



## بررسی پارامترهای فرآیند کشش لوله با توپی ثابت بر مبنای ارائه روش قاچی اصلاح شده و صحه گذاری به روش المان محدود

ابراهیم پناهپوری<sup>1</sup>، علی پرویزی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران  
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران  
\* صندوق پستی 11155-4563، aliparvizi@ut.ac.ir، تهران

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 20 مهر 1395  
پذیرش: 16 آذر 1395  
ارائه در سایت: 19 دی 1395  
کلید واژگان:  
کشش لوله  
روش قاچی  
کرنش صفحه ای  
روش المان محدود  
توزیع خطی تنش

### چکیده

کاربردهای فراوان فرآیند کشش لوله از جمله ساخت ابزارهای پزشکی، باعث شده که مطالعه‌ی جنبه‌های مختلف این فرآیند در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گیرد. در این مقاله، با در نظر گرفتن تنش‌های برشی و توزیع خطی تنش کششی در المان‌های ناحیه‌ی تغییر شکل برای اولین بار، حل تحلیلی بر مبنای روش قاچی، برای فرآیند کشش لوله‌ی جدارنازک با وجود توپی ثابت، ارائه شده است. در استخراج معادلات، فشار خارجی در سطح قالب، با فشار داخلی در سطح توپی، متفاوت لحاظ شده است. با توجه به جدار نازک بودن لوله، شرایط کرنش صفحه‌ای برای مسئله در نظر گرفته می‌شود. همچنین به منظور ارزیابی دقت نتایج تحلیلی، تحلیل المان محدود فرآیند کشش لوله با استفاده از نرم‌افزار آباکوس انجام شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهند که میزان تنش کششی مورد نیاز برای کشش لوله با افزایش زاویه‌ی قالب کاهش می‌یابد. همچنین با در نظر گرفتن توزیع خطی تنش در جداره‌ی لوله، میزان تنش کششی از سطح داخلی تا سطح خارجی لوله کاهش می‌یابد. به علاوه مشاهده می‌شود که فشار در سطح تماس لوله و قالب، بیشتر از فشار در سطح تماس لوله و توپی بوده و اختلاف فشار در این دو سطح، با افزایش زاویه‌ی قالب، افزایش می‌یابد. حل بسته‌ی ارائه شده می‌تواند به عنوان یک ابزار سودمند در صنایع، جهت محاسبه‌ی تنش کششی لازم برای انجام فرآیند کشش لوله با توپی ثابت، مورد استفاده قرار گیرد.

## Investigation of tube drawing with fixed plug process parameters through presenting a modified slab analysis with finite element verification

Ebrahim Panahpoori, Ali Parvizi\*

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 11155-4563, Tehran, Iran, aliparvizi@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 11 October 2016  
Accepted 06 December 2016  
Available Online 08 January 2017

### Keywords:

Tube drawing  
Slab method  
Plane strain  
FEM  
Linear stress distribution

### ABSTRACT

Different applications of thin-walled tube drawing process, especially in case of manufacturing the medical apparatuses has caused different aspects of this process to be investigated by many researchers. In this paper, considering the shear stress as well as the linear variation of normal stress in elements located in the deforming zone, an analytical solution based on the slab method is presented for tube drawing process with a fixed plug. The pressure on the die surface is assumed to be different from that on the plug surface. Moreover, taking into account a thin-walled pipe, the plain strain condition is applied to the process. In order to verify the accuracy of analytical solution, the process is wholly simulated using ABAQUS/Explicit software. The results show that the drawing stress can be decreased through increasing the die angle or decreasing the plug angle. Moreover, the drawing stress decreases from inner surface of the wall toward the outer surface. In addition, the pressure on die-tube interface is more than that on the plug-tube interface, while the difference of these pressures is increased for greater die angle. The present closed form solution can be utilized as an efficient tool in the related industries to calculate the required tension stress in tube drawing process.

### 1- مقدمه

می‌گیرد. دقت ابعادی بالا و کیفیت بالای سطوح داخلی و خارجی لوله که در ابزارهای پزشکی مورد نیاز است، با این روش برآورده می‌شوند. روش‌های اصلی و متداول کشش لوله، شامل کشش لوله بدون توپی، با توپی ثابت، با توپی شناور و کشش لوله با ماندن متحرک است. در کشش لوله با توپی ثابت، که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته، لوله‌ی اولیه با قرارگیری روی سمبده

یکی از فرآیندهای تولید لوله، کشش لوله است که به صورت گسترده، برای تولید لوله‌های بدون درز مورد استفاده قرار می‌گیرد. عموماً تولید لوله برای کاربردهای حساس و دقیق، از طریق کشش سرد انجام می‌شود. این فرآیند در ساخت ابزارهای پزشکی نظیر لوله‌های آنژیوگرافی نیز مورد استفاده قرار

### Please cite this article using:

E. Panahpoori, A. Parvizi, Investigation of tube drawing with fixed plug process parameters through presenting a modified slab analysis with finite element verification, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 203-209, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

- $h_f$  ضخامت نهایی جداره‌ی لوله
- $r$  کاهش سطح مقطع
- $A_i$  مساحت اولیه‌ی سطح مقطع لوله
- $A_f$  مساحت نهایی سطح مقطع لوله
- $Y$  تنش تسلیم
- $P_1$  فشار در سطح قالب
- $P_2$  فشار در سطح توپی
- $S$  تنش تسلیم تحت شرایط کرنش صفحه‌ای
- $h$  ضخامت المان
- $d\lambda$  ثابت قانون Levy-Mises
- $d\varepsilon_\theta$  نمو کرنش محیطی
- $d\varepsilon_1$  نمو کرنش در راستای  $x$
- $d\varepsilon_2$  نمو کرنش در راستای  $z$
- $\sigma_1$  تنش محوری در راستای  $z$  در جداره‌ی خارجی لوله
- $\sigma_2$  تنش محوری در راستای  $z$  در جداره‌ی داخلی لوله
- $\sigma_{1p}$  تنش اصلی در راستای  $x$
- $\sigma_{2p}$  تنش اصلی در راستای  $z$
- $\sigma_{3p}$  تنش اصلی در راستای  $y$
- $\sigma_{d1}$  تنش کششی در جداره‌ی خارجی لوله
- $\sigma_{d2}$  تنش کششی در جداره‌ی داخلی لوله
- $\sigma_d$  تنش کششی متوسط

برای کاهش سطح مقطع، رابطه‌ی (1) برقرار است:

$$r = \frac{A_i - A_f}{A_i} \quad (1)$$

با فرض این که ضخامت جداره در مقایسه با قطر لوله کم است، می‌توان رابطه‌ی کاهش سطح مقطع را ساده کرد:

$$h_i, h_f \ll D_{ii} \approx D_{if} \approx D \quad (2)$$

رابطه‌ی کاهش سطح مقطع، پس از ساده‌سازی به صورت رابطه‌ی (3) در می‌آید.

$$r = \frac{h_i - h_f}{h_i} \quad (3)$$

رابطه‌ی (3) با فرض ضخامت کم جداره در مقایسه با قطر لوله به دست آمده است و برای لوله‌های جدار ضعیف صحیح نمی‌باشد.

### 2-2- شرایط حل مسئله

در این فرآیند کشش لوله‌ی جدارنازک با فرض  $h_i \ll D_{ii}$  و  $h_f \ll D_{if}$  انجام

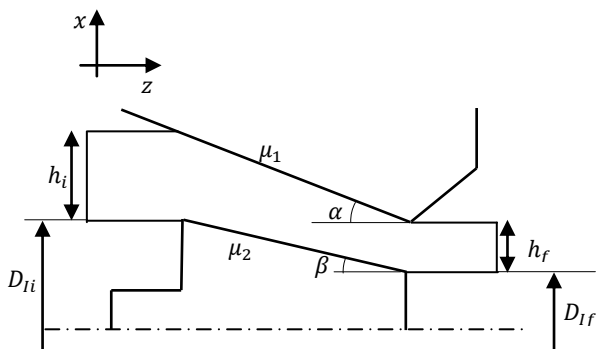


Fig. 1 Geometrical parameters of die, tube and plug

شکل 1 پارامترهای هندسی قالب، لوله و توپی

ثابت، از داخل یک قالب کشیده شده و موجب کاهش قطر و ضخامت جداره‌ی لوله می‌شود.

برای مطالعه‌ی فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک، از روش‌هایی نظیر قاچی<sup>1</sup>، روش کران بالا<sup>2</sup> و روش اجزای محدود<sup>3</sup> استفاده می‌شود. اولین تحقیقات در مورد فرآیند کشش لوله، با بررسی توزیع تنش و سیلان ماده، توسط زیبل و وبر [1] در سال 1935 میلادی انجام شد. سویاتکوفسکی و همکاران [2] به مطالعه‌ی فرآیند کشش لوله‌ی جدار نازک با توپی شناور پرداختند. بررسی فرآیند کشش لوله‌های آلومینیومی با ضخامت متغیر در جداره، توسط بوی و همکاران [3] انجام شد. کوان [4] به تحلیل و بررسی میدان سرعت در فرآیند کشش لوله در قالب و توپی‌هایی با شکل دلخواه پرداخت. رابیو و همکاران [5] در سال 2006، از طریق روش انرژی، فرآیند کشش را مورد بررسی و ارزیابی قرار دادند. نوس و همکارانش [6]، مطالعه‌ی عددی و تجربی فرآیند کشش لوله با توپی ثابت را انجام دادند. ارزیابی فرآیند کشش لوله‌های جدارنازک فولادی از طریق آزمایش و روش اجزای محدود توسط پالنگات و همکاران [7] انجام شد. رابیو و همکاران [8] تحلیل فرآیند کشش لوله با توپی ثابت مخروطی را انجام دادند. فانگ و همکاران [9] و یوشیدا و همکاران [10] به تحلیل فرآیند کشش لوله‌های ظریف با کاربردهای پزشکی پرداختند. لی [11] شبیه‌سازی کشش محوری لوله را از طریق روش اجزای محدود انجام داد. شو و همکاران [12] طراحی بهینه‌ی قالب، برای فرآیند کشش لوله‌ی یک مرحله‌ای را انجام دادند. لیناردون و همکاران [13] معیارهای شکست در کشش لوله را مورد ارزیابی قرار دادند.

در این مقاله، فرآیند کشش لوله‌ی جدارنازک ( $h_i \ll D_{ii}$ )، در یک قالب مخروطی با توپی ثابت مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای حل تحلیلی به روش قاچی، برای اولین بار توزیع تنش در جداره‌ی لوله را خطی و فشار در سطح قالب و توپی متفاوت در نظر گرفته شده که نوآوری این پژوهش می‌باشد. در طول فرآیند، ضرایب اصطکاک در سطح تماس با قالب و توپی متفاوت و از نوع Coulomb لحاظ شده است. به منظور بررسی صحت و دقت مدل و تحلیل قاچی ارائه شده، فرآیند با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس به صورت کامل شبیه‌سازی و نتایج حاصل از هر دو روش با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

### 2- حل تحلیلی با روش قاچی

#### 2-1- هندسه‌ی مسئله

نمای کلی قالب، قطعه و توپی در "شکل 1" نمایش داده شده است. فرآیند کشش سرد بر روی یک لوله‌ی جدار نازک با توپی مخروطی شکل ثابت، صورت می‌گیرد. در این تحلیل، شکل قالب و توپی به صورت مخروطی بوده و در طی فرآیند کشش، قطر لوله تقریباً ثابت می‌ماند، اما ضخامت دیواره‌ی لوله کاهش می‌یابد. پارامترهای به کار رفته در تحلیل شامل موارد زیر هستند:

$\alpha$  زاویه‌ی قالب

$\beta$  زاویه‌ی توپی

$D_{ii}$  قطر داخلی لوله در ابتدای فرآیند

$D_{if}$  قطر داخلی لوله در انتهای فرآیند

$\mu_1$  ضریب اصطکاک بین لوله و قالب

$\mu_2$  ضریب اصطکاک بین لوله و توپی

$h_i$  ضخامت ابتدایی جداره‌ی لوله

<sup>1</sup> Slab method

<sup>2</sup> Upper bound method

<sup>3</sup> Finite element method (FEM)

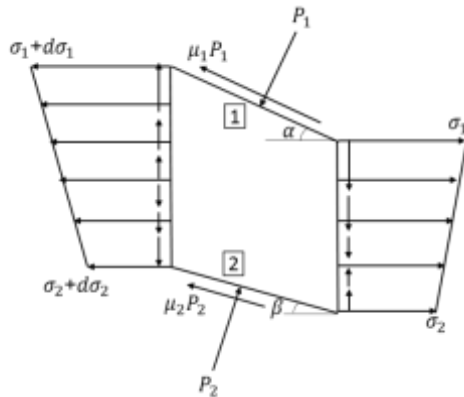


Fig. 2 The element in the slab method

شکل 2 المان در نظر گرفته شده در تحلیل قاچی

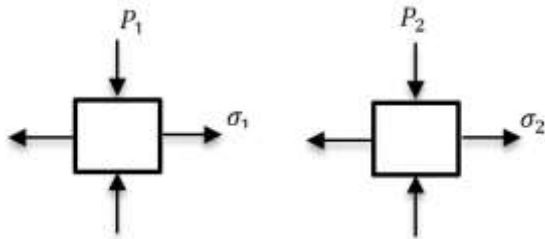


Fig. 3 Stress states at points 1 and 2

شکل 3 توزیع تنش بر روی المان‌های مستقر در نقاط 1 و 2

مشابه نقطه‌ی یک، تسلیم در نقطه‌ی دو از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_2 + P_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} Y = S \quad (10)$$

در پژوهش‌های قبلی، المان تحلیل قاچی، بدون در نظر گرفتن تنش‌های برشی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مطابق "شکل 2" در این مقاله، تنش‌های برشی نیز در المان روش قاچی در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به جهت نیروی اصطکاک در جداره‌ی خارجی و داخلی لوله، تنش برشی از گوشه‌ی بالایی المان تا گوشه‌ی پایینی آن از مقدار نیروی اصطکاک در سطح خارجی لوله، ابتدا کاهش یافته و به صفر رسیده و سپس تغییر علامت داده و با افزایش به مقدار نیروی اصطکاک در سطح داخلی لوله می‌رسد. برای نوشتن معادله‌ی تعادل نیروها در راستای عمودی باید توزیع تنش‌های برشی مشخص شوند. توزیع تنش برشی در جداره به صورت خطی در نظر گرفته شده که در نقطه‌ی روی جداره، تنش برشی به مقدار صفر رسیده و تغییر علامت می‌دهد.

برای نمایش بهتر، تنش برشی اعمال شده بر المان روش قاچی، در "شکل 4" در راستای افقی ترسیم شده است. مقدار تنش برشی از مقدار  $\mu_1 P_1$  در سطح خارجی تا مقدار  $\mu_2 P_2$  در سطح داخلی، در جهت ضخامت لوله تغییر می‌کند. این موضوع در "شکل 4" نشان داده شده است. دو توزیع نشان داده شده در "شکل 4" برای سمت‌های راست و چپ المان موجود در "شکل 2" ترسیم شده‌اند. بنابراین برای بدست آوردن توزیع خطی تنش برشی، با توجه به تشابه مثلث‌ها در هر یک از توزیع‌های تنش برشی در سمت راست و چپ المان قاچی مطابق "شکل 4"، توزیع تنش برشی بر حسب فشارهای  $P_1$  و  $P_2$  به دست می‌آید. در واقع با مشخص بودن مقدار تنش برشی در بالای توزیع که برابر  $\mu_1 P_1$  و در پایین آن برابر  $\mu_2 P_2$  است، توزیع خطی تنش برشی به دست می‌آید. ضخامت از لوله که تنش برشی در آن به مقدار صفر رسیده و تغییر علامت می‌دهد، با مقادیر  $x'$  و  $x$  مشخص

می‌شود. با توجه به ناچیز بودن ضخامت جداره‌ی لوله در مقابل قطر آن و تغییر ناچیز در قطر لوله، ماده‌ای که بین قالب و توپی قرار گرفته در جهت طولی و شعاعی حرکت کرده و در جهت محیطی حرکت نمی‌کند. مطابق "شکل 1"، ماده در صفحه‌ی  $x-z$  باقی می‌ماند. بنابراین می‌توان شرایط تحلیل را به صورت کرنش‌های صفحه‌ای در نظر گرفت. در واقع کرنش در جهت محیطی ناچیز بوده و کرنش‌های موجود در دو جهت دیگر، در معیار تسلیم مورد استفاده قرار می‌گیرند. بنابراین مقدار کرنش در راستای محیطی برابر صفر در نظر گرفته شده و طبق قانون تراکم ناپذیری، که بیان‌کننده‌ی حجم ثابت در طول فرآیند تغییر شکل است، مقدار کرنش در دو راستای دیگر برابر و با علامت مخالف می‌باشند. این مطلب در روابط (4) و (5) نشان داده شده است:

$$d\varepsilon_\theta = 0 \quad (4)$$

$$d\varepsilon_1 = -d\varepsilon_2 \quad (5)$$

تحت شرایط کرنش صفحه‌ای، طبق قانون Levy-Mises، می‌توان کرنش

در راستای محیطی را به صورت رابطه‌ی (6) نوشت:

$$d\varepsilon_\theta = \frac{2}{3} d\lambda (\sigma_{3P} - \frac{1}{2} (\sigma_{1P} + \sigma_{2P})) \quad (6)$$

با صفر قرار دادن مقدار کرنش محیطی، مقدار تنش در راستای محیطی

به صورت رابطه‌ی (7) حاصل می‌شود:

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} (\sigma_{1P} + \sigma_{2P}) \quad (7)$$

### 3-2- معادلات حاکم

برای حل تحلیلی مسئله به کمک روش قاچی، المانی در ناحیه‌ی تغییر شکل پلاستیک در نظر گرفته و تحلیل نیرویی بر روی المان انجام می‌شود. سپس برای حل معادلات، با نوشتن روابط حاصل از معیارهای تسلیم برای المان مورد نظر، معادلات موردنیاز برای یافتن مجهولات به دست می‌آیند. المان مورد نظر در روش قاچی، در ناحیه‌ی تغییر شکل یافته به صورت "شکل 2" در نظر گرفته می‌شود. در این روش، ابتدا تعادل نیروها در دو راستای  $x$  و  $z$  نوشته می‌شوند. جهت محورهای  $x$  و  $z$  در "شکل 1" مشخص شده‌اند. فشار در سطح قالب و میزان تنش کششی در جداره‌ی داخلی لوله  $\sigma$  و در جداره‌ی خارجی لوله  $\sigma$  گرفته می‌شوند. بنابراین توزیع تنش در جداره به صورت خطی و از مقدار  $\sigma_1$  تا  $\sigma_2$  تغییر می‌کند. با توجه به وجود چهار مجهول  $P_1$ ،  $P_2$ ،  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$ ، نیاز به چهار معادله‌ی مستقل وجود دارد. علاوه بر دو معادله‌ی تعادل، دو معادله‌ی دیگر از طریق نوشتن تسلیم در سطح خارجی و داخلی لوله به دست می‌آیند. نقاطی که تسلیم برای آن‌ها نوشته می‌شود، در "شکل 2" مشخص شده‌اند.

معیار Von Mises برای تسلیم در یک نقطه مطابق رابطه‌ی زیر است:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

شرایط بارگذاری در نقطه‌ی تسلیم یک در "شکل 3" نشان داده شده

است.

با فرض ناچیز بودن تنش‌های برشی در مقایسه با فشار وارد بر قطعه و تنش کششی لوله، می‌توان فشار وارد بر قطعه را به عنوان تنش اصلی در راستای تنش دوم در نظر گرفت. در واقع به خاطر ناچیز بودن تنش‌های برشی، دایره Mohr در نقطه‌ی یک دچار تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌شود. بنابراین رابطه‌ی تسلیم فون مایز در نقطه‌ی یک به صورت رابطه‌ی (9) ارائه می‌شود:

$$\sigma_1 + P_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} Y = S \quad (9)$$

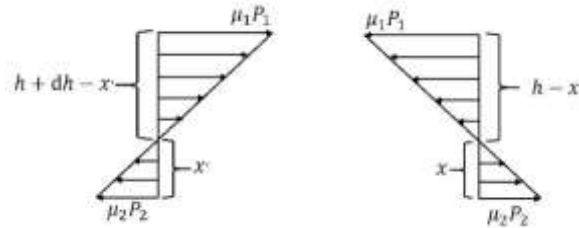


Fig. 4 Distribution of shear stress in the wall of tube

شکل 4 توزیع تنش برشی در جداره‌ی لوله

$$\frac{\sigma_{d1}}{S} = \frac{M+1}{M} \left[ 1 - \left( \frac{h_f}{h_i} \right)^{\frac{M}{1+B}} \right] \quad (25)$$

همچنین بر اساس رابطه‌ی (20)،  $\sigma_{d2}$  برابر است با:

$$\frac{\sigma_{d2}}{S} = 1 - B + \frac{B(M+1)}{M} \left[ 1 - \left( \frac{h_f}{h_i} \right)^{\frac{M}{1+B}} \right] \quad (26)$$

با توجه به خطی بودن توزیع تنش کششی در جداره لوله، تنش کششی

متوسط در خروجی ناحیه تغییر شکل برابر می‌شود با:

$$\frac{\sigma_d}{S} = \frac{\sigma_{d1} + \sigma_{d2}}{2S} \quad (27)$$

لذا، میزان تنش کششی لازم برای انجام فرآیند کشش لوله با تویی ثابت

برابر است با:

$$\frac{\sigma_d}{S} = \frac{1}{2} \left[ 1 - B + (B+1) \frac{(M+1)}{M} \left[ 1 - \left( \frac{h_f}{h_i} \right)^{\frac{M}{1+B}} \right] \right] \quad (28)$$

که  $B$  و  $M$  به ترتیب از روابط (18) و (21) به دست می‌آیند.

### 3- شبیه‌سازی المان محدود

برای بررسی نتایج حاصل از روش تحلیلی قاچی، مطابق "شکل 5"، شبیه‌سازی فرآیند کشش لوله در نرم‌افزار المان محدود آباکوس انجام شده است. شکل قالب، قطعه و تویی به صورت تقارن محوری در نظر گرفته شده است. در این شبیه‌سازی، قالب و تویی به صورت صلب در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به این‌که برای حل به روش قاچی، کار سختی در رفتار مواد در نظر گرفته نشده، برای امکان مقایسه‌ی صحیح نتایج تحلیلی و عددی، خواص ماده در نرم‌افزار آباکوس، بصورت الاستیک-پلاستیک ایده‌آل تعریف شده است. جنس ماده‌ی شبیه‌سازی شده فولاد S275 با تنش تسلیم 275 MPa در دمای 20 درجه‌ی سلسیوس می‌باشد. از المان CAX4RT برای مش‌بندی لوله استفاده شده است. با فرض این‌که روان‌کاری در طول فرآیند دچار تغییر نمی‌شود، ضریب اصطکاک از نوع Coulomb و ثابت در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی برای هدایت صحیح ماده به داخل قالب، در ورودی و

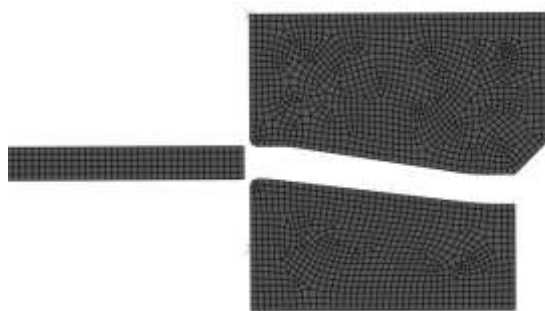


Fig. 5 Schematic of tube, die and plug in Abaqus

شکل 5 شکل کلی قالب، تویی و قطعه در آباکوس

شده‌اند:

$$x = \frac{\mu_2 P_2 h}{\mu_1 P_1 + \mu_2 P_2} \quad (11)$$

$$x' = \frac{\mu_2 P_2 (h + dh)}{\mu_1 P_1 + \mu_2 P_2} \quad (12)$$

معادله‌ی تعادل نیروها در راستای عمودی به صورت رابطه‌ی زیر نوشته

می‌شود:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -P_1 dz + P_2 dz + \mu_1 P_1 \tan \alpha dz + \mu_2 P_2 \tan \beta dz - \frac{1}{2} \mu_1 P_1 (h-x) + \frac{1}{2} \mu_2 P_2 x + \frac{1}{2} \mu_1 P_1 (h+dh-x') - \frac{1}{2} \mu_2 P_2 x' = 0 \quad (13)$$

با جایگذاری  $x$  و  $x'$  در رابطه‌ی (13) و ساده‌سازی، رابطه‌ی (14) حاصل

می‌شود:

$$[(1 + \mu_2 \tan \beta) P_2 + (1 - \mu_1 \tan \alpha) P_1] dz = \frac{1}{2} (\mu_2 P_2 - \mu_1 P_1) \quad (14)$$

از طرفی با توجه به هندسه‌ی المان در نظر گرفته شده، رابطه‌ی (15)

برقرار است.

$$dh = (\tan \alpha - \tan \beta) dz \quad (15)$$

با ساده‌سازی روابط (14) و (15)، رابطه‌ی بین فشار در سطح قالب و لوله

با فشار در سطح تویی و لوله مطابق زیر به دست می‌آید:

$$P_2 = B P_1 \rightarrow B = \frac{1 - \frac{3}{2} \mu_1 \tan \alpha + \frac{1}{2} \mu_1 \tan \beta}{1 + \frac{3}{2} \mu_2 \tan \beta - \frac{1}{2} \mu_2 \tan \alpha} \quad (16)$$

با نوشتن تعادل در راستای افقی، رابطه‌ی (17) به دست می‌آید:

$$\left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) h - \left( \frac{\sigma_1 + d\sigma_1 + \sigma_2 + d\sigma_2}{2} \right) (h + dh) - \mu_1 P_1 dz - \mu_2 P_2 dz - (P_1 \tan \alpha + P_2 \tan \beta) dz = 0 \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (16) در رابطه‌ی (10)، رابطه‌ی (18) حاصل

می‌شود:

$$\sigma_2 + B P_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} Y = S \quad (18)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (9) در (18)، ارتباط بین تنش کششی در سطح

داخلی و خارجی لوله به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\sigma_2 = (1 - B) S + B \sigma_1 \quad (19)$$

با دیفرانسیل گرفتن از رابطه‌ی (19)،  $d\sigma_2 = B d\sigma_1$ ، و با قرار دادن

روابط (15)، (16) و (19) در رابطه‌ی (17)، معادله‌ی دیفرانسیل زیر به دست

می‌آید.

$$(1 + B) \frac{d\sigma_1}{M \sigma_1 - N Y} = \frac{dh}{h} \quad (20)$$

که در آن  $B$  از رابطه‌ی (16)،  $M$  و  $N$  برابر هستند با:

$$M = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} B + \frac{\mu_1 + \tan \alpha + B(\mu_2 - \tan \beta)}{\tan \alpha - \tan \beta} \quad (21)$$

$$N = M + 1 \quad (22)$$

در ورودی لوله به قالب،  $\sigma_1$  برابر صفر و در خروجی لوله از قالب،

$\sigma_1$  برابر  $\sigma_{d1}$  است. بنابراین شرایط مرزی برای حل معادله دیفرانسیل به

صورت روابط (23) و (24) نوشته می‌شود:

$$h = h_i \rightarrow \sigma_1 = 0 \quad (23)$$

$$h = h_f \rightarrow \sigma_1 = \sigma_{d1} \quad (24)$$

با حل بسته‌ی انتگرال، تنش  $\sigma_{d1}$  در جداره‌ی لوله برابر است با:

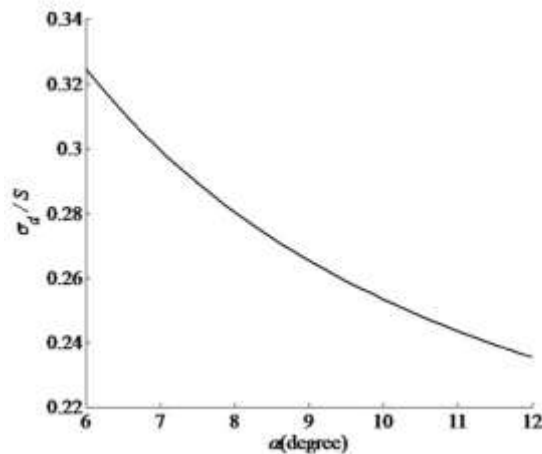


Fig. 7 Mean drawing stress in the tube versus  $\alpha$  for  $\beta = 0^\circ, r = 0.1, \mu_1 = \mu_2 = 0.1$

شکل 7 تنش کششی متوسط مورد نیاز بر حسب زاویه ی قالب برای شرایط  $\beta = 0^\circ, r = 0.1, \mu_1 = \mu_2 = 0.1$

خارجی لوله کاهش می یابد. در واقع، با ثابت بودن زاویه ی توپی و افزایش زاویه ی قالب، افزایش شرایط عدم تقارن موجب افزایش فشار در سطح قالب شده و با افزایش  $P_1$ ، کسر  $P_2/P_1$  کاهش می یابد. همچنین مشاهده می شود که میزان فشار در سطح توپی و لوله کمتر از فشار در سطح قالب و لوله است. نمودار تنش کششی بر حسب زاویه ی قالب و به ازای کاهش سطح مقطع های مختلف در "شکل 9" رسم شده است. مشاهده می شود که با افزایش زاویه ی توپی، میزان کشش افزایش می یابد. در واقع با افزایش زاویه ی توپی میزان تغییر شکل و در نتیجه میزان کرنش افزایش یافته و موجب می شود که نیروی بیشتری برای کشش لازم باشد. همچنین در این حالت، میزان کار اضافی نیز افزایش می یابد. با افزایش میزان کاهش سطح مقطع نیز، میزان کشش افزایش یافته، که بدلیل افزایش میزان تغییر شکل در ماده، قابل انتظار است.

#### 4-2- نتایج تحلیل به روش المان محدود

نمای دو بعدی و سه بعدی تغییر شکل پلاستیک لوله حاصل از شبیه سازی

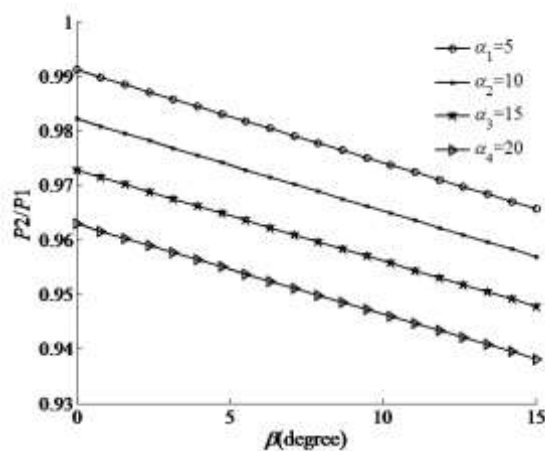


Fig. 8 Relationship between the pressures in the plug and in the die versus  $\beta$  for some of the die angle

شکل 8 نسبت فشار در سطح قالب و فشار در سطح توپی بر حسب زاویه ی توپی به ازای 4 زاویه ی قالب

خروجی قالب و توپی قسمت های با طول کوتاه در نظر گرفته شده اند. در روش قاچی، به علت طول کم این قسمت ها نسبت به طول کل قالب، در محاسبات لحاظ نشده اند. در قسمت شرایط مرزی، توپی و قالب ثابت نگه داشته می شوند و لوله با سرعت ثابت 5 میلی متر بر ثانیه از داخل قالب حرکت می کند. از آن جایی که با افزایش دما، خواص مکانیکی و بخصوص تنش تسلیم در فولاد کاهش می یابد، جهت لحاظ نمودن این اثر در محاسبات نرم افزار، از طریق گزینه ی اطلاعات وابسته به دما<sup>1</sup> در قسمت مشخصات<sup>2</sup> نرم افزار آباکوس<sup>3</sup>، خواص پلاستیک فولاد، وابسته به دما تعریف می شوند.

#### 4- بحث و بررسی نتایج

##### 4-1- نتایج تحلیل به روش قاچی

در این قسمت مجموعه ی نمودارهای حاصل از حل تحلیلی ارائه شده اند. نمودارهای مربوط به تنش کششی مطابق رابطه ی (28) رسم شده اند. در "شکل 6"، تنش های کششی در جداره ی داخلی و خارجی لوله با یکدیگر مقایسه شده اند. همان طور که مشاهده می شود، میزان تنش کششی در جداره ی داخلی لوله تا جداره ی خارجی، کاهش یافته و از مقدار  $d2\sigma$  به  $d1\sigma$  می رسد. همچنین مشاهده می شود که با ثابت بودن اصطکاک در سطح قالب-لوله و توپی-لوله، با افزایش زاویه ی توپی، میزان نیروی مورد نیاز برای کشش افزایش می یابد. می توان گفت که با افزایش زاویه ی توپی، میزان اختلاف تنش کششی در جداره ی داخلی و خارجی لوله کاهش یافته و نیروی کشش با آهنگ بیشتری خواهد یافت.

"شکل 7" نمودار تنش کششی را بر حسب زاویه ی قالب نشان می دهد. مشاهده می شود که با افزایش زاویه ی قالب، میزان تنش کششی کاهش می یابد. کاهش سطح تماس لوله و قالب یکی از دلایل این موضوع می باشد. در واقع با افزایش زاویه ی قالب و کاهش سطح تماس لوله و قالب، میزان کار نیروی اصطکاک کاهش می یابد و منجر به کاهش نیروی کشش مورد نیاز برای این فرآیند می شود.

نمودار "شکل 8" نشان دهنده ی میزان اختلاف فشار در سطح قالب و توپی است که مطابق رابطه ی (16) رسم شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، با افزایش زاویه ی قالب و توپی، اختلاف فشار در دو سطح داخلی و

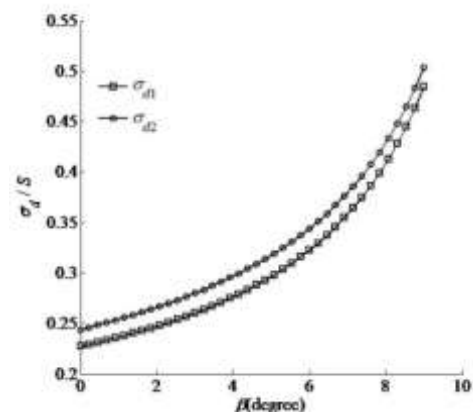


Fig. 6 Drawing stress at the inner and outer wall of the tube versus  $\beta$ , for  $\alpha = 12^\circ, r = 0.1, \mu_1 = \mu_2 = 0.1$

شکل 6 میزان تنش کششی در جداره ی داخلی و خارجی لوله بر حسب زاویه ی توپی برای شرایط  $\alpha = 12^\circ, r = 0.1, \mu_1 = \mu_2 = 0.1$

<sup>1</sup> Temperature dependent data  
<sup>2</sup> Property  
<sup>3</sup> Abaqus

جدول 1 پارامترهای شبیه سازی

Table 1 Parameters in simulation

$r$	$\alpha$	$\beta$	$\mu_1$	$\mu_2$	شماره شبیه سازی
0.2	7	9	0.15	0.15	1
0.125	7	9	0.08	0.08	2
0.33	7	9	0.08	0.08	3

جدول 2 مقایسه ی نتایج روش قاچی و المان محدود

Table 2 Comparison of results from slab and FEM methods

$\sigma_d$ -slab(MPa)	$\sigma_d$ -FEM(MPa)	شماره شبیه سازی
297	251.47	1
175.311	180.25	2
319.383	282.51	3

نظر گرفته شده است. شرایط انجام شبیه سازی در جدول 1 و مقایسه ی نتایج تحلیلی و المان محدود در جدول 2 ارائه شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، تطابق مناسبی بین نتایج تحلیلی و المان محدود وجود دارد. لذا، حل تحلیلی بسته ارائه شده می تواند به عنوان یک ابزار مناسب در صنایع مرتبط، در سریع ترین زمان ممکن میزان تنش کششی مورد نیاز برای انجام فرآیند کشش لوله با توپی ثابت را مشخص نماید.

### 5- نتیجه گیری

نتایج کلی تحلیلی و عددی مرتبط با فرآیند کشش لوله ی جدار نازک با توپی ثابت به شرح زیر می باشند:

- میزان تنش کششی مورد نیاز در فرآیند کشش لوله با افزایش زاویه ی قالب، کاهش می یابد.
- میزان تنش کششی مورد نیاز در فرآیند کشش لوله با افزایش زاویه ی توپی و افزایش میزان کاهش سطح مقطع، افزایش می یابد.
- توزیع تنش کششی در جداره ی لوله از سطح داخلی تا سطح خارجی لوله کاهش می یابد.
- فشار در سطح قالب و لوله بیشتر از فشار در سطح توپی و لوله بوده و با افزایش زاویه ی قالب و توپی، میزان اختلاف فشار در این سطوح افزایش می یابد.
- تنش برشی در جداره ی لوله از سطح داخلی لوله تا سطح خارجی آن، به مقدار صفر رسیده و تغییر علامت می دهد.

### 6- مراجع

- [1] E. Siebel, E. Weber, Stresses and metal flow in drawing tube, *Stahl Eisen* 55, 1935.
- [2] K. Światkowski, R. Hatalak, Study of the new floating-plug drawing process of thin-walled tubes, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 151, No. 1 pp. 105-114, 2004.
- [3] Q. H. Bui, R. Bihanta, M. Guillot, G. D'Amours, A. Rahem, M. Fafard Investigation of the formability limit of aluminum tubes drawn with variable wall thickness, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 211, No. 3, pp.402-414, 2011.
- [4] C.T. Kwan, A generalized velocity field for axisymmetric tube drawing through an arbitrarily curved die with an arbitrarily curved plug, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 122, No. 2 pp. 213-219, 2002.
- [5] E. M. Rubio, C. González, M. Marcos, M.A. Sebastián, Energetic analysis of tube drawing processes with fixed plug by upper bound method, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, No. 1, pp. 175-178, 2006.
- [6] F. O. Neves, S. T. Button, C. Caminaga, F. C. Gentile, Numerical and experimental analysis of tube drawing with fixed plug, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 27, No. 4 pp. 426-431, 2005.
- [7] M. Palengat, G. Chagnon, D. Favier, H. Louche, C. Linardon, C. Plaideau. Cold drawing of 316l stainless steel thin-walled tubes: experiments and finite element analysis, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.70, pp. 69-78, 2013.

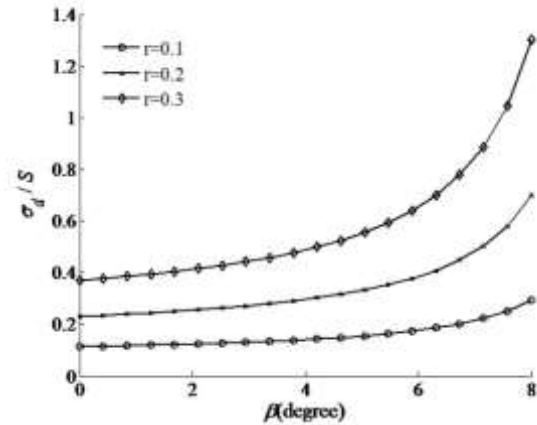
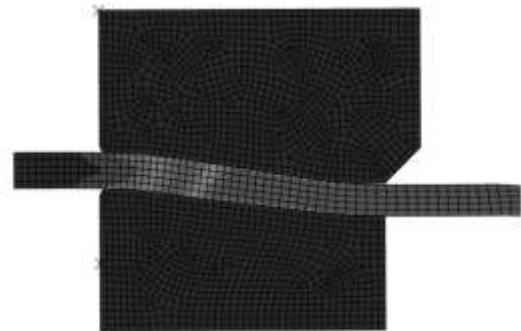


Fig. 9 Drawing stress in the tube versus plug angle for  $\alpha = 10^\circ, \mu_1 = 0.1, \mu_2 = 0.01$

شکل 9 تنش کششی لازم در خروجی لوله از قالب بر حسب زاویه ی توپی برای شرایط  $\alpha = 10^\circ, \mu_1 = 0.1, \mu_2 = 0.01$

المان محدود فرآیند کشش لوله در نرم افزار آباکوس در "شکل 10" نشان داده شده است.

برای مقایسه ی نتایج حل تحلیلی و شبیه سازی، سه حالت مختلف در



(الف) (a)



(ب) (b)

Fig. 10 Plastic deformation contour of tube (a) 2D (b) 3D demonstration

شکل 10 تغییر شکل پلاستیک لوله در حین فرآیند کشش، نمایش (الف) دوبعدی (ب) سه بعدی

- Technology*, Vol. 118, No. 1 pp. 251-255, 2001.
- [11] M. Li, Z. Sunb, M. Lia, H. Yangb, FEM numerical simulation of tube axial drawing process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 160, No. 3 pp. 396-400, 2005.
- [12] J.J. Sheu, S.Y. Lin, C.H. Yu, Optimum die design for single pass steel tube drawing with large strain deformation, *Procedia Engineering*, Vol. 81, pp. 688-693, 2014.
- [13] C. Linardon, D. Favier, G. Chagnon, B. Gruez, A conical mandrel tube drawing test designed to assess failure criteria, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 214, No. 2, pp. 347-357, 2014.
- [8] E. M. Rubio, Analytical methods application to the study of tube drawing processes with fixed conical inner plug: Slab and upper bound methods, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, Vol. 14, No. 1-2, pp. 119-130, 2006.
- [9] G. Fang, W.J. Ai, S. Leeftang, J. Duszczuk, J. Zhou, Multipass cold drawing of magnesium alloy minitubes for biodegradable vascular stents, *Materials Science and Engineering*, Vol. 33, No. 6 pp. 3481-3488, 2013.
- [10] K. Yoshida, M. Watanabe, H. Ishikawa, Drawing of Ni-Ti shape-memory-alloy fine tubes used in medical tests, *Journal of Materials Processing*