار مشخصی است. بدین منظور محدوده‌ی مجاز کشش کابل‌ها به صورت (22) مشخص می‌گردد

$$0 < T_i < T_{\max} \quad (22)$$

همچنین موتورهای بازو در تولید گشتاور دارای محدودیت هستند که می‌تواند در یک نامساوی تعریف شود.

$$\tau_{\min} < \tau_i < \tau_{\max} \quad (23)$$

3-3 تعیین تابع هدف

وظیفه‌ی کنترل بهینه تعیین مقادیر ورودی کنترل (گشتاور اعمالی توسط موتورها) به منظور کمینه کردن یک تابع هدف است. یکی از موضوعات اصلی انتخاب تابع هدف مناسب می‌باشد. در حالت کلی، تابع هدف در مسائل کنترل بهینه به صورت (24) در نظر گرفته می‌شود

$$J = h(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(X(t), U(t), t) dt \quad (24)$$

که g و h توابعی از حالت‌ها X ، کنترل‌ها u و زمان t هستند. X بردار وضعیت $n \times 1$ و U بردار ورودی‌های کنترل $m \times 1$ می‌باشند ($R \in \mathbb{R}^n, X \in \mathbb{R}^n, U \in \mathbb{R}^m$). در اینجا h ، حالت‌ها را در وضعیت نهایی نشان می‌دهد و g یک تابع وابسته به کل بازه زمانی است [21]. در اینجا تابع هدف برای مسأله‌ی

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_1^- \\ \tau_2^- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \|l_1\| \\ \|l_2\| \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} T_{1max} \\ T_{2max} \\ \tau_1^+ \\ \tau_2^+ \\ \infty \\ \infty \end{bmatrix} \quad (1)$$

شرایط مرزی طراحی مسیر بهینه‌ی حرکت، بردار موقعیت ابتدایی و انتهایی بار برای مدل 1،

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 3 \end{bmatrix}, q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

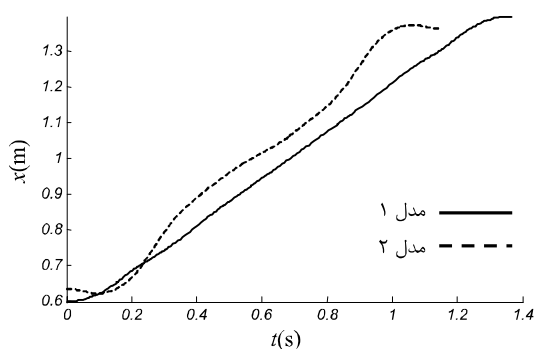
همچنین شرایط مرزی بردار موقعیت ابتدایی و انتهایی بار برای مدل 2 به صورت زیر است

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_{e0} \\ y_{e0} \\ \theta_{e0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ \frac{3}{\pi} \\ \frac{4}{4} \end{bmatrix}, q_f = \begin{bmatrix} x_{ef} \\ y_{ef} \\ \theta_{ef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ \frac{3}{\pi} \\ -\frac{4}{4} \end{bmatrix}$$

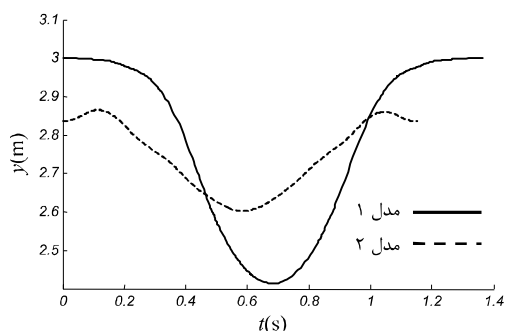
در هر دو مدل، سرعت بار انتهایی در نقطه‌ی شروع و نقطه‌ی پایان صفر در نظر گرفته می‌شود. معادله‌ی دینامیکی سیستم مرکب دارای فرم کلی رابطه‌ی (16) است. معادلات دینامیک به صورت معادلات حالت در رابطه‌ی (18) نوشته می‌شود، شرایط مرزی مطابق رابطه‌ی (20) و تابع هدف طبق رابطه‌ی (25) تعریف می‌شود و مسأله‌ی بهینه‌سازی کمینه‌ی زمان تعریف شده با الگوریتم بخش 4-5 حل می‌شود.

برای هر دو مدل شبیه‌سازی صورت گرفته است. تغییرات موقعیت مرکز جرم میله پایه که در وسط آن قرار گرفته و محل اتصال ساختار موازی و سری است در شکل‌های 8 و 9 نمایش داده می‌شود. همچنین تغییر زاویه‌ی دوران θ_z نیز در شکل 10 مقایسه شده است.

در ادامه برای نمایش برقرار بودن شرط کشش مثبت در کابل‌ها، نیروی کابل‌های اول و دوم مکانیزم موازی در شکل‌های 11 و 12 برای هر دو مدل ترسیم شده‌اند. مدل مرکب از تعداد محرکه‌های بیشتری برخوردار است. گشتاور موتورهای قسمت سری (شکل‌های 13 و 14) که موجب حرکت دورانی مفصل دولینکی مطابق شکل‌های 15 و 16 می‌گردد، نیز در انتهای شبیه‌سازی حاصل شده است.



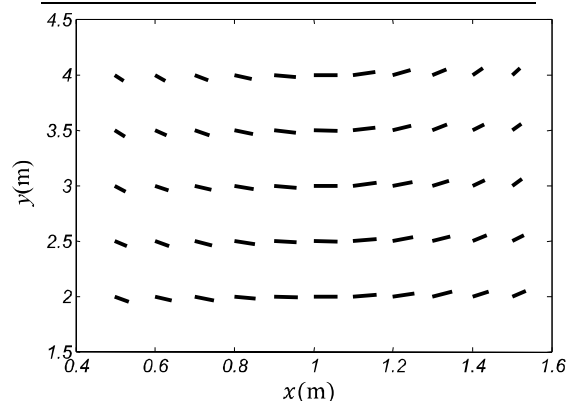
شکل 8 موقعیت افقی نقطه‌ی وسط پایه در دو مدل



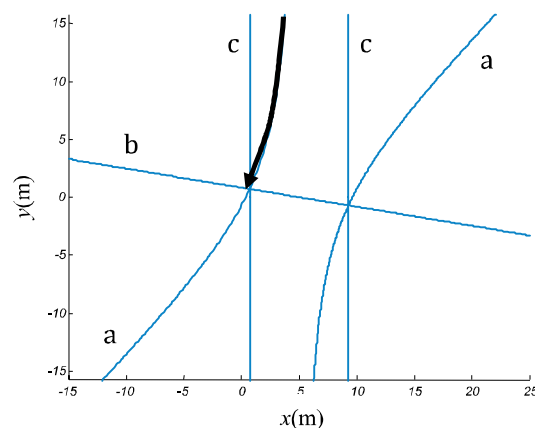
شکل 9 موقعیت عمودی نقطه‌ی وسط پایه در دو مدل

جدول 1 پارامترهای مدل‌های شبیه‌سازی شده

واحد	مقدار	پارامتر
kg	$m = 2$	جرم اعضا
kg	$m_1 = m_2 = 2$	جرم بار انتهایی در مدل 1
kg	$m_p = 5$	جرم بار انتهایی در مدل 2
kg.m ²	$I_1 = I_2 = 0.04$ $I_{zz} = 0.125$	ممان اینرسی اعضا
m	$L_1 = L_2 = a = 0.1$	طول اعضا
m	$2b = 2$	فاصله‌ی محور موتورها
N.m	$\tau_1^+ = \tau_2^+ = \pm 2$	محدوده‌ی گشتاور موتورها
N	$T_{1max} = T_{2max} = 80$	حداکثر کشش مجاز کابل‌ها



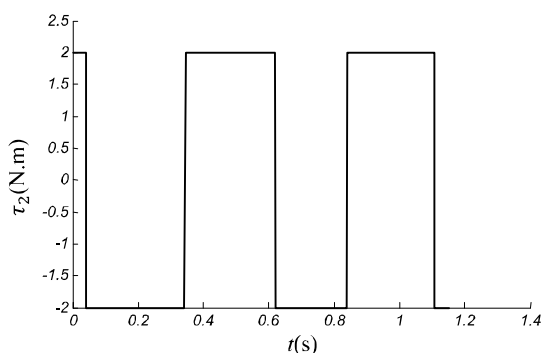
شکل 6 زاویه پایه در مختصات‌های مختلف



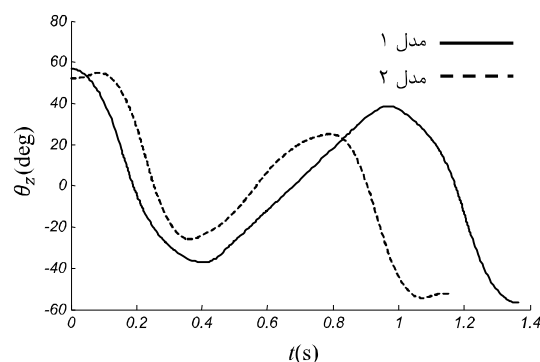
شکل 7 فضای کاری ربات کابلی صفحه‌ای به ازای $\theta_z = \pi/4$ ($b = 5m, a = 1m$)

این منحنی مسیری است که مرکز میله‌ی انتهایی باید روی آن حرکت کند تا زاویه‌ی آن بر روی مقدار مشخص شده ثابت باقی بماند. این مسیر برای هر زاویه متفاوت بوده و برای هر زاویه تنها یک مسیر منحصر به فرد وجود دارد. در مدل مرکب طبق تحلیل سینماتیک وارون، با مشخص بودن موقعیت و زاویه بار انتهایی می‌توان مقادیر اولیه و انتهایی را برای متغیرهای حالت محاسبه نمود.

برای ربات‌های کابلی، تعیین فضای کاری ربات با توجه به دو محدودیت صورت می‌گیرد. اولین محدودیت عدم امکان اعمال فشار توسط کابل‌ها می‌باشد یا به عبارت دیگر کشش در کابل‌ها نمی‌تواند منفی باشد. محدودیت دوم به علت محدودیت در حداکثر طول کابل‌ها است که در اینجا از این محدودیت صرف نظر شده است. همچنین مقدار گشتاور تولیدی موتورهای بازو و حداکثر کشش مجاز کابل‌ها محدود است. با توجه به موارد ذکر شده، قید ورودی‌های کنترل و حالت‌ها به صورت زیر تعریف می‌گردد

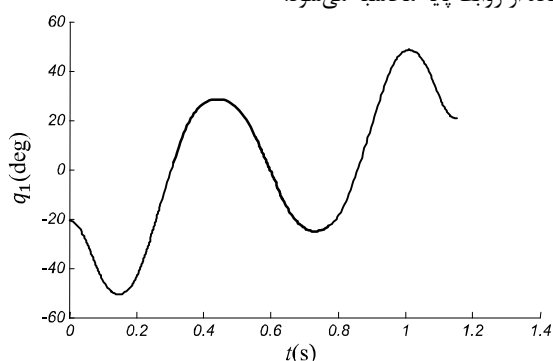


شکل 14 گشتاور موتور لینک دوم در مدل مرکب

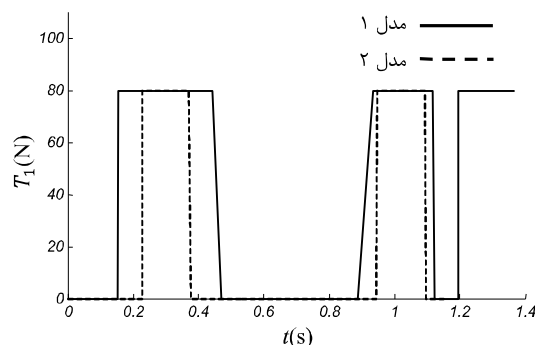


شکل 10 زاویه‌ی پایه در دو مدل

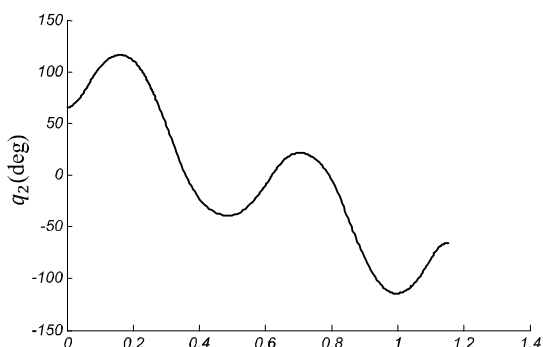
زمان بهینه‌ی حرکت برای ربات موازی کابلی (مدل 1) 1/364 ثانیه و برای مدل مرکب (مدل 2) 1/152 ثانیه می‌باشد. آنچه در نگاه اول به نظر می‌رسد، این است که صرف توان مصرفی بیشتر منجر به افزایش سرعت و در نتیجه زمان طی مسیر کوتاه‌تر می‌شود. برای بررسی دقیق‌تر این واقعیت و صحت ادعای مقاله، با توجه به نتایج شبیه‌سازی، توان مکانیکی در دو مدل با استفاده از روابط پایه محاسبه می‌شود.



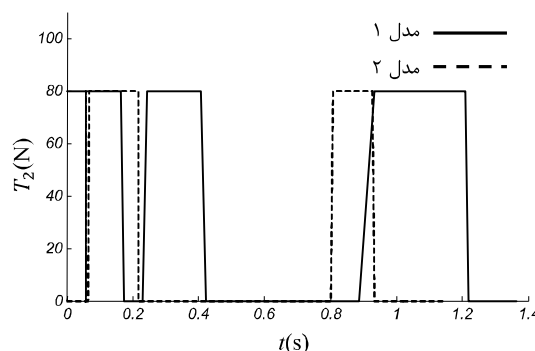
شکل 15 زاویه‌ی لینک اول در مدل مرکب



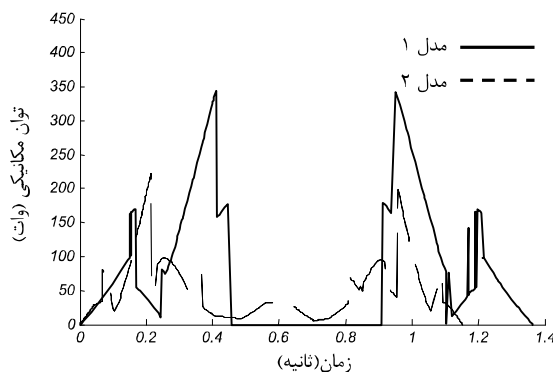
شکل 11 کشش کابل اول در دو مدل



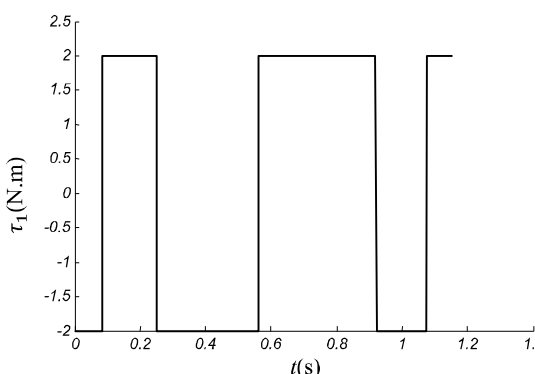
شکل 16 زاویه‌ی لینک دوم در مدل مرکب



شکل 12 کشش کابل دوم در دو مدل



شکل 17 توان مکانیکی در دو مدل



شکل 13 گشتاور موتور لینک اول در مدل مرکب

$$\begin{aligned}
 & -(m_1 L_{c1} + m_p L_1) \cos(q_1 + \theta_z) \\
 & + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 \theta_z) \sin(q_1 + \theta_z) \dot{q}_1 \\
 & + [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \\
 & + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \\
 & + 2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 c_2 = & -[(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & \quad + m_2 L_1 \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1^2 \\
 & - [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & \quad + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & \quad + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 \theta_z) \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1 \\
 & - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \\
 & - [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \\
 & - 2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 c_3 = & -[(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & \quad + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \cos(q_1 + \theta_z) \\
 & \quad - (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 \theta_z) \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{x} \\
 & + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & \quad + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & \quad + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 \theta_z) \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{y} \\
 & - [(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2] \dot{q}_2 \\
 & - (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_2^2 - 2 (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
 c_4 = & \sin q_2 (m_2 L_1 L_{c2}) \dot{q}_1^2 \\
 & - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{x} \\
 & + [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{y} \\
 & + [(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2] \dot{q}_1
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 & - (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_2^2 - 2 (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
 c_4 = & \sin q_2 (m_2 L_1 L_{c2}) \dot{q}_1^2 \\
 & - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{x} \\
 & + [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{y} \\
 & + [(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \theta_z \\
 & \quad + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2] \dot{q}_1
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 = G_2 = & 0 \\
 G_3 = & - (m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) \theta_z \\
 & - (m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 G_4 = & (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \theta_z^2 \sin q_2 \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & + m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2 \\
 G_5 = & - [m_p (L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 \\
 & \quad + m_2 (L_1^2 + L_{c2}^2 + 2 L_1 L_{c2} \cos q_2)] \theta_z \\
 & - (m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 = G_2 = & 0 \\
 G_3 = & - (m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) \theta_z \\
 & - (m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 G_4 = & (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \theta_z^2 \sin q_2 \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & + m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2 \\
 G_5 = & - [m_p (L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 \\
 & \quad + m_2 (L_1^2 + L_{c2}^2 + 2 L_1 L_{c2} \cos q_2)] \theta_z \\
 & - (m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 = G_2 = & 0 \\
 G_3 = & - (m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) \theta_z \\
 & - (m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 G_4 = & (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \theta_z^2 \sin q_2 \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & + m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2 \\
 G_5 = & - [m_p (L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 \\
 & \quad + m_2 (L_1^2 + L_{c2}^2 + 2 L_1 L_{c2} \cos q_2)] \theta_z \\
 & - (m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
 \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 = G_2 = & 0 \\
 G_3 = & - (m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) \theta_z \\
 & - (m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 G_4 = & (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \theta_z^2 \sin q_2 \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & + m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2 \\
 G_5 = & - [m_p (L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 \\
 & \quad + m_2 (L_1^2 + L_{c2}^2 + 2 L_1 L_{c2} \cos q_2)] \theta_z \\
 & - (m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 G_1 = G_2 = & 0 \\
 G_3 = & - (m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) \theta_z \\
 & - (m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 G_4 = & (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \theta_z^2 \sin q_2 \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & + m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2 \\
 G_5 = & - [m_p (L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 \\
 & \quad + m_2 (L_1^2 + L_{c2}^2 + 2 L_1 L_{c2} \cos q_2)] \theta_z \\
 & - (m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) q_1 \\
 & - (m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z) \\
 & - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
 \end{aligned} \tag{23}$$

9- مراجع

- [1] J. Albus, R. Bostelman, N. Dagalakis, "The NIST robocrane," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, pp. 709-724, 1993.
- [2] J.-P. Merlet, "Parallel Robots," *Kluwer Academic Publisher*, Dordrecht, 2000.
- [3] S. Behzadipour, A. Khajepour, "stiffness of cable-based parallel manipulators with application to stability analysis," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 11, pp. 303-310, 2006.
- [4] M. Bamdad, S. Faroghi, "Stability measure for a parallel cable driven robot," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 25-34, 2013.
- [5] A. Fattah, S. K. Agrawal, "On the design of cable-suspended planar parallel robots," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 127, No. 5, pp. 1021-1028, 2006.
- [6] M. Carricato, J. P. Merlet, "Geometrico-static analysis of under-constrained cable-driven parallel robots: a general theory," *IEEE Transactions on Robotics*, submitted, 2011.
- [7] M. H. Korayem, M. Bamdad, "Dynamic load-carrying capacity of cable-suspended parallel manipulators," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 44, pp. 829-840, 2010.

$$\begin{aligned}
 E_1 = T_1 \| \dot{l}_1 \| + T_2 \| \dot{l}_2 \| \\
 E_2 = T_1 \| \dot{l}_1 \| + T_2 \| \dot{l}_2 \| + |\tau_1 \dot{q}_1| + |\tau_2 \dot{q}_2|
 \end{aligned} \tag{27}$$

که در رابطه‌ی (27)، E_1 توان مکانیکی مصرفی دو محرکه کابلی در مدل 1 و E_2 توان مکانیکی مصرفی دو محرکه کابلی و موتورهای بازوها در مدل 2 است. بدین ترتیب نمودار توان مکانیکی مصرفی بر حسب زمان حاصل می‌گردد. نمودار شکل 17 نشان می‌دهد که مدل مرکب سری- موازی سطوح توان مصرفی پایین‌تر را به خود اختصاص داده است.

7- نتیجه گیری

در این مقاله، یک مکانیزم مرکب از ربات سری و موازی ارائه شد و برای این مکانیزم مدل‌سازی دینامیکی و سینماتیکی و طراحی مسیر بهینه‌ی حرکت انجام شده است. در استخراج معادلات سینماتیک، روابط هندسی و استاتیک به‌طور همزمان حل و در مدل‌سازی دینامیکی، با تلفیق روش نیوتون-اولیور و لاگرانژ فرم بسته‌ی معادلات دینامیک استخراج گردید. در طراحی مسیر بهینه، هدف حرکت بین دو نقطه در حداقل زمان با توجه به محدودیت کشش کابل‌ها و گشتاورهای موتورها بود. با تعریف مسأله‌ی بهینه‌سازی، و حل مسأله با استفاده از روش مستقیم، نتایج حاصل گردید.

با توجه به نتایج و قیاس ربات کابلی صفحه‌ای و مدل مرکب ملاحظه شد که مدل مرکب ارائه شده علاوه بر فراهم آوردن امکان کنترل زاویه‌ی بار انتهایی، دارای زمان بهینه‌ی حرکت و توان مکانیکی مصرفی کمتر است. با توجه به این نتایج می‌توان به مزیت‌های مدل مرکب ارائه‌شده در موارد مختلف پی برد.

اگر چالش‌های ربات‌های کابلی دقیق بررسی گردد، نقش توانایی جهت‌گیری ربات در توسعه‌ی فضای کاری و افزایش چابکی ربات روشن‌تر می‌شود. در این مقاله توانایی جهت‌گیری با تمرکز روی قابلیت چرخش هدف قرار گرفت. کاهش زمان مسیر بهینه به میزان 15% و همزمان کاهش توان مصرفی به میزان 21% برای مدل مرکب سری- موازی نشانگر موفقیت طراحی در قیاس با مدل موازی است.

8- پیوست

$$m_{11} = m_1 + m_2 + m_p \tag{1}$$

$$m_{12} = m_{21} = 0 \tag{2}$$

$$m_{13} = m_{31} = - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) - m_2 L_1 \cos(q_1 + \theta_z) \tag{3}$$

$$m_{14} = m_{41} = - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{4}$$

$$m_{15} = m_{51} = 0 \tag{5}$$

$$m_{22} = m_1 + m_2 + m_p \tag{6}$$

$$m_{23} = m_{32} = - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) - m_2 L_1 \sin(q_1 + \theta_z) \tag{7}$$

$$m_{24} = m_{42} = - (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{8}$$

$$m_{25} = m_{52} = 0 \tag{9}$$

$$m_{33} = m_2 (L_{c2}^2 + L_1^2) + m_p L_2^2 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \cos q_2 + I_1 + I_2 \tag{10}$$

$$m_{34} = m_{43} = m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1 L_{c2} \cos q_2 + I_2 \tag{11}$$

$$m_{35} = m_{53} = I_1 + I_2 \tag{12}$$

$$m_{44} = m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + I_2 \tag{13}$$

$$m_{45} = m_{54} = I_2 \tag{14}$$

$$m_{55} = I_1 + I_2 \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 c_1 = & [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
 & \quad + m_2 L_1 \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1^2 \\
 & + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
 \end{aligned} \tag{16}$$

- [15] M. H. Korayem, H. Tourajizadeh, and M. Bamdad, "Dynamic load carrying capacity of flexible cable suspended robot: robust feedback linearization control approach," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 60, pp. 341-363, 2010.
- [16] M. Korayem and M. Bamdad, "Dynamic load-carrying capacity of cable-suspended parallel manipulators," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 44, pp. 829-840, 2009.
- [17] M. Korayem, H. Tourajizadeh, M. Jalali, and E. Omid, "Optimal Path Planning of Spatial Cable Robot using Optimal Sliding Mode Control," *Int. J. Adv. Robot. Syst*, vol. 9, 2012.
- [18] M. Korayem, E. Davarzani, and M. Bamdad, "Optimal trajectory planning with dynamic load carrying capacity of flexible cable-suspended manipulator," *Sci. Iran. Trans. B*, vol. 17, pp. 315-326, 2010.
- [19] S. Behzadipour and A. Khajepour, "Time-optimal trajectory planning in cable-based manipulators," *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 22, pp. 559-563, 2006.
- [20] M. Bamdad, "Time-energy optimal trajectory planning of cable-suspended manipulators," *In Cable-Driven Parallel Robots*, pp. 41-51. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [21] F. Fahroo, I. M. Ross, "Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method," *Journal of Guidance Control and dynamics*, Vol. 25, No. 1, pp. 160-166, 2002.
- [8] M. H. Korayem, M. Bamdad, R. M. Zehtab, M. Iranpour, "First Experimental Results of Load Carrying Capacity for a Planar Cable-suspended Manipulator," *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*, Vol. 3, No. 4, pp. 11-16, 2010.
- [9] A. Trevisani, P. Gallina, R. L. Williams II, "Cable-direct-driven robot (CDDR) with passive SCARA support: theory and simulation," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 46, No. 1, pp. 73-94, 2006.
- [10] D. Jian, S. Pares, "Orientation capability of planar manipulators using virtual joint angle analysis," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 38, No. 3, pp. 241-252, 2003.
- [11] X. J. Liu, I. A. Bonev, "Orientation capability, error analysis, and dimensional optimization of two articulated tool heads with parallel kinematics," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 130, No. 1, 2008.
- [12] H. Osumi, Y. Utsugi, M. Koshikawa, "Development of a Manipulator Suspended by Parallel Wire Structure," *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 1, pp. 498-503, 2000.
- [13] T. Chettibi, H. Lehtihet, M. Haddad, and S. Hanchi, "Minimum cost trajectory planning for industrial robots," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 23, pp. 703-715, 2004.
- [14] M. H. Korayem, M. Bamdad, H. Tourajizadeh, A. H. Korayem, and S. Bayat, "Analytical design of optimal trajectory with dynamic load-carrying capacity for cable-suspended manipulator," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 60, pp. 317-327, 2012.