



## اثرات مکش/دمش بر جریان و انتقال حرارت یک صفحه نفوذپذیر در حضور نانوسیال های مختلف

حمید ملکی<sup>1</sup>، محمد ذوالفقار<sup>2</sup>، مهدی محسنی<sup>3\*</sup>

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی قم، قم

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی قم، قم

\* قم، صندوق پستی 1519-37195، m.mohseni@qut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 خرداد 1396

پذیرش: 30 مرداد 1396

ارائه در سایت: 31 شهریور 1396

کلید واژگان:

انتقال حرارت

نانوسیال

صفحه نفوذپذیر

مکش و دمش

حل تشابهی

### چکیده

در این پژوهش، جریان و انتقال حرارت نانوسیال روی یک صفحه نفوذپذیر در حضور شرط مرزی جابجایی مورد بررسی قرار گرفته است. چهار نوع نانو سیال آب-مس، آب-آلومینا، آب-تیتانیا و آب-نقره برای بررسی انتخاب شده است. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر مسأله با استفاده از حل تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل و سپس با روش محاسبات عددی رانگ-کوتا-فلبرگ مرتبه چهارم-پنجم و استفاده از نرم افزار میپل حل شده است. تأثیرات کسر حجمی نانوذرات، پارامتر شرط مرزی جابجایی و نوع نانوسیال در حالات مکش، صفحه نفوذ ناپذیر و دمش بر پروفیل های سرعت و دما، عدد ناسلت محلی و ضریب اصطکاک پوسته ای محلی به ازای نرخ های مختلفی از نفوذپذیری بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که برخی پارامترهای فوق اثر متفاوتی در حالت مکش و دمش دارند. اثر تغییر کسر حجمی نانوذرات بر روی پروفیل های سرعت و دما و در نتیجه ضریب اصطکاک و عدد ناسلت محلی در حالت دمش خیلی بیشتر از حالت های مکش و صفحه نفوذناپذیر می باشد. در حالت کلی با افزایش کسر حجمی نانوذرات مقدار عدد ناسلت محلی و ضریب اصطکاک افزایش می یابد. بیشترین مقدار ضریب اصطکاک محلی در حالت های مکش و صفحه نفوذناپذیر، برای نانوسیال آب نقره مشاهده شد در حالی که بیشترین مقدار عدد ناسلت برای حالت مکش مربوط به نانوسیال آب-مس می باشد.

## Effects of suction/injection on flow and heat transfer over a permeable surface in presence of different nanofluids

Hamid Maleki<sup>1</sup>, Mohammad Zolfaghar<sup>2</sup>, Mahdi Mohseni<sup>2\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Qom University of Technology, Qom, Iran

\* P.O.B. 1519-37195, Qom, Iran, m.mohseni@qut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 31 May 2017

Accepted 21 August 2017

Available Online 22 September 2017

#### Keywords:

Heat Transfer

Nano-fluid

Permeable Surface

Suction and Injection

Similarity Solution

### ABSTRACT

In this study, flow and heat transfer of some nano-fluids over a permeable surface with convective boundary condition has been investigated. Four types of nano-fluids, i.e. Cu-water, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water, TiO<sub>2</sub>-water and Ag-water are considered for investigation. The governing partial differential equations (PDEs) first transformed to ordinary differential equations (ODEs) using similarity solution method. The obtained equations are then solved numerically by making use of Runge-Kutta-Fehlberg fourth-fifth order's (RKF45) method. The effects of nanoparticles type, volume fraction of nanoparticles, the type of permeability and convective boundary condition in three cases, i.e. suction, injection and impermeable surface, on the velocity and temperature variations as well as the local Nusselt number and skin friction coefficient are examined. The results show that some of the above parameters have different effects in suction and injection states. The effect of nanoparticle volume fraction on velocity and temperature variations and then the local skin-friction coefficient and local Nusselt number are noticeably larger than in injection rather than suction or impermeable surfaces. Generally, the increase of volume fraction leads to enhancement of local skin friction as well as Nusselt number. In the cases of suction and impermeable surfaces, the maximum friction coefficient was found with Ag-water as nano-fluid while the maximum Nusselt number is observed with Cu-water nanofluid in suction.

### 1- مقدمه

رشد چشمگیری داشته اند و با دو مشخصه اصلی مکش<sup>1</sup> و دمش<sup>1</sup> سیال شناخته می شوند. بررسی جریان و انتقال حرارت روی این صفحه ها موضوع

صفحه های نفوذپذیر در سال های گذشته در بسیاری از زمینه های مهندسی

<sup>1</sup> Suction

#### Please cite this article using:

H. Maleki, M. Zolfaghar, M. Mohseni, Effects of suction/injection on flow and heat transfer over a permeable surface in presence of different nanofluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 207-216, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

صفحه نفوذپذیر متحرک را برای مایع تحت اثرات شیمیایی، به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، پارامترهای مکش و دمش در کنار پارامترهایی نظیر اثر دوفور و سوپرت، انتقال حرارت تشعشعی و واکنش دهنده‌های شیمیایی برگشت‌ناپذیر مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد اصطکاک پوسته‌ای و عدد ناسلت محلی با افزایش پارامتر مکش افزایش می‌یابند. همچنین نتایج این بررسی نشان داد، مکش افزایش دمای سیال و دمش کاهش دمای سیال را در پی خواهد داشت.

بررسی جریان و انتقال حرارت روی سطوح نفوذپذیر ساده، درصد کمتری از پژوهش‌های مربوط به سطوح نفوذپذیر را به خود اختصاص داده است. آیشاک [14] جریان لایه مرزی آرام و پایای عبوری از یک صفحه نفوذپذیر را به صورت عددی مورد بررسی قرار داد به طوری که سطح پایینی صفحه تحت گرمایش جابجایی قرار گرفته بود. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که افزایش مکش، تنش برشی روی سطح را افزایش داده و سبب زیاد شدن نرخ انتقال حرارت می‌شود. همچنین دمش سیال روی سطح موجب کاهش نرخ انتقال حرارت و تنش برشی روی صفحه خواهد شد. در پژوهشی مشابه، آیدین و کابا [2] جریان لایه مرزی آرام عبوری از یک صفحه نفوذپذیر افقی را به صورت عددی و تشابهی بررسی نمودند. آن‌ها کاربرد مکش را کاهش ضخامت لایه مرزی و در نتیجه افزایش انتقال مومنوم در روی سطح صفحه بیان نمودند که باعث افزایش سرعت، گرادیان سرعت و در نتیجه افزایش نرخ انتقال حرارت و ضریب اصطکاک پوسته‌ای می‌شود.

نیاز به افزایش راندمان و بهبود انتقال حرارت در سیستم‌های حرارتی سبب شد تا تحقیقات گسترده‌ای برای استفاده از نانوسیال به جای سیال‌های متداول نظیر آب که بتواند خواص حرارتی بهتری را ارائه دهد، انجام شده است. علاوه بر بالا بودن هدایت حرارتی یک نانوسیال، پراکندگی حرارتی<sup>6</sup> و آشفته شدن جریان به واسطه حرکت ذره‌ها، از دیگر عواملی هستند که باعث افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی شده و برتری نانوسیال‌ها را نسبت به سیال‌های معمول در سیستم‌های انرژی و به خصوص فرآیندهای خنک کاری رقم می‌زند.

ضیایی‌راد و کسای‌پور [15] به حل تشابهی لایه مرزی برای جریان جابجایی ترکیبی نانوسیال آب- مس عبوری از یک صفحه تخت افقی به صورت عددی پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد، عدد ناسلت جریان با افزایش کسر حجمی نانوذرات و پارامتر جابجایی ترکیبی با افزایش روبرو خواهد شد، به طوری که عدد ناسلت برای نانوسیال آب- مس با کسر حجمی 4 درصدی نسبت به سیال خالص حدود 10 درصد افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شد، پارامتر ضریب اصطکاک در همین محدوده حدود 20 درصد افزایش یافته است. در پژوهشی دیگر فریدونی‌مهر و برادران رحیمی [16] جریان نانوسیال عبوری از یک صفحه انبساطی را در حضور میدان مغناطیسی و شرایط مرزی لغزش و همرفت سطحی، به صورت نیمه تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش از روش آنالیز هموتوبی بهینه<sup>7</sup> برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله استفاده شد. نتایج این بررسی نشان داد، حضور نانوذرات در سیال پایه موجب بهبود عملکرد انتقال حرارت همرفتی سیالات مختلف می‌شود. همچنین مشاهده شد، گرادیان دمای دیواره با افزایش پارامتر انتشار حرارتی و یا کاهش پارامتر حرکت براونی کاهش می‌یابد.

باکک و همکاران [17] جریان نانوسیال عبوری از یک صفحه نفوذپذیر متحرک را بررسی کردند. آن‌ها از نانوذره‌های مس، آلومینا<sup>8</sup> و تیتانیا<sup>1</sup> در

پژوهش‌های بسیاری در شاخه‌های کاربردی بوده و توجه بسیاری از صنایع را به خود جلب کرده است.

از کاربردهای صنعتی این صفحات می‌توان به استفاده در سیستم روغن کاری و خنک کاری باتاقان‌های محوری، دیفیوزرهای شعاعی، سیستم‌های صنایع نفت و گاز، خنک کاری مکشی پره‌های توربین، روغن کاری قطعات سرامیکی ماشین‌ها، کنترل لایه مرزی ایرفویل‌ها، استخراج انرژی زمین‌گرمایی، سیستم خنک کاری راکتورهای هسته‌ای، فرآیندهای مرتبط با مواد غذایی، فرآیندهای فیلتراسیون، کاهش اثرات کاویتاسیون و سیستم‌های بازیاب انرژی اشاره نمود [7-1]. معمولاً مکش برای افزایش نرخ انتقال حرارت و حذف واکنش دهنده‌ها در فرآیندهای شیمیایی کاربرد دارد. همچنین دمش به منظور کاهش درگ، افزودن واکنش دهنده‌ها در فرآیندهای شیمیایی، خنک کاری سطوح و جلوگیری از خوردگی به کار می‌رود [1].

پژوهش‌های بسیاری در مورد تاثیر ترم نفوذپذیری (مکش و دمش) در جریان سیالات معمول عبوری از سطوح نفوذپذیر در قالب شرایط مرزی و هندسه‌های مختلف و همچنین روش‌های حل متفاوت (تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی) انجام شده است. واتاناب [9,8] جریان و انتقال حرارت جابجایی اجباری، طبیعی و مختلط را روی یک صفحه و گوه نفوذپذیر عمودی به صورت تحلیلی بررسی کرد. نتایج این دو بررسی نشان داد پارامترهای انتقال حرارت و اصطکاک پوسته‌ای با افزایش پارامتر دمش، کاهش می‌یابند. همچنین افزایش پارامتر مکش، افزایش دما و سرعت در لایه مرزی و افزایش گرادیان سرعت در سطح صفحه و گوه را در پی خواهد داشت که موجب افزایش پارامترهای انتقال حرارت و اصطکاک پوسته‌ای می‌شود. در ادامه بررسی‌های تحلیلی، مگیاری و کلر [10] حل‌های دقیقی برای جریان روی صفحه نفوذپذیر انبساطی<sup>2</sup> ارائه کردند. در این بررسی صفحه در حالت‌های نفوذناپذیر، مکش و دمش در چند حالت خاص مورد بررسی قرار گرفت.

فرض‌های ساده‌کننده فراوان برای ترم‌های مختلف معادلات و شرایط مرزی و همچنین دشواری محاسبات ریاضی حل‌های تحلیلی سبب شد تا این نوع بررسی، جای خود را به تبدیل‌های تشابهی و حل‌های عددی بدهد. سطوح نفوذپذیر متحرک و انبساطی/انقباضی بخش زیادی از پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه سطوح نفوذپذیر را به خود اختصاص داده‌اند. این نوع صفحه‌ها می‌توانند تحت شرایط مختلف، دارای حل‌های دوگانه<sup>3</sup>، حل‌های یکتا یا بدون جواب باشند. ویدمن و همکاران [11] تاثیر نفوذپذیری بر جریان لایه‌مرزی و انتقال حرارت روی یک صفحه متحرک را بررسی کردند. نتایج این بررسی نشان داد، زمانی که صفحه 50 درصد سریع‌تر یا کندتر از جریان آزاد سیال حرکت می‌کند، مکش سیال از روی سطح موجب افزایش گرادیان سرعت روی سطح خواهد شد. همچنین در بخش دیگری از این پژوهش در مورد امکان‌سنجی حل‌های پایا بحث شده است. نتایج این قسمت نشان می‌دهد، مکش بازه پایداری حل‌های عددی را افزایش و دمش این بازه را کاهش می‌دهد. قش و همکاران [12] جریان حول یک صفحه نفوذپذیر انقباضی غیرخطی را به صورت عددی بررسی کردند. در این بررسی تاثیر شرط مرزی لغزش، شاخص سیالات غیرنیوتونی و پارامتر مکش مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این بررسی برای حل‌های دوگانه نشان داد، با افزایش پارامتر مکش سرعت حل اول<sup>4</sup> افزایش می‌یابد ولی برای حل دوم<sup>5</sup> عکس این روند مشاهده می‌شود. ماکینده و الانرواجا [13] جریان و انتقال حرارت روی یک

<sup>1</sup> Injection (Blowing)

<sup>2</sup> Stretching Sheet

<sup>3</sup> Dual Solutions

<sup>4</sup> First Branch Solution

<sup>5</sup> Second Branch Solution

<sup>6</sup> Thermal Dispersion

<sup>7</sup> Optimal Homotopy Analysis Method(OHAM)

<sup>8</sup> Alumina (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)

سیستم مورد نظر از سوی دیگر، منجر شد تا پژوهش حاضر مورد توجه قرار بگیرد. در حقیقت این پژوهش در ادامه پژوهش‌های آیدین و کایا [2] و آیشاک [14]، به بررسی تاثیر حضور نانوذرات مختلف روی صفحات نفوذپذیر ساده می‌پردازد. همچنین به بررسی دقیقی بین ویژگی‌های جریان و انتقال حرارت در حضور مکش و دمش نانوسیال پرداخته می‌شود و آن را با صفحه نفوذناپذیر (صفحه تخت ثابت) مقایسه می‌کند. تاثیر پارامترهای مکش و دمش روی پروفیل‌های سرعت و دما، ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی و عدد ناسلت محلی در جریان نانوسیال عبوری از یک صفحه نفوذپذیر بررسی شده و نتایج با حالتی که سیال عاری از هرگونه نانوذره باشد (سیال معمول)، نیز صورت گرفته است. در این پژوهش از چهار نانوذره مس، آلومینا (اکسید آلومینیوم)، تیتانیا (اکسید تیتانیوم) و نقره استفاده می‌شود.

## 2- بیان مسئله و معادلات حاکم

"شکل 1" مدل فیزیکی و سیستم مختصات مسئله حاضر را نشان می‌دهد. این پژوهش با فرض جریان لایه مرزی دو بعدی، پایا، آرام و شرط مرزی جابجایی در زیر صفحه بررسی می‌شود. همچنین نانوسیال به‌طور یکنواخت با سرعت  $U_\infty$  و دمای  $T_\infty$  روی صفحه جریان می‌یابد. نانوسیال مورد استفاده شامل نانوذره‌های مس، آلومینا، تیتانیا و نقره و آب به عنوان سیال پایه است. شکل و اندازه نانوذره‌ها یکنواخت فرض شده است. همچنین فرض شده سیال و نانوذره‌ها در حالت تعادل حرارتی به سر می‌برند و هیچ لغزشی بین نانوذره‌ها رخ نمی‌دهد. در این بررسی، جریان نانوسیال غیرقابل تراکم فرض می‌شود و از تاثیر حرکات براونی نانوذرات، نیروهای خارجی (نظیر اثر گرانش یا الکترومگنتیک)، تشعشع، تولید گرمای داخلی و اتلاف ویسکوزی صرف‌نظر می‌شود.

بر اساس فرضیات لایه‌مرزی و فرضیات بالا، روابط پیوستگی، مومنتوم و

انرژی به شکل زیر در می‌آیند [22,23]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

در این روابط  $u$  و  $v$  به ترتیب مقدار سرعت در جهت  $x$  و  $y$  هستند. دمای نانوسیال در لایه مرزی،  $u$  و  $v$  به ترتیب لزجت سینماتیکی و ضریب پخش حرارتی نانوسیال هستند.

شرایط مرزی جریان عبارتند از:

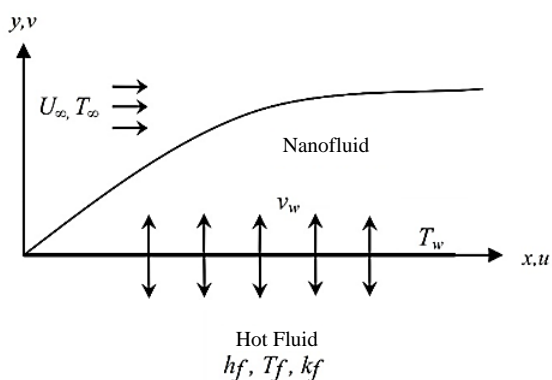


Fig. 1 Physical model and the coordinate system

شکل 1 مدل فیزیکی و سیستم مختصات مسئله حاضر

سیال پایه آب استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که استفاده از نانوسیال سبب افزایش ضریب انتقال حرارت و ضریب اصطکاک پوسته‌ای می‌شود. بالاترین مقدار برای این ضرایب به ازای نانوسیال آب-مس مشاهده شد. همچنین مشاهده شد، افزایش کسر حجمی نانوذره‌ها اصطکاک پوسته‌ای و عدد ناسلت را افزایش می‌دهد. در پژوهشی دیگر، باکک و همکاران [18] جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-مس روی یک صفحه نفوذپذیر انبساطی/انقباضی را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که افزایش کسر حجمی نانوذره‌ها سبب افزایش ضریب انتقال حرارت و ضریب اصطکاک می‌شود. علاوه بر این، مکش سبب افزایش تنش برشی روی سطح شده و انتقال حرارت روی سطح را افزایش می‌دهد. موتسومی و ماکینده [19] در یک بررسی عددی، اثرات مکش، انتقال حرارت تشعشی و اتلاف ویسکوزی را روی جریان و انتقال حرارت نانوسیال عبوری از یک صفحه نفوذپذیر متحرک مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد، افزایش پارامترهای مکش و کسر حجمی نانوذرات سبب افزایش نرخ انتقال حرارت شده در حالی که پارامترهای تشعشع و نرخ سرعت صفحه سبب کاهش انتقال حرارت می‌شوند. همچنین ضریب اصطکاک پوسته‌ای برای نانوسیال آب-مس بیشتر از نانوسیال آب-آلومینا مشاهده شد. داس و همکاران [20] تاثیر شرایط مرزی لغزشی را روی جریان و انتقال حرارت نانوسیال مگنتوهیدرودینامیک<sup>2</sup> روی یک صفحه نفوذپذیر انبساطی غیرخطی به صورت عددی بررسی کردند. این پژوهش در حضور شرایط مرزی لغزشی و واکنش شیمیایی مرتبه اول بررسی شد. نتایج این بررسی نشان داد، افزایش پارامترهای مکش و دمش در حضور شرط مرزی لغزش تاثیر زیادی روی دمای سطح صفحه خواهد داشت، به طوری که با افزایش پارامتر مکش دمای بدون بعد سطح بیش از 50 درصد کاهش می‌یابد. این در حالی است که با افزایش پارامتر دمش، دمای سطح حدود 35 درصد افزایش می‌یابد. همچنین نتایج این پژوهش نشان داد، افزایش پارامتر مکش سبب کاهش غلظت نانوذرات می‌شود، در حالی که با افزایش پارامتر دمش عکس این روند مشاهده می‌شود. ضیایی راد و همکاران [21] جریان جابجایی ترکیبی نانوسیال را روی یک صفحه نفوذپذیر شیب‌دار به صورت عددی، مورد بررسی قرار دادند. نتایج این پژوهش نشان داد، افزایش مکش از دیواره نرخ انتقال حرارت را به صورت خطی افزایش خواهد داد. همچنین رشد ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط، در حضور کسر حجمی نانوذرات برابر، در حالت مکش 5 درصد بیشتر از حالت دمش مشاهده شد. همچنین با افزایش زاویه صفحه از حالت افقی به زاویه 60 درجه، در تمامی کسر حجمی نانوذرات مورد بررسی، ضریب اصطکاک 240 درصد و عدد ناسلت 25 درصد افزایش یافت.

در تمامی پژوهش‌های بررسی شده در قسمت قبل، جریان و انتقال حرارت سیالات معمول یا نانوسیالات تک‌فاز بر روی هندسه‌هایی از قبیل صفحات نفوذپذیر انبساطی/انقباضی خطی یا غیرخطی [10,12,18,20] و صفحات متحرک [19,17,13,11] در حضور شرایط مرزی و پارامترهای مختلف، مورد توجه قرار گرفت. بررسی‌های مربوط به سطوح نفوذپذیر ساده، محدود به جریان سیالات معمول نظیر آب یا هوا [14,2] بوده و جریان نانوسیال روی این صفحات مورد توجه محققان قرار نگرفته است. بنابراین عدم بررسی جریان نانوسیال روی صفحات نفوذپذیر ساده، به عنوان سطوح بسیار پرکاربرد در فرآیندهای مختلف صنعتی از یک سو و اهمیت تاثیر نرخ نفوذپذیری (پارامترهای مکش و دمش) روی رفتار جریان و انتقال حرارت

<sup>1</sup> Titania (TiO<sub>2</sub>)

<sup>2</sup> Magnetohydrodynamic (MHD)

در روابط (9) و (10) Prf، عدد پراتنل سیال پایه را نشان می‌دهد. در این مسئله عدد پراتنل آب 6.2 در نظر گرفته شده است. همچنین ضرایب  $m_0$  و  $m_1$  که نشان دهنده خواص نانوسیال هستند، به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$m_0 = \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}[(1-\varphi) + \varphi \rho_s/\rho_f]},$$

$$m_1 = \frac{[(k_s/k_f + 2) - 2\varphi(1 - k_s/k_f)]}{[(1-\varphi) + \varphi(\rho C_p)_s/(\rho C_p)_f][(k_s/k_f + 2) + \varphi(1 - k_s/k_f)]} \quad (11)$$

با حل تشابهی روابط (1)-(5) روابط (12) و (13) نیز حاصل می‌شوند [30-28]:

$$v_w = -\frac{1}{2} \left( \frac{U_\infty v_f}{x} \right)^{1/2} f_w \quad (12)$$

$$h_f = cx^{-1/2} \quad (13)$$

که  $c$  و  $f_w$  ثابت هستند.  $f_w$  نشان دهنده نرخ نفوذپذیری روی سطح است. یعنی  $f_w = 0$  حالت صفحه نفوذناپذیر،  $f_w > 0$  حالت مکش و  $f_w < 0$  حالت دمش را نشان می‌دهد.

شرایط مرزی تبدیل یافته عبارت‌اند از:

$$\eta = 0 : f' = 0, f = f_w, \theta' = -\frac{k_f}{k_{nf}} a [1 - \theta]$$

$$\eta \rightarrow \infty : f' \rightarrow 1, \theta \rightarrow 0 \quad (14)$$

که در آن ثابت  $a$  به شکل  $a = c(v_f/U_\infty)^{1/2}/k_f$  تعریف می‌شود. باید توجه نمود که روابط (12) و (13) برای استقلال شرایط مرزی از پارامتر  $x$  ضروری است. زیرا بدون این فرض حل‌های کلی به حل‌های تشابهی محلی تبدیل می‌شوند (آیشاک و همکاران [31]).

ضرایب اصطکاک پوسته‌ای محلی و عدد ناسلت محلی به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$C_{fx} = \frac{\tau_w}{\rho_f U_\infty^2}, \text{Nu}_x = \frac{xq_w}{k_f(T_w - T_\infty)} \quad (15)$$

که  $\tau_w$  و  $q_w$  به ترتیب تنش برشی و شار حرارتی روی سطح هستند و به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\tau_w = \mu_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, q_x = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (16)$$

با استفاده از متغیرهای تشابهی ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی<sup>۲</sup> و عدد ناسلت محلی<sup>۳</sup> به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$C_{fx} \text{Re}_x^{1/2} = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} f''(0),$$

$$\text{Nu}_x \text{Re}_x^{-1/2} = \frac{k_{nf}}{k_f} \theta'(0) \quad (17)$$

که عدد رینولدز محلی<sup>۴</sup> به صورت  $\text{Re}_x = U_\infty x/v_f$  تعریف می‌شود.

### 3- روش حل عددی و اعتبارسنجی نتایج

حل معادلات دیفرانسیل معمولی (9) و (10) به همراه شرایط مرزی (14) با استفاده از نرم افزار میپل<sup>۵</sup> به صورت عددی و با الگوریتم رانگ-کوتا-فلبرگ مرتبه چهارم-پنجم<sup>۶</sup> انجام می‌گردد [32]. شرایط مرزی که در  $\eta \rightarrow \infty$  رخ می‌دهد را می‌توان با دقت خوبی با مقادیر  $12\eta =$  جایگزین نمود [32]. همچنین اندازه گام‌ها و دقت جواب‌ها در حل عددی به ترتیب برابر 0.05 و  $10^{-6}$  در نظر گرفته شده است.

$u = 0, v = v_w$  در  $y = 0$

$u \rightarrow U_\infty$  زمانیکه  $y \rightarrow \infty$  (4)

که  $v_w$  نمایانگر سرعت انتقال جرم روی سطح صفحه است.  $v_w = 0$  حالت صفحه نفوذناپذیر،  $v_w > 0$  حالت دمش و  $v_w < 0$  حالت مکش را نشان می‌دهد. همچنین فرض کرده‌ایم که سطح پایینی صفحه، تحت انتقال حرارت جابجایی سیال پایه (آب) با دمای  $T_f$  و ضریب انتقال حرارت  $h_f$  قرار گیرد. بنابراین شرایط مرزی حرارتی به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} = h_f(T_f - T_w) \text{ در } y = 0$$

$$T \rightarrow T_\infty \text{ زمانیکه } y \rightarrow \infty \quad (5)$$

در رابطه (5)،  $k_{nf}$  و  $T_w$  به ترتیب ضریب هدایت حرارتی نانوسیال و دمای یکنواخت بالای سطح صفحه است ( $T_f > T_w > T_\infty$ ).

برای تشریح ویژگی‌های ترموفیزیکی نانوسیالات روابط بسیاری ارائه شده است. در این میان، روابط ارائه شده توسط پاک و چو [24] (تئوری مخلوط)، یمین و لی [25] و برینکمن [26] که به ترتیب برای محاسبه مقادیر ظرفیت حرارتی و چگالی، هدایت حرارتی و لزجت نانوسیالات به کار می‌روند، از مقبولیت بیشتری برخوردارند. در بسیاری از پژوهش‌های صورت گرفته اخیر، از این مدل‌ها برای بیان مشخصات ترموفیزیکی نانوسیالات استفاده شده است [17-21]. اعتبار و دقت این روابط توسط بونگیورنو [27] مورد بررسی قرار گرفته است. در پژوهش حاضر نیز از این روابط برای محاسبه خواص ترموفیزیکی نانوسیال استفاده می‌شود:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}}, \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}},$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\varphi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \varphi(k_f - k_s)},$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s,$$

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (6)$$

که  $\rho_{nf}$  و  $\mu_{nf}$  به ترتیب معرف لزجت دینامیکی و چگالی نانوسیال هستند.  $\varphi$  کسر حجمی نانوذرات را نشان می‌دهد و  $C_p$  ظرفیت حرارتی ویژه در فشار ثابت است.

برای حل روابط (1)-(5) و تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی، از تبدیل تشابهی زیر استفاده می‌شود [30-28]:

$$\eta = (U_\infty/v_f x)^{1/2} y,$$

$$\psi = (U_\infty v_f x)^{1/2} f(\eta),$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_f - T_\infty} \quad (7)$$

که در آن  $v_f$  لزجت سینماتیکی سیال پایه،  $\eta$  متغیر تشابهی،  $f$  تابع جریان بدون بعد،  $\theta$  دمای بدون بعد و  $\psi$  تابع جریان<sup>۱</sup> است. تابع جریان به گونه‌ای تعریف می‌شود که روابط  $u = \partial\psi/\partial y$  و  $v = -\partial\psi/\partial x$  را ارضا کند.

با استفاده از رابطه (7) داریم:

$$u = U_\infty f'(\eta), v = \frac{1}{2} \left( \frac{U_\infty v_f}{x} \right)^{1/2} (\eta f' - f) \quad (8)$$

با جایگذاری روابط (6)-(8) در روابط (2) و (3) داریم:

$$m_0 f'''' + \frac{1}{2} f'' f = 0 \quad (9)$$

$$\theta'' + \frac{\text{Pr}_f}{2m_1} \theta' f = 0 \quad (10)$$

<sup>1</sup> Stream Function

<sup>2</sup> Local Skin Friction Coefficient

<sup>3</sup> Local Nusselt Number

<sup>4</sup> Local Reynolds Number

<sup>5</sup> Maple

<sup>6</sup> Runge-Kutta-Fehlberg fourth-fifth order (RKF45)

نانوسیال در مقادیر مختلف پارامتر مکش و مقادیری از پارامتر دمش که کمتر از مقدار بحرانی است، سبب افزایش سرعت سیال و کاهش ضخامت لایه مرزی می‌شود. مقدار دمش بحرانی، میزانی از پارامتر دمش است که بیشتر از آن، جریان نانوسیال تغییر رفتار داده و با افزایش کسر حجمی نانوذرات، گرادیان سرعت و تنش برشی روی سطح شروع به کاهش می‌کند. برای نانوسیال آب-مس در "شکل 4" در  $\phi = 0.1$  مقدار دمش بحرانی،  $f_{cr} = -0.5$  است. دمش بحرانی وابسته به نوع نانوسیال نیز هست. جدول 2 نیز گواه این موضوع است، جایی که با افزایش کسر حجمی نانوذرات به ازای نانوسیال‌های آب-مس و آب-نقره در  $f_{cr} = -1$  ضریب اصطکاک پوسته‌های محلی کاهش می‌یابد ولی برای دو نانوسیال دیگر عکس این روند مشاهده می‌شود.

"شکل 5" تاثیر نوع نانوسیال را روی پروفیل سرعت نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت‌های صفحه نفوذناپذیر و مکش، سرعت در لایه مرزی و گرادیان سرعت در مجاورت دیواره برای نانوسیال آب-نقره و آب-مس بیشتر از سایر نانوسیالات است که دلیل آن بالاتر بودن چگالی نانوذرات نقره و مس است. این در حالی است که در حالت دمش وجود نانوسیال تاثیر چندانی روی گرادیان سرعت در نزدیکی سطح و در نتیجه تنش برشی روی سطح نخواهد داشت. در واقع در حالت دمش، تنش برشی روی سطح بیشتر از این‌که تحت تاثیر نوع نانوذرات باشد، تحت تاثیر کسر حجمی نانوذرات است. مشاهدات ابونادا و ازتپ [34,32] نیز این مطلب را تصدیق می‌کنند. همچنین در تمامی حالت‌ها، ضخامت لایه مرزی نانوسیال آب-آلومینا بیشتر از سایر نانوسیالات است که دلیل آن پایین بودن چگالی نانوذرات آلومینا نسبت به سایر نانوذرات و در نتیجه افزایش ضخامت لایه مرزی سرعت برای این نانوسیال است.

#### 4-2- بررسی پروفیل دما

طبق روابط (9)-(14) انتقال حرارت در جریان نانوسیال روی صفحه نفوذپذیر به هدایت حرارتی نانوسیال، چگالی نانوسیال، ظرفیت حرارتی نانوسیال، کسر حجمی نانوذرات و شرایط مرزی روی صفحه وابسته است. "شکل 6" تاثیر کسر حجمی نانوذره‌ها روی پروفیل دما را به ترتیب برای سه حالت مکش، صفحه نفوذناپذیر و دمش نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالت مکش با افزایش کسر حجمی نانوذره‌ها، دما در نزدیکی سطح به طور نامحسوسی کاهش می‌یابد ولی در بخش‌های دیگر لایه مرزی با افزایش کسر حجمی نانوذره‌ها دما در حال افزایش است. همین رفتار برای حالت صفحه نفوذناپذیر نیز مشاهده می‌شود با این تفاوت که تغییر روند دما در نقطه دورتری از دیواره رخ می‌دهد. همچنین دمای سطح در حالت صفحه نفوذناپذیر، نسبت به تغییر کسر حجمی نانوذرات حساسیت بیشتری از خود نشان می‌دهد. در حالت دمش با افزایش کسر حجمی نانوذره‌ها دما داخل لایه مرزی افزایش می‌یابد ولی به علت بالا بودن میزان پارامتر دمش و افزایش ضخامت لایه مرزی به مقدار زیاد، دمای بدون بعد روی سطح و نزدیکی آن و همچنین گرادیان دمای روی سطح تغییر محسوسی نمی‌کند. در واقع افزایش جذب سیال از روی سطح صفحه (مکش) علاوه بر کاهش ضخامت لایه مرزی سرعت، ضخامت لایه مرزی حرارتی را نیز کاهش خواهد داد. این پدیده همان‌طور که در "شکل 6" نیز مشخص است، سبب افزایش گرادیان دما در لایه مرزی و به خصوص در نزدیکی سطح شده و موجب افزایش نرخ انتقال حرارت و کاهش دمای بی بعد خواهد شد. علاوه بر این، در نزدیکی صفحه که اثرات هدایت حرارتی غالب است با افزایش کسر حجمی نانوذرات، ضریب

برای بررسی دقت و اعتبارسنجی حل عددی حاضر، پروفیل‌های سرعت و دما در سه حالت مکش، دمش و صفحه نفوذناپذیر با نتایج آیشاک [14] برای حالت  $\phi=0$  در "شکل 2" مقایسه شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج این مطالعه با پژوهش آیشاک [14] وجود دارد.

#### 4- بررسی نتایج

در این مطالعه همان‌طور که قبلاً اشاره شد از 4 نانوذره نقره، مس، آلومینا (اکسید آلومینیم) و تیتانیا (اکسید تیتانیوم)، به همراه آب به عنوان سیال پایه استفاده شده که خواص ترموفیزیکی آن‌ها در جدول 1 آمده است. طبق بررسی ابونادا و ازتپ [32]، به شرطی که کسر حجمی نانوذرات در نانوسیال (نانوسیالی که آب سیال پایه آن باشد) از 0.2 فراتر نرود، می‌توان عدد پرانتل را مقداری ثابت و برابر 6.2 فرض کرد.

#### 4-1- بررسی پروفیل سرعت

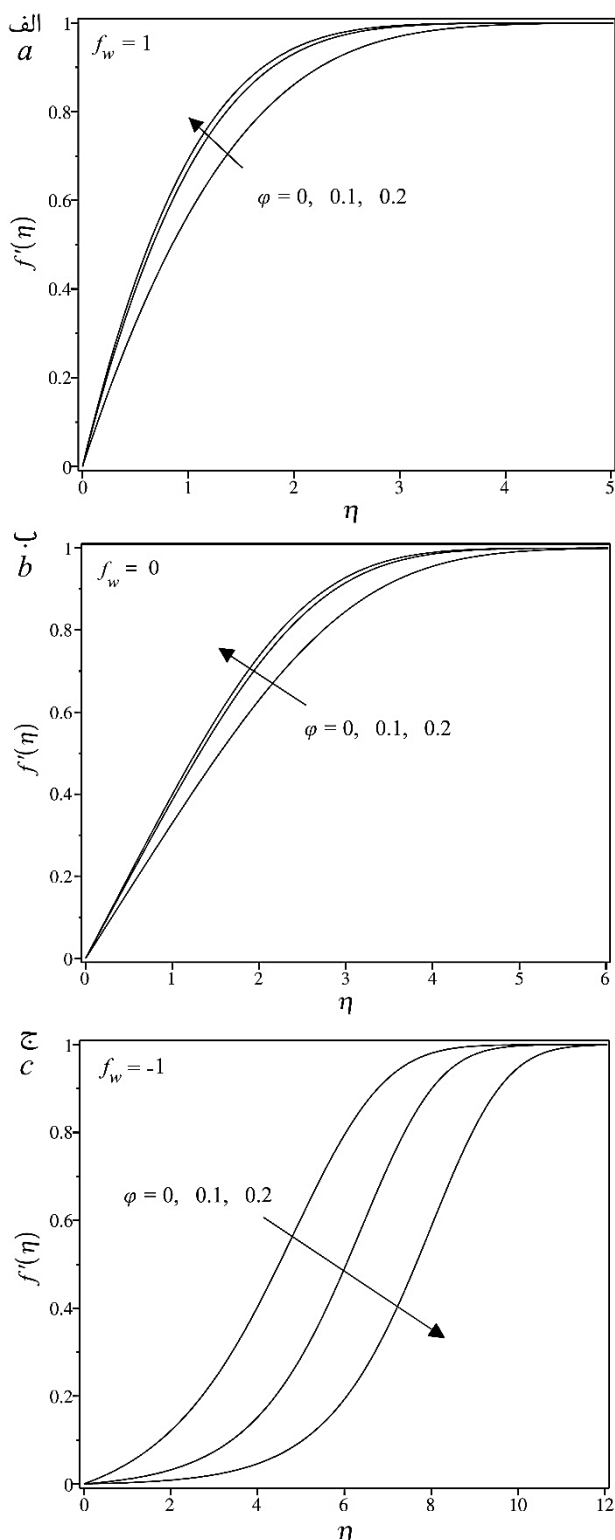
همان‌طور که روابط (9)-(14) نشان می‌دهد، جریان نانوسیال روی صفحه نفوذپذیر به لزجت سینماتیکی نانوسیال، کسر حجمی نانوذرات و شرایط مرزی روی صفحه وابسته است. از طرفی لزجت سینماتیکی خود تابعی از چگالی و لزجت دینامیکی نانوسیال است و شرایط مرزی خود را در قالب نرخ نفوذپذیری سیال نشان می‌دهد. طبق روابط پاک و چو [24] و برینکمن [26] افزایش کسر حجمی نانوذرات، به ترتیب چگالی نانوسیال و لزجت نانوسیال را افزایش خواهد داد. "شکل 3" تاثیر کسر حجمی نانوذره‌ها روی پروفیل سرعت را به ترتیب برای سه حالت مکش، صفحه نفوذناپذیر و دمش نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود برای حالت مکش و صفحه نفوذناپذیر، با افزایش کسر حجمی نانوذره‌ها سرعت سیال در کل لایه مرزی افزایش یافته و ضخامت لایه مرزی کاهش می‌یابد. همچنین گرادیان سرعت در مجاورت دیواره در اثر افزایش لزجت نانوسیال افزایش یافته که نتیجه آن افزایش تنش برشی و ضریب اصطکاک محلی روی سطح صفحه است. این در حالی است که در حالت دمش با نرخ نفوذپذیری بالا ( $f_{cr} = -1$ ) رفتاری عکس دو حالت دیگر رخ می‌دهد.

"شکل 4" تاثیر پارامتر نرخ نفوذپذیری روی پروفیل سرعت را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، با افزایش پارامتر مکش ضخامت لایه مرزی کاهش و سرعت در لایه مرزی افزایش می‌یابد. در واقع افزایش پارامتر مکش به معنی جذب سیال از روی سطح صفحه می‌باشد، افزایش نرخ جذب سیال از روی سطح، منجر به کاهش ضخامت لایه مرزی سرعت و افزایش جریان روی سطح می‌گردد. در واقع این ادعا تصدیقی بر این واقعیت است که مکش سبب تثبیت رشد لایه مرزی می‌شود و با مشاهدات عالم و رحمان [33]، آیدین و کایا [2] و ماکینده و الانرواجا [13] مطابقت دارد. همان‌طور که در "شکل (ج) 3" نیز مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر دمش، جریان نانوسیال رفتاری عکس حالت مکش نشان می‌دهد. همچنین مقایسه پروفیل‌های مربوط به سیال پایه و نانوسیال نشان می‌دهد که استفاده از

جدول 1 خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذره‌ها

خواص فیزیکی	واحد	نقره	مس	آلومینا	تیتانیا	سیال پایه
ظرفیت حرارتی ویژه	J/kgK	235	385	765	686.2	4179
چگالی	kg/m <sup>3</sup>	10500	8933	3970	4250	997.1
هدایت حرارتی	W/mK	429	400	40	8.9538	0.613

است و نانوسیالات آب-آلومینا و آب-تیتانیا رفتاری شبیه سیال پایه از خود نشان می‌دهند اما استفاده از نانو سیال روی دمای سطح و نزدیکی آن تغییر محسوسی ایجاد نمی‌کند که نشان دهنده ضعیف بودن عملکرد حرارتی صفحه نفوذپذیر در این حالت است.

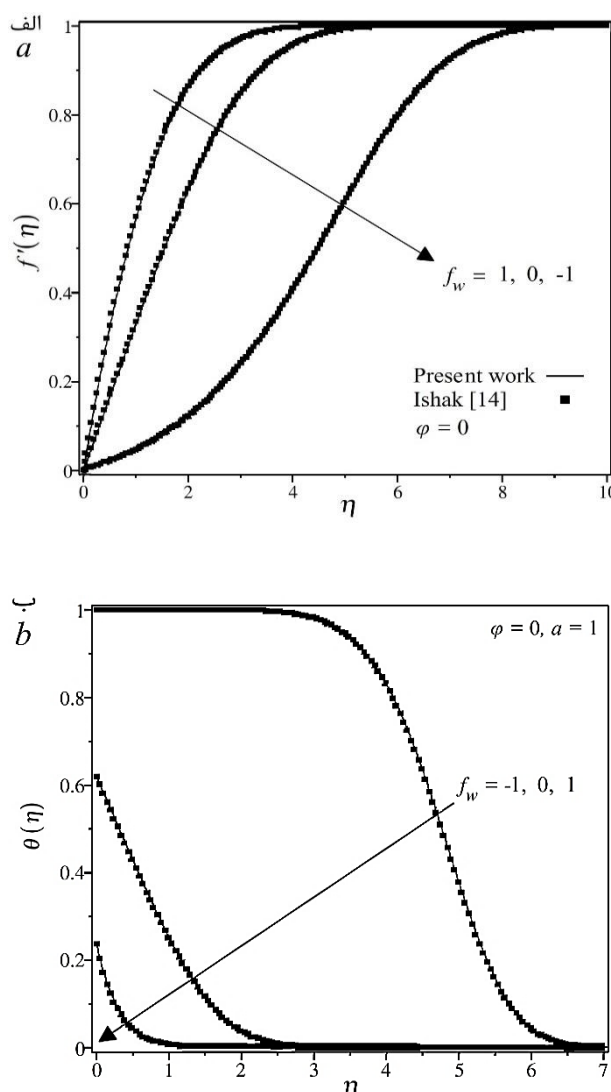


**Fig. 3** Effect of volume fraction of Cu nanoparticles on velocity profiles in the cases of (a) suction, (b) impermeable surface, and (c) injection

شکل 3 تاثیر کسر حجمی نانوذره‌های مس بر پروفیل‌های سرعت در حالات (الف) مکش، (ب) صفحه نفوذناپذیر و (ج) دمش

هدایت حرارتی نانوسیال افزایش پیدا کرده که این عامل منجر به افزایش انتقال حرارت از سطح و یا کاهش دمای صفحه خواهد شد. در مقابل، افزایش تزریق سیال از روی سطح به داخل لایه مرزی (دمش)، ضخامت لایه مرزی را افزایش خواهد داد و در صورتیکه دمش مقداری بیش از حالت بحرانی داشته باشد، نتایجی عکس حالت مکش را در پی خواهد داشت.

"شکل 7" تاثیر نوع نانوسیال را روی پروفیل دما نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مشابه "شکل 6"، در حالت مکش تنها در مجاورت دیواره، آب خالص دمای بالاتری نسبت به نانوسیال‌ها دارد. همین رفتار برای صفحه نفوذناپذیر نیز مشاهده می‌شود، با این تفاوت که در نقطه دورتری از دیواره روند تغییر دما رخ می‌دهد. همچنین در حالت‌های مکش و دمش تاثیر نوع نانوسیال بر روی دمای سطح بسیار ناچیز است. در واقع در حالت مکش دمای بی‌بعد سطح صفحه و گرادیان آن بیشتر از این‌که تحت تاثیر نوع نانوذره باشند، تحت تاثیر کسر حجمی نانوذرات هستند. مشاهدات از تپ و ابونادا [35,33] نیز گواه این موضوع است. در حالت دمش هرچند دما در قسمتی از لایه مرزی به ازای نانو سیال آب-نقره بیشتر از نانوسیالات دیگر



**Fig. 2** Comparison of (a) velocity profiles and (b) temperature profiles for different permeabilities with Ishak's results [14]

شکل 2 مقایسه پروفیل‌های (الف) سرعت و (ب) دما در نفوذپذیری‌های مختلف با نتایج پژوهش آیشاک [14]

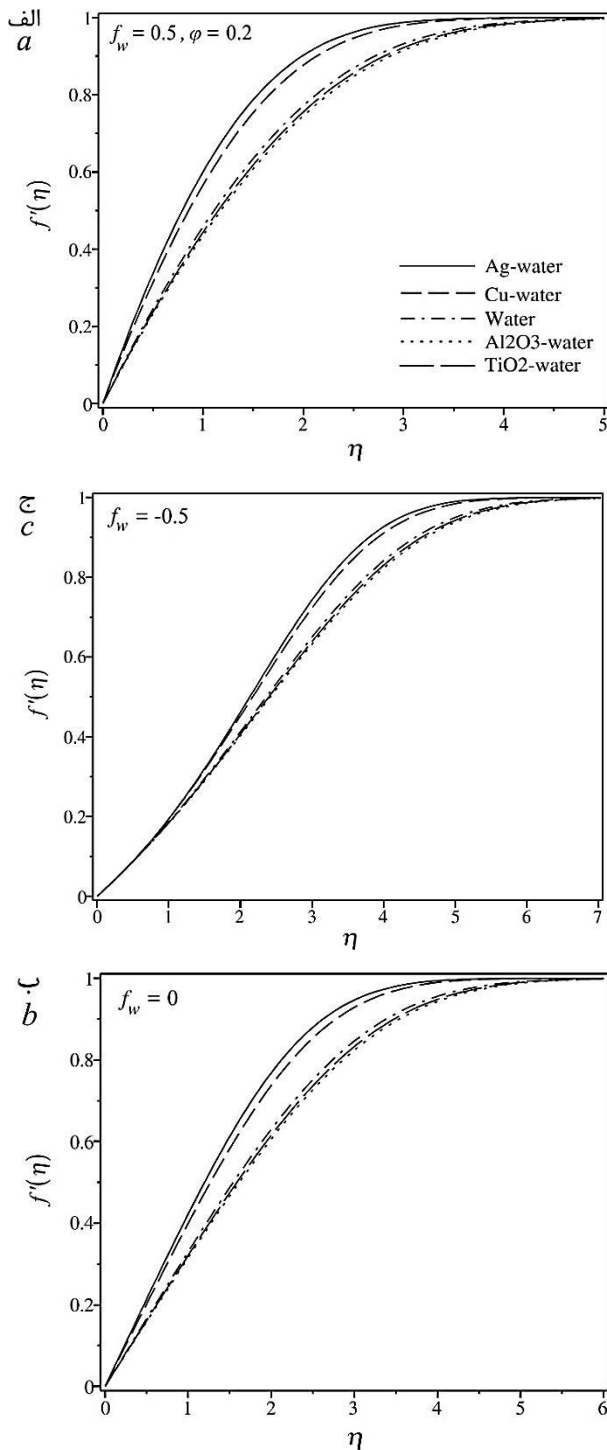


Fig. 5 Effect of the type of nanofluids on velocity profiles in the cases of (a) suction, (b) impermeable surface and (c) injection.

شکل 5 تاثیر نوع نانوسیال روی پروفیل‌های سرعت در حالات (الف) مکش، (ب) صفحه نفوذناپذیر و (ج) دمش

مشاهده می‌شود با دمش سیال داخل لایه مرزی، ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی کاهش می‌یابد. همان‌طور که در "شکل 4" نیز نشان داده شد، افزایش دمش، افزایش ضخامت لایه مرزی و کاهش گرادیان سرعت روی سطح صفحه را در پی خواهد داشت که نتیجه آن کاهش تنش برشی و اصطکاک پوسته‌ای روی سطح خواهد بود. این درحالی است که افزایش پارامتر مکش، سبب

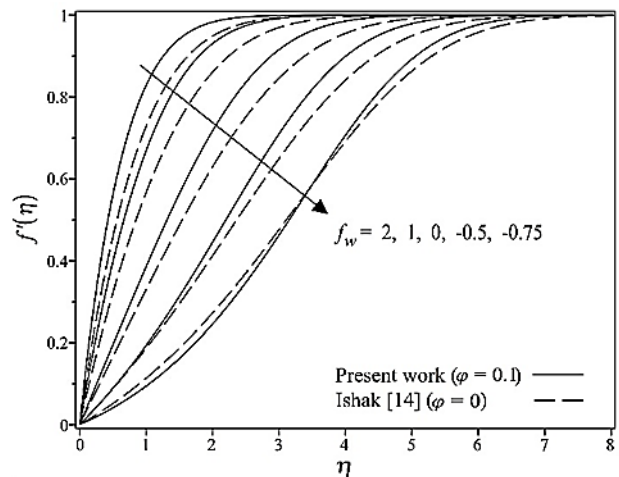


Fig. 4 Effect of permeability on velocity profiles for Cu-water nanofluid compared with water experiencing no nanoparticles

شکل 4 تاثیر پارامتر نفوذپذیری بر پروفیل‌های سرعت برای نانوسیال آب-مس و مقایسه با حالت سیال پایه

"شکل 8" تاثیر پارامتر نرخ نفوذپذیری روی پروفیل دما را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، با افزایش پارامتر مکش، دمای بدون بعد و ضخامت لایه مرزی حرارتی کاهش و گرادیان دما در لایه مرزی افزایش می‌یابد. در واقع افزایش پارامتر مکش افزایش نرخ انتقال حرارت را در پی خواهد داشت. همچنین مقایسه نمودارهای پژوهش آیشاک [14] و بررسی حاضر نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر مکش، وابستگی دمای سطح صفحه به کسر حجمی نانوذرات کم رنگ‌تر می‌شود. این نکته با مشاهده "شکل 5 (الف)" که مقدار پارامتر مکش در آن زیاد است، به وضوح قابل رویت می‌باشد. همچنین در حالتی که پارامتر دمش مقدار بسیار بالایی دارد ( $f_w = -$ ) و مقدار آن از دمش بحرانی بیشتر است، وابستگی دمای بی‌بعد سطح (1) و گرادیان آن به حضور نانوذرات کاهش می‌یابد. این در حالی است که در دمش‌های کمتر، تاثیر مثبت حضور نانوذرات (کاهش دمای بی‌بعد سطح و در نتیجه افزایش انتقال حرارت) قابل مشاهده است.

### 3-4- بررسی ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی

جدول 2 مقادیر ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی را تحت تاثیر پارامتر نرخ نفوذپذیری، کسر حجمی نانوذرها و نوع نانوذرها نشان می‌دهد.

جدول 2 مقادیر ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی

Table 2 Values of the local skin friction coefficient					
مس-آب	آب-تیتانیا	آب-آلومینا	آب-نقره	$f_w$	$\phi$
0.0356	0.0356	0.0356	0.0356	-1	0
0.1645	0.1645	0.1645	0.1645	-0.5	
0.3321	0.3321	0.3321	0.3321	0	
0.5228	0.5228	0.5228	0.5228	0.5	
0.7289	0.7289	0.7289	0.7289	1	
0.0100	0.0442	0.0465	0.0034	-1	0.1
0.2118	0.2142	0.2140	0.2093	-0.5	
0.5076	0.4362	0.4316	0.5294	0	
0.8529	0.6893	0.6792	0.9050	0.5	
1.2284	0.9628	0.9467	1.3157	1	
0.0054	0.0698	0.0745	0.0018	-1	0.2
0.2815	0.2866	0.2859	0.2751	-0.5	
0.7066	0.5642	0.5545	0.7482	0	
1.2057	0.8790	0.8584	1.3096	0.5	
1.7495	1.2187	1.1860	1.9227	1	

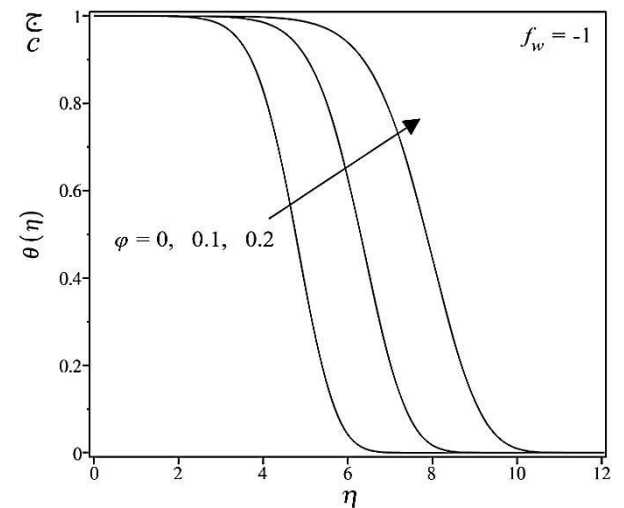
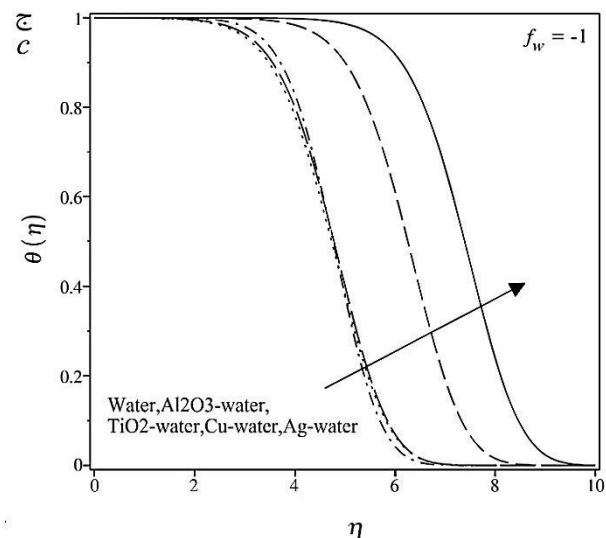
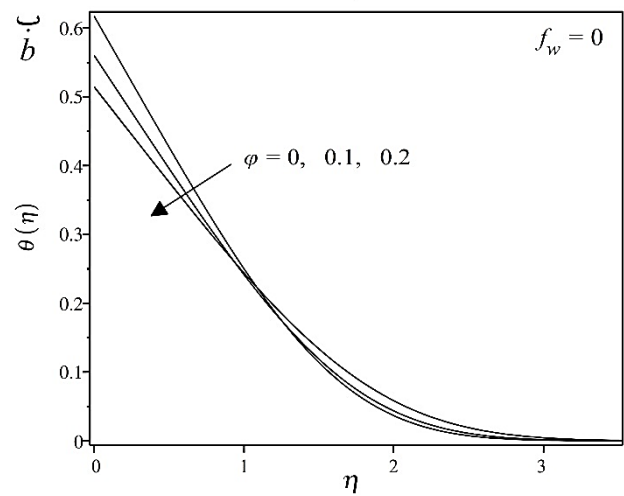
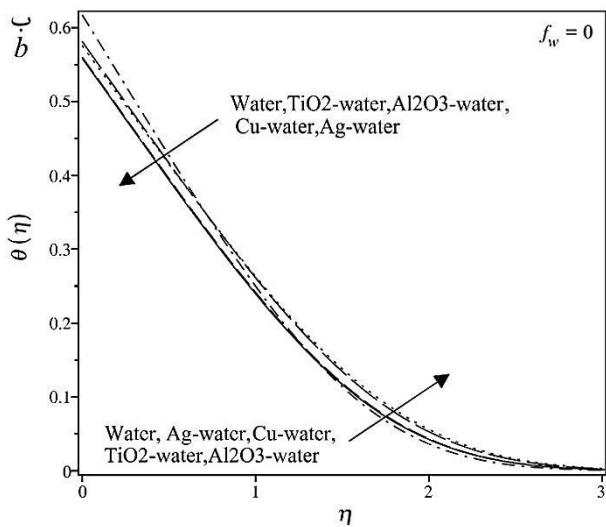
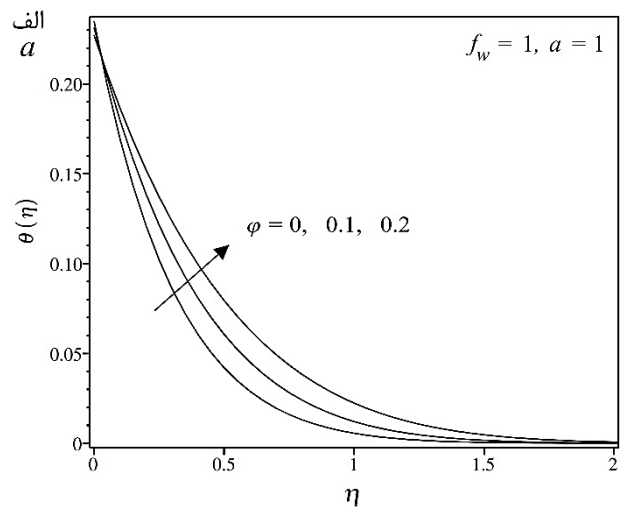
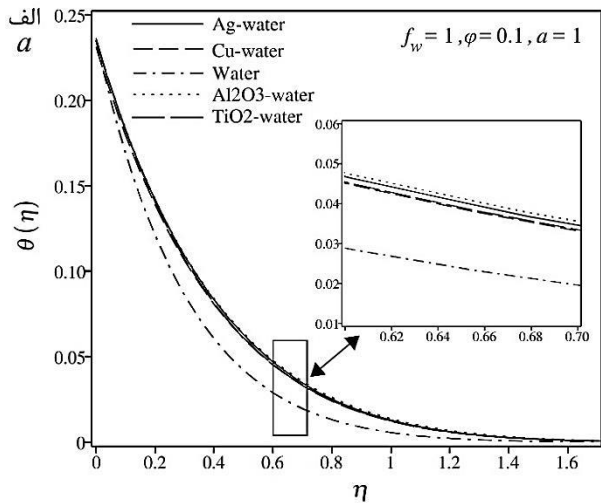


Fig. 7 Effect of the type of nanofluids on temperature profiles in the cases of (a) suction, (b) impermeable surface and (c) injection

Fig. 6 Effect of Cu nanoparticles volume fraction on temperature profiles in the cases of (a) suction, (b) impermeable surface and (c) injection

شکل 7 تاثیر نوع نانوسیال روی پروفیل‌های دما در حالات (الف) مکش، (ب) صفحه نفوذناپذیر و (ج) دمش

شکل 6 تاثیر کسر حجمی نانوذره‌های مس بر پروفیل‌های دما در حالات (الف) مکش، (ب) صفحه نفوذناپذیر و (ج) دمش

افزایش می‌یابد، ولی در حالت دمش وقتی که پارامتر دمش به ازای نانوسیال‌های آب-مس و آب-نقره بالاتر از دمش بحرانی باشد ( $f_w > -0.5$ )، عکس این روند مشاهده می‌شود. علاوه بر این در حالت‌های مکش و صفحه

افزایش گرادیان سرعت روی سطح و در نتیجه افزایش تنش برشی و ضریب اصطکاک پوسته‌ای خواهد شد. همچنین برای حالت‌های مکش و صفحه نفوذناپذیر با افزایش کسر حجمی نانوذرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی



سیال گرم ( $h_f$ ) افزایش می‌یابد، بنابراین با کاهش مقاومت جابجایی سمت سیال گرم، دمای بی بعد سطح افزایش می‌یابد. علاوه بر این، زمانی که ثابت  $a$  به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، ضریب انتقال حرارت جابجایی سمت سیال گرم ( $h_f$ ) نیز به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، در نتیجه دمای سطح صفحه به دمای سیال گرم می‌رسد و دمای بی‌بعد سطح به سمت 1 میل می‌کند. با افزایش پارامتر مکش افزایش عدد ناسلت محلی مشاهده می‌شود در حالی که با افزایش پارامتر دمش عدد ناسلت محلی کاهش شدیدی می‌یابد. در واقع طبق رابطه (17) عدد ناسلت تحت تاثیر گرادیان دما روی سطح و هدایت حرارتی نانوسیال می‌باشد. بنابراین با افزایش پارامتر مکش لایه مرزی حرارتی کاهش و گرادیان دما افزایش می‌یابد که نتیجه آن افزایش عدد ناسلت خواهد بود.

همچنین افزایش کسر حجمی نانوذرات در همه حالت‌ها افزایش هدایت حرارتی نانوسیال و به تبع آن افزایش عدد ناسلت محلی را در پی خواهد داشت. در حالت‌های دمش و صفحه نفوذ ناپذیر، میزان عدد ناسلت محلی به ازای نانوسیال آب-نقره بالاتر از سایر نانوسیالات است. این در حالی است که در حالت مکش، میزان عدد ناسلت برای نانوسیال آب-مس بالاتر است. لازم به ذکر است که نانوذره نقره ضریب هدایت حرارتی بالاتری نسبت به نانوذره مس دارد.

### 5- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر تاثیر پارامتر نفوذپذیری بر جریان و انتقال حرارت چهار نانوسیال مختلف روی یک صفحه نفوذپذیر در حضور شرط مرزی جابجایی به صورت عددی و با استفاده از حل تشابهی مورد بررسی قرار گرفته است. تاثیرات کسر حجمی نانوذرات، پارامتر شرط مرزی جابجایی و نوع نانوسیال در حالات مختلف مکش، صفحه نفوذ ناپذیر و دمش به ازای نرخ‌های مختلفی از پارامتر نفوذپذیری بررسی شد. برخی از نتایج مهم بدست آمده از این پژوهش عبارتند از:

1- در حالت‌های مکش و صفحه نفوذناپذیر با افزایش کسر حجمی نانوذرات، ضخامت لایه مرزی سیالاتی کاهش و گرادیان سرعت روی سطح افزایش می‌یابد که نتیجه آن افزایش تنش برشی و ضریب اصطکاک می‌باشد. برای این حالت‌ها، نانوسیال آب-نقره و آب-آلومینا به ترتیب بیشترین و کمترین ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی را نشان می‌دهند.

2- در حالت دمش وجود نانوسیال تاثیر چندانی روی گرادیان سرعت در نزدیکی سطح و در نتیجه تنش برشی روی سطح نخواهد داشت. در این حالت، تنها زمانی که پارامتر دمش مقدار بالایی دارد (بیشتر از مقدار بحرانی است) به ازای نانوسیال‌های آب-نقره و آب-مس رفتاری عکس دو حالت دیگر رخ می‌دهد. در حالت کلی، ضریب اصطکاک پوسته‌ای بیشتر از اینکه تحت تاثیر نوع نانوسیال باشند، تحت تاثیر کسر حجمی نانوذرات قرار دارد.

3- تاثیر نوع نانوسیال برای حالت‌های دمش و صفحه نفوذناپذیر نسبت به حالت مکش بر لایه مرزی حرارتی بیشتر است. در واقع در حالت مکش، دمای بی‌بعد سطح صفحه و گرادیان آن بیشتر از این که تحت تاثیر نوع نانوسیال باشد، تحت تاثیر کسر حجمی نانوذرات هستند. در حالت دمش نیز هر چند دما و عدد ناسلت در قسمتی از لایه مرزی به ازای نانو سیال آب-نقره بیشتر از نانوسیالات دیگر است اما استفاده از نانو سیال روی دمای سطح و نزدیکی آن تغییر محسوسی ایجاد

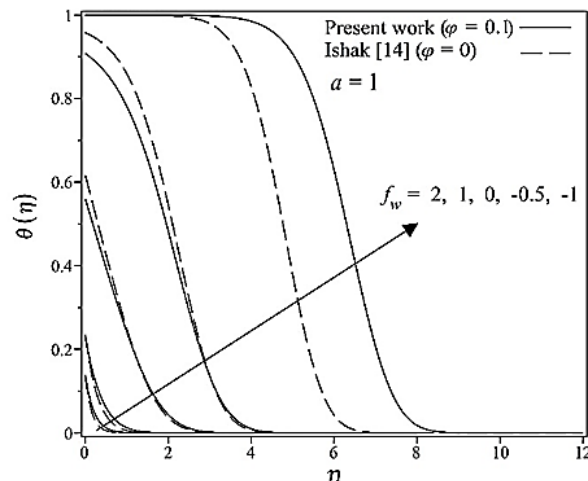


Fig. 8 Effect of permeability on temperature profiles for Cu-water nanofluid compared with water without nanoparticles

شکل 8 تاثیر پارامتر نفوذپذیری بر پروفیل‌های دما برای نانوسیال آب-مس و مقایسه با حالت سیال پایه

نفوذناپذیر نانوسیال آب-نقره و آب-آلومینا به ترتیب بیشترین و کمترین ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی را نشان می‌دهند که این نتایج تحت تاثیر چگالی نانوذرات می‌باشد. در حالت دمش کمترین میزان اصطکاک، به ترتیب مربوط به نانوسیال‌های آب-نقره و آب-مس می‌باشد. بنابراین در فرآیندهایی که کاهش اصطکاک مدنظر است دمش شدید نانوسیال آب-نقره با کسر حجمی بالا، می‌تواند نتایج مطلوبی را در پی داشته باشد.

### 4-4 بررسی عدد ناسلت محلی

جدول 3 مقادیر عدد ناسلت محلی را تحت تاثیر پارامتر نرخ نفوذپذیری، کسر حجمی نانوذره‌ها، نوع نانوذره‌ها و ثابت  $a$  نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش پارامتر  $a$  عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد. در واقع با افزایش  $a$  (تعریف شده در رابطه 13) ضریب انتقال حرارت جابجایی سمت

جدول 3 مقادیر عدد ناسلت محلی

Table 3 Values of the local Nusselt number						
$\phi$	$a$	$f_w$	آب-نقره	آب-آلومینا	آب-تیتانا	آب-مس
0	1	-0.5	0.0423	0.0423	0.0423	0.0423
		0	0.3827	0.3827	0.3827	0.3827
		0.5	0.6458	0.6458	0.6458	0.6458
		1	0.7649	0.7649	0.7649	0.7649
0.1	1	-0.5	0.0954	0.0861	0.0799	0.0919
		0	0.4411	0.4243	0.4188	0.4398
		0.5	0.6590	0.6538	0.6517	0.6616
		1	0.7655	0.7646	0.7636	0.7687
0.2	1	-0.5	0.1612	0.1418	0.1266	0.1543
		0	0.4857	0.4609	0.4498	0.4855
		0.5	0.6706	0.6622	0.6575	0.6760
		1	0.7665	0.7650	0.7626	0.7728
0.1	0.05	0.5	0.0487	0.0487	0.0487	0.0488
		0.1	0.0951	0.0950	0.0949	0.0951
		1	0.6590	0.6538	0.6517	0.6616
		10	1.6196	1.5886	1.5760	1.6352
		50	1.8607	1.8199	1.8034	1.8813

نانوسیال nf  
جامد s

نمی‌کند که نشان‌دهنده ضعیف بودن عملکرد حرارتی صفحه نفوذپذیر در این حالت است. در حالت کلی، افزایش کسر حجمی نانوذرات در همه حالت‌ها، افزایش عدد ناسلت محلی را در پی دارد اما اثر تغییر کسر حجمی برای حالت دمش خیلی بیشتر از حالت مکش می‌باشد.

4- با افزایش پارامتر مکش، وابستگی دمای صفحه به کسر حجمی نانوذرات کمتر می‌شود. این موضوع برای حالتی که پارامتر دمش مقدار بسیار بالایی دارد نیز مشاهده می‌شود. این در حالی است که در دمش‌های کمتر، تاثیر مثبت حضور نانوذرات (افزایش انتقال حرارت و در نتیجه کاهش دمای سطح) قابل مشاهده است. در حالت صفحه نفوذناپذیر، دمای سطح نسبت به تغییر کسر حجمی نانوذرات حساسیت بیشتری از خود نشان می‌دهد.

### 7- مراجع

- [1] F. Labropulu, J. M. Dorrepaal, O. P. Chandna, Oblique flow impinging on a wall with suction or blowing, *Acta Mechanica*, Vol. 115, No. 2, pp. 15-25, 1996.
- [2] O. Aydin, A. Kaya, Laminar boundary layer flow over a horizontal permeable flat plate, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 161, No. 1, pp. 229-240, 2005.
- [3] P. Akbarzadeh, I. Mirzaee, M. H. Kayhani, E. Akbarzadeh, Blowing and suction effect on drag and lift coefficients for viscous incompressible flows over hydrofoils by power-law preconditioning method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 129-140, 2014. (In Persian فارسی)
- [4] P. Akbarzadeh, E. Akbarzadeh, Numerical investigation of blowing effect on hydrodynamic behavior of cavitating flows over hydrofoils using power law preconditioning method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 59-67, 2014. (In Persian فارسی)
- [5] M. Kazemi Kelishami, E. Lakzian, Three dimensional investigation of gas turbine cooling techniques on a flat plate and presentation of method with maximum cooling effectiveness, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 77-87, 2016. (In Persian فارسی)
- [6] A. A. Rabienataj Darzi, S. Vadudi Mofid, Flow control via co-flow jet over Clark-Y airfoil, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 2, pp. 147-156, 2017. (In Persian فارسی)
- [7] E. Lakzian, M. Forozan, A Similarity solution of the MHD fluid over a stretching sheet: A qualitative investigation of the surface with constant suction in cooling process, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 341-348, 2017. (In Persian فارسی)
- [8] T. Watanabe, Free convection boundary layer flow with uniform suction or injection over a cone, *Acta Mechanica*, Vol. 87, No. 1, pp. 1-9, 1991.
- [9] T. Watanabe, Forced and free mixed convection boundary layer flow with uniform suction or injection on a vertical plate, *Acta Mechanica*, Vol. 89, No. 4, pp. 123-132, 1991.
- [10] E. Magyari, B. Keller, Exact solutions for self-similar boundary-layer flows induced by permeable stretching walls, *European Journal of Mechanics – B/Fluids*, Vol. 19, No. 1, pp. 109-122, 2000.
- [11] P. D. Weidman, D. G. Kubitschek, A. M. J. Davis, The effect of transpiration on self-similar boundary layer flow over moving surfaces, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 44, No. 11, pp. 730-737, 2006.
- [12] S. Ghosh, S. Mukhopadhyay, K. Vajravelu, Dual solutions of slip flow past a nonlinearly shrinking permeable sheet, *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 55, No. 1, pp. 1835-1840, 2016.
- [13] O. D. Makinde, P. O. Olanrewaju, Unsteady mixed convection with Soret and Dufour effects past a porous plate moving through a binary mixture of chemically reacting fluid, *Chemical Engineering Communications*, Vol. 198, No. 7, pp. 920-938, 2011.
- [14] I. Ishak, Similarity solutions for flow and heat transfer over a permeable surface with convective boundary condition, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 217, No. 2, pp. 837-842, 2010.
- [15] M. Ziaei-Rad, A. Kasaeipoor, A Numerical study of similarity solution for mixed-convection copper-water nanofluid boundary layer flow over a horizontal plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 190-198, 2015. (In Persian فارسی)
- [16] N. Freidoonimehr, A. Baradaran Rahimi, Investigation of MHD nano-fluid flow over stretching surface with velocity slip and convective surface boundary conditions, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 208-218, 2015. (In Persian فارسی)
- [17] N. Bachok, A. Ishak, I. Pop, Flow and heat transfer characteristics on a moving plate in a nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 4, pp. 642-648, 2012.
- [18] N. Bachok, A. Ishak, R. Nazar, N. Senu, Stagnation-point flow over a permeable stretching/shrinking sheet in a copper-water nanofluid, *Boundary Value Problems*, Vol. 39, No. 1, pp. 39-45, 2013.
- [19] T. G. Motsumi, O. D. Makinde, Effects of thermal radiation and viscous dissipation on boundary layer flow of nanofluids over a permeable moving flat plate, *Physica Scripta*, Vol. 86, No. 4, pp. 045003, 2012.
- [20] K. Das, T. Chakraborty, P. Kumar Kundu, Slip effects on nanofluid flow over a nonlinear permeable stretching surface with chemical reaction, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 230, No. 14, pp. 2473-2482, 2016.
- [21] M. Ziaei-Rad, A. Kasaeipoor, M. M. Rashidi, G. Lorenzini, A similarity solution for mixed-convection boundary layer nanofluid flow on an inclined permeable surface, *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, Vol. 9, No. 2, pp. 021015, 2017.
- [22] R. J. Tiwari, M. K. Das, Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nano-fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 9, pp. 2002-2018, 2007.

### 6- فهرست علائم

ثابت	$a, c$
ظرفیت حرارتی ویژه ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$C_p$
ضریب اصطکاک	$C_f$
تابع جریان بدون بعد	$f$
ثابت نرخ نفوذپذیری	$f_w$
ضریب انتقال حرارت جابجایی ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ )	$h$
هدایت حرارتی ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$k$
عدد ناسلت	Nu
عدد پرانتل	Pr
شار حرارتی سطح ( $\text{Wm}^{-2}$ )	$q_w$
عدد رینولدز	Re
دمای نانوسیال (K)	$T$
دمای سطح (K)	$T_w$
دمای سمت سیال گرم (K)	$T_f$
دمای جریان آزاد (K)	$T_\infty$
سرعت جریان آزاد ( $\text{ms}^{-1}$ )	$U_\infty$
سرعت در راستای x و y ( $\text{ms}^{-1}$ )	$u, v$
سرعت انتقال جرم روی سطح ( $\text{ms}^{-1}$ )	$v_w$
مختصات طول صفحه (m)	$x$
مختصات عمود بر صفحه (m)	$y$

### علائم یونانی

ضریب پخش حرارتی ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$\alpha$
متغیر تشابهی	$\eta$
دمای بدون بعد	$\theta$
لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu$
لزجت سینماتیکی ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$\nu$
چگالی سیال ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$
تنش برشی روی سطح ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )	$\tau_w$
کسر حجمی نانوذرات	$\Phi$
تابع جریان	$\psi$

### زیرنویس‌ها

f سیال

- Computation, Vol. 206, No. 2, pp. 832–840, 2008.
- [30] A. Ishak, R. Nazar, I. Pop, Mixed convection boundary layer flow adjacent to a vertical surface embedded in a stable stratified medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 13, pp. 3693-3695, 2008.
- [31] A. Ishak, R. Nazar, I. Pop, Local similarity solutions for laminar boundary layer flow along a moving cylinder in a parallel stream, *LNCs Computer Mathematics*, Vol. 5081, No. 1, pp. 224-235, 2008.
- [32] E. Abu-Nada, H. F. Oztop, Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nano-fluid, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 30, No. 4, pp. 669-678, 2009.
- [33] M. S. Alam, M. M. Rahman, Dufour and Soret effects on mixed convection flow past a vertical porous flat plate with variable suction, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, Vol. 11, No. 1, pp. 3-12, 2006.
- [34] H. F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nano-fluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1326–1336, 2008.
- [23] H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary-Layer Theory*, pp. 52, New York, Springer, 2000.
- [24] B. C. Pak, Y. I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Experimental Heat Transfer an International Journal*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.
- [25] X. Yimin, Q. Li, Heat transfer enhancement of nanofluids, *International Journal of heat and fluid flow*, Vol. 21, No. 1, pp. 58-64, 2000.
- [26] H. C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 20, No. 4, pp. 571-571, 1952.
- [27] J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 128, No. 3, pp. 240-250, 2006.
- [28] A. Aziz, A similarity solution for laminar thermal boundary layer over a flat plate with a convective surface boundary condition, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 14, No. 4, pp. 1064–1068, 2009.
- [29] R. C. Bataller, Radiation effects for the Blasius and Sakiadis flows with a convective surface boundary condition, *Applied Mathematics and*