



# تحلیل رفتار تیرهای ساندویچی با هسته انعطاف پذیر تحت بار ضربه سرعت پایین با استفاده از تئوری مرتبه بالای غیرخطی

سهیل داریوشی<sup>1\*</sup>، مجتبی صدیقی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، تهران  
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه امیر کبیر، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 14977-13115، s.dariushi@ippi.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 30 اردیبهشت 1394  
پذیرش: 05 مرداد 1394  
ارائه در سایت: 31 مرداد 1394  
کلید واژگان:  
سازه ساندویچی  
ضربه سرعت پایین  
تحلیل غیرخطی  
تئوری مرتبه بالا

## چکیده

در این مقاله تئوری غیرخطی مرتبه بالای سازه‌های ساندویچی برای تحلیل رفتار یک تیر ساندویچی تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین ارائه شده است. در این تئوری، روابط سینماتیکی با در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی بر اساس کرنش فون-کارمن نوشته شد و سازه ساندویچی به سه جزء رویه بالایی، هسته و رویه پایینی تقسیم گردید. رویه‌ها به صورت تیر تیموشنکو و هسته به صورت یک جسم دوبعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود، مدل‌سازی شد. پس از ارائه فرمول بندی، معادلات با استفاده از روش ریتز استخراج و با بکارگیری روش رانگ-کوتا حل شد. با استفاده از این تئوری، نتایج مربوط به برخورد ضربه زننده استوانه‌ای صلب با یک تیر ساندویچی در سرعت‌های مختلف محاسبه گردید. در قسمت تجربی، تیرهای ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی و هسته‌های از جنس لانه زنبوری نومکس به ضخامت 10 میلیمتر ساخته شدند و تحت آزمایش قرار گرفتند. مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی با نتایج آزمون‌های تجربی نشان داد که تئوری غیرخطی ارائه شده به خوبی می‌تواند رفتار تیر ساندویچی را پس از برخورد ضربه زننده در سرعت‌های مختلف پیش بینی نماید. به منظور مقایسه بهتر نتایج تحلیلی خطی نیز در کنار نتایج غیرخطی ارائه شد. بعلاوه در یک مطالعه پارامتری تأثیر پارامترهای هندسی مانند طول تیر، ضخامت هسته و ضخامت رویه بر میزان اختلاف بین نتایج تحلیلی خطی و غیرخطی برای تیرهای ساندویچی تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

## A nonlinear high order theory for analysis of sandwich beam with flexible core under low velocity impact

Soheil Dariushi<sup>1\*</sup>, Mojtaba Sadighi<sup>2</sup>

1-Iran Polymer and Petrochemical Institute, Tehran, Iran  
2-Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 14977-13115 Tehran, Iran, s.dariushi@ippi.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 20 May 2015  
Accepted 27 July 2015  
Available Online 22 August 2015

**Keywords:**  
Sandwich beam  
Low velocity impact  
Nonlinear analysis  
High order sandwich panel theory

### ABSTRACT

A novel geometrically nonlinear high order sandwich panel theory for a sandwich beam under low velocity impact is presented in this paper. The equations are derived based on high order sandwich panel theory in which the Von-Karman strains are used. The model uses Timoshenko beam theory assumptions for behavior of the face sheets. The core is modeled as a two dimensional linear elastic continuum that possesses shear and vertical normal and also in-plane rigidities. Nonlinear equations for a simply supported sandwich beam are derived using Ritz method in conjunction with minimum potential energy principle. After obtaining nonlinear results based on this enhanced model, simplification was applied to derive the linear model in which kinematic relations for face sheets and core reduced based on small displacement theory assumptions. A parametric study is done to illustrate the effect of geometrical parameters on difference between results of linear and nonlinear models. Also, to verify the analytical predictions some low velocity impact tests were carried out on sandwich beams with Aluminum face sheets and Nomex cores. In all cases good agreement is achieved between the nonlinear analytical predictions and experimental results.

### 1- مقدمه

خودرو سازی کاربرد دارند. این مواد به واسطه سفتی و مقاومت ویژه بالا، عایق بودن نسبی در برابر حرارت و صدا، قابلیت ساخت و پایداری مناسب مقبولیت ویژه‌ای یافته‌اند [1]. ساختار سازه‌های ساندویچی عموماً از رویه بالایی، هسته

امروزه سازه‌های ساندویچی بطور وسیعی در صنایع هوا فضا، صنایع دریایی و

Please cite this article using:

S. Dariushi, M. Sadighi, A nonlinear high order theory for analysis of sandwich beam with flexible core under low velocity impact, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 381-388, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

سرعت‌های اولیه مختلف، با سازه ساندویچی مدلسازی و تحلیل شد. نوآوری معرفی شده در این تحلیل آن بود که رویه‌های بالایی و پایینی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مدلسازی شده بود.

هرچند که تحلیل سازه‌های ساندویچی تحت بار ضربه سرعت پایین با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی مختلف همواره مورد توجه پژوهشگران بوده اما در مراجع محدودی به تحلیل رفتار ضربه، با استفاده از تئوری مرتبه بالای سازه ساندویچی پرداخته شده است. در کلیه مراجعی که از روش مرتبه بالای ساندویچ بهره برده‌اند [13-15] از معادلات سینماتیکی خطی برای رویه‌ها و هسته استفاده شده و تأثیر در نظر گرفتن روابط غیرخطی هندسی در هیچ یک از کارهای انجام شده تاکنون گزارش نشده است. در حالیکه در بسیاری از سازه‌های ساندویچی به دلیل بزرگی سازه‌ها، نازکی رویه‌ها و نرمی هسته، تغییر شکل‌های اجزای سازه ساندویچی تغییر شکل‌هایی بزرگ است که تئوری‌های خطی با درصد خطای بالایی به پیش‌بینی میزان این تغییر شکل‌ها می‌پردازند. به همین دلیل در مقاله حاضر روابط سینماتیکی رویه‌ها و هسته بر اساس فرض تئوری تغییر شکل‌های بزرگ نوشته شده و از روابط مربوط به کرنش فون-کارمن استفاده شده است.

در سازه‌های ساندویچی با توجه به مقاومت بسیار زیاد رویه‌ها نسبت به هسته، فرض صفر بودن تنش‌ها و یا مقاومت داخل صفحه‌ای هسته بسیار مرسوم است [1]. ولی با افزایش مدول الاستیسیته و سفتی هسته نسبت به رویه خطای در نظر گرفتن فرض فوق افزایش می‌یابد، از این رو در مقاله حاضر به منظور افزایش دقت و قابل اعتماد بودن تئوری ارائه شده برای جنس‌های مختلف هسته و رویه با هر نسبت مدول الاستیسیته، مقاومت درون صفحه‌ای هسته نیز در نظر گرفته شد.

پس از انجام فرمول بندی، استخراج و حل کامل معادلات، برای بررسی صحت نتایج بدست آمده، مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج بدست آمده از آزمون‌های تجربی انجام گرفت. در قسمت تجربی، تیرهای ساندویچی با جنس رویه آلومینیومی و جنس هسته لانه زنبوری نومکس در آزمایشگاه ساخته شد و آزمون ضربه سرعت پایین بر روی آن‌ها صورت گرفت. به منظور مقایسه بهتر، نتایج تحلیلی مربوط به حل مرتبه بالای خطی نیز در کنار نتایج تجربی و نتایج تحلیل غیرخطی ارائه شد تا تأثیر در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ به خوبی مشخص شود.

در قسمت پایانی نیز در یک مطالعه پارامتری تأثیر پارامترهای مختلف مانند طول تیر ساندویچی، ضخامت رویه‌ها و ضخامت هسته بر میزان اختلاف بین تحلیل خطی و غیرخطی ارائه شد.

## 2- قسمت تحلیلی

برای استخراج تئوری ضربه غیرخطی مرتبه بالای سازه ساندویچی، رویه‌های بالایی و پایینی با استفاده از روابط مرتبه اول برشی و هسته به صورت یک جسم دوبعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود با استفاده از روابط الاستیسیته مدلسازی شده است. روابط سینماتیکی رویه‌ها و هسته با استفاده از تانسور کرنش فون-کارمن نوشته شده و فرض می‌شود که هسته در برابر بارهای برشی، عمودی و درون صفحه‌ای از خود مقاومت نشان می‌دهد. بعلاوه در کل طول مدت ضربه در کلیه نقاط تماس، اتصال بین رویه‌ها و هسته کامل فرض می‌شود. هندسه تیر ساندویچی و ضربه زننده و دستگاه مختصات مفروض برای رویه بالایی، هسته و رویه پایینی در شکل 1 نشان داده شده است.

و رویه پایینی تشکیل می‌شود. برای ساختن این سازه‌ها رویه‌های فلزی و یا کامپوزیتی به لانه زنبوری‌های آلومینیومی یا نومکس و یا هسته‌های فومی و چوب بالسا چسبانده می‌شوند [2]. معمولاً نسبت ضخامت هسته به رویه در سازه‌های ساندویچی زیاد است که این امر موجب افزایش استحکام خمشی بدون افزایش قابل توجهی در وزن سازه می‌گردد [3]. رویه‌ها از موادی با سفتی و استحکام بالا ساخته می‌شوند که چگالی قابل توجهی دارند، ولی هسته‌ها عموماً دارای چگالی کم و سفتی پایین‌تری نسبت به رویه‌ها می‌باشند. سفتی هسته در راستای عمود بر رویه‌ها باید به اندازه‌ای باشد که بتواند رویه‌ها را در فاصله طراحی شده نگه داشته و سفتی خمشی کلی سازه را تأمین نماید. استحکام برشی هسته نیز باید به اندازه کافی بالا باشد تا در هنگام خمش سازه، رویه‌ها نسبت به یکدیگر لغزش نداشته باشند، در غیر این صورت خاصیت ساندویچ بودن از بین می‌رود و رویه‌ها مانند تیر یا ورق‌های مجزا عمل می‌کنند [4,5]. در سازه‌های ساندویچی با هسته‌های انعطاف پذیر، نرمی و تراکم پذیری هسته رفتار کلی سازه را تحت تأثیر قرار داده و باعث می‌شود استفاده از تئوری‌هایی که قابلیت مدلسازی این رفتار هسته را ندارند، منجر به حصول نتایج با خطای زیادی شود.

در دهه‌های اخیر تئوری‌هایی با قابلیت مدلسازی فشرده‌گی هسته در سازه‌های ساندویچی تحت بارگذاری‌های مختلف، توسط محققین ارائه شده است. اغلب این تئوری‌ها و روش‌ها از نظر محاسباتی پیچیده و زمانبر هستند [6-8]. یکی از این روش‌ها که به نسبت دیگر تئوری‌ها از پیچیدگی و حجم محاسبات کمتری برخوردار است، در سال 1992 توسط فراستیگ و همکارانش ارائه شد [9]. در این تئوری که تئوری مرتبه بالای سازه ساندویچی نامگذاری شده، سازه ساندویچی به سه ناحیه رویه بالایی، جسم سه بعدی هسته و رویه پایینی تقسیم می‌شود که در آن، رویه‌های بالایی و پایینی از روابط ورق یا تیر پیروی کرده و هسته طبق تئوری الاستیسیته مدلسازی می‌شود. با اعمال شرایط پیوستگی جابجایی‌ها در کلیه نقاط تماس هسته و رویه‌ها، معادلات سه ناحیه با یکدیگر مرتبط شده و با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل بدست آمده، رفتار کلیه اجزاء سازه از جمله میزان فشرده‌گی هسته محاسبه می‌شود.

تاکنون از تئوری مرتبه بالای سازه ساندویچی برای مطالعه رفتار تیر، ورق و پوسته‌های ساندویچی با شرایط مرزی مختلف تحت بارگذاری‌های استاتیکی و دینامیکی استفاده شده است [10-12]. بررسی رفتار سازه‌های ساندویچی تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین با استفاده از این تئوری اولین بار توسط یانگ و همکارانش [13] گزارش شد. در این مقاله آن‌ها به بررسی رفتار یک تیر ساندویچی با هسته نرم در برابر بار ضربه پرداختند و نتایج بدست آمده را با نتایج حل عددی حاصل از تحلیل المان محدود با استفاده از نرم افزار ال‌اس‌داینا و هم چنین نتایج تجربی موجود در مقالات، مقایسه نمودند. مقایسه‌های انجام شده توانایی مناسب مدل برای پیش‌بینی رفتار تیر ساندویچی در برابر بار ضربه را مورد تأیید قرار داد.

یانگ و همکارانش در کار بعدی [14] لایه چینی رویه‌ها را نامتقارن فرض کردند و تأثیر شرایط مرزی مختلف بر رفتار سازه را مورد بررسی قرار دادند. روند تحلیل و پارامترهای سنجیده شده کاملاً شبیه به مقاله قبلی آن‌ها [15] بود.

در ادامه این مسیر و ارتقاء تئوری مرتبه بالای سازه‌های ساندویچی، ملک زاده و همکارانش [15] به بررسی رفتار سازه‌های ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته نرم تحت ضربه سرعت پایین ضربه زننده‌های سبک وزن پرداختند. در این مقاله برخورد همزمان چندین ضربه زننده با جرم‌ها و

با فرض تغییر شکل‌های غیرخطی در هسته، معادلات کرنش - تغییر مکان بر اساس روابط کرنش فون-کارمن به شکل زیر می‌باشد.

$$\varepsilon_{xx}^c = u_{,x}^c + \frac{1}{2}(w_{,x}^c)^2 \quad (12)$$

$$\varepsilon_{xz}^c = \frac{1}{2}(u_{,z}^c + w_{,x}^c) \quad (13)$$

$$\varepsilon_{zz}^c = w_{,z}^c \quad (14)$$

### 2-3- معادلات پیوستگی

معادلات پیوستگی جابجایی در راستای ضخامت و راستای داخل صفحه‌ای در فصل مشترک بین رویه بالایی و هسته ( $z=c/2$ ) و نیز رویه پایینی و هسته ( $z=-c/2$ ) به شکل زیر می‌باشد.

$$w^c(x, -\frac{c}{2}, t) = w^t(x, t) \quad (15)$$

$$u^c(x, -\frac{c}{2}, t) = u_0^t(x, t) + \frac{h}{2}\varphi_0^t(x, t) \quad (16)$$

$$w^c(x, \frac{c}{2}, t) = w^b(x, t) \quad (17)$$

$$u^c(x, \frac{c}{2}, t) = u_0^b(x, t) - \frac{h}{2}\varphi_0^b(x, t) \quad (18)$$

با جاگذاری معادلات (10) و (11) در روابط (15) تا (18) و انجام عملیات ریاضی مورد نیاز و سپس ساده سازی روابط، می‌توان نوشت.

$$w^c(x, z, t) = w_0^c(x, t) + \left[ \frac{1}{c}(w^b(x, t) - w^t(x, t)) \right] z_c + \left[ \frac{2}{c^2}(w^t(x, t) + w^b(x, t) - 2w_0^c(x, t)) \right] z_c^2 \quad (19)$$

$$u^c(x, z, t) = u_0^c(x, t) + \varphi_0^c(x, t)z_c + \frac{2}{c^2} \left[ u_0^t(x, t) + \frac{h}{2}\varphi_0^t(x, t) + u_0^b(x, t) - \frac{h}{2}\varphi_0^b(x, t) - 2u_0^c(x, t) \right] z_c^2 - \frac{4}{c^3} \left[ u_0^t(x, t) + \frac{h}{2}\varphi_0^t(x, t) - u_0^b(x, t) + \frac{h}{2}\varphi_0^b(x, t) + cu_0^c(x, t) \right] z_c^3 \quad (20)$$

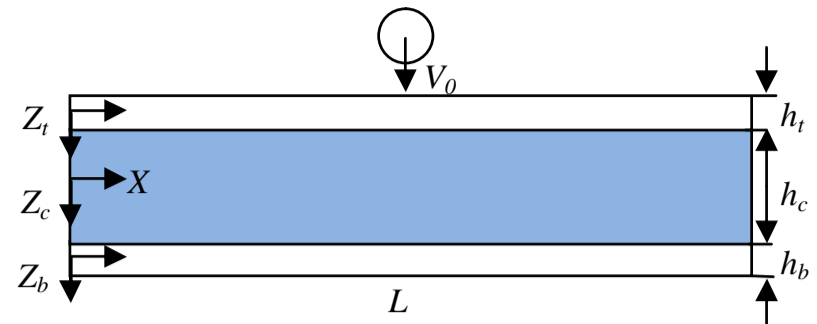
همانگونه که مشاهده می‌شود، تعداد متغیرهای مربوط به مؤلفه‌های تغییر مکان هسته با کمک روابط پیوستگی جابجایی‌ها از 7 متغیر به 3 متغیر کاهش یافت و 4 متغیر ( $u_2, w_2, w_1, u_3$ ) بر حسب سایر متغیرهای رویه‌ها و هسته نوشته شدند. معادلات کرنش - تغییر مکان بر حسب متغیرهای مستقل را می‌توان از جایگذاری معادلات (19) و (20) در معادلات (12) تا (14) بدست آورد. پس از محاسبه کرنش در هسته و برای بدست آوردن تنش‌های متناظر، باید از معادلات ساختاری (21) استفاده کرد.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^i \\ \sigma_{zz}^i \\ \sigma_{xz}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}^c & \bar{C}_{13}^c & 0 \\ \bar{C}_{13}^c & \bar{C}_{33}^c & 0 \\ 0 & 0 & 2\bar{C}_{55}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^c \\ \varepsilon_{zz}^c \\ \varepsilon_{xz}^c \end{bmatrix} \quad (21)$$

در رابطه فوق،  $C_{ij}$  ها مؤلفه‌های ماتریس سفتی هستند. برای مواد ایزوتروپ و ارتوتروپ المان‌های ماتریس سفتی مربوطه بر حسب ثوابت الاستیک در مرجع [16] موجود است.

### 2-4- روش رینتز

انرژی پتانسیل کل ( $\Pi$ ) از سه بخش انرژی جنبشی ( $T$ )، انرژی کرنشی ( $U$ ) و



شکل 1 هندسه ضربه زننده، تیر ساندویچی و دستگاه مختصات مفروض برای رویه بالایی، هسته و رویه پایینی

### 2-1- معادلات رویه‌ها

جابجایی در رویه بالایی و پایینی بر اساس فرض‌های تئوری مرتبه اول برشی به صورت (1) و (2) است.

$$u^i(x, z, t) = u_0^i(x, t) + z\varphi_0^i(x, t) \quad (1)$$

$$w^i(x, z, t) = w_0^i(x, t) \quad (2)$$

در حالیکه بالانویس  $i$  ( $i = t, b$ ) نشان دهنده رویه بالایی و پایینی است.  $u_0$  و  $w_0$  و  $\varphi_0$  به ترتیب جابجایی نقاط صفحه میانی در جهات  $X$  و  $Z$  و دوران حول محور  $Y$  در لحظه  $t$  می‌باشند. روابط سینماتیکی رویه‌ها بر اساس کرنش فون-کارمن به صورت روابط (3) تا (5) خواهد بود.

$$\varepsilon_{xx}^i = u_{,x}^i + \frac{1}{2}(w_{,x}^i)^2 = u_{0,x}^i + \frac{1}{2}(w_{0,x}^i)^2 + z\varphi_{,x}^i \quad (3)$$

$$\varepsilon_{xz}^i = \frac{1}{2}(u_{,z}^i + w_{,x}^i) = \frac{1}{2}(\varphi_0^i + w_{0,x}^i) \quad (4)$$

$$\varepsilon_{zz}^i = w_{,z}^i = 0 \quad (5)$$

رابطه بین تنش کوشی و کرنش فون-کارمن از معادلات ساختاری (6) و (7) بدست می‌آید.

$$\sigma_{xx}^i = C_{11}^i \varepsilon_{xx}^i \quad (6)$$

$$\tau_{xz}^i = 2C_{55}^i \varepsilon_{xz}^i \quad (7)$$

با استفاده از روابط (6) و (7) می‌توان تنش‌های رویه‌ها را بر حسب کرنش‌ها بدست آورد. در این روابط،  $C_{ij}$  ها مؤلفه‌های ماتریس سفتی هستند. برای مواد کامپوزیتی نحوه محاسبه  $C_{ij}$  ها در کتب مرجع کامپوزیت (مثل [16]) موجود است. برای مواد ایزوتروپ می‌توان نوشت.

$$C_{11}^i = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (8)$$

$$C_{55}^i = G \quad (9)$$

در روابط (8) و (9)،  $E$  مدول الاستیسیته،  $\nu$  ضریب پؤاسون و  $G$  مدول برشی ماده می‌باشد.

### 2-2- معادلات هسته

مؤلفه‌های تغییر مکان عمودی و صفحه‌ای در هسته، به ترتیب چند جمله‌ای‌هایی از مرتبه دو و سه به شکل (10) و (11) فرض می‌شوند.

$$w^c(x, z, t) = w_0^c(x, t) + w_1^c(x, t)z_c + w_2^c(x, t)z_c^2 \quad (10)$$

$$u^c(x, z, t) = u_0^c(x, t) + \varphi_0^c(x, t)z_c + u_2^c(x, t)z_c^2 + u_3^c(x, t)z_c^3 \quad (11)$$

در معادلات (10) و (11) بالانویس  $c$  نشان دهنده هسته است.  $u_0$  و  $w_0$  به ترتیب جابجایی عمودی و داخل صفحه‌ای در جهت  $X$  می‌باشند و  $\varphi_0$  شیب صفحه میانی در جهت  $X$  است. سایر ضرایب ( $u_2, w_2, w_1, u_3$ ) نیز ضرایب مجهولی هستند که با استفاده از پیوستگی تغییر مکان‌ها در فصل مشترک رویه بالایی و پایینی با هسته محاسبه می‌شوند.

با جایگذاری روابط فوق در روابط کرنش-جابجایی و تنش کرنش و قرار دادن نتایج در معادلات انرژی (23)، (24) و (27) و انجام محاسبات ریاضی، انرژی جنبشی، انرژی کرنشی و انرژی مربوط به کار نیروهای خارجی بر حسب متغیرهای مستقل جابجایی و مشتقات آنها نسبت به زمان بدست می‌آیند. انرژی پتانسیل کل سازه نیز طبق رابطه (22) بر حسب این متغیرها محاسبه می‌گردد. متغیرهای مستقل در نظر گرفته شده در مساله به شکل (34) می‌باشند.

$$\{Q_i\} = \left\{ \{U_m^{t,b,c}\}, \{W_m^{t,b,c}\}, \{\Phi_m^{t,b,c}\}, W^p \right\} \quad (34)$$

حال با استفاده از رابطه لاگرانژ می‌توان نوشت.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{Q}_i} \right) + \frac{\partial U}{\partial Q_i} = \frac{\partial W}{\partial Q_i} \quad (35)$$

برای هر یک از متغیرها، یک معادله از رابطه (35) استخراج می‌شود. این معادلات را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت.

$$[M]\{\ddot{Q}_i\} - [K(Q_i)]\{Q_i\} = [F(Q_i)] \quad (36)$$

در معادله فوق  $[M]$  ماتریس جرم و  $[K(Q_i)]$  ماتریس ضرایب غیرخطی است که هر یک از جملات آن می‌تواند تابعی از متغیرهای مستقل  $Q_i$  باشد. ماتریس  $[F]$  نیز بردار غیرخطی نیرو است. برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی فوق می‌توان از روش رانگ-کوتا فهل برگ<sup>1</sup> یا به طور خلاصه رانگ-کوتا<sup>2</sup> و میپل<sup>3</sup> وجود دارد، با اعمال شرایط اولیه زیر استفاده کرد [18]. البته لازم است که قبل از استفاده از این روش معادلات دیفرانسیل مرتبه دو موجود در مساله را با استفاده از روش فضای حالت به معادلات مرتبه یک کاهش داد.

$$\begin{cases} Q_i(t=0) = 0 \\ \dot{W}_p(t=0) = V_0 \end{cases} \quad (37)$$

در شرایط مرزی فوق نشان داده شده که مقادیر کلیه متغیرهای مستقل قبل از برخورد ضربه زنده برابر با صفر است و سرعت اولیه ضربه زنده (در لحظه برخورد) برابر با  $V_0$  می‌باشد. پس از حل معادلات مربوطه، کلیه متغیرهای مستقل بر حسب زمان مشخص می‌شوند. در نتیجه جابجایی هر نقطه از ورق در زمان‌های مختلف بدست می‌آید که با استفاده از آن می‌توان نمودارهای مختلفی از جمله نمودار نیروی تماسی-زمان و نیز نمودار تغییرات سرعت ضربه زنده و تغییرات انرژی بر حسب زمان را رسم نمود [13].

به منظور مقایسه نتایج حاصل از حل غیرخطی مرتبه بالا با حل بر پایه کرنش‌های خطی، تئوری ضربه مرتبه بالای ساندویچی بر پایه تغییر شکل‌های کوچک نیز استخراج گردید. برای این منظور باید معادلات کرنش-تغییر مکان که در رویه‌ها و هسته بر اساس کرنش فون-کارمن نوشته شده، به صورت زیر بر اساس تغییر شکل‌ها و دوران‌های کوچک جایگذاری شود.

$$\varepsilon_{xx}^{i,c} = u_{,x}^{i,c} \quad i = t, b \quad (38)$$

$$\varepsilon_{zz}^c = 0 \quad (39)$$

روابط سینماتیکی سازه بر اساس تغییر شکل‌ها و دوران‌های کوچک، با جایگزینی روابط (38) و (39) در روابط کرنش-تغییر مکان رویه‌ها و هسته بدست می‌آید. سایر مراحل حل مانند آنچه برای تئوری غیرخطی توضیح داده شد، می‌باشد. از این رو از تکرار این مراحل اجتناب شده است. در این تئوری دستگاه معادلات نهایی، به خاطر رابطه غیرخطی تماس همچنان غیرخطی است. ولی ماتریس ضرایب خطی است و این مساله کمک بزرگی به ساده

کار نیروهای خارجی ( $W$ ) تشکیل می‌شود.

$$\Pi = U + W + T \quad (22)$$

انرژی کرنشی سازه ساندویچی که از مجموع انرژی رویه‌ها و هسته تشکیل می‌شود، به صورت زیر بدست می‌آید.

$$U = \int \left( \frac{1}{2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz} \varepsilon_{xz} \right) dv_t + \int \left( \frac{1}{2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz} \varepsilon_{xz} \right) dv_b + \int \left( \frac{1}{2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \sigma_{xz} \varepsilon_{xz} \right) dv_c \quad (23)$$

با فرض اینکه تنها نیروی وارد بر سازه نیروی حاصل از برخورد ضربه زنده باشد، می‌توان کار نیروی خارجی را بر حسب متغیرهای مستقل موجود با استفاده از قانون تماس هرتز اصلاح شده با کمک نتایج تجربی، بدست آورد.

$$W = - \int_0^t F(t) dw_0 \quad (24)$$

رابطه بین نیروی تماسی و نفوذ ضربه زنده در ورق ساندویچی را می‌توان به صورت یک رابطه توانی به شکل (25) نوشت [17].

$$F(t) = K(\alpha_0(t))^n \quad (25)$$

در رابطه (25) ضریب سفتی تماس  $\alpha_0$  میزان نفوذ ضربه زنده در لحظه  $t$  می‌باشد. با رسم نمودار لگاریتمی  $F$  بر حسب  $\alpha$  می‌توان ضریب  $K$  و توان  $n$  را با کمک نتایج تجربی بدست آورد. از آنجا که میزان نفوذ ماکزیمم در هر لحظه برابر با اختلاف جابجایی ضربه زنده ( $Wp$ ) و جابجایی رویه بالایی ( $Wt$ ) در زیر نقطه تماس ضربه زنده و سازه ساندویچی می‌باشد. مقدار نفوذ بر حسب این متغیرها به شکل (26) بدست می‌آید.

$$\alpha_0(t) = w_p(t) - w^t(x_0, y_0, t) \quad (26)$$

انرژی جنبشی کل، از مجموع انرژی جنبشی سازه ساندویچی و ضربه زنده به شکل (27) بدست می‌آید.

$$T = \int \left( \frac{1}{2} \rho_t (\dot{u}_t^2 + \dot{w}_t^2) \right) dv_t + \int \left( \frac{1}{2} \rho_c (\dot{u}_c^2 + \dot{w}_c^2) \right) dv_c + \int \left( \frac{1}{2} \rho_b (\dot{u}_b^2 + \dot{w}_b^2) \right) dv_b + \frac{1}{2} M_p \dot{w}_p^2 \quad (27)$$

در رابطه فوق  $\rho_t$  و  $\rho_c$  و  $\rho_b$  به ترتیب چگالی رویه بالایی، هسته و رویه پایینی هستند و  $M_p$  جرم ضربه زنده می‌باشد.

با جایگذاری معادلات (23)، (24) و (27) در معادله (22) انرژی پتانسیل کل سازه محاسبه می‌گردد. برای استفاده از روش ریتز باید متغیرهای موجود در مساله به صورت توابعی که شرایط مرزی را ارضا می‌کنند بسط داده شوند. برای تیرهای با تکیه گاه ساده توابع پیشنهادی به صورت توابع چند جمله‌ای به شکل (28) تا (33) در نظر گرفته شدند.

$$u_0^i(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m^i(t) \left( \frac{x}{L} \right)^{m-1} \quad (28)$$

$$w_0^i(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m^i(t) \left( \frac{x}{L} \right)^{m-1} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \quad (29)$$

$$\varphi_0^i(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m^i(t) \left( \frac{x}{L} \right)^{m-1} \quad (30)$$

$$u_0^c(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m^c(t) \left( \frac{x}{L} \right)^{m-1} \quad (31)$$

$$w_0^c(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m^c(t) \left( \frac{x}{L} \right)^{m-1} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \quad (32)$$

$$\varphi_0^c(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m^c(t) \left( \frac{x}{L} \right)^{m-1} \quad (33)$$

1- Runge-Kutta-Fehlberg method (RKF45)

2- Matlab

3- Maple



جدول 1 خواص مکانیکی مواد اولیه	
آلومینیوم 2024-T3	لانه زنبوری
[19]	نومکس [20]
$E_1 = 295(\text{MPa})$	
$E_2 = 45/5(\text{MPa})$	
$E_3 = 5(\text{MPa})$	$E = 70(\text{GPa})$
$G_{12} = 65(\text{MPa})$	$\nu = 0/33(\text{GPa})$
$G_{23} = 23(\text{MPa})$	$\rho = 2780(\text{kg/m}^3)$
$\nu_{12} = 0/27$	
$\nu_{23} = 0/04$	
$\rho = 144(\text{kg/m}^3)$	

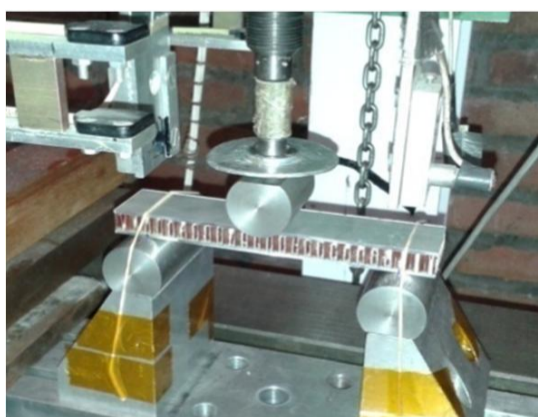
می‌شد. در هر آزمایش سرعت نهایی ضربه زننده قبل از برخورد با نمونه توسط یک سیستم اندازه‌گیری مشخص می‌شد، این سیستم از دو جفت سنسور لیزری که به فاصله طولی 30 میلی‌متر از هم قرار گرفته بودند، تشکیل شده بود. زمانی که طول می‌کشید تا ضربه زننده فاصله بین سنسور اول و دوم را طی کند، توسط یک زمانسنج با دقت هزارم ثانیه ثبت می‌شد. با تقسیم فاصله بین دو سنسور بر زمان ثبت شده سرعت ضربه زننده در لحظه قبل از برخورد مشخص گردید. نمودارهای نیروی تماسی - زمان برای هر نمونه بدست آمد، که در بخش نتایج و بحث ارائه خواهد شد.

به منظور تعیین رابطه بین نیروی تماسی و نفوذ ضربه زننده، نمونه‌هایی به شکل ورق‌های ساندویچی با ابعاد  $12 \times 12$  سانتی متر مربع نیز از ورق اصلی بریده شد و بر روی آن‌ها آزمون نفوذ انجام گرفت. همانطور که در شکل 3 نشان داده شده است، این نمونه‌ها بر روی تکیه‌گاه صلب قرار داده شدند تا سازه تغییر شکل کلی نداشته باشد و بتوان میزان جابجایی نوک سمبه را برابر با مقدار نفوذ در نظر گرفت.

#### 4- نتایج و بحث

##### 4-1- ارائه نتایج تجربی و مقایسه با نتایج تحلیلی

شکل 4 نمودار نیروی تماسی - نفوذ، مربوط به تست استاتیکی بر روی ورق‌های ساندویچی با تکیه‌گاه صلب را نشان می‌دهد. همانطور که در بخش دوم توضیح داده شد، می‌توان از این نتایج برای محاسبه رابطه نفوذ استفاده کرد، چنانچه نمودار نیرو بر حسب میزان نفوذ سمبه در نمونه یا همان تغییر



شکل 2 تیر ساندویچی تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین



شکل 3 ورق ساندویچی با تکیه‌گاه صلب تحت بارگذاری استاتیکی

شدن حل و کاهش چشمگیر زمان حل می‌کند. یعنی به جای معادله غیر خطی (36) معادله (40) بدست می‌آید.

$$[M]\{\ddot{Q}_i\} - [K]\{Q_i\} = [F(Q_i)] \quad (40)$$

در معادله فوق  $[K]$  ماتریس ضرایب خطی است که فقط شامل ضرایب عددی می‌باشد و همین سبب می‌شود که بتوان معادلات را ساده‌تر حل نمود. برای حل این دستگاه نیز همان روشی که برای تئوری غیرخطی توضیح داده شد، یعنی استفاده از فضای حالت و روش رانگ-کوتا مورد استفاده قرار گرفت.

#### 3- بررسی تجربی

در این قسمت معرفی مواد استفاده شده، نحوه ساخت نمونه‌ها، ابعاد و اندازه نمونه‌ها و چگونگی انجام آزمایش‌ها ارائه می‌گردد.

##### 3-1- مواد

مواد به کار رفته برای ساخت نمونه‌ها شامل ورق آلومینیومی 2024-T3 به ضخامت  $1/2$  میلی‌متر و هسته لانه زنبوری از نوع نومکس<sup>1</sup> به ضخامت 10 میلی‌متر می‌باشد. لانه زنبوری نومکس یک ساختار غیرفلزی از جنس آرامید است که با رزین فنولیک مقاوم به حرارت پوشش داده شده است. این ساختار دارای سلول‌های شش وجهی با مقاومت بالا و خواص مکانیکی مناسب می‌باشد. خواص مکانیکی هر یک از مواد به کار گرفته شده، در جدول 1 آمده است.

##### 3-2- روش ساخت نمونه‌ها و انجام آزمون‌ها

برای ساخت نمونه‌های ساندویچی و انجام آزمون‌های عملی، در ابتدا یک ورق ساندویچی اصلی ساخته شد و سپس نمونه‌ها به شکل تیر برای انجام آزمون ضربه و ورق برای انجام آزمون نفوذ، با ابعاد مشخص به وسیله اره مخصوص بریده شد.

برای اتصال رویه‌های بالایی و پایینی به هسته نومکس در بین رویه‌ها و هسته از یک لایه چسباننده استفاده شد. به ترتیب رویه پایینی، لایه چسباننده، هسته، لایه چسباننده و رویه بالایی بر روی صفحه کار گذاشته شد و این مجموعه در زیر پارچه داکرون و بریدر قرار گرفت. سپس کل مجموعه به طور کامل در زیر کیسه وکیوم قرار داده شد و با فشار وکیوم در حدود 1 بار هوای موجود در زیر کیسه وکیوم تخلیه گردید. نمونه به مدت 3 ساعت در دمای 120 درجه سانتیگراد و فشار 1 بار داخل اتوکلاو گذاشته شد. پس از انجام مراحل پخت، ورق ساندویچی ساخته شده به شکل تیرهای با طول‌های 15 و عرض 3 سانتی متر برش داده شد. 10 عدد نمونه تیر ساندویچی تهیه گردید و در هر سرعت 5 نمونه مورد آزمایش قرار گرفت تا تکرار پذیری نتایج نیز بررسی شده باشد.

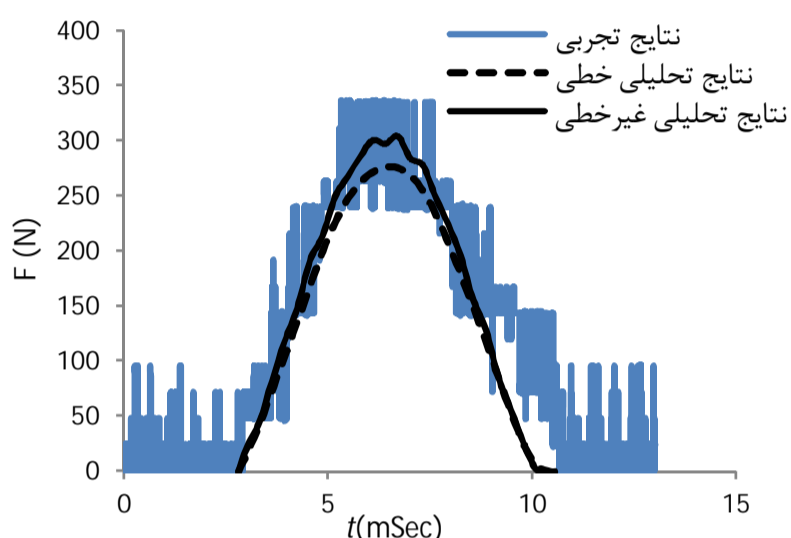
تیرهای ساندویچی با شرایط مرزی به صورت تکیه‌گاه ساده که دهانه این تکیه‌گاه 13 سانتی متر بود، در دستگاه ضربه ثقلی مورد آزمایش قرار گرفتند. همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است، تیر از دو طرف در محل تکیه‌گاه با نوارهای نازک لاستیکی مهار شد. با استفاده از این روش هم از بلند شدن نمونه از روی تکیه‌گاه پس از اصابت ضربه زننده جلوگیری شده و هم درجه آزادی دورانی تیر محدود نمی‌شود.

ضربه زننده یک استوانه فولادی با شعاع 15 میلی‌متر، طول 3 سانتیمتر و وزن 1 کیلوگرم بود که از ارتفاع 50 و 75 سانتیمتری بر روی نمونه رها

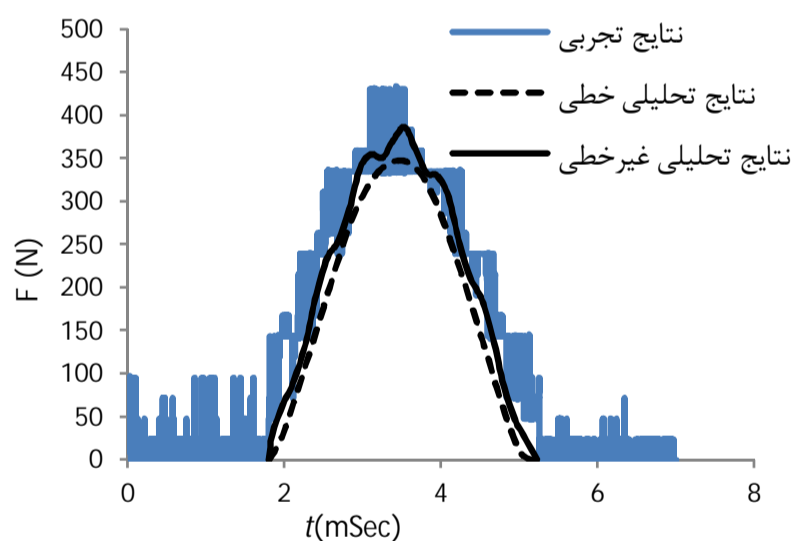
ثانیه در شکل 8 ارائه شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، سرعت نهایی برابر با منفی سرعت اولیه است. دلیل این امر آن است که در طی مراحل ضربه از کلیه اصطکاک‌ها صرف نظر شده است و در مدت زمان بارگذاری تمام انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود. در هنگامی که سرعت ضربه زننده به صفر می‌رسد کلی انرژی به شکل انرژی پتانسیل است و سپس در مدت زمان بازگشت ضربه زننده دوباره انرژی پتانسیل به جنبشی تبدیل می‌گردد. اما چون جهت حرکت ضربه زننده تغییر یافته است، سرعت نهایی دارای علامت منفی نسبت به سرعت اولیه می‌باشد.

#### 4-2- بررسی پارامتری

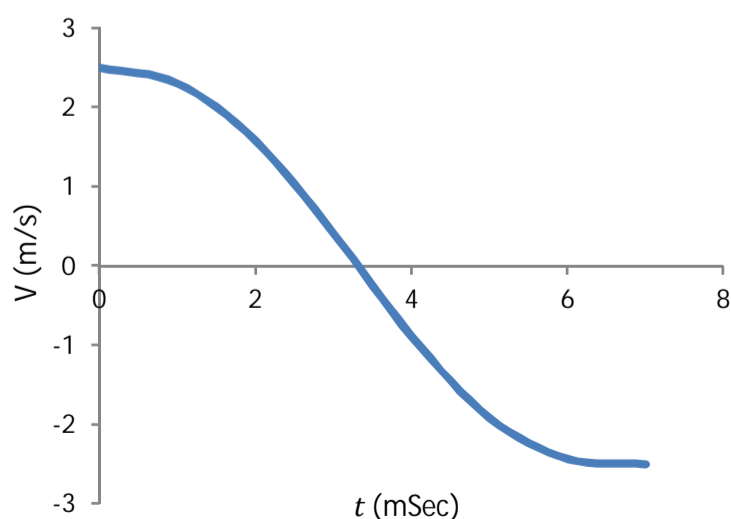
در این بخش تأثیر پارامترهای هندسی مختلف مانند طول تیر، ضخامت رویه



شکل 6 نمودار نیروی تماسی - زمان مقایسه‌ای برای تیرهای ساندویچی تحت ضربه با سرعت 2/5 متر بر ثانیه



شکل 7 نمودار نیروی تماسی - زمان مقایسه‌ای برای تیرهای ساندویچی تحت ضربه با سرعت 3/2 متر بر ثانیه



شکل 8 نمودار سرعت - زمان برای ضربه زننده با سرعت اولیه 2/5 متر بر ثانیه

شکل ورق در زیر محل بارگذاری در دستگاه لگاریتمی رسم شود، یک نمودار خطی بدست می‌آید که شیب آن برابر با  $n$  (توان نفوذ در رابطه غیرخطی  $F=K\alpha^n$ ) و عرض از مبدا آن برابر با  $\ln(K)$  می‌باشد. بخش الاستیک نمودار نیروی تماسی - نفوذ در شکل 5 با مقیاس لگاریتمی رسم گردید و معادله خط راستی که به بهترین نحو و با کمترین ضریب تعیین<sup>1</sup> [21] از میان این نقاط عبور می‌کند، بدست آمد. معادله خط و ضریب تعیین داده‌ها در معادله (41) ارائه شد. به این ترتیب ضریب و توان قانون نفوذ با استفاده از روش تجربی استخراج گردید و به شکل معادله (42) بدست آمد.

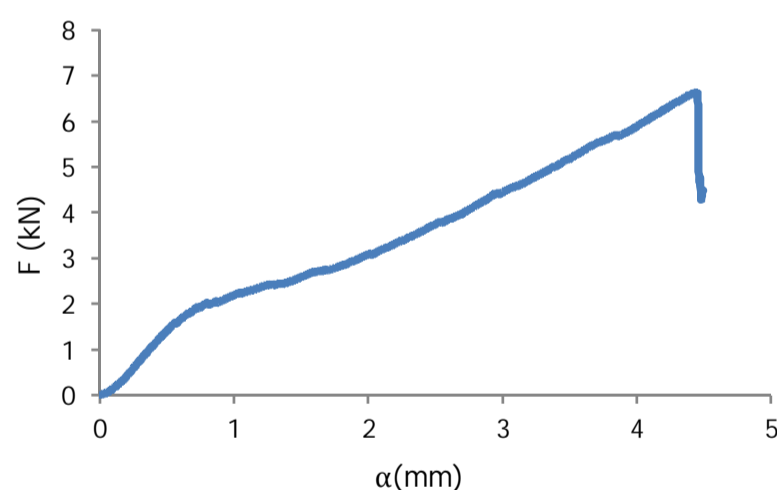
$$\ln(F) = 1.1428\ln(\alpha) + 15.796 \quad , \quad R^2 = 0.9738 \quad (41)$$

$$F = 15.796 \alpha^{1.1428} \quad (42)$$

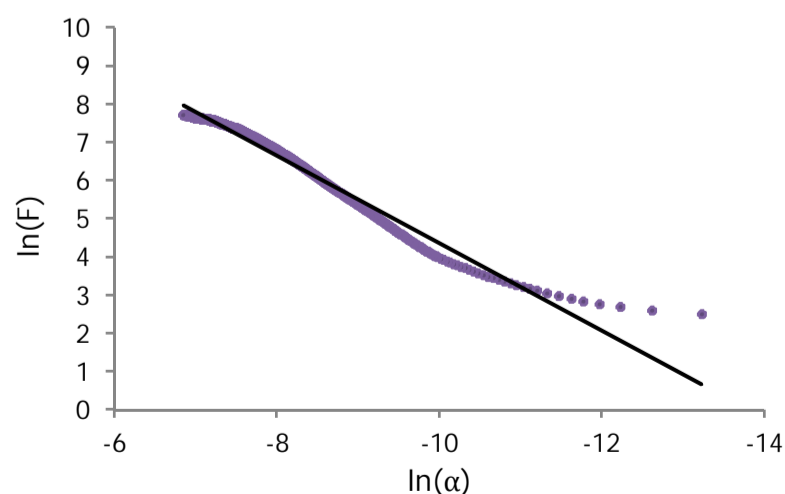
با استفاده از خواص مکانیکی مواد که در جدول 1 آمده و بر مبنای تئوری ضربه مرتبه بالای ساندویچ غیرخطی و خطی که در قسمت فرمول بندی تحلیلی ارائه شده است، در شکل‌های 6 و 7 نمودارهای نیروی تماسی - زمان برای تیرهای ساندویچی در کنار نتایج تجربی حاصل از آزمایش رسم گردید. درصد بیشینه خطای تحلیل غیرخطی و خطی برای آزمونی که سرعت ضربه زننده در آن 2/5 متر بر ثانیه بود، به ترتیب 11% و 19% بود. همانطور که در شکل 7 دیده می‌شود، بیشینه خطای روش تحلیلی در حالتی که سرعت ضربه زننده 3/2 متر بر ثانیه باشد، افزایش می‌یابد. در این حالت خطای تحلیل خطی 21% و تحلیل غیرخطی 13% می‌باشد.

بطور کلی اختلاف بین نتایج تحلیلی و نتایج تجربی را می‌توان به عواملی مانند در نظر نگرفتن اصطکاک تکیه‌گاه‌ها و نمونه، در نظر نگرفتن لایه چسباننده در مدلسازی تحلیلی و یا وجود عیوبی در ساخت نمونه‌ها نسبت داد.

نمودار سرعت - زمان تحلیلی برای ضربه زننده با سرعت اولیه 2/5 متر بر

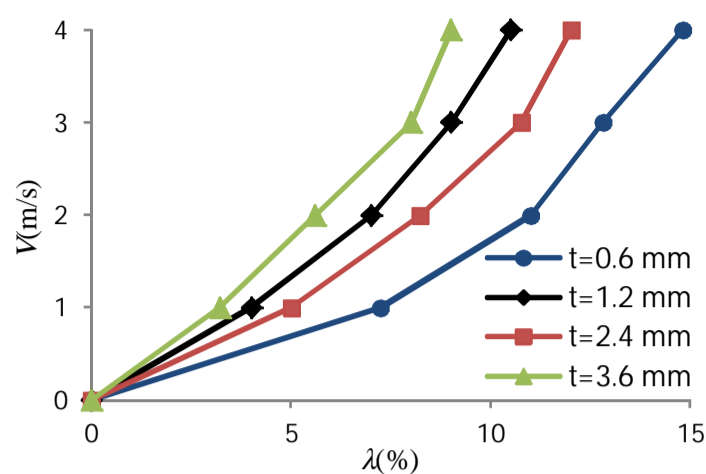


شکل 4 نمودار نیروی تماسی - نفوذ برای ورق ساندویچی

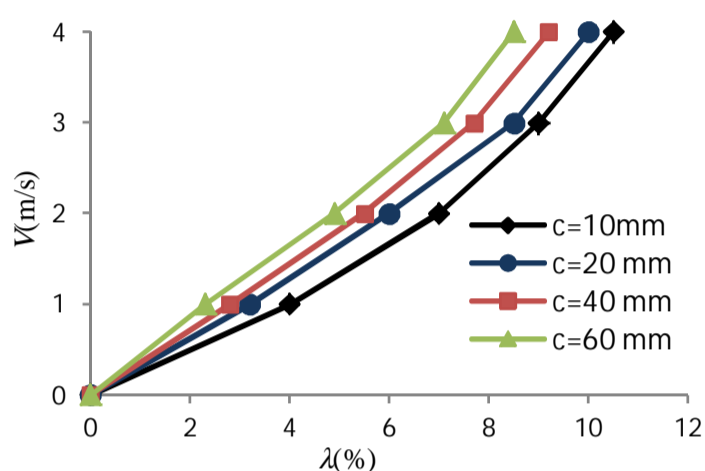


شکل 5 نمودار لگاریتمی نیروی تماسی - نفوذ برای ورق ساندویچی

1- Coefficient of determination ( $R^2$ )



شکل 10 نمودار سرعت بر حسب پارامتر  $\lambda$  برای تیرهای ساندویچی با ضخامت رویه‌های مختلف



شکل 11 نمودار سرعت بر حسب پارامتر  $\lambda$  برای تیرهای ساندویچی با ضخامت هسته‌های مختلف

### 5- نتیجه گیری

در این مقاله تحلیل رفتار تیرهای ساندویچی تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین، با استفاده از تئوری غیرخطی مرتبه بالای سازه‌های ساندویچی انجام گرفت. در تئوری ارائه شده، رویه‌ها با فرضیات مربوط به تئوری مرتبه اول برشی و هسته به صورت یک جسم دوبعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود، مدل‌سازی گردید و روابط سینماتیکی رویه‌ها و هسته بر اساس روابط کرنش فون-کارمن نوشته شد. پس از انجام فرمول بندی، استخراج و حل کامل معادلات، برای بررسی صحت نتایج به دست آمده، مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج بدست آمده از آزمون‌های تجربی انجام گرفت.

در بخش تجربی، تیرهای ساندویچی با جنس رویه‌های آلومینیوم و جنس هسته لانه زنبوری نومکس ساخته شد و آزمون ضربه سرعت پایین در دو سرعت مختلف بر روی آن‌ها انجام شد. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی نشان داد که برای تمام آزمون‌ها، تئوری غیرخطی ارائه شده پیش‌بینی‌های بهتری از رفتار تیر ساندویچی را نسبت به تئوری خطی ارائه می‌کند.

به طور کلی نتایج بدست آمده، نشان داد که تئوری غیرخطی ارائه شده می‌تواند رفتار تیرهای ساندویچی با تغییر شکل‌های بزرگ را به خوبی پیش‌بینی نماید. در بسیاری از سازه‌های ساندویچی به دلیل بزرگی سازه‌ها، نازکی رویه‌ها و نرمی هسته، تغییر شکل‌های اجزای سازه ساندویچی تغییر شکل‌هایی بزرگ است که تئوری‌های خطی با درصد خطای بالایی به پیش‌بینی رفتار این تیرها می‌پردازند. بعلاوه به دلیل در نظر گرفتن مقاومت درون صفحه‌ای هسته، این تئوری می‌تواند رفتار تیرهای ساندویچی با جنس‌های مختلف هسته و رویه، با هر نسبت مدول الاستیسیته و سفتی را به خوبی پیش‌بینی نماید.

به منظور بررسی عوامل مؤثر بر افزایش خطای استفاده از تحلیل خطی، در یک مطالعه پارامتری تأثیر هندسه و ابعاد تیر ساندویچی بر روی اختلاف

و ضخامت هسته بر اختلاف بین نتایج پیش‌بینی شده توسط حل غیرخطی و حل خطی مورد بررسی قرار گرفته است. برای سهولت امر مقایسه، اختلاف بین نیروی تماسی پیش‌بینی شده توسط حل غیرخطی ( $F_{SNL}$ ) و حل خطی ( $F_{SL}$ ) با پارامتر  $\lambda$  نامگذاری شده و به صورت درصد با استفاده از رابطه (43) تعریف گردید.

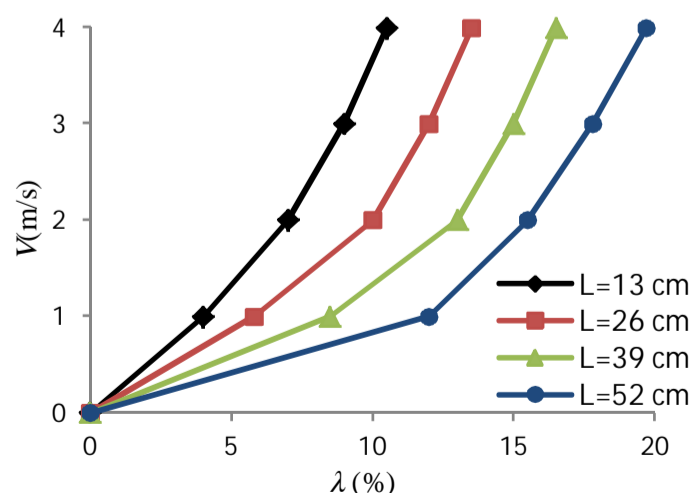
$$\lambda = [(F_{SNL} - F_{SL})/F_{SNL}] \times 100 \quad (43)$$

به منظور بررسی تأثیر طول تیر ساندویچی بر روی اختلاف بین نتایج پیش‌بینی شده توسط حل غیرخطی و حل خطی، یک تیر ساندویچی با ابعاد و خواص مکانیکی مشابه تیرهای ساخته شده در بخش تجربی در نظر گرفته شد و با تیرهای ساندویچی مشابه که طول آنها به ترتیب 2، 3 و 4 برابر شده بود، مقایسه شد. در کلیه مقایسه‌ها فرض بر این بود که وزن ضربه زننده یک کیلوگرم است.

شکل 9 نمودار نیرو بر حسب پارامتر  $\lambda$  را برای تیرهای با طول‌های مختلف نشان می‌دهد. طول تیرهای مورد بررسی 13، 26، 39 و 52 سانتی‌متر بود. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش طول تیر پارامتر  $\lambda$  نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال برای تیر با طول 39 سانتی‌متر اختلاف بین پیش‌بینی حل خطی و غیرخطی تا 16% و برای تیر با طول 52 سانتی‌متر این اختلاف تا 20% افزایش می‌یابد. این اختلاف‌ها نشان می‌دهد که استفاده از حل خطی و در نظر نگرفتن تغییر شکل‌های بزرگ برای تیرهای ساندویچی که ابعاد نسبتاً بزرگی دارند، خطای زیادی را ایجاد کرده و پیش‌بینی‌ها دور از واقعیت خواهد بود.

برای بررسی تأثیر ضخامت رویه بر روی پارامتر  $\lambda$  تیرهای ساندویچی که ضخامت رویه‌های بالایی و پایینی آن‌ها 0.5، 1، 2 و 3 برابر ضخامت رویه‌های نمونه‌های ساخته شده در بخش تجربی باشد، در نظر گرفته شدند. شکل 10 نشان می‌دهد که کاهش ضخامت رویه‌های تیر ساندویچی موجب افزایش اختلاف بین تغییر شکل پیش‌بینی شده توسط حل خطی و غیرخطی می‌شود. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که در سازه‌های ساندویچی با ضخامت رویه کم لزوم در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی هندسی در مدل‌سازی افزایش می‌یابد.

به منظور مطالعه چگونگی تغییر پارامتر  $\lambda$  بر اثر تغییر ضخامت هسته، تیرهای ساندویچی با ساختاری مانند نمونه‌های ساخته شده در بخش تجربی و با ضخامت هسته 10، 20، 40 و 60 میلیمتر در نظر گرفته شدند. همانطور که در شکل 11 نشان داده شده است، با کاهش ضخامت هسته اختلاف بین حل خطی و غیرخطی افزایش می‌یابد. در نتیجه هر چه ضخامت هسته کمتر شود، اهمیت در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ در مدل‌سازی رفتار سازه ساندویچی افزایش بیشتری می‌یابد.



شکل 9 نمودار سرعت بر حسب پارامتر  $\lambda$  برای تیرهای ساندویچی با طول‌های مختلف

- the impact response of glass fibre reinforced aluminium foam sandwiches *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 77, pp. 97-107, 2015.
- [9] Y. Frostig, M. Baruch, O. Vilnay, I. Sheinman, Bending of nonsymmetric sandwich beams with flexible core-bending behavior, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 9, pp. 1931-1952, 1992.
- [10] Y. Frostig, N. Rodcheuy, G.A. Kardomateas, Blast Response of Sandwich Plates with a Compressible Core: Extended High-Order Approach, *AIAA Journal*, Vol. 53, pp. 1211-1225, 2015.
- [11] Y. Frostig, O.T. Thomsen, Thermal buckling and postbuckling of sandwich panels with a transversely flexible core. *AIAA Journal*, Vol. 46, pp. 1976-89, 2008.
- [12] H. Schwarts-Givli, O. Rabinovitch, Y. Frostig, Free vibration of delaminated unidirectional sandwich panels with a transversely flexible core and general boundary conditions-A high order approach, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 10, pp. 99-131, 2008.
- [13] M. Yang, P. Qiao, Higher-order impact modeling of sandwich structures with flexible core, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, pp. 5460-5490, 2005.
- [14] M. Yang, P. Qiao, Impact and damage prediction of sandwich beams with flexible core considering arbitrary boundary effects, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 9, pp. 411-444, 2007.
- [15] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. Olsson, A. Jafari, Higher-order dynamic response of composite sandwich panels with flexible core under simultaneous low-velocity impacts of multiple small masses, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 6667-6687, 2006.
- [16] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and Analysis*, Second Edition, New York: CRC Press, 2004.
- [17] S. Abrate, *Impact on composite structures*, New York: Cambridge university press, 2005.
- [18] J. N. Reddy, *An introduction to nonlinear finite element analysis*, New York: Oxford University Press, 2004.
- [19] Alloy 2024 sheet and plate, Accessed 19 May 2015; [http://www.alcoa.com/mill\\_products/catalog/pdf/alloy2024techsheet.pdf](http://www.alcoa.com/mill_products/catalog/pdf/alloy2024techsheet.pdf)
- [20] Mechanical properties of ECA honeycomb, Accessed 19 May 2015; <http://www.euro-composites.com/en/nomex-wabe>
- [21] M. Ahsanullah, *Focus on Applied Statistics*, New York: Nova Science Publishers, 2004.

بین نتایج حاصل از تئوری غیرخطی و تئوری خطی بررسی شد. این بررسی نشان داد که به طور کلی افزایش طول تیر، کاهش ضخامت رویه و کاهش ضخامت هسته موجب افزایش اختلاف بین نتایج پیش بینی شده توسط تحلیل خطی و غیرخطی تا حد قابل ملاحظه‌ای می‌شود. این اختلاف‌ها نشان می‌دهد که استفاده از تحلیل خطی و در نظر نگرفتن تغییر شکل‌های بزرگ می‌تواند خطای زیادی را ایجاد کند و تخمین نتایج بر این اساس دور از واقعیت خواهد بود.

## 6- مراجع

- [1] J. R. Vinson, *The Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials*, New York, Technomic, 1999.
- [2] N. Pirmohammadi, Gh.H. Liaghat, M.H. Pol, H. Sabouri, Analytical, experimental and numerical investigation of sandwich panels made of honeycomb core subjected projectile impact, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 153-164, 2014 (In Persian)
- [3] L.A. Carlsson, G.A. Kardomateas, *Structural and failure mechanics of sandwich composites*, New York, Springer; 2011.
- [4] Gh.H. Rahimi, R. Rahmani, Pitch effect on flexural behavior of sandwich structure with composite skins and a corrugated combinatorial core with trapezoidal geometry, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 194-202, 2014 (In Persian)
- [5] S. Nemati, J.E. Jam, M.H. Beheshty, Effect of rigid polyurethane foam core density on flexural and compressive properties of sandwich panels with glass/epoxy faces, *Iranian Journal of Polymer Science and Technology*, Vol. 23, No. 1, pp. 3-16, 2010 (In Persian)
- [6] C.C. Foo, L.K. Seah, G.B. Chai, A modified energy-balance model to predict low-velocity impact response for sandwich composites, *Composite Structures*, Vol 93, pp. 1385-1393, 2011.
- [7] I. Ivañez, E. Barbero, S. Sanchez-Saez, Analytical study of the low-velocity impact response of composite sandwich beams, *Composite Structures*, Vol 111, pp. 459-467, 2014.
- [8] V. Crupi, E. Kara, G. Epasto, E. Guglielmino, H. Aykul, Prediction model for