



بررسی اثرات اتلاف لزجت روی انتقال حرارت سیال گازی در میکروکانال افقی با وجود رقت و هدایت محوری

رامیار مازوجی¹، افراسیاب رئیسی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

* شهرکرد، صندوق پستی 115، raisi@eng.sku.ac.ir

چکیده- در این تحقیق هیدرودینامیک و انتقال حرارت جریان گازی درون یک میکروکانال به صورت عددی بررسی شده است. سرعت و دمای جریان ورودی به کانال یکنواخت است و شرط مرزی لغزش سرعت و پرش دما، با توجه به رژیم لغزشی جریان، روی دیواره کانال حاکم است. طول میکروکانال به اندازه کافی بلند در نظر گرفته شده تا در انتها شرط توسعه یافتگی هیدرودینامیکی و دمایی برقرار باشد. گسسته سازی معادلات حاکم بر مبنای حجم کنترل انجام شده و با استفاده از الگوریتم سیمپل حل شده اند. اثرات پارامترهای مختلف، از جمله اتلاف لزجت، رقت، هدایت محوری و خزش بر انتقال حرارت بررسی شده است. نتایج بیانگر آن است که مقادیر عدد ناسلت در میکروکانالها با مقادیر آن در کانالهای با ابعاد معمول متفاوت است. در نظر گرفتن اتلاف لزجت، سبب ایجاد پرش چشمگیری در عدد ناسلت موضعی می شود که مقدار پرش، مستقل از عدد برینکمن می باشد. افزایش رقت، انتقال حرارت را در دو جهت مخالف تحت تأثیر قرار می دهد. همچنین اثر افزایش عدد پکله بر روی عدد ناسلت توسعه یافته ضعیف بوده در حالی که اثر رقت بر روی آن قوی و قابل ملاحظه بوده است.

کلیدواژگان: میکروکانال، جریان لغزشی، رقت، پرش دمایی، اتلاف لزجت.

Effect of viscous dissipation on gaseous flow heat transfer in a horizontal microchannel with rarefaction and axial conduction

R. Mazooji¹, A. Raisi^{2*}

1- MSc. Student, Mech. Eng., Shahrekord Univ., Shahrekord, Iran

2- Assis. Prof., Mech. Eng., Shahrekord Univ., Shahrekord, Iran

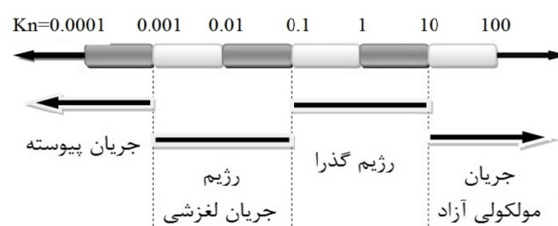
* P. O. B. 115 Shahrekord, Iran. raisi@eng.sku.ac.ir

Abstract- Hydrodynamics and Heat transfer of a gaseous flow in microchannels is performed numerically. Velocity and temperature at the channel inlet is uniform and the rarefaction effect is imposed to the problem via velocity slip and temperature jump boundary conditions, according to the slip flow regime. The channel is sufficiently long to reach fully developed flow at the outlet. The numerical methodology is based on the control volume finite difference scheme and discrete equations are solved using SIMPLE algorithm. Effects of various parameters such as viscous dissipation, rarefaction, axial conduction and thermal creep on heat transfer have been considered. The results indicate that the Nusselt number in microchannels has a different value than in conventional channels. Local Nu number is found to experience a jump by the presence of viscous dissipation. The magnitude of the jump is independent of the Brinkman number values. Heat transfer is affected in two opposite directions by rarefaction increasing. Also, as Peclet number increases, there is a weak increase in fully developed Nu number values but there is significant effect of Kn number on it.

Keywords: Microchannel, Slip flow, Rarefaction, Temperature Jump, Viscous Dissipation.

1- مقدمه

در سال‌های اخیر نیازهای تحقیقاتی و استفاده‌های تجاری از وسایل مکانیکی با ابعاد میکرو و نانو رواج بسیار زیادی یافته است. کانال‌ها از مهم‌ترین بخش‌های این سیستم‌ها هستند که به منظور انتقال سیال با اهداف مختلف مانند انتقال حرارت، جابجایی و سوخت‌رسانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. کانال‌هایی با این ابعاد در سیستم‌های میکروالکترومکانیکال¹ اهمیت ویژه‌ای دارند. هم‌چنین اهمیت بررسی سیستم‌های مشابه جریان در میکروکانال‌ها از جمله جریان در مویرگ‌ها و دیگر بافت‌های حیاتی با ابعاد میکرو، باعث شده است تا این زمینه به یکی از زمینه‌های پرطرفدار تبدیل شود. یکی دیگر از مواردی که باعث شده جریان گاز در میکروکانال‌ها اهمیت یابد، وجود تشابه نسبی بین جریان در ابعاد میکرو و جریان‌های کم فشار در صنایع هوافضا می‌باشد. در کانال‌های با ابعاد ماکرو سرعت و دمای سیال روی سطح جامد، برابر با سرعت و دمای دیواره می‌باشد، اما این شرایط برای جریان گازهایی رقیق در میکروکانال‌ها برقرار نیست. در جریان گاز در میکروکانال‌ها، سیال بر روی دیواره کانال با یک سرعت مماسی محدود می‌لغزد. هم‌چنین بین دمای سیال و دیواره نیز یک پرش دمایی وجود دارد. با وجود شرایط ذکر شده، محققان به این نتیجه رسیده‌اند که هر چند فرضیات پیوستگی به علت اثرات رقت برقرار نیست، اما معادلات ناویراستوکس با اعمال شرط مرزی لغزشی در محدوده‌ی جریان لغزشی قابل استفاده است. برخلاف ماکروکانال‌ها که رژیم جریان گاز به اثرات سرعت و لزجت (عدد رینولدز) و قابلیت تراکم‌پذیری (عدد ماخ) ربط داده می‌شود، در میکروکانال‌ها مهم‌ترین پارامتر، رقت می‌باشد که با عدد نادسن کمیت‌گذاری و رژیم جریان نیز به این خاصیت ارجاع داده می‌شود. می‌توان رژیم جریان را با توجه به شکل 1 بر حسب عدد نادسن دسته‌بندی کرد:



شکل 1 انواع رژیم جریان‌های گازی بر حسب عدد نادسن [1]

از کارهای شاخص و تأثیرگذار در رژیم جریان لغزشی می‌توان به کارهای ذیل اشاره کرد. در اوایل دهه 1980، توکرمن و پیز [3،2] مسأله انتقال حرارت جابجایی با بازده بالا را برای مدارات مجتمع الکتریکی مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که ضریب انتقال حرارت جابجایی برای جریان آرام درون میکروکانال‌ها بیشتر از مقدار آن در جریان متلاطم در ابعاد معمول می‌باشد. پس از این تحقیق و موفقیت‌های حاصل از آن، مطالعات پیرامون میکروکانال‌ها به شدت اوج گرفت. نتایج این تحقیق را می‌توان از جمله تأثیرگذارترین مطالعات در انتقال حرارت میکروکانال‌ها دانست. در راستای کارهای تجربی، تعدادی از محققان مدل‌های تحلیلی و عددی را برای مطالعه جریان در میکروکانال‌ها ارائه نمودند.

از نخستین کارها که در این زمینه توسط ایبرت و اسپارو [4] انجام شد، تعیین افت فشار و افت سرعت در سیال گازی جاری در میکروکانال مستطیلی و حلقوی بود. آنها دریافته‌اند که تأثیر لغزش روی توزیع سرعت باعث مسطح‌تر شدن آن نسبت به جریان پیوسته می‌شود. هم‌چنین گرادیان فشار محوری تحت شرایط لغزشی کاهش می‌یابد. بیسکوک و کارنیاداکیس [5] جریان لغزشی وابسته به زمان در هندسه‌های میکرو را به صورت عددی مدل کردند. شیوه عددی آنها بر اساس روش المان‌های طیفی - موهومی² بود. در این تحلیل از شرط لغزش سرعت مرتبه بالا به عنوان شرط مرزی استفاده شد. آنها بر اهمیت ضریب تطابق تأکید داشتند و سرعت لغزشی بزرگ در دیواره را ناشی از کوچکی عدد نادسن و ضریب تطابق هیدرودینامیکی می‌دانستند.

زو و لیو [6] جابجایی اجباری آرام را برای جریان گاز درون میکروکانال با مقطع دلخواه و با شرط مرزی شار حرارتی ثابت، شرط لغزش سرعت و پرش دمایی به طور تئوری مورد مطالعه قرار دادند. آنها عدد ناسلت میانگین و پروفیل دما را برای سیال غیر قابل تراکم، بدست آوردند. سپس مطالعه خود را بر روی مقاطع مستطیلی و مثلثی که کاربرد بیشتری دارند، متمرکز کردند. ستین و همکارانش [7] در سال 2006 انتقال حرارت در میکرولوله‌ها و میکروکانال‌های دوبعدی را با فرض جریان لغزشی و صرف‌نظر از هدایت محوری برای حالت‌های دما ثابت و شار حرارتی ثابت بررسی کردند. اثرات رقت و اتلاف لزجت که

می‌شود. طول قسمت عایق $L_1 = 0.1L$ می‌باشد. لغزش سرعت و پرش دمایی به اقتضای رژیم لغزشی جریان، در مرزها اعمال شده‌اند.

با بررسی‌های صورت گرفته عددی، طول میکروکانال برای آن که شرایط توسعه‌یافتگی دمایی و هیدرودینامیکی در انتهای آن و در محدوده $1 < Re < 100$ برقرار باشد، به صورت $L / D_H = 40$ در نظر گرفته شده، که D_H قطر هیدرولیکی میکروکانال می‌باشد. جریان آرام، پایدار و خواص ترموفیزیکی ثابت فرض شده است.

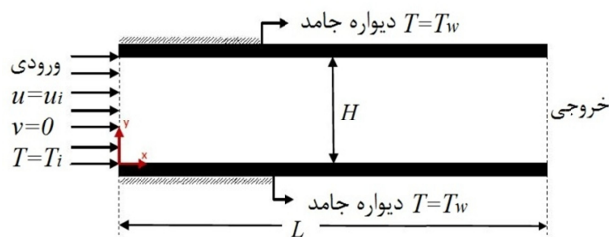
2- روابط حاکم

بر طبق آنچه که گذشت، در میکروکانال‌ها رژیم جریان به عدد نادسن که بیانگر میزان رقت سیال می‌باشد رجوع داده می‌شود. جریان لغزشی در $10^{-1} < Kn < 10^{-3}$ رخ می‌دهد و برای مدل کردن آن از معادلات ناویراستوکس همراه با شرایط مرزی لغزش سرعت و پرش دمایی روی دیواره‌ها، استفاده می‌شود. بنابراین معادلات حاکم همان معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی مرسوم می‌باشد. با این توضیح که معادله انرژی شامل ترم هدایت محوری و ترم کامل اتلاف لزجت می‌باشد. پیوستگی

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

مومنتم در جهت x :

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(u^* u^* - \frac{1}{Re} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(u^* v^* - \frac{1}{Re} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{3} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^* \cdot \partial y^*} \right) \quad (2)$$



شکل 2 دامنه فیزیکی و محاسباتی مسأله

برای جریان در فشارهای پایین و سرعت‌های بالا و همچنین در میکروکانال‌های طویل اهمیت می‌یابد، توسط ایشان مورد مطالعه قرار گرفته‌است. هاتیارچی و همکارانش [8] در سال 2008 جریان لغزشی آرام سه‌بعدی در یک میکروکانال مستطیلی را به روش حجم محدود بررسی کردند. آن‌ها متوجه شدند که یک وابستگی بین ضریب اصطکاک کاملاً توسعه‌یافته، به‌عنوان تابعی از عدد نادسن و ضریب هندسی وجود دارد. آن‌ها همچنین اثرات رقت را روی عدد ناسلت آزمایش کردند.

کولین [9] در سال 2012 انواع روش‌های تحلیلی و عددی را برای مطالعه جابجایی در میکروکانال‌ها مرور کرده است. وی مطالعات خود را بر روی اثرات رقت تحت شرایط مرزی شار ثابت و دما ثابت انجام داده و ترم‌های هدایت و اتلاف لزجت و روش‌های حل آن‌ها را نیز بررسی کرده است. وی تأکید نموده که برای در نظرگیری و مطالعه همه پارامترهای مؤثر بر رژیم لغزشی، نیاز به داده‌های آزمایشگاهی در سال‌های آینده بیشتر احساس خواهد شد. قاضی‌زاده و رنکسیزبولوت [10] در سال 2011 تأثیر خواص فیزیکی و نسبت ابعاد را در کانال‌های با مقطع مستطیلی بررسی کردند. آن‌ها در مطالعه‌ی کانال با خواص ثابت سیال به این نتیجه رسیدند که ضریب اصطکاک محلی و ضریب انتقال حرارت متناسب با هندسه مسأله و نسبت ابعاد تغییر خواهد کرد.

در تحقیق پیش‌رو اثر پارامترهای مختلف از جمله اتلاف لزجت و هدایت محوری در جریان سیال گازی رقیق به‌صورت توأم بررسی شده است. همچنین مطالعه اثر خزش دمایی بر روی سرعت لغزشی در مجاورت دیواره و همچنین بررسی انتقال حرارت سیال در حالات مختلف سطح مشترک جامد و سیال و در رقت‌های گوناگون، از جمله کارهایی است که این تحقیق را نسبت به تحقیقات گذشته شاخص‌تر می‌کند.

1- بیان مسأله

در این تحقیق بررسی جریان لغزشی هوا درون میکروکانالی مطابق شکل 2 در نظر می‌باشد. جریان هوا با سرعت یکنواخت u_i و دمای یکنواخت T_i وارد میکروکانال می‌شود. ورودی میکروکانال به‌صورت عایق بوده و پس از رسیدن به توسعه‌یافتگی هیدرودینامیکی، دمای یکنواخت دیواره اعمال

1. Aspect Ratio

$$+ \frac{3}{4} \frac{\text{Kn}^2}{k_2^2 \cdot \text{Br}} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \Big|_w \quad (8)$$

ترم دوم سمت راست معادله 8 بیانگر اثر خزش حرارتی بر روی لغزش سرعت در دیواره‌ها می‌باشد. همچنین در مورد پرش دمایی از مدل اسمولوچوسکی استفاده می‌شود:

$$T_s^* = -2\kappa \text{Kn} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \Big|_w \quad (9)$$

که:

$$\kappa = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{\text{Pr}} \quad (10)$$

با توجه به تعریف پروفیل سرعت کاملاً توسعه یافته می‌توان شرط توسعه‌یافتگی هیدرودینامیکی در انتهای میکروکانال را به صورت زیر اعمال کرد.

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=L} = 0, \quad v^* = 0 \quad (11)$$

همچنین برای اعمال شرط توسعه‌یافتگی حرارتی با توجه به دمای ثابت دیواره و تعریف دمای بی‌بعد در رابطه 5 از عبارت زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=L} = 0 \quad (12)$$

شرط مرزی تقارن در خط مرکزی میکروکانال به صورت رابطه (13) برقرار است.

$$v^* \Big|_{y^*=\frac{1}{2}} = 0, \quad \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \Big|_{y^*=\frac{1}{2}} = 0 \quad (13)$$

و بالاخره با توجه یکنواخت بودن سرعت و دمای ورودی، شرایط مرزی در ورودی میکروکانال به قرار زیر است:

$$u^* = 1, \quad T^* = 1 \quad (14)$$

4- روش عددی

معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی به همراه شرایط مرزی گفته‌شده به روش تفاضل محدود مبتنی بر حجم کنترل جبری سازی شده‌اند [13,12]. برای راحتی محاسبات، حل در شبکه جابجا شده صورت گرفته است. در این روش علاوه بر راحتی محاسبه دی‌ها روی وجوه حجم کنترل، به علت معلوم بودن سرعت روی سطوح، مقادیر فشار در نقاط اصلی شبکه مشخص می‌شود. برای حل هم‌زمان کل معادلات حاکم،

مومنتم در جهت y :

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(u^* v^* - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(v^* v^* - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = - \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{3} \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^* \partial y^*} \right) \quad (3)$$

انرژی:

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{\text{Br}}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left[2 \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \frac{\text{Br}}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right)^2 \quad (4)$$

برای بی‌بعدسازی معادلات حاکم و شرایط مرزی از پارامترهای زیر استفاده شده‌است.

$$u^* = \frac{u}{u_m}, \quad v^* = \frac{v}{u_m}, \quad x^* = \frac{x}{D_H}, \quad y^* = \frac{y}{D_H},$$

$$P^* = \frac{P - P_0}{\rho u_m^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k}, \quad \text{Re} = \frac{\rho u_m D_H}{\mu},$$

$$\text{Br} = \frac{\mu u_m^2}{k (T_i - T_w)}, \quad T^* = \frac{T - T_w}{T_i - T_w}, \quad \text{Kn} = \frac{\lambda}{D_H} \quad (5)$$

میزان انتقال حرارت در قالب عدد ناسلت بیان می‌شود. برای تعریف ناسلت، ابتدا دمای میانگین سیال، T_m^* تعریف می‌شود که انرژی حرارتی متوسط سیال را مشخص می‌کند:

$$T_m^* = \frac{\int u^* T^* dy^*}{\int u^* dy^*} \quad (6)$$

حال با استفاده از درجه حرارت متوسط، می‌توان عدد ناسلت را تعریف کرد [8]:

$$\text{Nu}_x = - \frac{2 \left(\frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right)_w}{T_m^*} \quad (7)$$

3- شرایط مرزی

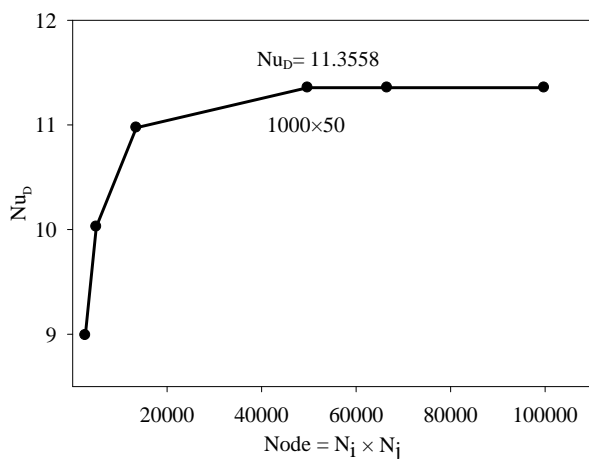
برای اعمال شرط مرزی لغزش سرعت در دیواره، از مدل ماکسول [11]، مطابق معادله 8 استفاده شده است.

$$u_{\text{slip}}^* = u_s^* - u_{\text{wall}}^* = - \frac{2 - \sigma}{\sigma} \text{Kn} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \Big|_w$$

جدول 1 اعداد ناسلت توسعه یافته در مرجع [7] و برنامه حاضر در

$\kappa = 1.667$		
نتایج	حل عددی	عدد ناسدن (Kn)
کار حاضر	ستین و همکاران [7]	
7/54142	7/541	0/00
6/92620	6/925	0/02
6/37492	6/374	0/04
5/88112	5/882	0/06
5/44127	5/442	0/08
5/05676	5/058	0/10

همان طور که جدول 1 نشان می دهد، اختلاف بسیار ناچیزی بین نتایج مرجع و مطالعه حاضر وجود دارد. پس از اطمینان از درستی کد کامپیوتری تهیه شده، به ادامه بررسی ها پرداخته می شود. با توجه به شکل 4 که بیانگر عدد ناسلت توسعه یافته به دست آمده از شبکه های مختلف می باشد، برای حل مسئله حاضر یک شبکه 50000 گره ای به صورت یکنواخت مورد استفاده قرار گرفته که در واقع به صورت 1000×50 می باشد. لازم به ذکر است حالتی که در آن به مطالعه شبکه پرداخته شده، دارای رقت و پکله بالا و برینکمن غیر صفر می باشد.



شکل 4 مطالعه شبکه حل، ناسلت توسعه یافته بر حسب تعداد نقاط شبکه در $\kappa = 1.667$ و $Pe = 10$ و $Kn = 0.06$ و $Br = 0.01$

6-1- هیدرودینامیک جریان هوا در میکروکانال

در این بخش پارامترهای هیدرودینامیکی جریان در میکروکانال شامل سرعت های محوری و عرضی و همچنین سرعت لغزشی

الگوریتم نیمه ضمنی سیمپل استفاده شده است. همچنین در حل عددی مسأله، معیار همگرایی زیر تعریف و استفاده شده است (رابطه (15)).

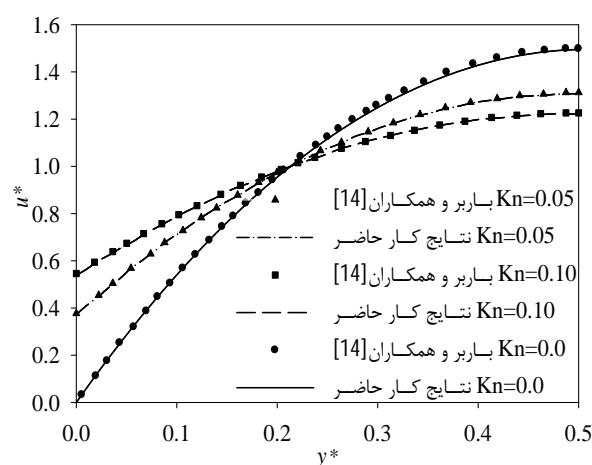
$$\sum_j \sum_i \left| \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^{n+1}} \right|_{(i,j)} \leq 10^{-7} \quad (15)$$

که n تعداد تکرار و ϕ متغیر عمومی (u^*, v^*, T^*) را نشان می دهد. برای اجرای الگوریتم مورد نظر، برنامه ای کامپیوتری به زبان فرترن نوشته شده است.

5- نتایج و بحث

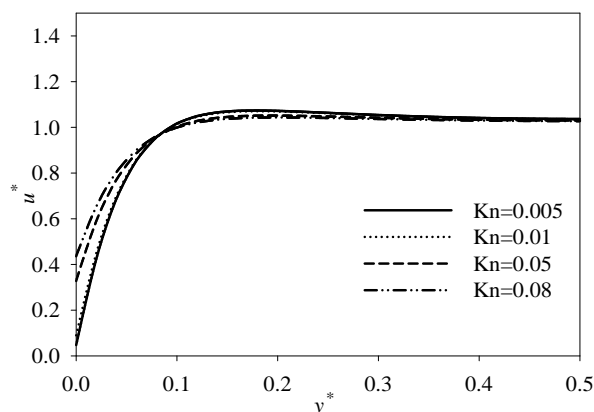
با توجه به حل عددی مورد استفاده، بررسی درستی عملکرد کد کامپیوتری و اثر تعداد نقاط شبکه بر روی خروجی های برنامه اجتناب ناپذیر است. به همین منظور، نتایج عددی حاصل، با کارهای عددی مشابه توسط دیگران مقایسه شده است. توزیع عرضی سرعت در ناحیه توسعه یافته میکروکانال با اعمال شرط مرزی لغزش سرعت، مشابه با شرایط مرجع [14] استخراج شده و در شکل 3 با هم مقایسه شده اند. هم چنان که مشاهده می شود، انطباق خوبی به دست آمده است.

همچنین برای بررسی درستی نتایج در محاسبه انتقال حرارت، از عدد ناسلت توسعه یافته مطابق با مسأله ای که در مرجع [7] حل شده است، استفاده شده است. اعداد ناسلت توسعه یافته در $\kappa = 1.667$ و در اعداد ناسدن مختلف با صرف نظر از اتلافات لزجت و هدایت محوری در یک میکروکانال با دیواره دما ثابت مشابه با مسئله مرجع [7] به دست آمده و مقایسه نتایج در جدول 1 ارائه شده است.

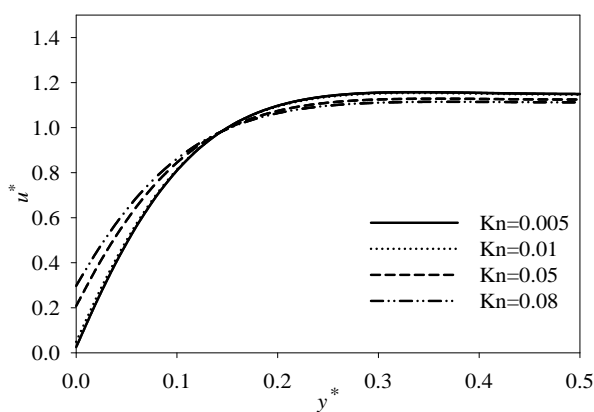


شکل 3 مقایسه پروفیل سرعت توسعه یافته مطالعه حاضر با مرجع [14] در اعداد ناسدن مختلف $Re = 10$, $Br = 0.0$

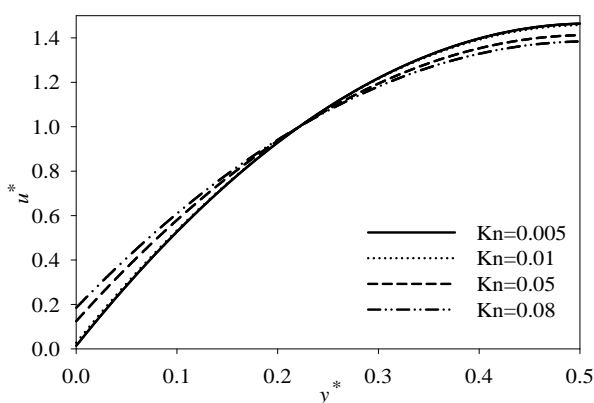
نزدیک‌ترین مقطع به ورودی کانال، سرعت عرضی در مجاور دیواره، مقادیر بیشتری را به خود گرفته است و در مقطع کاملاً توسعه یافته مؤلفه عرضی سرعت طبق انتظار در همه مقادیر نادسن به صفر می‌رسد.



الف - مقطع اول $x^* = 0.120$



ب - مقطع دوم $x^* = 0.240$



ج - مقطع سوم $x^* = 5.000$

شکل 5 پروفیل سرعت محوری در مقاطع مختلف
 $Re = 10, Br = 0.0, \kappa = 1.667$

در مجاورت دیواره و اثر خزش بر روی آن بررسی می‌شود. لازم به ذکر است که بررسی‌ها، هم در ناحیه ورودی و هم در ناحیه کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی انجام شده است.

6-1-1- سرعت محوری

با افزایش عدد نادسن سرعت لغزشی در مرز افزایش یافته و به تبع آن سرعت در خط مرکزی میکروکانال کاهش می‌یابد. افزایش عدد نادسن به منزله افزایش فاصله آزاد میانگین مولکول‌های سیال نسبت به بعد طولی میکروکانال می‌باشد و در نتیجه به علت کاهش تعداد برخورد‌های مولکولی، لغزش سرعت در دیواره افزایش و سرعت در خط مرکزی کاهش یافته است. در شکل 5 پروفیل سرعت محوری در 3 مقطع مختلف از ناحیه ورودی و توسعه یافته هیدرودینامیکی در نادسن‌های مختلف مشاهده می‌شود. در نزدیک‌ترین مقطع به ورودی میکروکانال، سرعت بیشینه مقادیری نزدیک به سرعت یکنواخت ورودی دارد. هم‌چنین در این مقطع، سرعت لغزشی در دیواره، بیشترین مقدار را نسبت به مقاطع دیگر را دارد. دلیل چنین رفتاری این است که لایه مرزی سرعت در حال شکل‌گیری است و هنوز به توسعه‌یافتگی نرسیده است. با افزایش x^* لایه مرزی هیدرودینامیکی گسترش یافته و باعث افزایش سرعت در خط مرکزی و کاهش سرعت لغزشی در دیواره می‌شود.

در مقطع $x^* = 5.000$ جریان کاملاً توسعه یافته است و سرعت خط مرکزی به بیشترین مقدار خود رسیده است. واضح است که بیشترین مقدار سرعت مرکزی در حالت عدم لغزش رخ می‌دهد ($u_{max}^* = 1.5$) و در نادسن‌های غیرصفر همواره سرعت بیشینه سیال از این مقدار کمتر است.

6-1-2- سرعت عرضی

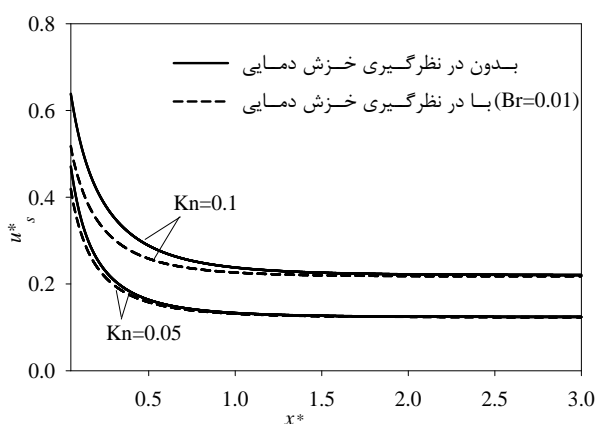
تغییرات سرعت عرضی v^* بر حسب y^* در شکل 6 نشان داده شده است. نکته مهم آن است که مقادیر مؤلفه عمودی سرعت در جریان لغزشی نسبت به جریان پیوسته کمتر است. یعنی با افزایش عدد نادسن مقدار سرعت عرضی در یک مقطع مشخص، کاهش می‌یابد. زیرا در رقت‌های بالاتر به دلیل کاهش برخورد مولکولی، سرعت لغزشی مماسی در دیواره‌ها افزایش می‌یابد و سرعت عمودی با کاهش مواجه می‌شود. هم‌چنین در

در دیواره با افزایش مواجه شده است.

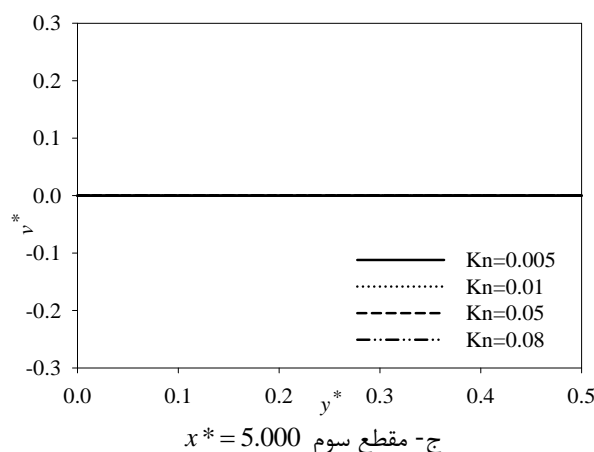
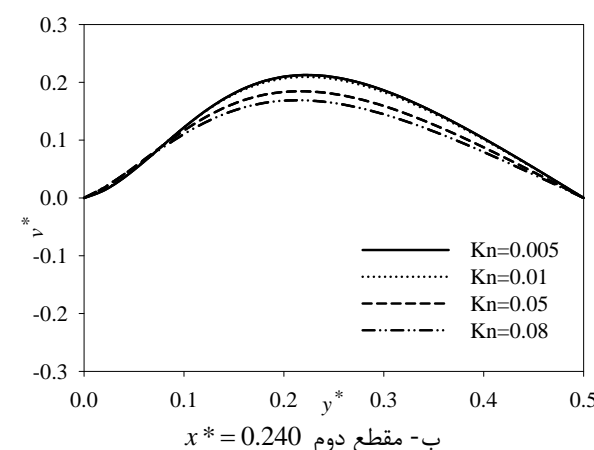
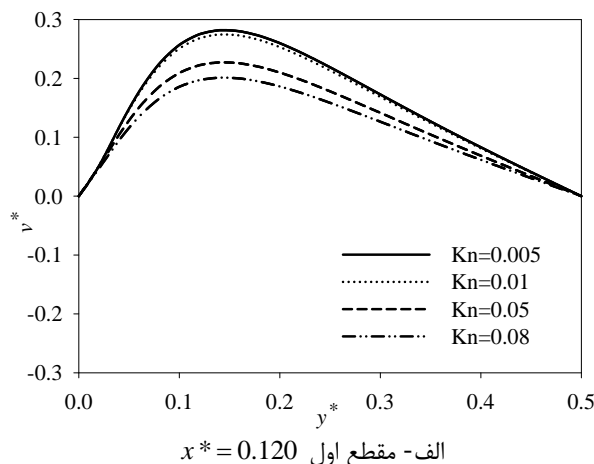
6-1-3- اثر ترم خزش حرارتی

ترم دوم سمت راست معادله 8 مربوط به خزش دمایی می‌باشد. در شکل 7 تأثیر این ترم بر روی سرعت لغزشی در مجاورت دیواره قابل مشاهده است. خزش دمایی از گرادیان دمایی محوری ناشی می‌شود. همان‌طور که از شکل 7 نمایان است، جریان در مجاورت دیواره و در حضور خزش حرارتی، با سرعت کمتری لغزش یافته است. واضح است که طبق مدل مورد استفاده، ترم خزش با توان دوم عدد نادسن متناسب بوده و در نتیجه در رژیم لغزشی اثر زیادی بر روی جریان در مجاورت دیواره نداشته است و تنها در ناحیه ورودی میکروکانال اثر این ترم دیده شده است.

در اعداد نادسن خیلی بالا (جریان آزاد) گرادیان دمایی منجر به گرادیان‌های فشار بالا در کانال‌ها شده و اثر این ترم را در کاربردهای خلأ و ابزارهای میکروالکترومکانیکال شاخص‌تر می‌کند. در شکل 7 اثر جزئی خزش در حد بالایی رژیم لغزشی یعنی $Kn = 0.10$ دیده شده و قابل صرف‌نظر بودن آن در کلیه اعداد نادسن جریان لغزشی، منطقی به نظر می‌رسد. انحراف سرعت لغزشی در بیشینه مقدار خود برای $Kn = 0.10$ ، 18/46٪ بوده است که در ناحیه ورودی رخ داده است. در ناحیه توسعه‌یافته جریان، این مقدار به سمت صفر میل می‌کند. در مورد تأثیر ترم خزش باید به این مهم نیز اشاره کرد که خزش، طول ناحیه ورودی را افزایش داده است. دلیل آن طولی بودن ناحیه ورودی دمایی نسبت به طول ناحیه ورودی هیدرودینامیکی با توجه به $Pr = 0.7$ هوا می‌باشد.



شکل 7 سرعت لغزشی روی دیواره و اثر خزش حرارتی
 $Re = 30$, $Br = +0.01$, $\kappa = 1.667$



شکل 6 پروفیل سرعت عرضی در مقاطع مختلف
 $Re = 10$, $Br = 0.0$, $\kappa = 1.667$

مقایسه شکل‌های 5 و 6 نشان می‌دهد که مؤلفه سرعت عمودی در نادسن‌های بالاتر، کاهش یافته در حالی که سرعت لغزشی

6-2- پرش دمایی

در شکل 8 مقدار پرش دمایی در دیواره میکروکانال در اعداد نادسن مختلف نشان داده شده است. واضح است که هر چه عدد نادسن کمتر باشد، جریان به سمت پیوسته بودن متمایل شده و طبق انتظار پرش دمایی در دیواره‌ها ضعیف‌تر می‌شود. با افزایش عدد نادسن، جریان گازی رقیق‌تر شده و با کاهش برخورد مولکولی مقادیر پرش دمایی افزایش می‌یابد. بیشترین پرش دمایی مقدار 0/42 بوده که مربوط به حد بالایی رژیم لغزشی می‌باشد.

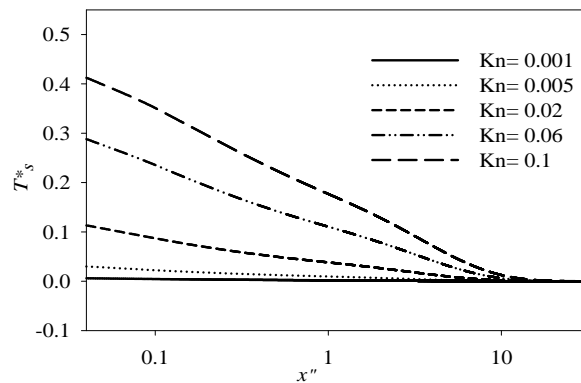
در شکل 9 تغییرات دمای مجاور دیواره با اعمال شرط مرزی پرش دمایی در پکله‌های مختلف نشان داده شده است. در سرعت‌های بالاتر پرش دمایی بیشتری رخ داده است و دلیل آن تأثیرگذاری بیشتر هم‌مرتب بودن مسیر آزاد مولکولی و طول مشخصه جریان در میکروکانال است.

هم‌چنین در اعداد پکله بالاتر دمای سیال مجاور دیواره، در فاصله دورتری از ورودی میکروکانال به ثبات رسیده‌است. تأثیر مقدار κ بر مقدار پرش دمایی در یک نادسن مشخص، در شکل 10 مشاهده می‌شود. پارامتر κ بیانگر ویژگی‌های سطح جامد و گاز می‌باشد. $\kappa = 0.0$ حالت خاصی از جریان است که اثرات لغزش بدون پرش دمایی بر روی جریان مشاهده می‌شود. هم‌چنین $\kappa = 10.0$ حالت حدی دیگری است که پرش دمایی بزرگی بر روی دیواره مشاهده می‌شود. $\kappa = 1.667$ یک مقدار معمول برای هوا و سطوح جامد است که به سبب استفاده زیاد در کاربردهای مهندسی، بررسی می‌شود. هم‌چنین در این شکل وابستگی طول ورودی به مقادیر κ دیده می‌شود.

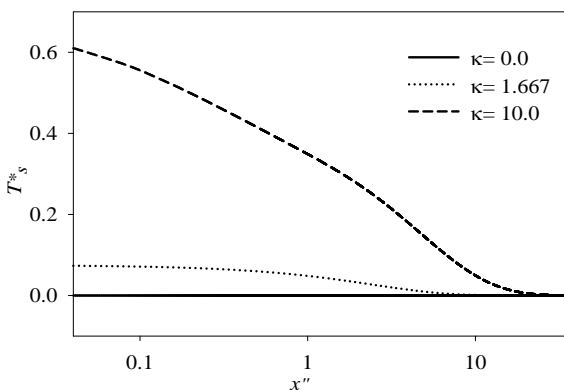
6-3- بررسی اثرات اتلاف لزجت

6-3-1- اثرات اتلاف لزجت بر روی عدد ناسلت محلی در برینکمن مثبت

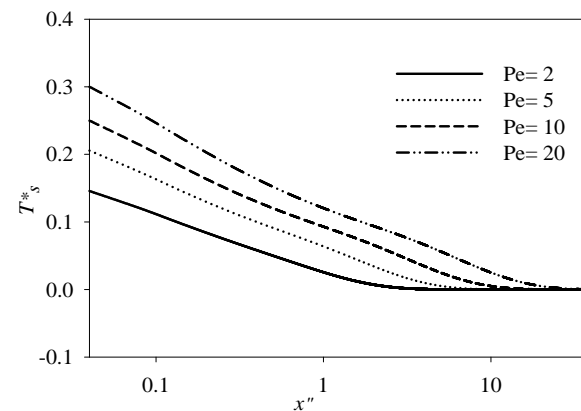
برای نشان دادن اثرات عدد برینکمن که در کانال‌های طویل و در ابعاد میکرو اهمیت می‌یابد، معادله انرژی شامل ترم اتلاف لزجت به روش عددی حل شده است. عدد ناسلت محلی بر حسب پارامتر طول بی‌بعد κ در ناحیه دما ثابت دیواره، برای عددهای نادسن مختلف و برای برینکمن‌های مختلف شامل 0 و 0/01 و 0/1، هم با علامت مثبت و هم با علامت منفی بدست آمده‌است. برای پوشش کامل رژیم لغزشی حل‌ها در بازه $0.0 < \text{Kn} < 0.1$ انجام گرفته است.



شکل 8 دمای سیال در مجاورت دیواره با اعمال شرط مرزی پرش دمایی در رقت‌های مختلف $\kappa = 1.667$, $\text{Br} = 0.0$, $\text{Pe} = 10$



شکل 10 دمای سیال در مجاورت دیواره با اعمال شرط مرزی پرش دمایی در کاپاهای مختلف $\text{Pe} = 10$, $\text{Br} = 0.0$, $\text{Kn} = 0.04$



شکل 9 دمای سیال در مجاورت دیواره با اعمال شرط مرزی پرش دمایی در پکله‌های مختلف $\text{Kn} = 0.05$, $\text{Br} = 0.0$, $\kappa = 1.667$

در بین پارامترهای بررسی شده بر روی پرش دمایی که در

طبق انتظار با اعمال دمای ثابت دیواره و در حالت بدون اتلاف لزجت، عدد ناسلت مقادیر بزرگی را در ناحیه ورودی اختیار کرده است. این مقادیر در طول میکروکانال کاهش یافته و سپس به ثبات می‌رسد. در حالت عدد برینکمن غیر صفر، ناسلت یک پرش را از $6/2598$ در $Br=0.0$ به مقدار $10/4226$ در $Br=0.1$ در حالت $\kappa=0.0$ تجربه کرده است. این پدیده بر اهمیت در نظر گرفتن اتلاف لزجت تأکید دارد. یکی از نتایج این نمودار، کاهش مقادیر Nu موضعی در اثر افزایش عدد κ می‌باشد به طوری که در $\kappa=0.0$ که پرش دمایی در مجاورت دیواره رخ نمی‌دهد، ناسلت محلی بعد از نقطه پرش به مقدار بالای $15/97$ می‌رسد.

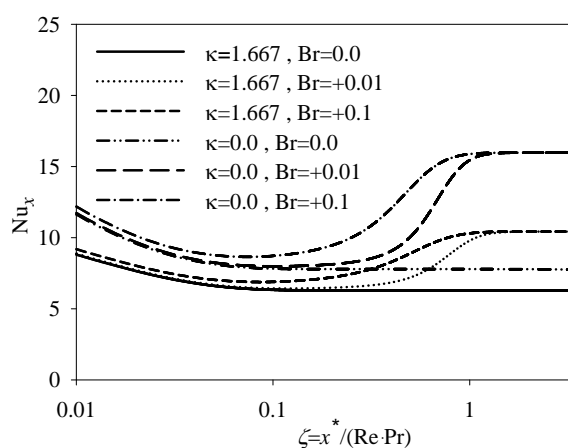
نتیجه مهم دیگر آن‌که عدد برینکمن تنها بر روی محل وقوع پرش تأثیر گذاشته است نه بر مقدار ناسلت توسعه‌یافته. مقدار ناسلت توسعه یافته در حالت با اتلاف لزجت فارغ از مقدار عدد برینکمن، نسبت به حالت بدون اتلاف لزجت دارای پرشی می‌باشد. نقطه پرش با افزایش عدد برینکمن به ناحیه ورودی میکروکانال متمایل می‌شود. این امر مؤید این نتیجه است که برای کانال‌های کوتاه اثر عدد برینکمن ضعیف‌تر و قابل چشم‌پوشی است. در حالی که برای کانال‌های طویل، باید اثر اتلاف لزجت حتی برای مقادیر کوچک برینکمن در نظر گرفته شود. برای $\kappa=1.667$ عدد ناسلت توسعه یافته از $6/2598$ به $10/4226$ پرش یافته که نشان‌دهنده 66% افزایش می‌باشد. در حالی که در $\kappa=0.0$ از مقدار $7/7447$ به $15/9703$ بوده و این پرش به میزان 101% بوده است. در نتیجه می‌توان گفت اهمیت پرش عدد ناسلت با افزایش κ کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد κ ، محل پرش، از ورودی میکروکانال فاصله گرفته است.

در نظر گرفتن اتلاف لزجت در معادله انرژی مانند وجود یک منبع گرمایی در داخل سیال عمل کرده و هرچه عدد برینکمن افزوده شود اثر این ترم در طول‌های کمتری از ورودی کانال خود را نشان می‌دهد و متمایل شدن نقطه پرش به ورودی میکروکانال نیز به همین سبب می‌باشد.

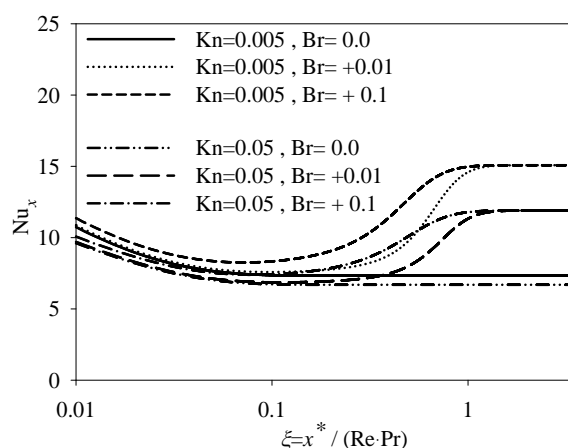
در شکل 12 اثر میزان رقت بر روی عدد ناسلت محلی در برینکمن صفر و مقادیر مثبت آن نشان داده شده است. میزان پرش عدد ناسلت در مقادیر کمتر ناسن چشمگیرتر بوده و می‌توان گفت بیشترین پرش عدد ناسلت در اثر اتلاف لزجت،

قسمت 6-2 آورده شده (رقت، کاپا و پکله)، تأثیر مقدار کاپا در رژیم لغزشی شاخص‌تر از سایر موارد بوده است. از روابط بخش 3 واضح است که عدد ناسلت در رژیم جریان لغزشی تابعی از عدد ناسن و پارامتر κ می‌باشد. عدد ناسن بیانگر اثر رقت و پارامتر κ بیانگر ویژگی‌های سطح جامد و گاز می‌باشد.

شکل‌های 11 و 12 تغییرات ناسلت محلی بر حسب طول بی‌بعد را در مقادیر مختلف κ و مقادیر مثبت برینکمن نشان می‌دهند. مقادیر مثبت برینکمن بیانگر آن است که سیال تحت دمای یکنواخت دیواره، سرد می‌شود.

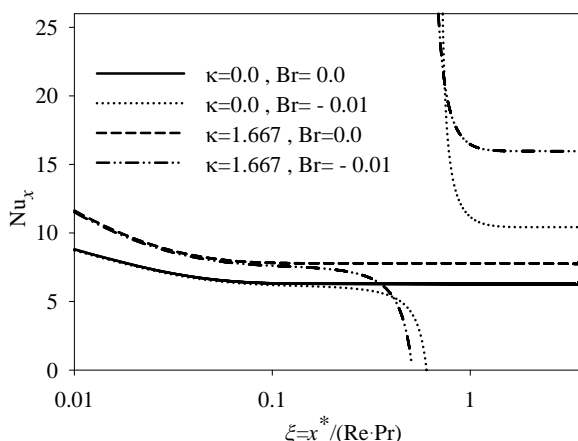


شکل 11 عدد ناسلت محلی بر حسب طول بی‌بعد ξ در برینکمن‌های مثبت و کاپاهای مختلف $Pe = 5$, $Kn = 0.08$

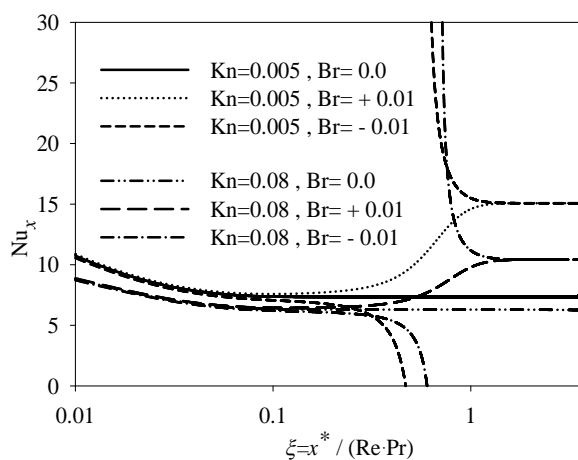


شکل 12 عدد ناسلت محلی بر حسب طول بی‌بعد ξ در برینکمن‌های مثبت و رقت‌های مختلف $Pe = 5$, $\kappa = 1.667$

برای نشان دادن اثرگذاری مقدار رقت بر روی مقدار و محل پرش، منحنی تغییرات ناسلت محلی برای هر سه مقدار ممکن برینکمن در شکل 14 رسم شده است.



شکل 13 عدد ناسلت محلی برحسب طول بی بعد ξ در برینکمن های منفی و کاپاهای مختلف و $Pe = 5$, $Kn = 0.08$



شکل 14 عدد ناسلت محلی برحسب طول بی بعد ξ با اتلاف لزجت و بدون اتلاف لزجت در رقت های مختلف و $Pe = 5$, $\kappa = 1.667$

با افزایش رقت، بزرگی پرش عدد ناسلت کاهش یافته است. به عنوان مثال برای $Kn = 0.005$ ناسلت از $7/3380$ به $15/0734$ پرش کرده که نشان دهنده 105% افزایش است و در $Kn = 0.08$ ناسلت از مقدار $6/2598$ به $10/4227$ پرش نموده که نشان دهنده 66% پرش می باشد. با افزایش رقت، محل پرش و محل نقطه منفرد از ورودی فاصله گرفته است.

در جریان پیوسته و کمترین آن در حد بالایی رژیم لغزشی ($Kn = 0.10$) رخ می دهد.

افزایش رقت برخورد مولکول های سیال و سطح جامد را کمتر کرده و با کاهش گرادیان دمایی در مجاورت دیواره نرخ انتقال حرارت را کمتر از حالت های جریان پیوسته خواهد کرد. البته افزایش سرعت لغزشی در اثر رقت سیال گازی، باعث افزایش جزئی عدد ناسلت خواهد شد ولی در نهایت سایر پارامترها هستند که تعیین کننده می باشند. ملاحظه می شود که در حالت بررسی شده اثر متقابل افزایش سرعت لغزشی و پرش دمایی در نهایت با کاهش عدد ناسلت همراه بوده است. همچنین با افزایش رقت، محل پرش از ورودی کانال فاصله گرفته است.

6-3-2- اثرات اتلاف لزجت بر روی عدد ناسلت محلی در

برینکمن منفی

شکل های 13 و 14 نشان دهنده تغییرات عدد ناسلت محلی در اعداد منفی برینکمن می باشند. با توجه به تعریف عدد برینکمن، در این حالت، سیال گرمادهی می شود. واضح است که نقاط منفردی¹ وجود دارند که در آنها دمای سیال با دمای دیواره برابر خواهد شد. در این نقاط مکانیزم انتقال حرارت معکوس خواهد شد و کانالی که برای سردسازی دیواره (یعنی گرم شدن سیال) طراحی شده است، شروع به گرم کردن دیواره می کند و این از نتایج مهم حضور اتلاف لزجت در مسأله حاضر می باشد. مکانیزم اشاره شده باعث شده که در ادامه طول میکروکانال مسأله به همان مسأله برینکمن مثبت تبدیل شده و کل منحنی ها به همان مقادیر ناسلت توسعه یافته قبلی برسد.

وقتی عدد برینکمن فارغ از علامت آن، بزرگ می شود، محل نقطه منفرد به ورودی میکروکانال نزدیک تر شده است، به این دلیل که در طول کمتری از میکروکانال دمای میانگین سیال به دمای دیواره جامد خواهد رسید و مکانیزم انتقال حرارت معکوس خواهد شد.

تمامی نتایج و بحث های بیان شده در مورد اعداد برینکمن مثبت و ارتباط بین محل پرش و عدد ناسلت و عدد کاپا در این جا (برینکمن منفی) نیز صادق است و از تکرار بیان آنها خودداری می شود.

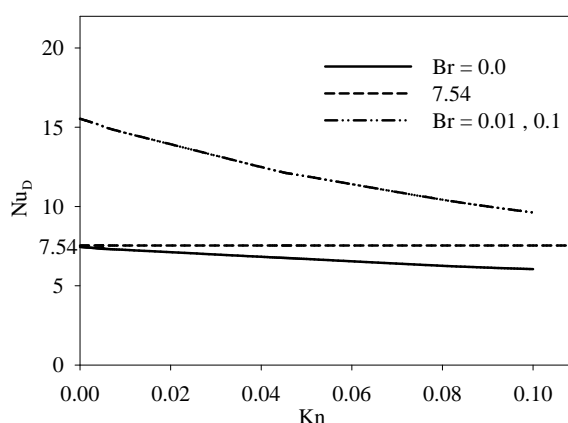
1. Singular

6-4- بررسی عدد ناسلت توسعه یافته

شکل 15 عدد ناسلت کاملاً توسعه یافته را به عنوان تابعی از Kn و Br در $\kappa = 1.667$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که عدد ناسلت توسعه یافته با افزایش رقت کاهش می‌یابد و این کاهش با حضور اتلاف لزجت با شیب بیشتری صورت می‌پذیرد. این اثر به دلیل کاهش گرادیان دما در مجاورت دیواره، با اعمال شرایط مرزی پرش دمایی ظاهر می‌شود. در شکل 15 خط $Nu = 7.54$ که بیانگر ناسلت توسعه یافته در حالت کلاسیک بدون اتلاف لزجت، بدون اثرات رقت و بدون هدایت محوری می‌باشد، معیار مناسبی برای مشاهده اثرات پارامترهای نامبرده بر انتقال حرارت میکروکانال است.

مقادیر ناسلت توسعه یافته در رژیم جریان لغزشی و با حضور ترم اتلاف لزجت در پکله‌های مختلف در جدول 2 آورده شده است. این جدول در نگاه اول بیانگر افزایش چشم‌گیر عدد ناسلت نسبت به حالت بدون اتلاف لزجت می‌باشد. در این جدول می‌توان دید که وابستگی به عدد پکله زیاد نبوده در حالی که در طول رژیم جریان لغزشی، عدد ناسلت شاهد افت بالایی بوده است. طبق جدول 2 در ناسلت و برینکمن ثابت، عدد ناسلت خیلی کم از عدد پکله تأثیر پذیرفته است. البته این تابعیت در ناسلت‌های کمتر، قوی‌تر بوده است.

عدد ناسلت توسعه یافته با افزایش عدد ناسلت از 2 نظر تحت تأثیر قرار می‌گیرد. یکی این که با افزایش سرعت لغزشی انتقال حرارت افزایش یافته و دیگر این که با افزایش پرش دمایی در دیواره، انتقال حرارت کاهش می‌یابد.



شکل 15 عدد ناسلت توسعه یافته برحسب عدد ناسلت با احتساب اتلاف لزجت و بدون اتلاف لزجت در $Pe = 5, \kappa = 1.667$

جدول 2 اعداد ناسلت توسعه یافته با احتساب اتلاف لزجت در پکله

و اعداد ناسلت مختلف $\kappa = 1.667, Br = +0.01$

Pe = 20	Pe = 10	Pe = 5	Pe = 2	Kn
14/6348	15/5279	15/5300	15/5300	0/00
12/9130	13/8444	13/8474	13/8475	0/02
11/5117	12/4813	12/4853	12/4853	0/04
10/3524	11/3558	11/3613	11/3613	0/06
9/3414	10/4113	10/4190	10/4188	0/08
8/5607	9/6076	9/6174	9/6175	0/10

این دو مکانیزم در جهت‌های مخالف، عدد ناسلت توسعه یافته را تحت تأثیر قرار می‌دهند که اثر نهایی افزایش ناسلت، به دیگر پارامترهای مؤثر از جمله برینکمن و کاپا وابسته است. در محدوده بررسی شده در مسأله حاضر، کاهش گرادیان دمایی اثر غالب بوده و عدد ناسلت را با کاهش مواجه می‌سازد.

6- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با مطالعه جریان سیال گازی درون یک میکروکانال با دمای یکنواخت دیواره مشخص شد که ویژگی‌های هیدرودینامیکی و انتقال حرارت با آن چه که در ابعاد ماکرو رخ می‌دهد به طور قابل ملاحظه‌ای متفاوت است. مختصری از نتایج حاصل در زیر آمده است:

- افزایش عدد ناسلت، سرعت لغزشی در دیواره را افزایش داده و سرعت در خط مرکزی را کاهش می‌دهد. همچنین افزایش عدد ناسلت سرعت عرضی را در ناحیه ورودی کاهش می‌دهد.

- با افزایش ناسلت پرش دمایی در مجاورت دیواره بزرگ‌تر می‌شود و مقادیر آن به شدت متأثر از عدد کاپا می‌باشد.

- ترم خزش در رژیم جریان لغزشی که عدد ناسلت در محدوده $0.001 < Kn < 0.1$ می‌باشد، تأثیر ضعیفی بر روی سرعت لغزشی در دیواره‌ها دارد.

- عدد برینکمن غیرصفر به طور چشم‌گیری عدد ناسلت را به مقدار بالاتری جهش می‌دهد. مقدار جهش مستقل از مقدار برینکمن می‌باشد.

- عدد ناسلت توسعه یافته در مورد اعداد مثبت و منفی برینکمن یکسان بوده در حالی که رفتار عدد ناسلت محلی کاملاً متفاوت از هم است.

- نقطه پرش با افزایش عدد برینکمن به ناحیه ورودی

λ	طول مسیر آزاد میانگین
μ	لزجت دینامیکی سیال
σ	ضریب سازگاری مومنتم
σ_T	ضریب سازگاری دما
ρ	چگالی سیال

بالانویس‌ها:

*	بی‌بعد سازی شده
"	پارامتر بعد از ناحیه عایق

زیرنویس‌ها:

i	ورودی
m	میانگین
s	خواص سیال در مجاورت سطح
w	دیواره

8- مراجع

- [1] Gad-el-Hak, M., "The Fluid Mechanics of Microdevices-The Freeman Scholar Lecture", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 121, No. 5, 1999.
- [2] Tuckerman, D. B. and Pease, R.F.W., "Optimized Convective Cooling using Microma-chined Structure", *J. Electrochem. Soc.*, Vol. 3, No. 129, 1982.
- [3] Tuckerman, D. B. and Pease, R. F. W., "High-Performance Heat Sinking for VLSI", *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 5, No. 2, 1981, pp. 126-129.
- [4] Ebert, W. A., and Sparrow, E. M. "Slip Flow in Rectangular And Annular Ducts", *J. Basic Engineering*, Trans. of the ASME, Vol. 87, 1965, pp. 1018-1024.
- [5] Beskok, A., and Karniadakis, G. E., "Simulation of Heat and Momentum Transfer in Complex Micro Geometries", *J. Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 4, No. 8, 1994, pp. 647-655.
- [6] Zhu, X., and Liao, Q., "Heat Transfer For Laminar Slip Flow in a Microchannel of Arbitrary Cross Section With Complex Thermal Boundary Condition", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, 2005, pp. 1246-1256.
- [7] Cetin, B., Yuncu, H., and Kackac, S., "Gaseous Flow in Microchannels with Viscous Dissipation", *Int.J. Transfer Phenom.*, Vol. 4, No. 8, 2006, pp. 297-315.
- [8] Hettiarachchi, H. D. M., Golubovic, M., Worek, W. M., and Minkowycz, W. J., "Three-Dimensional Laminar Slip-Flow and Heat Transfer in a Rectangular Microchannel with Constant Wall Temperature", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, No. 51, 2008, pp. 5088-5096.

میکروکانال متمایل می‌شود. به عبارتی دیگر برای کانال‌های کوتاه اثر عدد برینکمن ضعیف‌تر و قابل چشم‌پوشی است. در حالی‌که برای کانال‌های طویل، باید اثر عدد برینکمن حتی برای مقادیر کوچک آن در نظر گرفته شود.

- افزایش عدد ناسن با کاهش گرادیان دمایی و افزایش سرعت لغزشی، انتقال حرارت را از دو جهت مخالف هم تحت تأثیر قرار می‌دهد.

- عدد ناسلت توسعه یافته به صورت ضعیفی با افزایش پکله، زیاد شده درحالی‌که اثر رقت برروی آن قوی می‌باشد.

7- فهرست علائم

Br	عدد برینکمن $Br = (\mu \mu_m^2 / k (T_i - T_w))$
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه
D_H	قطر هیدرولیکی
H	فاصله صفحات موازی
k	ضریب هدایت حرارتی
Kn	عدد بی‌بعد ناسن $Kn = (\lambda / D_H)$
L	طول میکروکانال
n	تعداد تکرار در حل عددی
Nu	عدد ناسلت $Nu = hD_h / k$
Nu_D	عدد ناسلت توسعه یافته
Nu_x	عدد ناسلت موضعی $Nu_x = hD_h / k$
P	فشار
P_0	فشار اتمسفر
Pe	عدد پکله $Pe = Re \cdot Pr$
Pr	عدد پرائنتل $Pr = \mu c_p / k$
Re	عدد رینولدز $Re = \rho u_m D_H / \mu$
T	دمای سیال
u	سرعت محوری
v	سرعت عرضی
x	جهت محوری میکروکانال
y	جهت عرضی میکروکانال
ξ	متغیر بی‌بعد طولی $\xi = x^* / Re \cdot Pr$
γ	نسبت حرارتی ویژه
ϕ	متغیر وابسته بی‌بعد
κ	معیار پرش دمایی روی مرز

- [12] Versteeg, H. K., and Malalasekera, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics, The Finite Volume Method*, Henk Kaarle, 1955.
- [13] Patankar, S. V., "*Numerical heat transfer and fluid flow*", Hemisphere Publication Corporation, Washington, 1980.
- [14] Barber, R. W., and Emerson, D. R., "A Numerical Study of Low Reynolds Number Slip Flow in the Hydrodynamic Development Region of Circular And Parallel Plate Ducts", Centre for Microfluidics, Department of Computational Science and Engineering, CLRC Daresbury Laboratory, Daresbury, Warrington., 2002.
- [9] Colin, S., "Gas Microflows in the Slip Flow Regime: A Critical Review on Convective Heat Transfer", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 134, No. 020908-1, 2012.
- [10] Qazi Zade, A., Renksizbulut, M., and Friedman, J., "Heat Transfer Characteristics of Developing Gaseous Slip-Flow in Rectangular Microchannels with Variable Physical Properties", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 1, 2011, pp. 117-127.
- [11] Maxwell, J. C., "On Stresses in Rarefied Gases Arising from Inequalities of Temperature", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Part 1, Vol. 170, 1879, pp. 231-256.