



## مدل سازی و کنترل عملگر آلیاژ حافظه دار با روش مد لغزشی فازی

سعید شکی<sup>1</sup>، محمدرضا زاکرزاده<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران  
2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 11155-4563، zakerzadeh@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 17 اردیبهشت 1395  
پذیرش: 04 تیر 1395  
ارائه در سایت: 16 مرداد 1395  
کلید واژگان:  
مدل پرنتل - ایشلینسکی تعمیم یافته  
آلیاژ حافظه دار  
کنترل مد لغزشی فازی

### چکیده

آلیاژهای حافظه دار کاندیدای بسیار مناسبی در زمینه‌های مختلف مهندسی هستند. یکی از مزیت‌های آلیاژهای حافظه دار کرنش بالای این مواد است. علاوه بر این ویژگی، سبکی و رفتار سوپرالاستیک از دیگر ویژگی‌های این مواد می‌باشد. همه این مشخصات، آلیاژهای حافظه دار را به عنوان یک گزینه مناسب در زمینه‌های مهندسی معرفی کرده است. این آلیاژها پدیده غیرخطی هیستریزس را در خود دارند. وجود هیستریزس در این مواد، مشکلات استفاده از آن‌ها به عنوان عملگر موقعیت را افزایش داده است. روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی هیستریزس این مواد ارائه شده است. در این مقاله، مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی به دلیل سادگی، کارآمدی و دارا بودن معکوس تحلیلی، برای مدل‌سازی به کار گرفته شده است. مدل‌سازی هیستریزس ماده، بر اساس داده‌های تجربی یکی از مقالات اعتبارسنجی شده است. در بخش کنترل، دو روش کنترلی تناسبی-مشتق‌گیر - انتگرال‌گیر و مد لغزشی فازی مقایسه شده‌اند. روش کنترل مد لغزشی فازی یک روش مناسب برای کنترل سیستم‌های بدون مدل ریاضی است که می‌تواند مقاوم بودن سیستم را افزایش دهد. در این مقاله نشان داده شده است که در صورت استفاده از روش فازی، این امکان فراهم می‌شود که به ازای خطا بین ورودی مرجع و پاسخ سیستم، ورودی کنترلی مناسبی به سیستم جهت از بین بردن خطا اعمال گردد. در حالی که در کنترلر تناسبی-مشتق‌گیر - انتگرال‌گیر به دلیل ثابت بودن ضرایب کنترلر خطا قابل قبول نمی‌باشد. نتایج این تحقیق، کارایی روش مد لغزشی فازی نسبت به کنترلر کلاسیک تناسبی-مشتق‌گیر - انتگرال‌گیر را نشان می‌دهد.

## Modeling and control of a shape memory alloy actuator using fuzzy sliding mode controller

Saeid Shakki, Mohammad Reza Zakerzadeh\*

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, zakerzadeh@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 06 May 2016  
Accepted 24 June 2016  
Available Online 06 August 2016

**Keywords:**  
Generalized Prandtl-Ishlinskii model  
shape memory alloy  
fuzzy sliding mode controller

### ABSTRACT

Shape memory alloys (SMAs) are suitable candidates in various fields of engineering. One advantage of these alloys is their capabilities in developing high strain and force. In addition to these great features, lightweight and super-elastic behavior are other traits of these materials. These specifications are of such importance and allow SMAs to be suitably used in further engineering applications. However, their intrinsic hysteresis non-linear behavior makes their usage as position actuators difficult. Despite this challenge there are various methods proposed in the literature to model the hysteresis behavior of such materials. In this paper, a generalized Prandtl-Ishlinskii model, because of its simplicity, efficiency and inverse analytical capability, has been used for modeling the SMA behavior. In addition, the hysteresis modeling has been validated via experimental data of one of the articles. In the control section, however, two control systems consisting of PID and fuzzy sliding mode controllers have been used. Fuzzy sliding mode control system is a method that can be used in systems without mathematical model and leads to increased robustness. It is shown in this paper that by using this method, it is possible to apply a suitable control input to the system in order to remove the error signal. However, by using PID controllers, the error signal is not acceptable due to the constant controller coefficients. The results illustrate a more efficient performance of fuzzy sliding mode controller with respect to the classical PID controller.

### 1- مقدمه

اکثر مواد هوشمند همچون آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی [5]، فرومغناطیسی [6]، مگنتواستریکتیوها [7] و پیزوالکتریک‌ها مشاهده می‌شود. هیستریزس‌های مدل نشده در مواد هوشمند، منجر به خطای رد یابی و کاهش عملکرد سیستم کنترلی می‌شوند. برای غلبه بر این مشکل، لازم است مدل‌سازی رفتار هیستریزیسی این مواد انجام شود. مدل‌های هیستریزیسی

زمانی که عملگرهای آلیاژ حافظه دار تغییر شکل داده و سپس گرم می‌شوند، توانایی برگشتن به شکل از پیش تعیین شده خود را دارند. این ویژگی کاربرد این مواد را به عنوان عملگر در زمینه‌های مختلف مهندسی از جمله رباتیک افزایش داده است [1-4]. ولی وجود اثر هیستریزس غیر خطی در رفتار این مواد، مشکلاتی را برای کنترل آن‌ها ایجاد کرده است. پدیده هیستریزس در

## 2-2- مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی

مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک از یک اپراتور بازی با یک تابع چگالی برای توصیف مواد با رفتار هیستریزس استفاده می‌کند. شکل 1 رابطه بین ورودی و خروجی اپراتور بازی هیستریزس کلاسیک و تعمیم یافته را نشان می‌دهد. این اپراتور که بوسیله ورودی  $u$  و حد نهایی  $r$  (تعیین کننده پهنای عملگر هیستریزس) مشخص شده یک اپراتور پیوسته وابسته به نرخ است.

فرض می‌شود که  $C_m[0, T]$  فضای تک‌ای پیوسته تابع  $u(t) \in C_m[0, T]$  که ورودی در هر زیر بازه  $[t_i, t_{i+1}]$  یکنواخت باشد. در حالی-که  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_i < t_{i+1} < \dots < t_N = T$  بنابراین خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک به صورت معادله (1) بدست می‌آید [17]:

$$y_{\text{classic}}(t) = \int_0^R p(r) F_r[u](t) dt \quad (1)$$

در حالی‌که در این معادله  $p(r)$  یک تابع چگالی مثبت استنتاجی،  $r$  آستانه مثبت به ازای  $0 = r_0 < r_1 < \dots < r_i < r_{i+1} < \dots < r_N = R$  و  $F_r[u](t)$  اپراتور بازی کلاسیک است.

برای  $i = 0, 1, \dots, N-1$  و  $t_i < t < t_{i+1}$  اپراتور بازی به صورت معادله (2) تعریف می‌شود [15]:

$$\begin{aligned} F_r[u](0) &= f_r(u(0), 0) = w(0) \\ F_r[u](t) &= f_r(u(t), F_r[u](t_i)) \end{aligned} \quad (2)$$

در حالی‌که:  $f_r(u, w) = \max(u - r, \min(u + r, w))$

در کاربردهای عملی تعداد محدودی از اپراتورهای بازی هیستریزس برای مدل کردن رفتار هیستریزس به کار گرفته می‌شود. در این حالت خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک در معادله (3) نشان داده شده است [15]:

$$y_{\text{classic}}(t) = \sum_{i=0}^R p_i F_{r_i}[u](t) \quad (3)$$

که  $N$  تعداد اپراتورهای بازی کلاسیک است. برای حذف ضعف مدل کلاسیک در سیستم‌های با خروجی اشباع، اپراتور بازی تعمیم یافته ارائه شده است. این اپراتور بازی غیرخطی برای کاهش و افزایش ورودی و بدست آوردن کاهش و افزایش در خروجی به صورت توابع  $\gamma_i$  و  $\gamma_r$  تعریف شده است.

توابع  $\gamma_i$  و  $\gamma_r$  با قید  $\gamma_i < \gamma_r$  توابع پوش پیوسته، محدود و معکوس در محدوده ورودی می‌باشند. بر اساس معادله (2) خروجی اپراتور هیستریزس بازی تعمیم یافته به صورت تحلیلی برای  $t_i < t < t_{i+1}$  و  $i = 1, 2, \dots, N-1$  به صورت معادله (4) تعریف شده است [16]:

$$\begin{aligned} S_r[u](0) &= g_r(u(0), 0) = z(0) \\ S_r[u](t) &= g_r(u(t), S_r[u](t_i)) \end{aligned} \quad (4)$$

که  $g_r(u, w) = \max(\gamma_i(u) - r, \min(\gamma_r(u) + r, w))$ . بدین ترتیب خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته در معادله (5) بدست می‌آید [16]:

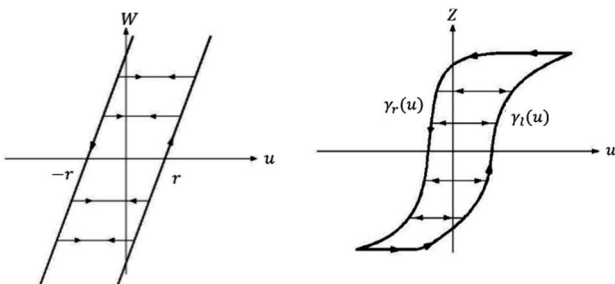


Fig. 1 Input and output relations in generalized and classic play operators

شکل 1 رابطه ورودی و خروجی در اپراتورهای بازی کلاسیک و تعمیم یافته [16]

بسیاری برای پیش‌بینی رفتار عملگرهای فروالکتریک، الکترومغناطیس، پیزوسرامیک و آلیاژهای حافظه دار مغناطیسی گزارش شده است [7, 8].

در مجموع دو مدل متفاوت برای مدل‌سازی هیستریزس مواد هوشمند پیشنهاد شده است. نوع اول این مدل‌ها شامل فیزیک هیستریزس و ترکیب آن با ضرایب استخراج شده از تست‌های تجربی است [8-11]. استفاده از این مدل‌ها در سیستم‌های کنترلی آسان نیست، زیرا اساس فیزیکی برخی از مشخصات هیستریزس قابل فهم نیست. نوع دوم این مدل‌سازی‌ها مبتنی بر طبیعت پدیدارشناختی و توصیف این پدیده به صورت ریاضی است. در این روش مدل‌سازی، مدل‌های معروفی همچون پریساج، کراسنوسلسکی-پوکروفسکی و پرنتل-ایشلینسکی وجود دارند. از بین مدل‌های مذکور مدل پرنتل-ایشلینسکی به دلیل سادگی و داشتن معکوس تحلیلی بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. زمانی که از این مدل‌های پدیدار شناسانه برای مدل‌سازی هیستریزس مواد هوشمند استفاده می‌شود، تنها روش‌های کنترلی مستقل از مدل برای کنترل موقعیت آن‌ها مناسب می‌باشد.

کنترل فازی به طور رایج در زمینه‌های مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. زیرا این روش کنترلی یک روش جدید در زمینه کنترل سیستم‌ها بدون در نظر گرفتن پیچیدگی‌های مدل ریاضی سیستم است. از آنجا که، کنترل مد لغزشی یک روش کنترلی مقاوم است که بعد از ورود به سطح لغزش، سیستم را در زمان کوتاه به پایداری می‌رساند، استفاده از روش کنترل مد لغزشی فازی باعث می‌شود، تا بتوان به کنترلی مقاوم و مستقل از مدل دست یافت.

به‌دلیل سادگی و کارآمدی روش‌های فازی، استفاده از ترکیب‌های این روش با روش‌های کنترلی دیگر نیز گسترش یافته است [12-14].

در این پژوهش مدل‌سازی آلیاژ حافظه دار مغناطیسی به روش تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی صورت گرفته و از کنترل‌های تناسبی-مشتق‌گیر-انترگرال‌گیر و مد لغزشی فازی برای ردیابی ورودی مرجع استفاده شده است. نشان داده می‌شود که استفاده از کنترل مد لغزشی فازی نسبت به کنترل لایسک تناسبی-مشتق‌گیر-انترگرال‌گیر خطای ردیابی مسیر را کاهش می‌دهد.

## 2- مدل سازی

## 2-1- مقدمه

مدل پرنتل-ایشلینسکی یکی از مدل‌های پدیدار شناختی مبتنی بر اپراتور است که در مدل‌سازی رفتار غیرخطی هیستریزس موادی همچون پیزوالکتریک، پیزوسرامیک، مگنتواستریکتیو و آلیاژهای حافظه‌دار استفاده می‌شود. ویژگی منحصر به فرد و جالب این مدل در مقایسه با مدل‌های پریساج و کراسنوسلسکی-پوکروفسکی، وجود معکوس تحلیلی برای آن است. معکوس این مدل به راحتی می‌تواند به عنوان کنترلر پیشخور برای جبران رفتار غیرخطی هیستریزس به کار گرفته شود.

مانند مدل پریساج، این مدل با اپراتور بازی<sup>1</sup> و یک تابع چگالی برای تعیین شکل هیستریزس تعریف شده است [15]. اولین فرم این مدل، پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک نامیده می‌شود که به علت طبیعت محدود اپراتور بازی کلاسیک نمی‌تواند سیستم‌ها با خروجی‌های اشباع شده را توصیف کند. علاوه بر این ضعف، طبیعت متقارن مدل کلاسیک برای سیستم‌هایی که عدم تقارن دارند با خطاهای زیاد همراه می‌شود. به منظور حذف این محدودیت‌ها اصلاحاتی روی این مدل انجام شده و مدل تعمیم یافته آن معرفی شده است.

<sup>1</sup> play operator

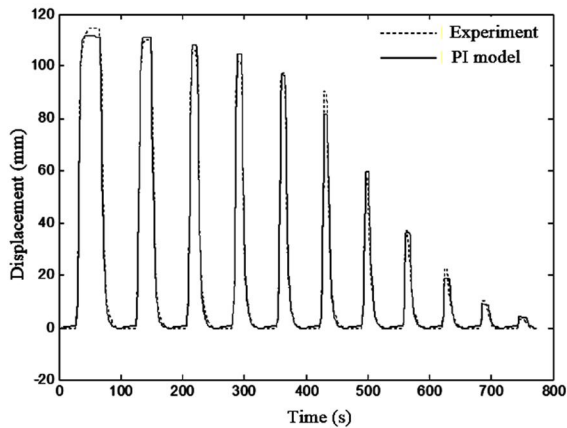


Fig. 3 Model and experimental test comparison to input data for training

شکل 3 مقایسه خروجی مدل و نتایج آزمایش تجربی به داده ورودی برای آموزش

جدول 1 پارامترهای شناسایی شده مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته

Table 1 Identified Parameters of PI model

مقدار	متغیرها
2.2719	$P_1$
-8.7445	$P_2$
13.9191	$P_3$
-2.2395	$P_4$
-15.7348	$P_5$
2.9591	$P_6$
-5.2257	$P_7$
-15.729	$P_8$
-24.4069	$P_9$
40.9213	$P_{10}$
73.4325	$P_{11}$
0.6779	$q$

بعد از آموزش مدل، برای اطمینان از صحت مدل روی آن تست انجام شده است. برای این کار داده‌های شکل 4 به عنوان ورودی تست در نظر گرفته شده است. شکل 5 خروجی‌های مدل و آزمایش را برای داده‌های تست نشان می‌دهد. با توجه به خطای کم مدل تربیت شده و داده‌های تست، عملکرد مناسب مدل نتیجه می‌شود.

#### 4- طراحی کنترلر

##### 4-1 - سطح لغزشی انتگرالی

در طراحی سیستم کنترلی برای سیستم‌های دینامیکی، معمولاً از ترم انتگرال

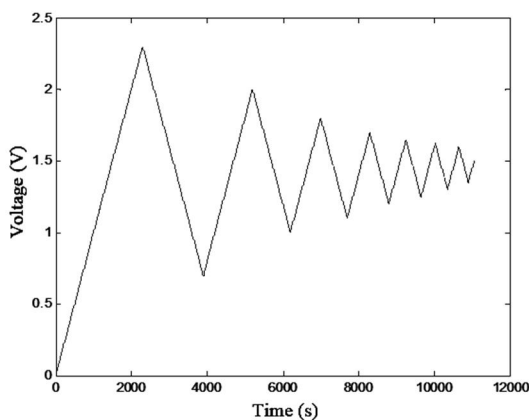


Fig. 4 Input data for model testing

شکل 4 داده ورودی برای تست مدل

$$y_{\text{generalized}}(t) = \int_0^R p(u) S_r[u](t) dt \quad (5)$$

در مواردی که از یک تعداد محدود اپراتور هیستریزس بازی استفاده می‌شود، معادله (6) کارایی دارد [16]:

$$y_{\text{generalized}}(t) = qu(t) + \sum_{i=0}^R p_i S_{r_i}[u](t) \quad (6)$$

که تعداد اپراتورهای بازی تعمیم یافته است. از معادلات مشخص است که مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک، یک حالت خاصی از مدل تعمیم یافته است ( $\gamma_l = \gamma_r = u$ ).

خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته شدیداً به شکل توابع پوش و تابع چگالی وابسته است. این توابع باید متناسب با رفتار هیستریزس مواد انتخاب شوند.

#### 2-3 فرمولاسیون توابع پوش، چگالی و آستانه برای آلبایز حافظه دار

از آنجا که خروجی توابع پوش، چگالی و آستانه به شدت به پارامترهای آنها وابسته است، این پارامترها باید براساس دیتاهای آزمایشگاهی بدست بیاید. به علت محدود بودن، پیوستگی و ویژگی معکوس پذیری توابع تانژانت هیپربولیک، معمولاً از این توابع برای توابع پوش استفاده می‌شود [18].

توابع پوش تعمیم یافته در معادله (7) نشان داده شده است [15]:

$$\begin{aligned} \gamma_r(u) &= P_1 \tanh(P_2 u + P_3) + P_4 \\ \gamma_l(u) &= P_5 \tanh(P_6 u + P_7) + P_8 \end{aligned} \quad (7)$$

همچنین، فرمی که برای توابع چگالی و آستانه در نظر گرفته می‌شود به صورت معادله (8) است [15]:

$$\begin{aligned} p_j &= P_9 e^{-P_{10} r_j} \quad (j = 0, 1, 2, \dots, N) \\ r_j &= P_{11} j \quad (j = 0, 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (8)$$

بنابراین برای پیش‌بینی رفتار مواد با استفاده از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته، ابتدا باید ثوابت مدل با استفاده از دیتاهای آزمایش بدست آید تا تواند رفتار سیستم مورد نظر را پیش‌بینی کند.

#### 3- اعتبار سنجی مدل پرنتل-ایشلینسکی

داده‌های آزمایش مرجع [15] به عنوان داده‌های آموزش و تست مدل انتخاب شده است. برای آموزش، داده‌های شکل 2 به عنوان ورودی مدل در نظر گرفته شده است و نتایج شکل 3 خروجی مدل و آزمایش را نشان می‌دهد. برای بدست آوردن پارامترهای مدل پرنتل-ایشلینسکی از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. پارامترهای شناسایی شده مدل در جدول 1 نشان داده شده است.

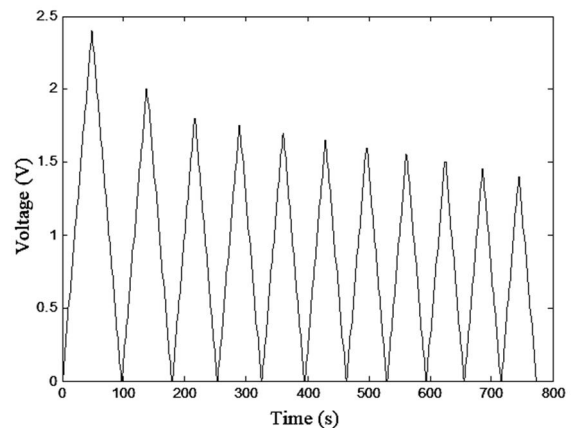


Fig. 2 Input data for model training

شکل 2 داده ورودی برای آموزش مدل

$$t_{\text{reach}} \leq \frac{|s(0)|}{\zeta} \quad (17)$$

برای سادگی اثبات، فرض می‌شود که سیستم درجه دو به صورت معادله (18) در نظر گرفته شود:

$$\ddot{x} = f + u \quad (18)$$

برای اثبات پایداری، سطح لغزش و مشتق آن به صورت رابطه (19) نشان داده می‌شود:

$$\begin{aligned} s(x, t) &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right) e = (\dot{x} - \dot{x}_d) + \lambda(x - x_d) \\ \dot{s} &= (\ddot{x} - \ddot{x}_d) + \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) = f + u - \ddot{x}_d \\ &\quad + \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) \end{aligned} \quad (19)$$

بهترین تقریب از ورودی کنترلی، زمانی است که  $s$  و  $\dot{s}$  صفر باشند [22]. بنابراین بهترین تقریب از ورودی کنترلی به صورت رابطه (20) است:

$$\ddot{u} = -\ddot{f} + \ddot{x}_d - \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (20)$$

از طرفی یک راه حل ساده برای شرط لغزش هنگام وجود عدم قطعیت، قانون کنترلی تابع علامت است، که به صورت رابطه (21) نشان داده می‌شود:

$$u_{\text{dis}} = \ddot{u} - K \cdot \text{sgn}(s) \quad (21)$$

که تابع علامت  $\text{sgn}(s)$  به صورت رابطه (22) تعریف می‌شود:

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ -1 & s < 0 \\ 0 & s = 0 \end{cases} \quad (22)$$

در معادله (21)  $K$  یک ثابت مثبت است. اگر تابع لیاپانوف به صورت رابطه (23) در نظر گرفته شود:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (23)$$

برای بررسی پایداری تابع، باید مشتق تابع لیاپانوف منفی باشد. مشتق تابع لیاپانوف به صورت معادله (24) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x, t) &= s \cdot \dot{s} = [f - \ddot{f} - K \text{sgn}(s)] \cdot s \\ &= (f - \ddot{f}) \cdot s - K |s| \end{aligned} \quad (24)$$

بنابراین با انتخاب  $K$  مناسب می‌توان پایداری سطح لغزش را به اثبات رسانید. با توجه به اثبات مطرح شده، اگر سطح لغزش به صورت رابطه (25) در نظر گرفته شود:

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^2 \left(\int_0^t e dt\right) \quad (25)$$

ورودی کنترلی به صورت معادله (26) می‌شود:

$$\ddot{u} = -\ddot{f} + \ddot{x}_d - 2\lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) + \lambda^2(x - x_d) \quad (26)$$

برای جزئیات بیشتر از روش سطح لغزشی انتگرالی به مراجع [25-22, 20] مراجعه شود.

#### 4-2- ایده کنترل مد لغزشی فازی

نظریه کنترل فازی شامل فازی سازی، یک پایه قانون فازی، استنتاج فازی و غیر فازی سازی است [26]. معمولاً پایه قوانین فازی از تجارب کارشناسان بدست می‌آید که گاهی اوقات به علت تجارب اشتباه یا توابع عضویت بیش از حد، نامناسب نیز می‌باشد. در این مواقع، ضمانت مقاوم و پایدار بودن سیستم به سختی می‌تواند بدست آید. کنترل مد لغزشی فازی، روشی برای غلبه بر این مشکل است. در این روش، از ایده سطح لغزش برای تعریف قوانین فازی استفاده شده است. در بسیاری از سیستم‌های کنترل فازی، پایه قانون فازی به طور همزمان به خطا و نرخ خطای کنترل وابسته است، به طوری که قوانین منطقی فازی افزایش می‌یابد و توابع عضویت پیچیده می‌شود.

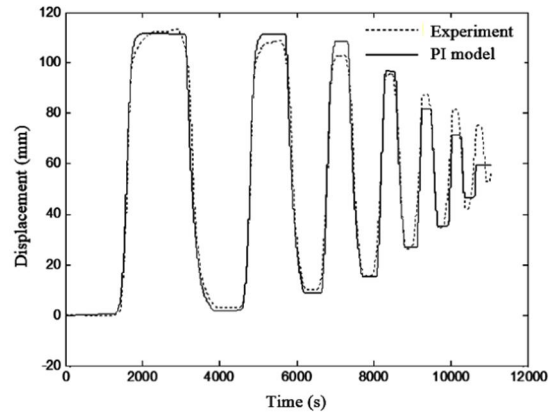


Fig. 5 Model and experimental test comparison to input data for testing

شکل 5 مقایسه خروجی مدل و نتایج آزمایش تجربی به داده ورودی برای تست

برای صفر کردن خطای پایا استفاده می‌شود. در مراجع [19-21] ترم انتگرال در سطح لغزش برای بهبود کنترلر مد لغزشی استفاده شده است. سیستم غیرخطی در رابطه (9) در نظر گرفته می‌شود [22]:

$$\ddot{x}^{(n)} = f(x) + b(x)u, \quad x^{(n)} = \frac{d^n x}{dt^n} \quad (9)$$

به طوری که  $u$  بردار ورودی کنترلی،  $\ddot{x}$  بردار حالت سیستم به صورت  $x = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ ،  $f(x)$  دینامیک‌های مدل نشده یا عدم قطعیت و  $b(x)$  تابعی شناخته شده می‌باشد. هدف اصلی طراحی کنترلر سطح لغزشی مبتنی بر ترم انتگرال می‌باشد. بردار خطای ردیابی به صورت معادله (10) می‌باشد:

$$e = x - x_d = [e, \dot{e}, \ddot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \quad (10)$$

به طور کلی سطح لغزشی به صورت معادله (11) در نظر گرفته می‌شود:

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e = 0 \quad (11)$$

که  $\lambda$  یک ثابت مثبت است. برای صفر کردن خطای ردیابی، می‌توان از ترم انتگرال در سطح لغزش استفاده کرد. در این صورت سطح لغزش به صورت معادله (12) تعریف می‌شود:

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \left(\int_0^t e dt\right) = 0 \quad (12)$$

بنابراین مطابق با روش‌های رایج سطح لغزش، ورودی کنترلی از رابطه (13) برای حرکت روی سطح لغزش تعیین می‌شود:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x, t) \leq -\zeta |s(x, t)| \quad (13)$$

درحالی که  $\zeta$  یک عدد مثبت است. اگر  $s(0)$  مثبت باشد، رابطه (14) بدست می‌آید:

$$\frac{d}{dt} s(t) \leq -\zeta \quad (14)$$

برای حذف ترم مشتق‌گیر در رابطه از یک فرم انتگرال‌گیر به صورت رابطه (15) استفاده می‌شود:

$$\int_{t=0}^{t=t_{\text{reach}}} \frac{d}{dt} s(t) dt \leq -\int_{t=0}^{t=t_{\text{reach}}} \zeta dt$$

$$s(t_{\text{reach}}) - s(0) \leq -\zeta(t_{\text{reach}} - 0) \quad (15)$$

درحالی که  $t_{\text{reach}}$  زمانی است که تراژکتوری‌ها به سطح لغزش می‌رسند. بنابراین زمان رسیدن به صورت رابطه (16) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} 0 - s(0) &\leq -\zeta(t_{\text{reach}}) \\ t_{\text{reach}} &\leq \frac{s(0)}{\zeta} \end{aligned} \quad (16)$$

اگر  $s(0)$  منفی باشد، آنگاه زمان رسیدن به صورت معادله (17) بدست می‌آید:

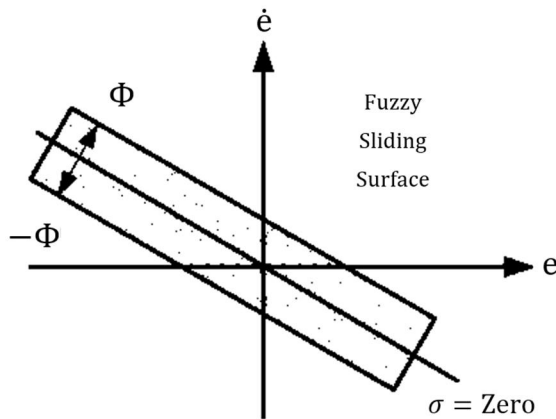


Fig. 7 Fuzzy sliding surface

شکل 7 سطح لغزشی فازی [50]

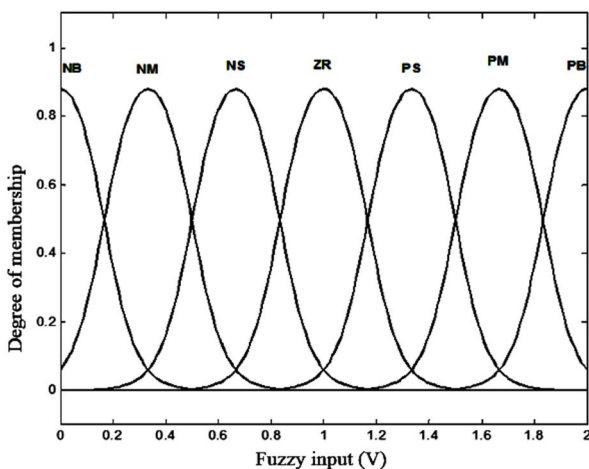


Fig. 8 Membership function of sliding surface (fuzzy algorithm input)

شکل 8 توابع عضویت سطح لغزش (ورودی الگوریتم فازی)

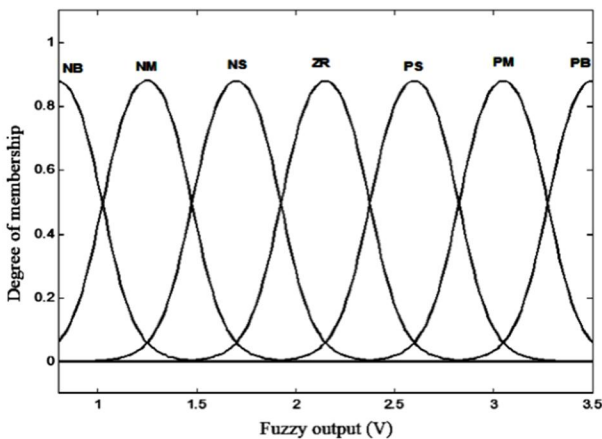


Fig. 9 Membership function of sliding surface (fuzzy algorithm input)

شکل 9 توابع عضویت خروجی فازی (ورودی به سیستم مدار بسته)

برای منطق فازی از روش ممدانی و برای غیرفازی سازی از روش مرکز سطح غیرفازی ساز استفاده شده است [50]. تحلیل تابع غیرخطی سیستم کار مشکلی است، زیرا سیستم شدیداً غیر خطی و وابسته به زمان است. بنابراین با استفاده از قوانین فازی با توجه به خطا، ورودی مناسبی به سیستم اعمال می‌شود. نتایج ورودی کنترلی فازی در شکل 10 مشخص شده است.

سیستم کنترل مد لغزشی فازی، یک تابع سطح لغزش فازی  $\sigma$  برای کاهش ابعاد فضای ورودی و تعداد قوانین منطق فازی معرفی می‌کند [50]. در این حالت دیگر نیازی به رابطه یک به یک بین ورودی‌های خطا نیست. بلکه با تعریف یک سطح لغزش که به سطح لغزش تناسبی - مشتق‌گیر - انتگرال‌گیر معروف است، با در نظر گرفتن یک ورودی به سیستم فازی، طراحی کنترلر انجام می‌شود. شکل 6 بلوک دیاگرام سیستم کنترل مد لغزشی فازی این پژوهش را نشان می‌دهد.

#### 4-3- نظریه کنترل مد لغزشی فازی

یک سیستم غیرخطی در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{x}^{(n)}(t) = f(x, t) + d(t) + u, \quad \underline{x}^{(n)} = \frac{d^n x}{dt^n} \quad (27)$$

در حالی که  $x(t) = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$  بردار حالت،  $f(x, t)$  یک تابع غیرخطی با محدوده  $F(x, t)$ ،  $d(t)$  یک اغتشاش محدود شده به  $D(t)$  و  $u$  که ورودی کنترلی است. خطای ردیابی بردار حالت به صورت معادله (28) تعریف می‌شود:

$$\underline{e}(t) = \underline{x}(t) - \underline{x}_d(t) = [e, \dot{e}, \ddot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \quad (28)$$

در حالی که  $x_d(t)$  خروجی دلخواه است. تعریف کلی سطح لغزشی فازی به صورت معادله (29) می‌باشد [50]:

$$\sigma(\underline{x}, t) = \left( \frac{d}{dt} + \alpha \right)^{n-1} e = 0 \quad (29)$$

که  $\alpha$  یک ثابت مثبت تعریف شده است. در سیستم کنترل مد لغزشی فازی، به طور معمول سطح لغزش فازی سیستم درجه دو رایج می‌باشد (شکل 7). لایه  $\Phi$  مرزی سطح لغزش فازی این سیستم را نشان می‌دهد. اما در این مقاله برای تعریف سطح لغزش سیستم علاوه بر مشتق و خطا، از انتگرال خطا نیز استفاده شده است (شکل 6). وجود انتگرال خطا، خطای حالت پایا را کاهش می‌دهد. شکل 8 توابع عضویت سطح لغزش فازی را نشان می‌دهد که ورودی سیستم فازی هستند. سطح لغزش فازی به واسطه مجموعه توابع عضویت در معادله (30) نشان داده شده‌اند:

$$M(\sigma) = \{NB, NM, NS, ZR, PS, PM, PB\} \quad (30)$$

با توجه به ورودی خطا به سیستم فازی، خروجی فازی متناسب با خطا برای اعمال به سیستم تولید می‌شود. شکل 9 خروجی سیستم فازی و ورودی کنترلی به مدل پرنتل-ایشلینسکی است. توابع عضویت خروجی فازی که ورودی کنترلی به مدل می‌باشد به واسطه توابع عضویت در معادله (31) مشخص شده‌اند:

$$M(u) = \{NB, NM, NS, ZR, PS, PM, PB\} \quad (31)$$

بنابراین از  $7^3$  قانون فازی که در کنترل فازی رایج، به خطای کنترلی، نرخ و انتگرال آن وابسته است، مد لغزشی فازی به کار برده شده در این مقاله با استفاده از سطح لغزش فازی تنها به 7 قانون فازی نیاز دارد. بنابراین قوانین فازی می‌تواند در جدول 2 خلاصه شود.

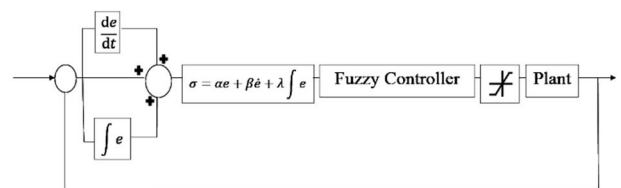


Fig. 6 Block diagram of fuzzy sliding mode controller

شکل 6 بلوک دیاگرام کنترلر مد لغزشی فازی

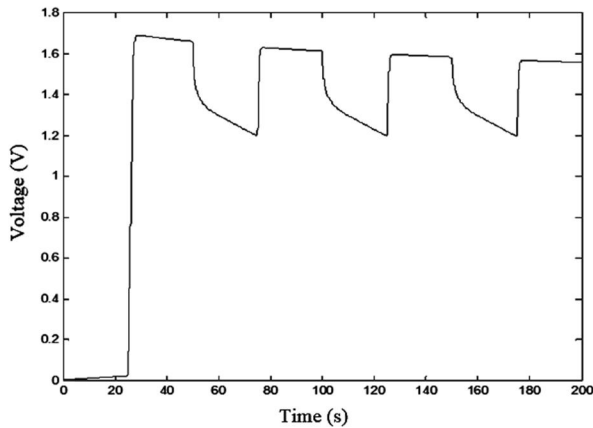


Fig. 11 Control signal to closed loop system using PID controller

شکل 11 سیگنال کنترلی به سیستم مدار بسته در حالت کنترلر تناسبی-مشتق-گیر-انتگرال گیر به ازای ورودی خاص

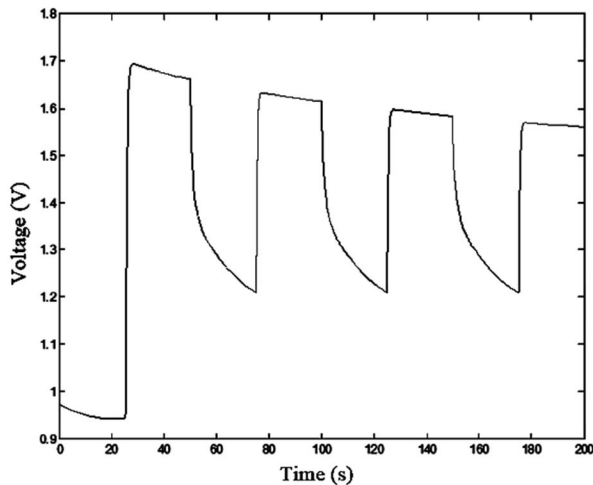


Fig. 12 Control signal to closed loop system using FSMC controller

شکل 12 سیگنال کنترلی به سیستم مدار بسته در حالت کنترلر مد لغزشی فازی به ازای ورودی خاص

جدول 3 پارامترهای سطح لغزش

Table 3 Parameters of sliding surface

مقدار	ضرایب سطح لغزش
0.00005	$\alpha$
0.000001	$\beta$
0.008	$\lambda$

### 5-2- مسیریابی ورودی سینوسی با دامنه متغیر

در دومین آزمایش ورودی  $72.72 + 35\sin(2\pi ft - \pi/2)\exp(-0.005t)$  با فرکانس 0.02 هرتز به عنوان ورودی مطلوب به سیستم مدار بسته داده شده و نتایج دو کنترلر در شکل 14 رسم شده است. میانگین مربعات خطا برای کنترلر تناسبی-مشتق-گیر-انتگرال گیر 36.7 میلی متر و برای کنترلر مد لغزشی فازی 14.9 میلی متر بدست آمده است.

### 5-3- مسیریابی ورودی خاص با دامنه متغیر

در سومین آزمایش، یک ورودی خاص به سیستم مدار بسته داده شده و نتایج دو کنترلر در شکل 15 رسم شده است. در این آزمایش نیز همانند دو آزمایش گذشته، کنترلر مد لغزشی فازی بهتر توانسته سیگنال مرجع را

جدول 2 قوانین فازی

Table 2 Fuzzy rules

شماره قانون	قانون فازی
$R^1$	اگر $\sigma$ ، PB باشد، آنگاه $u$ ، PB است
$R^2$	اگر $\sigma$ ، PM باشد، آنگاه $u$ ، PM است
$R^3$	اگر $\sigma$ ، PS باشد، آنگاه $u$ ، PS است
$R^4$	اگر $\sigma$ ، ZR باشد، آنگاه $u$ ، ZR است
$R^5$	اگر $\sigma$ ، NB باشد، آنگاه $u$ ، NB است
$R^6$	اگر $\sigma$ ، NM باشد، آنگاه $u$ ، NM است
$R^7$	اگر $\sigma$ ، NS باشد، آنگاه $u$ ، NS است

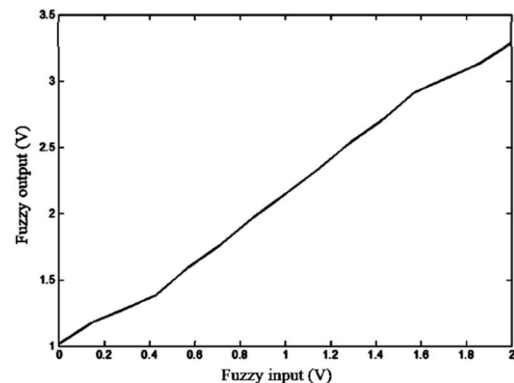


Fig. 10 Input and output of fuzzy algorithm

شکل 10 ورودی و خروجی الگوریتم فازی

### 5- نتایج و بحث

بعد از مدلسازی آلیاژ حافظه دار با مدل پرنتل-ایشلینسکی و طراحی کنترلر مد لغزشی فازی، ورودی‌های مختلف روی آن بررسی شده است. ماکزیمم ولتاژ ورودی به مدل 2.5 ولت می‌باشد [15]. به همین دلیل قبل از مدل و بعد از ورودی کنترلی، از تابع اشباع شده با بیشینه ولتاژ 2.5 ولت استفاده شده است.

تعیین محدوده ورودی به سیستم فازی با توجه به سیگنال کنترلی در حالت کنترلر تناسبی-مشتق-گیر-انتگرال گیر تعیین می‌شود (شکل 11). با توجه به سیگنال کنترلی، مشخص می‌شود که محدوده ورودی به سیستم فازی باید بین 0 تا 2 ولت باشد. متناسب با این ورودی، سعی شده که برای سرعت بخشیدن به کاهش خطا، ورودی‌های بزرگتری به سیستم وارد شود. به عبارتی خروجی فازی در محدوده 0 تا 3.5 ولت در نظر گرفته شده است. شکل 12 سیگنال کنترلی برای کنترلر مد لغزشی فازی را نشان می‌دهد. پارامترهای سطح لغزش، همان پارامترهای کنترلر کلاسیک می‌باشد، که از طریق بلوک پی‌آی‌دی سیمولینک به طور خودکار بدست آمده‌اند و در جدول 3 نشان داده شده‌اند.

### 5-1- مسیریابی ورودی سینوسی با دامنه ثابت

در اولین آزمایش ورودی  $72.72 + 35\sin(2\pi ft - \pi/2)$  با فرکانس 0.01 هرتز به عنوان ورودی مطلوب به سیستم مدار بسته داده شده و نتایج دو کنترلر در شکل 13 رسم شده است. نتایج، عملکرد بهتر کنترلر مد لغزشی فازی را نشان می‌دهد. میانگین مربعات خطا برای کنترلر تناسبی-مشتق-گیر-انتگرال گیر 18.05 میلی متر و برای کنترلر مد لغزشی فازی 7.45 میلی متر بدست آمده است.

مدل یک عملگر آلیاژ حافظه دار با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی برای ورودی ولتاژ و خروجی موقعیت با مدل پرنتل-ایشلینسکی مدلسازی شده است. پارامترهای مدل، با در نظر گرفتن مربع خطای بین خروجی داده‌های آزمایش و مدل به عنوان تابع هدف و با استفاده از الگوریتم ژنتیک شناسایی شده است. میانگین مربعات خطای آموزش 6.44 میلی‌متر بدست آمده است. سپس کنترل موقعیت برای مدل آلیاژ حافظه دار با کنترلرهای تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر و مد لغزشی فازی انجام شده است. استفاده از کنترلر مد لغزشی برای سیستم‌هایی که عدم قطعیت یا دینامیک مدل نشده دارند، یک روش بسیار مناسب می‌باشد، زیرا می‌تواند محدوده خوبی را برای عدم قطعیت‌ها پوشش دهد. از طرفی سیستم کنترل فازی را می‌توان مستقل از مدل برای سیستم طراحی کرد و خطا را برای سیستم مستقل از مدل به پایداری رساند. البته، اگر الگوریتم فازی در توابع عضویت، محدوده‌ها و قوانین به درستی انتخاب نشود، کارایی لازم را برای کنترل ندارد.

همان‌طور که از نتایج مشخص می‌باشد، کنترلر مد لغزشی فازی بهتر از کنترلر تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر توانسته است، سیگنال‌های ورودی را ردیابی کند. میانگین مربعات خطا به ازای سیگنال‌های ورودی مختلف هم آن کارایی بهتر را نشان می‌دهد.

7 - فهرست علائم

$P_i$	پارامترهای مدل
$q$	ضریب وزنی ورودی مدل
$p$	تابع چگالی
$F_r$	اپراتور هیستریزس بازی
$r$	تابع آستانه
$t$	زمان
$u$	ورودی مدل
$y_{classic}$	خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک (mm)
$y_{generalized}$	خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته (mm)

علائم یونانی

$\gamma$	تابع پوش ( $kgm^{-3}$ )
$\sigma$	سطح لغزش (V)
$\alpha$	ضریب خطا در سطح لغزش
$\beta$	ضریب مشتق خطا در سطح لغزش
$\lambda$	ضریب انتگرال خطا در سطح لغزش

زیر نویس‌ها

generalized	مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته
classic	مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک
$l$	جهت افزایش
$N$	تعداد داده‌ها
$r$	جهت کاهش

8- مراجع

[1] C. Pfeiffer, K. DeLaurentis, C. Mavroidis, Shape memory alloy actuated robot prostheses: initial experiments, in *Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*, Vol. 3, pp. 2385-2391, 1999.

[2] M. H. Elahinia, H. Ashrafuon, Nonlinear control of a shape memory alloy actuated manipulator, *Journal of vibration and acoustics*, Vol. 124, No. 4, pp. 566-575, 2002.

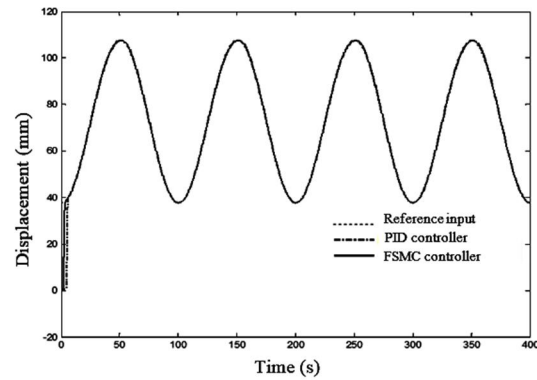


Fig.13 Response of closed loop system to  $72.72 + 35\sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2})$  input with frequency 0.01 Hz

شکل 13 پاسخ سیستم مدار بسته به ورودی  $72.72 + 35\sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2})$  با فرکانس 0.01 هرتز

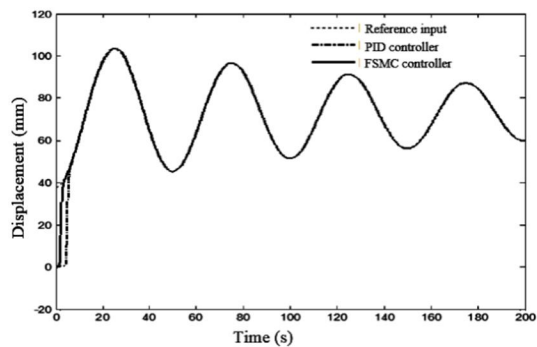


Fig.14 Response of closed loop system to  $72.72 + 35\sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) \exp(-0.005t)$  input with frequency 0.02 Hz

شکل 14 پاسخ سیستم مدار بسته به ورودی  $72.72 + 35\sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) \exp(-0.005t)$  با فرکانس 0.02 هرتز

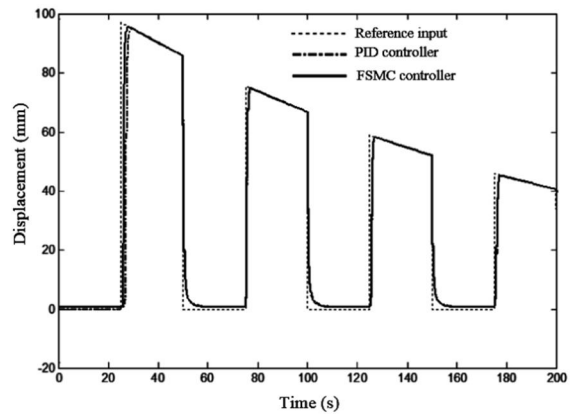


Fig. 15 Response of closed loop system to special input with variable amplitude

شکل 15 پاسخ سیستم مدار بسته به ورودی خاص با دامنه متغیر

ردیابی کند. میانگین مربعات خطا برای کنترلر تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر 142.36 میلی‌متر و برای کنترلر مد لغزشی فازی 97.53 میلی‌متر بدست آمده است.

6- نتیجه گیری

برای سیستم‌هایی که دارای پدیده هیستریزس هستند، مدلسازی هیستریزس یک نیاز ضروری برای کنترل آنها می‌باشد. در این مقاله ابتدا

- memory alloy actuators, *International Journal of Research and Reviews in Mechatronic Design and Simulation (IJRRMDS)*, Vol. 1, No. 3, pp. 59-68, 2011.
- [17] M. A. Janaideh, J. Mao, S. Rakheja, W. Xie, C.-Y. Su, Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model: Hysteresis modeling and its inverse for compensation in smart actuators, *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on, Fiesta Americana Grand coral beach, Cancun, Mexico, December 9-11*, pp. 5182-5187, 2008.
- [18] O. Jeddinia, M. R. Zakerzadeh, M. Mahjob, Hysteresis behavior investigation of magnetic shape its memory alloy actuator using generalized prandtl-Ishlinskii model and experimental validation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 303-310, 2016. (in persian فارسی)
- [19] M. Rubagotti, A. Estrada, F. Castanos, A. Ferrara, L. Fridman, Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 56, No. 11, pp. 2699-2704, 2011.
- [20] H. Y. Xiaojie SUN, Shumin FEI, Integral Sliding Mode Control Based on Uncertainty Compensator, *JCIS*, Vol. 9, No. 4, pp. 1331-1338, 2013.
- [21] S.-U. Lee, P. H. Chang, Control of a heavy-duty robotic excavator using time delay control with integral sliding surface, *Control engineering practice*, Vol. 10, No. 7, pp. 697-711, 2002.
- [22] F. Piltan, M. A. Bairami, F. Aghayari, M. R. Rashidian, Stable fuzzy PD control with parallel sliding mode compensation with application to rigid manipulator, *International Journal of Information Technology and Computer Science (IJITCS)*, Vol. 5, No. 7, pp. 103-114, 2013.
- [23] İ. Eker, Second-order sliding mode control with PI sliding surface and experimental application to an electromechanical plant, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 37, No. 7, pp. 1969-1986, 2012.
- [24] A. Rhif, Z. Kardous, N. BenHadj Braiek, A PID-Sliding Mode Control Design for a Coupled Tank, *International Conference CRATT*, Tunisia, 2013.
- [25] C. Aguilar-Ibañez, J. A. Mendoza-Mendoza, M. S. Suarez-Castanon, J. Davila, A nonlinear robust PI controller for an uncertain system, *International Journal of Control*, Vol. 87, No. 5, pp. 1094-1102, 2014.
- [26] M.-H. Chiang, J.-H. Lin, A positioning actuator of magnetic shape memory alloys based on fuzzy sliding mode control, , *11th IEEE International Conference on Control & Automation (ICCA)*, Taichung, Tiwan, June 18-20, pp. 440-444, 2014.
- [3] K. J. D. Laurentis, C. Mavroidis, Mechanical design of a shape memory alloy actuated prosthetic hand, *Technology and Health Care*, Vol. 10, No. 4, pp. 91-106, 2002.
- [4] B. Kim, M. G. Lee, Y. P. Lee, Y. Kim, G. Lee, An earthworm-like micro robot using shape memory alloy actuator, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 125, No. 2, pp. 429-437, 2006.
- [5] J.-H. Lin, M.-H. Chiang, Hysteresis Analysis and Positioning Control for a Magnetic Shape Memory Actuator, *Sensors*, Vol. 15, No. 4, pp. 8054-8071, 2015.
- [6] Y. Sutou, Y. Imano, N. Koeda, T. Omori, R. Kainuma, K. Ishida, et al., Magnetic and martensitic transformations of NiMnX (X= In, Sn, Sb) ferromagnetic shape memory alloys, *Applied Physics Letters*, Vol. 85, No. 19, pp. 4358-4360, 2004.
- [7] X. Tan, J. S. Baras, Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators, *Automatica*, Vol. 40, No. 9, pp. 1469-1480, 2004.
- [8] D. Hughes, J. T. Wen, Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hysteresis, *Smart materials and structures*, Vol. 6, No. 3, pp. 287-300, 1997.
- [9] S. Mittal, C.-H. Menq, Hysteresis compensation in electromagnetic actuators through Preisach model inversion, *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, Vol. 5, No. 4, pp. 394-409, 2000.
- [10] R. C. Smith, J. E. Massad, A Unified, Methodology for modeling hysteresis in ferroelectric, ferromagnetic and ferroelastic materials, DTIC Document, 2001.
- [11] J. M. Nealis, R. C. Smith, Nonlinear adaptive parameter estimation algorithms for hysteresis models of magnetostrictive actuators, in *SPIE's 9th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, San Diego, California, Vol. 4695, No. 53, pp. 25-36, 2002.
- [12] J.-C. Lo, Y.-H. Kuo, Decoupled fuzzy sliding-mode control, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 426-435, 1998.
- [13] J. Wang, A. B. Rad, P. Chan, Indirect adaptive fuzzy sliding mode control: Part I: fuzzy switching, *Fuzzy sets and Systems*, Vol. 122, No. 1, pp. 21-30, 2001.
- [14] X. Jiao, J. Jiang, Design of Interval Type-2 Fuzzy Sliding Mode Controller for Hypersonic Aircraft, *Journal of Automation and Control Engineering vol*, Vol. 4, No. 2, 2016.
- [15] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, Position control of shape memory alloy actuator based on the generalized Prandtl-Ishlinskii inverse model, *Mechatronics*, Vol. 22, No. 7, pp. 945-957, 2012.
- [16] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, M. A. V. Zanjani, Accuracy evaluation of generalized Prandtl-Ishlinskii model in characterizing asymmetric saturated hysteresis nonlinearity behavior of shape