



## مدل سازی عددی میکروپمپ فروهیدرودینامیکی (FHD) توسط میدان آهن ربای دائم

صابر یکانی مطلق<sup>1\*</sup>، محمد مهدی زاده یوشانلوئی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

2- دانشجوی کارشناسی، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه  
\* ارومیه، صندوق پستی 57166-17165 s.yekani@uut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 11 آبان 1396

پذیرش: 01 اسفند 1396

ارائه در سایت: 19 فروردین 1397

کلید واژگان:

نانوسیال مغناطیسی

فروهیدرودینامیک

میکروپمپ فروهیدرودینامیکی

آهن ربای دائم

### چکیده

امروزه نانو سیالات مغناطیسی به دلیل کاربردهای متنوع در زمینه‌های مختلف، از جمله پزشکی و صنعت، توجه بیشتری را به خود جلب کرده‌اند. در این مقاله، برای اولین بار طرحی برای پمپ کردن فروسیالات و نانو سیالات مغناطیسی توسط نیروی کلونین ناشی از میدان مغناطیسی غیر یکنواخت داخل میکروکانالها ارائه و با عنوان میکروپمپ فروهیدرودینامیکی (FHD) نام‌گذاری شد. سپس به بررسی عددی جریان نانو سیال مغناطیسی درون میکرو کانال با سطح مقطع چهارگوش در حضور میدان مغناطیسی ناشی از آهن‌ربای دائم پرداخته شد. در کار حاضر، نانو سیال مغناطیسی متشکل از نانو ذرات اکسید آهن که به طور کاملاً همگن درون سیال پایه آب مخلوط شده است، استفاده شده است. معادلات حاکم از اضافه کردن ترم نیروی حجمی کلونین به معادلات ناور-استوکس حاصل شده که به روش حجم محدود و توسط الگوریتم پیرو گسسته شده است. برای مطالعه پارامترهای تأثیرگذار در عملکرد میکرو پمپ FHD، بازه‌ای منتخب از قطر نانوذرات، کسر حجمی نانوذرات، مغناطیس شونده‌گی اشیاع، طول و عرض آهن‌ربا مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان داده‌اند که افزایش هر یک از پارامترهای مذکور منجر به افزایش سرعت در کانال میشوند که ناشی از افزایش نیروی کلونین در طول کانال می‌باشد. تأثیر قطر نانوذرات مغناطیسی بر سرعت ایجاد شده در کانال نسبت به پارامترهای دیگر بیشتر بود. همچنین آهن‌ربا در حالت عمودی سرعت بیشتری را نسبت به حالت افقی ایجاد می‌کند.

## Numerical simulation of FHD micro pump using magnetic field of permanent magnet

Saber Yekani Motlagh\*, Mohammad Mehdizadeh Youshanloei

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology (UUT), Urmia, Iran

\* P.O.B. 57166-17165, Urmia, Iran, s.yekani@uut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 02 November 2017

Accepted 20 February 2018

Available Online 08 April 2018

### Keywords:

Magnetic nanofluid

Ferrohydrodynamics (FHD)

FHD micro pump

permanent magnet

### ABSTRACT

Nowadays, magnetic nanofluids have drawn a lot of attention toward themselves due to various applications in different fields such as medicine and industry. In this paper, for the first time new pumping method for magnetic nanofluids and ferro-fluids is presented. Moreover, magnetic nanofluid flow inside a rectangular channel under the effect of nonuniform magnetic field of permanent magnet is investigated. Iron oxide nanoparticles which lie completely homogeneous inside the based fluid of water are used. The governing equations obtained by adding the Kelvin body force term to the Navier-Stokes equations, and the equations are discretized using finite volume method and PISO algorithm. In order to study the effective parameters in the function of the FHD micro pump, a selected ranges of nanoparticles size, volume fraction of nanoparticles, saturated magnetization, and the length and width of the magnet are studied. The results demonstrate the increase in any of the mentioned parameters leads to rise in velocity magnitude inside the channel. Change in the diameter of magnetic nanoparticles has greatest effect on the velocity magnitude inside the channel. Furthermore, vertical magnet has better performance than horizontal one in FHD micro pump.

### 1- مقدمه

می‌دهند نیز به عنوان فروسیال بیولوژیکی شناخته می‌شوند. رفتار این دسته از سیالها در حضور میدان مغناطیسی امروزه توجه زیادی را به خود جلب کرده و تحقیقات قابل توجهی روی آن‌ها صورت گرفته است [1-4]. نانو ذرات دارای ویژگی‌های متفاوتی از قبیل جنس، قطر و شکل ظاهری هستند که هر کدام نیز رفتارها و تأثیرهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند [5]. با افزایش کاربردهای نانوذرات در صنایع مختلف پزشکی، خنک‌کاری و مبدل‌های حرارتی نیاز به تجهیزاتی جهت ذخیره و انتقال آن‌ها را نیز افزایش داده است. میکروپمپ‌های مغناطیسی، یکی از ابزارهایی می‌باشند که قادر به پمپاژ

نانوسیالات بخشی از علم مکانیک سیالات است که در آن به بررسی ویژگی سیالاتی که حاوی نانوذرات هستند، پرداخته می‌شود. این قبیل سیالات به دلیل ویژگی‌های خاصی که دارا هستند، کاربردهای بسیار متنوعی دارند. نانو سیال مغناطیسی یا فروسیالات حاوی ذرات در ابعاد نانو، دسته‌ای از نانو سیالات هستند که در آن نانوذرات مغناطیس همانند اکسید آهن در داخل سیال پایه مورد استفاده قرار می‌گیرد. علاوه بر این، سیالاتی مانند خون که دارای گلبولهای قرمز حاوی آهن می‌باشند و رفتار مغناطیسی از خود نشان

Please cite this article using:

S. Yekani Motlagh, M. Mehdizadeh Youshanloei, Numerical simulation of FHD micro pump using magnetic field of permanent magnet, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 04, pp. 223-231, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مقاله، بر اساس قوانین حاکم بر فروهیدرودینامیک یا FHD مسأله اثر پمپاژ ناشی از نیروی کلونین در میکروکانال و پارامترهای موثر بر آن مانند شکل منبع مغناطیسی، قطر نانوذرات و ... مورد بررسی قرار می‌گیرد. اسم این پمپ را می‌توان میکروپمپ FHD نامگذاری کرد. میکروپمپ FHD میتواند در زمینه‌های پزشکی و صنعتی همانند پمپاژ خون یا نانوسیالات مغناطیسی که در سیستم خنک کاری، مبدل‌ها و ... استفاده می‌شوند، بسیار کاربردی باشد.

## 2- هندسه مسئله، معادلات حاکم و شرایط مرزی

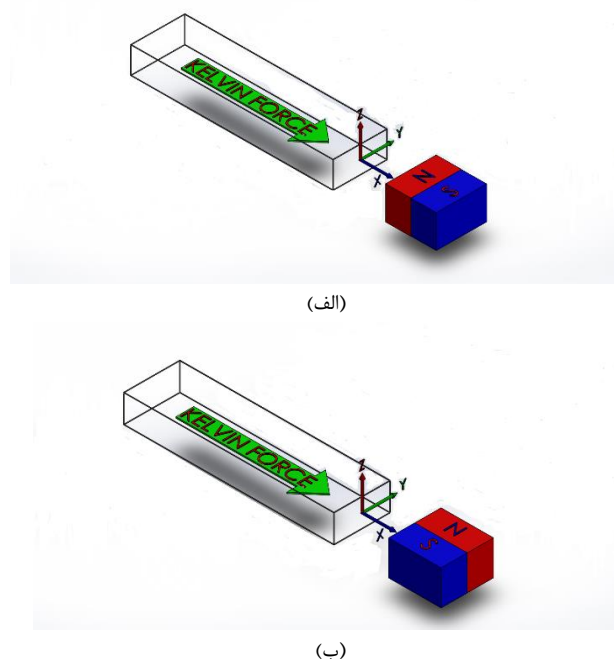
### 1-2- هندسه مسئله

مطالعات حاضر بر روی میکرو کانال دوبعدی با سطح مقطع چهارگوش صورت گرفته است. هدف بررسی رفتار نانو سیال در میکرو کانال میباشد. ابعاد کانال 0.5 در 5 میلی‌متر بوده که ابعاد مذکور در محدوده میکرو قرار می‌گیرند و مبداء مختصات روی دیواره سمت راست کانال و در فاصله‌ی 0.25 میلی‌متری از دیواره بالایی قرار دارد که شماتیک از آن در شکل‌های 1 به تصویر کشیده شده است. آهن‌ربا در دو حالت افقی شکل 1- الف و عمودی شکل 1- ب قرار گرفته و مرکز هندسی آهن‌ربا در هر دو حالت در فاصله‌ی عرضی 0 و فاصله‌ی طولی 1.5 میلی‌متر از مبداء مختصات قرار دارد.

### 2-2- معادلات حاکم و شرایط مرزی

#### 1-2-2- محاسبه خواص موثر نانوسیال مغناطیسی

با توجه به فیزیک مسأله، ترم‌های ترمو فروسس، مگنتوفروسس و اثرات براونین<sup>3</sup> قابل صرفنظر است، به همین دلیل مدل تک‌فازی همگن در نظر گرفته شده است. برای محاسبه چگالی نانوسیالات مغناطیسی از روابط متداول در مورد مخلوط‌ها استفاده می‌شود.



**Fig. 1** Schematic picture of FHD Pump-(a) Horizontal magnet with respect to x axis, (b) Vertical magnet with respect to x axis

شکل 1 شماتیک پمپ FHD الف- آهن‌ربای افقی نسبت به محور x- آهن‌ربای عمودی نسبت به محور x

سیالات مغناطیسی و ایجاد جریانی پیوسته از سیال بدون ارتباط مستقیم با آن هستند. نوع متداول این نوع پمپ‌ها، پمپ‌های مگنتوهیدرودینامیکی (MHD) می‌باشند. در این نوع پمپ‌ها از خاصیت هدایت الکتریکی سیال استفاده شده و توسط نیروی لورنس ناشی از میدان مغناطیسی که به صورت حجمی به سیال وارد می‌شود، سیال در داخل کانال حرکت داده می‌شود. مسلماً عملکرد این نوع پمپ‌ها به ویژگی‌های گذردهی الکتریکی سیال وابسته است و برای سیالاتی کاربرد دارد که دارای گذردهی الکتریکی بالایی هستند. تحقیقات بسیاری در رابطه با پارامترهای تأثیر گذار بر عملکرد سیال‌ها و میکروپمپ‌های مگنتوهیدرودینامیکی یا MHD صورت گرفته است. به طور مثال کارایی میکروپمپ MHD توسط هو [6] با استفاده از مدل پایا، غیر قابل تراکم، توسعه یافته و آرام مورد بررسی قرار گرفته شده است. ایده‌ی ایجاد جریانی از سیال، هدف اصلی تحقیقات آنها بوده که نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی تطابق مناسبی داشته‌اند. همچنین، تأثیرات مشخصات نانو سیال بر عملکرد پمپ MHD توسط شهیدیان و همکاران [7] مورد بررسی قرار گرفته شده است. نتایج آنها نشان داد که دما همیشه با تغییرات میدان مغناطیسی ثابت می‌ماند. همچنین نتایج نشان داده‌اند که، با افزایش چگالی شار میدان مغناطیسی حد اکثر دما ثابت می‌ماند ولی با تغییر ضریب هدایت گرمایی، حداکثر دما دچار تغییر میشود. شهیدیان و همکاران [8] به بررسی عددی جریان خون غیر نیوتونی در پمپ MHD پرداخته‌اند و نتایج حاصل از کار آنها نشان داد که سرعت جریان خون با افزایش چگالی میدان مغناطیسی و شدت جریان الکتریکی افزایش می‌یابد. کیاست‌فر و همکاران [9] به بررسی جریان حاصل از میکرو پمپ MHD در کانال با سطح مقطع چهارگوش پرداخته‌اند. تحقیقات آنها روی تأثیرات چگالی شار مغناطیسی، ابعاد کانال و جریان الکتریکی بر پروفیل سرعت و همچنین رفتار دمایی سیال متمرکز بود. نتایج آنها نشان داد که افزایش عدد هارتمن<sup>1</sup> منجر به افزایش سرعت و دمای سیال میشود. کسوک و همکاران [10] به مطالعه اثر ابعاد کانال بر روی رفتار سیال در میکرو پمپ MHD پرداختند.

در سالیان اخیر، فروسیال یا نانو سیال مغناطیسی که غالباً دارای خواص هدایت الکتریکی ضعیف ولی اشباع‌شوندگی مغناطیسی<sup>2</sup> قوی هستند، به دلیل ویژگی‌های خاص در کاربردهای بسیار متنوعی از جمله خنک کاری، جذب صدا در اسپیکرها، در جت پرنترها [11-14]، مبدل‌های حرارتی [15] و ... مورد توجه قرار گرفته‌اند. همچنین تحقیقات اخیر، کاربردهایی از این دسته سیالات را در علم پزشکی [16] و کاربردهایی مثل هدایت و انتقال دارو [17] مورد بررسی قرار داده‌اند. در چند سال اخیر، کاربرد و تحقیقات بر روی نانوسیالات مغناطیسی بسیار افزایش یافته است [18-26]، که برای اطلاعات بیشتر به مقاله مروری [27] ارجاع داده می‌شود.

همان طور که قابل ملاحظه است، تحقیقات بسیار متنوع و کاربردی در زمینه پمپ‌های MHD صورت گرفته است ولی در زمینه میکرو پمپ‌های FHD تحقیقات مطلوبی انجام نشده است، لذا با توجه به افزایش کاربرد این کلاس از نانوسیالات، در کار حاضر برای اولین بار طرحی برای پمپاژ نانوسیالات مغناطیسی یا فروسیالات بیولوژیکی با استفاده از میدان ناشی از آهن‌ربای دائم داخل میکروکانال‌ها ارائه می‌شود. ایده این طرح استفاده از نیروی حجمی کلونین ناشی از میدان غیریکنواخت مغناطیسی و خاصیت مغناطیس‌شوندگی نانوسیال مغناطیسی است. در نتیجه، وجه تمایل اصلی پمپ FHD با پمپ MHD استفاده از نیروی حجمی کلونین به جای نیروی لورنس میباشد. در این

<sup>1</sup> Hartman number

<sup>2</sup> Saturated magnetization

<sup>3</sup> Brownian

چگالی نانو سیال مغناطیسی:

$$\rho_{ff} = \varphi \rho_p + (1 - \varphi) \rho_f \quad (1)$$

که در رابطه (1) اندیس های  $f$  و  $p$  به ترتیب مربوط به فروسیال (نانوسیال مغناطیسی)، سیال پایه و نانوذره بوده و  $\varphi$  نشان دهنده کسر حجمی نانوذرات می باشد. در کار حاضر برای محاسبه لزجت فروسیال از رابطه برینکمن به صورت رابطه (2) استفاده شده است [28]:

$$\mu_{ff} = \mu_f / (1 - \varphi)^{2.5} \quad (2)$$

رابطه (2) به صورت مکرر در تحقیقات مربوط به فروسیال ها استفاده شده است [28]. در حال حاضر مدل های زیادی در حال توسعه میباشند که بررسی دقت آن ها خارج از بحث موضوع میباشند. خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات در جدول 1 آورده شده است.

### 2-2-2- مدل لانژون برای تحلیل مغناطیس شدگی گاز پارامغناطیس

نانوذرات موجود در یک نانوسیال مغناطیسی، همانند مولکول های یک گاز پارامغناطیس رفتار می کنند [28-22]. قانون مغناطیس شدگی برای یک گاز پارامغناطیس بوسیله تابع لانژون<sup>1</sup> به صورت رابطه (6) می باشد. که در آن  $M_s$  مغناطیس شوندهگی اشباع نانوسیال مغناطیسی،  $L$  تابع لانژون،  $\xi$  پارامتر لانژون،  $\varphi$  کسر حجمی نانو ذرات،  $d_p$  قطر نانو ذرات،  $m_p$  گشتاور مغناطیسی،  $\mu_0$  ثابت تراوایی خلا،  $H$  بردار میدان مغناطیسی،  $k_B$  ثابت بولتزمن<sup>2</sup> بوده و مقدار آن معادل با  $k_B = 1.3806503 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  بوده و  $T$  دمای مطلق بوده که به صورت روابط (6-3) تعریف می شوند.

$$M = M_s L(\xi) \quad (3)$$

$$M_s = \frac{6\varphi}{\pi d_p^3} m_p \quad (4)$$

$$L(\xi) = \coth(\xi) - \frac{1}{\xi} \quad (5)$$

$$\xi = \frac{\mu_0 m_p H}{k_B T} \quad (6)$$

گشتاور مغناطیسی نانوذرات اکسید آهن ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) به صورت معادله (7) می باشد [28].

$$m_p = \frac{4\mu_B \pi d_p^3}{6 \times 91.25 \times 10^{-30}} \quad (7)$$

$\mu_B$  مگنتون بوهر<sup>3</sup> و مقدار آن معادل با  $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$  می باشد. تابع لانژون را می توان به صورت رابطه (8) نیز تقریب زد [28].

$$L(\xi) = \coth(\xi) - \frac{1}{\xi} = \frac{\xi}{3} \quad (8)$$

با توجه به روابط فوق می توان نتیجه گرفت که مغناطیس شدگی نانوسیال  $L$  را می توان به صورت معادله (9) برحسب  $H$  نوشت:

$$M = \chi(\varphi, T) H \quad (9)$$

که در رابطه (9)،  $\chi(\varphi, T)$  از معادله  $\chi = 2\varphi \mu_0 m_p^2 / \pi d_p^3 k_B T$  به دست می آید [28].

### 2-2-3- معادلات حاکم

با فرض جریان آرام، غیرقابل تراکم، پایا و بدون واکنش شیمیایی معادلات حاکم به صورت معادلات (10-11) خواهد بود.

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (10)$$

که در آن  $V$  بردار سرعت نانوسیال می باشد.

معادله مومنتم:

$$\rho_{ff}(V \cdot \nabla V) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu_{ff} \nabla V) + \mu_0 M \cdot \nabla H \quad (11)$$

در معادله (11) ترم منبع یعنی  $F_{Kevlin} = \mu_0 M \cdot \nabla H$  نیروی کلون نامیده می شود که ناشی از منبع مغناطیسی به نانوسیال مغناطیسی (یا فروسیال) وارد می شود. همان طور که قبلاً اشاره شد، در کار حاضر میدان آهن ربای دائم منبع میدان مغناطیسی در نظر گرفته شده است. مؤلفه های بردار میدان مغناطیسی آهن ربای دائم عمودی به صورت روابط (12) و (13) تعریف می شود.

$$H_x = \frac{m_s}{4\pi} \left[ \ln \left( \frac{(x - x_m + \frac{1}{2}W)^2 + (y - y_m - \frac{1}{2}h)^2}{(x - x_m + \frac{1}{2}W)^2 + (y - y_m + \frac{1}{2}h)^2} \right) - \ln \left( \frac{(x - x_m - \frac{1}{2}W)^2 + (y - y_m - \frac{1}{2}h)^2}{(x - x_m - \frac{1}{2}W)^2 + (y - y_m + \frac{1}{2}h)^2} \right) \right] \quad (12)$$

$$H_y = \frac{m_s}{4\pi} \left[ \arctan \left( \frac{(\frac{h}{2})(x - x_m + \frac{1}{2}W)}{(x - x_m + \frac{1}{2}W)^2 + (y - y_m)^2 - \frac{1}{4}h^2} \right) - \arctan \left( \frac{(h/2)(x - x_m - \frac{1}{2}W)}{(x - x_m - \frac{1}{2}W)^2 + (y - y_m)^2 - \frac{1}{4}h^2} \right) \right] \quad (13)$$

که در این روابط  $(x_m, y_m)$  مختصات مرکز سطح آهن ربا و  $w$  و  $h$  به ترتیب عرض و ارتفاع آهن ربا می باشند.  $m_s$  نیز مغناطیس شوندهگی اشباع آهن ربای دائم است و برای آهن ربای افقی معادله مؤلفه های میدان مغناطیسی به صورت معادلات (14) و (15) می باشند.

$$H_x = \frac{m_s}{4\pi} \left[ \arctan \left( \frac{(\frac{h}{2})(y - y_m + \frac{1}{2}W)}{(y - y_m + \frac{1}{2}W)^2 + (x - x_m)^2 - \frac{1}{4}h^2} \right) - \arctan \left( \frac{(h/2)(y - y_m - \frac{1}{2}W)}{(y - y_m - \frac{1}{2}W)^2 + (x - x_m)^2 - \frac{1}{4}h^2} \right) \right] \quad (14)$$

$$H_y = \frac{m_s}{4\pi} \left[ \ln \left( \frac{(y - y_m + \frac{1}{2}W)^2 + (x - x_m - \frac{1}{2}h)^2}{(y - y_m + \frac{1}{2}W)^2 + (x - x_m + \frac{1}{2}h)^2} \right) - \ln \left( \frac{(y - y_m - \frac{1}{2}W)^2 + (x - x_m - \frac{1}{2}h)^2}{(y - y_m - \frac{1}{2}W)^2 + (x - x_m + \frac{1}{2}h)^2} \right) \right] \quad (15)$$

مسئله حاضر تحت شرایط دما ثابت حل می شود و اثرات دمایی در نظر گرفته نمی شود. دیواره چپ ورودی و دیواره سمت راست خروجی در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی مسئله با توجه به طبیعی بودن دیواره بالایی و پایینی و با نامگذاری مذکور به شرح زیر است: در ورودی کانال برای پارامتر فشار شرط مرزی مقدار معلوم و برابر با صفر و برای سرعت شرط مرزی گرادیان صفر در نظر گرفته شده است. در دیواره های بالایی و پایینی پارامتر فشار، گرادیان صفر و سرعت مقدار معلوم و برابر با صفر (شرط مرزی عدم لغزش) در نظر گرفته شده است. برای خروجی نیز مشابه ورودی عمل شده و

جدول 1 خواص سیال آب و نانو ذره ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) در دمای  $T=315\text{K}$

| Table 1 The water and ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) nanofluid properties in $T=315\text{K}$ |                      |                             |                                      |
|---|----------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| $d_p$ (nm)  | $\mu$ (kg/ms)        | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | فاز                                  |
| 10  | -                    | 5200                        | نانوذرات ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) |
| -   | $0.6 \times 10^{-3}$ | 992                         | سیال پایه آب                         |

<sup>1</sup> Langevin function

<sup>2</sup> Boltzmann constant

<sup>3</sup> Bohr magneton

آزمایشگاهی و سایر تحقیقات عددی است و خطای تقریبی 3 درصد را نشان می دهند. برای جزئیات بیشتر در مورد اعتبارسنجی کد حاضر به مراجع [31] و [32] ارجاع داده می شود. به علاوه برای اعتبارسنجی روش حل عددی مورد استفاده برای جریان فروسیال در حضور میدان مغناطیسی، ضریب اصطکاک  $C_f$  حاصل از مطالعه عددی حاضر با نتایج به دست آمده توسط تیزرتزلاسکیس [33] در داخل رگ آشوت شکمی دارای گشادی در عدد رینولدز 100 (در حضور میدان مغناطیسی یک تک سیم) مقایسه شده است. (شکل 4-ب). در این مورد نیز سازگاری نسبتاً خوبی مابین نتایج مشاهده شد.

#### 4- نتایج

در این مقاله، نتایج حاصل از مطالعه عددی روی پارامترهای مربوط به میکروپمپ FHD ارائه می شود. در مطالعه حاضر، از آهن ربای دائم جهت

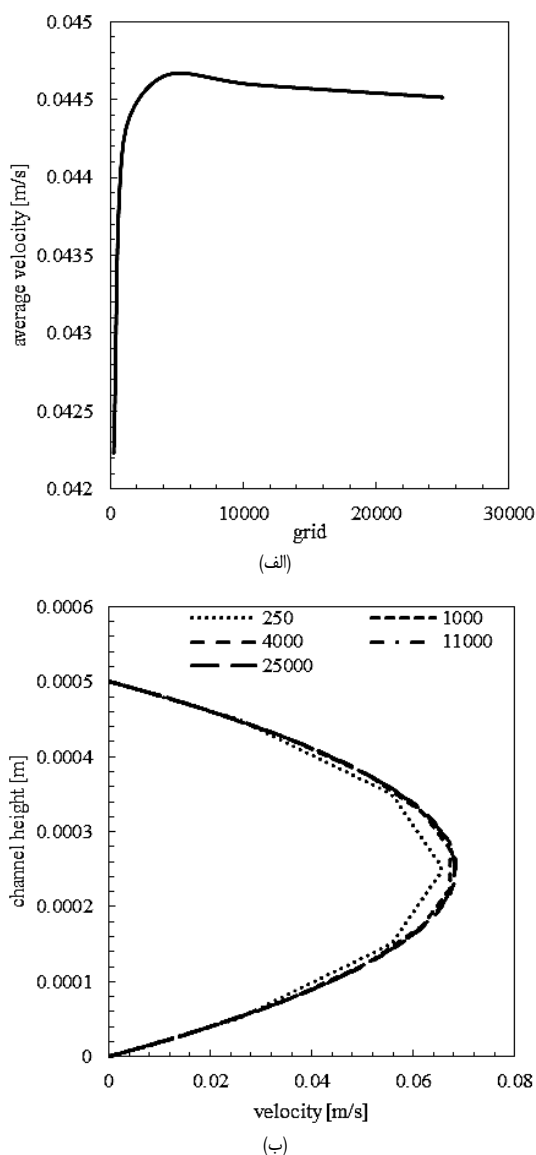


Fig. 2 Grid independency study- Horizontal magnet with respect to x axis (a) average velocity, (b) velocity profile

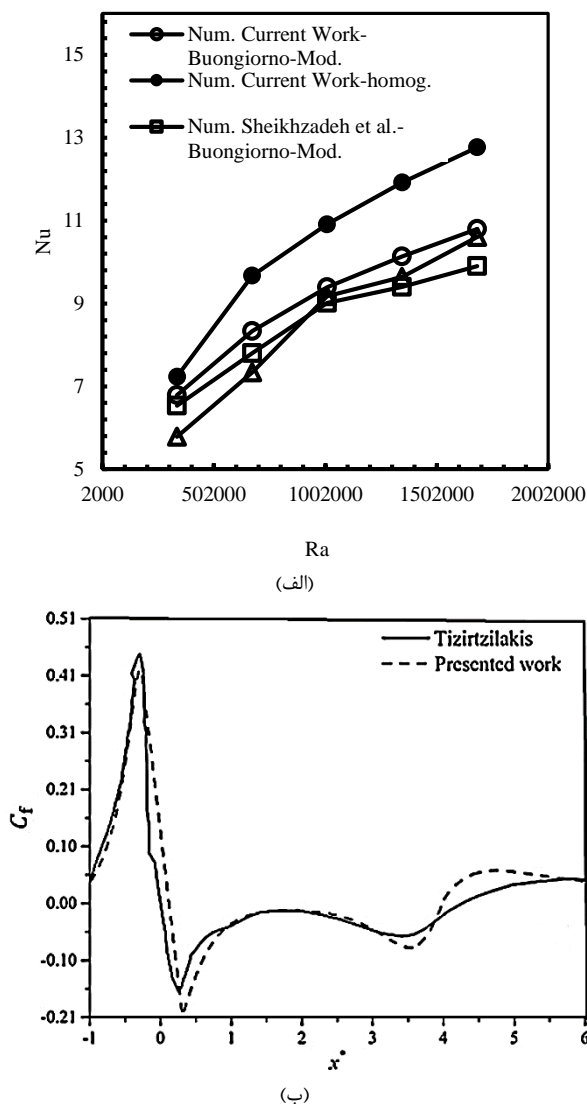
شکل 2 مطالعه استقلال از شبکه بندی آهن ربای افقی نسبت به محور x، الف- میانگین سرعت، ب- پروفیل سرعت

شرط مرزی مقدار مشخص و برابر صفر برای فشار و شرط مرزی گرادیان صفر برای سرعت استفاده شده است. باتوجه به این که نیروی گرانش در جهت بی نهایت مسأله یعنی در جهت z قرار میگیرد، تأثیری در مسأله نخواهد داشت. بدین طریق تنها عامل جریان در داخل کانال نیروی کلویین ناشی از میدان مغناطیسی غیریکنواخت آهن ربای دائم خواهد بود.

#### 3- تنظیمات عددی، مطالعات شبکه و اعتبارسنجی کد

در کار حاضر، کد با زبان ++C شی گرا به منظور بررسی مسئله پمپ FHD توسعه داده شده است. برای گسسته سازی معادلات پیوستگی، مومنتم از روش حجم محدود استفاده شده است. از روش مرتبه دو بالادستی به منظور درونیابی ترمهای جابجایی و از روش مرتبه دو اختلاف مرکزی به منظور گسسته سازی ترمهای نفوذ استفاده شده است. ترمهای زمانی به روش ضمنی مرتبه دو گسسته شده اند که دلیل آن این می باشد که: در گسسته سازی ترمهای معادلات حاکم با توجه به گرادیان شدید نیروی کلویین، روشهای مرتبه یک روش اتلافی می باشند و گرادیان شدید را دمپ می کنند. از طرفی روشهای مرتبه بالاتر با وجود دقت بالاتر، دارای پایداری کمتری می باشند. لذا در این مسأله خاص با توجه به گرادیانهای شدید به خصوص در نزدیکی منبع مغناطیسی، روش مرتبه دو که دارای دقت نسبتاً مناسبی است، استفاده شده است. برای کوپل سرعت-فشار الگوریتم پیزو مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم پیزو نسبت به سیمپل و سیمپل ار و سیمپل سی پایداریتر هست، چرا که حل معادله پواسون فشار در آن دوبار صورت میگیرد. عدد کورانت یا گام زمانی بی بعد 0.5 در نظر گرفته شده است. در مطالعه حاضر، شبکه بندی هندسه به صورت یکنواخت بوده و از مشهای مربعی شکل استفاده شده است. دلیل استفاده از شبکه یکنواخت اسن است که، به دلیل وجود نیروی کلویین که به تمامی قسمت ها وارد می شود، لازم است که کل شبکه بندی مسأله ریز شود. مطالعه مش، جهت بررسی تأثیر مش روی نتایج مسأله و حذف این تأثیر صورت گرفته است. برای بررسی این تأثیر، مسأله در تعداد مشهای 250، 1000، 4000، 11000 و 25000 حل شده است. مطالعه مذکور در بحرانی ترین حالت مسأله که معادل حالتی با بیشترین سرعت میانگین در کانال است، صورت گرفته است که در آن کسر حجمی نانوذرات 0.02، قطر نانوذرات 20 نانو متر است و از آهن ربا در ابعاد 1 در 1 میلی متر استفاده شده که مرکز سطح آن، در فاصله 1.5 میلی متری مبدا مختصات قرار دارد و مغناطیس شونده اشباع آن 4000 آمپر بر متر است. پارامتر مورد بررسی جهت پایش تأثیر مش، میانگین سرعت در راستای مثبت x برای سطح مقطع عمودی از کانال و در فاصله 2.5 میلی متری از مبدا مختصات است. شکل های 2- الف و 3- الف به ترتیب تأثیر تعداد مش بر روی میانگین سرعت در وسط کانال و شکل های 2- ب و 3- ب تأثیر تعداد مش بر روی پروفیل سرعت در عرض کانال را برای آهن ربای افقی و عمودی نمایش می دهند. همان طور که از هر چهار شکل مشخص است، نمودار میانگین سرعت در تعداد مش 11000 تقریباً ثابت می شود در نتیجه همین تعداد مش برای انجام بررسی های مورد نظر انتخاب می شود.

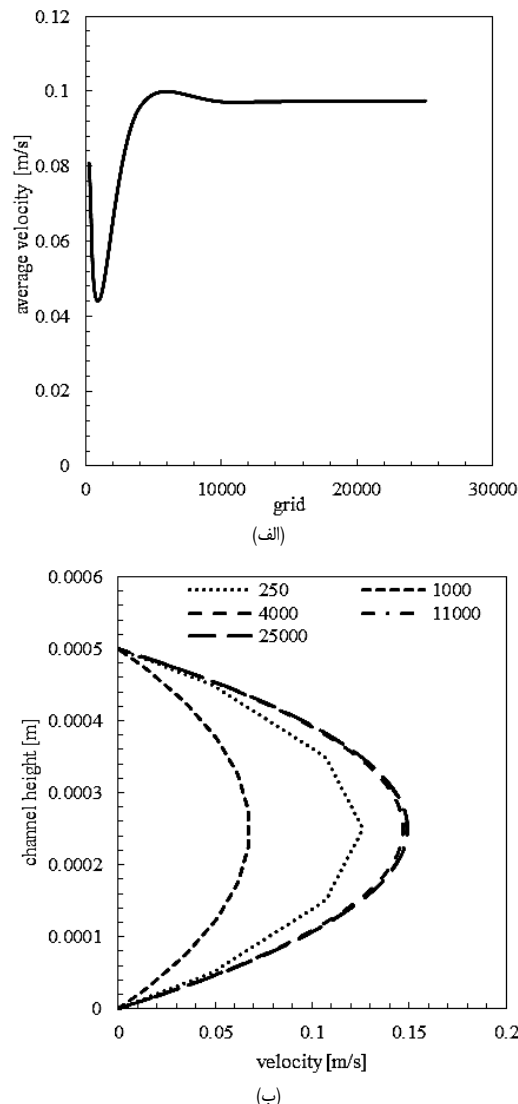
برای اعتبارسنجی روش عددی مورد استفاده در حل جریان نانو سیال، نتایج حاصل از مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی هو و همکاران [29] و نتایج عددی شیخ زاده [30]، در جریان پایه جابجایی طبیعی نانو سیال در داخل محفظه مقایسه شده است. در شکل 4- الف نتایج تغییرات عدد نوسلت بر حسب عدد رایلی برای کار حاضر، نتایج آزمایشگاهی و عددی مذکور نشان داده شده است. نتایج نشانگر همخوانی نسبتاً خوب کار حاضر با نتایج



**Fig. 4** The results of current numerical method in comparison with (a) the experimental results of Ho et al [29] and numerical result of Sheikhzadeh [30] for benchmark free convection of nanofluid inside the cavity, and (b) the results of Tizirtzilakis [33] inside anourismal.

شکل 4 نتایج روش عددی حاضر در مقایسه با الف- نتایج آزمایشگاهی هو و همکاران [29] و نتایج عددی شیخ زاده [30] برای مسأله پایه جابجایی آزاد نانوسیال داخل محفظه، و ب- نتایج تیزیرتزیلاکس [33] برای جریان فروسیال داخل آنورت شکمی دارای گشادی در حضور سیم حامل جریان

شوندگی اشباع 4000 آمپر بر متر هستند و ابعاد آن‌ها 1 در 1 میلی‌متر است. پروفیل سرعت ایجاد شده ناشی از میدان در هر دو حالت در شکل 7- الف به تصویر کشیده شده‌اند. در مقایسه مذکور همان طور که از شکل 5- الف کاملاً مشخص است، سرعت ایجاد شده ناشی از میدان آهن‌ربای عمودی بیشتر از آهن‌ربای افقی است و دلیل آن نیز بیشتر بودن نیروی کلونین در راستای محور کانال برای آهن‌ربای عمودی است. برای درک هرچه بهتر این موضوع، مؤلفه x نیروی کلونین ناشی از هر دو آهن‌ربا در طول محور افقی کانال در شکل 5- ب رسم شده است. مشاهده می‌شود که مقدار نیروی کلونین ناشی از آهن‌ربای عمودی در راستای محور کانال در شرایط یکسان از آهن‌ربای افقی بیشتر می‌باشد که این موضوع به الگوی میدان مغناطیسی آهن‌ربا (H) و گرادیان این میدان در دو حالت افقی و عمودی برمی‌گردد.



**Fig. 3** Grid independency study- Vertical magnet with respect to x axis, (a) average velocity, (b) velocity profile.

شکل 3 مطالعه استقلال از شبکه‌بندی آهن‌ربای عمودی نسبت به محور x، الف- میانگین سرعت، ب- پروفیل سرعت

ایجاد میدان مغناطیسی استفاده می‌شود. پارامترهای مورد بررسی در عبارت‌اند از: جهت قرارگیری آهن‌ربا، قطر نانوذرات، کسر حجمی نانوذرات، چگالی میدان مغناطیسی آهن‌ربا، طول و عرض آهن‌ربا که تمامی پارامترهای مذکور برای آهن‌ربای افقی و عمودی به صورت مجزا مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. توزیع نانوذرات درون سیال پایه کاملاً همگن در نظر گرفته شده است. تمامی نتایج ارائه شده در ادامه اطلاعات مربوط به سطح مقطع عمودی از کانال به فاصله 2.5 میلی‌متری از مبداء مختصات می‌باشد.

#### 1-4- بررسی تأثیر جهت جانمایی افقی یا عمودی آهن‌ربا بر سرعت متوسط جریان

برای بررسی تفاوت اثر آهن‌ربای افقی و عمودی بر عملکرد پمپ FHD، در شرایط کاملاً یکسان برای هر دو حالت در نظر گرفته شده است. به طوری که در هر دو مورد از نانوسیال با کسر حجمی 0.02 استفاده شده و قطر نانوذرات مغناطیسی 20 نانومتر می‌باشد. همچنین هر دو آهن‌ربا دارای مغناطیس

ترتیب در آهن ربای عمودی و افقی سرعت 70 و 180 برابر می شود. باتوجه به رابطه گشتاور مغناطیسی  $mp$  (رابطه 7) و نیروی کلونین  $F_{kelvin}$ ، نیروی کلونین با توان سوم قطر نانوذره رابطه مستقیم دارد به همین دلیل، افزایش قطر تأثیر بسزایی در عملکرد پمپ مغناطیسی داشته و سرعت میانگین در کانال را شدیداً افزایش می دهد. تغییرات پروفیل سرعت در عرض کانال نسبت به قطر نانوذرات مغناطیسی برای آهن ربای افقی و عمودی به ترتیب در شکل های 7 نمایش داده شده اند. همان طور که از شکل های 7- الف و ب قابل مشاهده است، تحت اثر نیروی حجمی کلونین و شرط عدم لغزش سیال روی دیواره، سرعت در مرکز لوله ماکزیمم بوده و در نزدیک دیواره به صفر میل می کند. همچنین، با افزایش قطر به دلایل ارائه شده قبلی سرعت جریان افزایش زیادی دارد. نکته جالب توجه این است که در صورتی که جانمایی آهن ربا به صورت عمودی باشد عملکرد پمپ FHD در مقایسه با آهن ربای افقی بهتر می باشد. همچنین با توجه به شکل، اثر جهت آهن ربا در قطرهای بزرگتر مشهودتر است. به گونه ای که سرعت القایی توسط آهن ربای عمودی تقریباً دو برابر آهن ربای افقی در قطر 20 نانومتر می باشد.

#### 3-4- بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر سرعت متوسط جریان

برای بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر عملکرد میکرو پمپ FHD، نانو سیال هایی با کسرهای حجمی 0.005، 0.01، 0.015 و 0.02 مورد تحلیل قرار گرفته اند. تمامی موارد مربوط به این بخش تحت میدان مغناطیسی ناشی از آهن ربای دائم با ابعاد 1 در 1 میلی متر که فاصله مرکز سطح آن از مبدا مختصات 1.5 میلی متر است، قرار دارند. آهن ربای مذکور دارای مغناطیس شونده اشباع 4000 آمپر بر متر بوده و در دو حالت افقی و عمودی مورد استفاده قرار گرفته است. شکل 8، نحوه تغییرات میانگین سرعت در کانال نسبت به کسر حجمی نانوذرات را برای آهن ربای افقی و عمودی نمایش می دهد. با توجه به نمودارهای ترسیم شده در شکل 8، برای هر دو آهن ربای افقی و عمودی با افزایش کسر حجمی نانوذرات، میانگین سرعت در کانال به صورت خطی افزایش می یابد، که قابل پیش بینی بود. علت این پدیده این می تواند باشد که طبق رابطه (3) و رابطه (4) و معادله نیروی کلونین

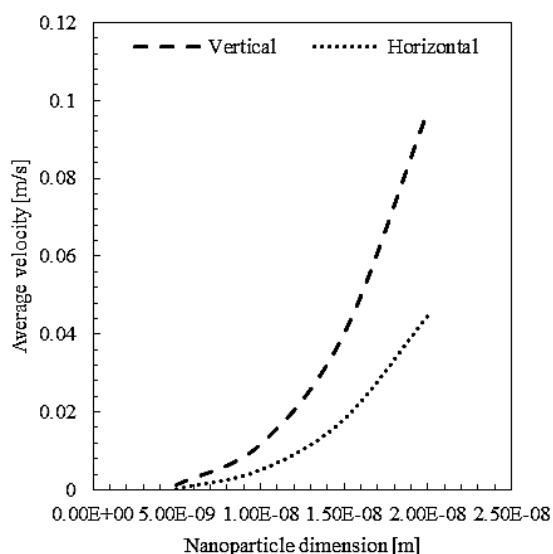
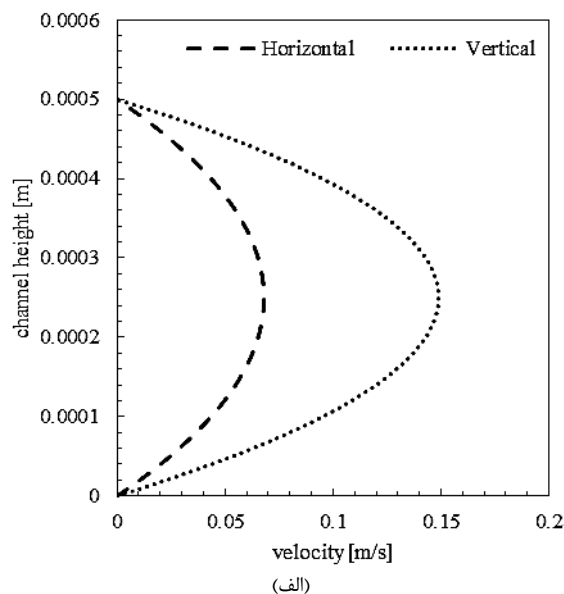
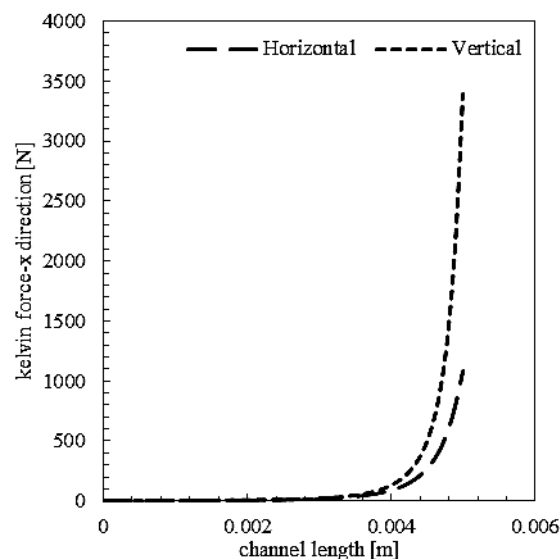


Fig. 6 The variation of average velocity in channel with nanoparticle dimension

شکل 6 نمودار تغییرات میانگین سرعت در کانال نسبت به قطر نانوذرات



(الف)



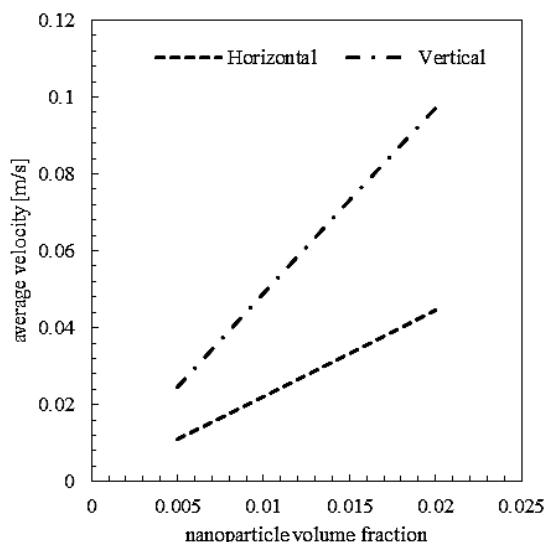
(ب)

Fig. 5 (a) Comparison of vlocity profile for horizontal and vertical magnet with respect to x axis in same conditions, (b) Variation of Kelvin force with channel length

شکل 5 الف- مقایسه پروفیل سرعت برای آهن رباهای افقی و عمودی نسبت به محور x در شرایط یکسان، ب- نمودار تغییرات نیروی کلونین در طول کانال

#### 2-4- بررسی تأثیر قطر نانوذرات بر سرعت متوسط جریان

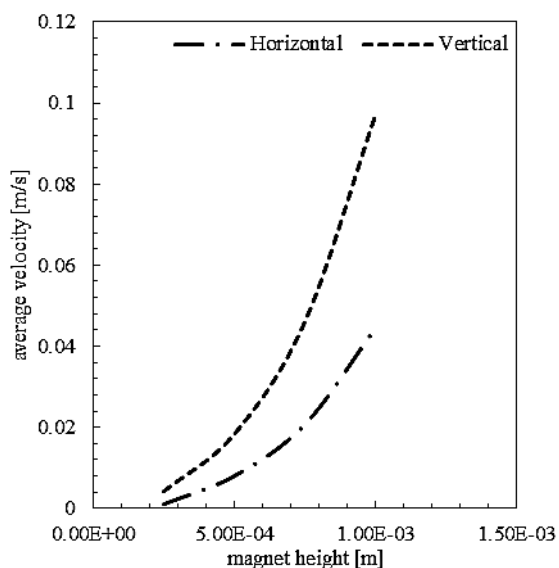
در کار حاضر، از نانوذرات اکسید آهن ( $Fe_3O_4$ ) کروی شکل در سیال پایه آب استفاده شده است. برای تحلیل تأثیر قطر نانوذرات از ذرات با قطرهای 0.5، 10، 15 و 20 نانومتر استفاده شده و در تمامی موارد مربوط به این بخش کسر حجمی نانوذرات برابر با 0.02 بوده و از آهن ربای دائم با ابعاد 1 در 1 میلی متر و با مغناطیس شونده اشباع 4000 آمپر بر متر که مرکز سطح آن در فاصله 1.5 میلی متری از مبدا مختصات قرار دارد استفاده شده است. شکل 6، نحوه تغییرات سرعت میانگین در کانال نسبت به قطر نانوذره مغناطیسی برای آهن ربای دائم افقی و عمودی را نمایش می دهد. همان طور که از شکل مذکور مشخص است، با افزایش قطر نانوذره، میانگین سرعت در کانال افزایش می یابد. نتایج نشان می دهند با 4 برابر شدن قطر نانو ذرات، به



**Fig. 8** variation of average velocity in channel with volume fraction of nanoparticles

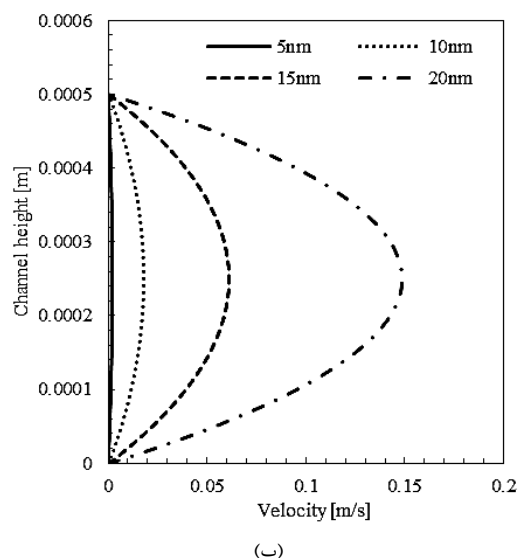
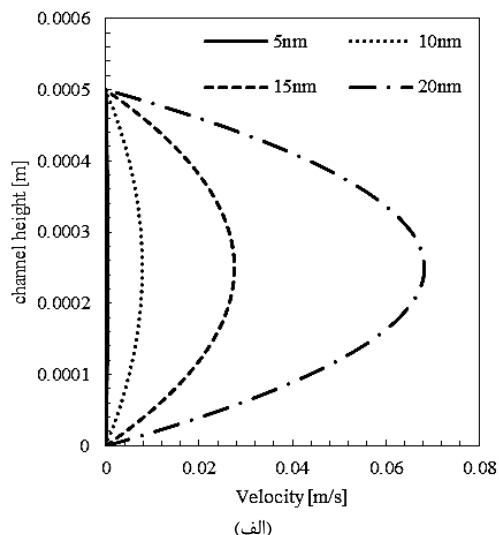
شکل 8 نمودار تغییرات میانگین سرعت در کانال نسبت به کسر حجمی نانوذرات

مغناطیس شونده‌گی اشباع 4000 آمپر بر متر است و برای تحلیل تأثیر ارتفاع، از آهنرباهایی با ارتفاع‌های 0.25، 0.5، 0.75 و 1 میلی‌متری استفاده شده که در همگی عرض یکسان و برابر با 1 میلی‌متر است. فاصله‌ی مرکز سطح آهن‌ربا از مبدا مختصات 1.5 میلی‌متر می‌باشد و تحلیل مذکور برای آهن‌ربا در دو حالت افقی و عمودی در شرایط کاملاً یکسان انجام شده است. نمایش نحوه تغییرات میانگین سرعت در عرض کانال نسبت به تغییرات ارتفاع آهن‌ربا برای آهن‌ربای افقی و عمودی شکل 9 صورت گرفته است. همانطور که دیده می‌شود، عملکرد پمپ FHD با افزایش ارتفاع آهن‌ربا بهبود می‌یابد، چرا که با توجه به معادلات مربوط به مؤلفه‌های میدان مغناطیسی (روابط 12 و 13) و معادله نیروی کلویین با افزایش ارتفاع آهن‌ربا  $h$  به دلیل افزایش غیرخطی نیروی کلویین، سرعت در کانال به طور غیر خطی افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهند با 4 برابر شدن ارتفاع آهن‌ربا، به ترتیب در آهن‌ربای عمودی و افقی



**Fig. 9** Variation of average velocity in channel with magnet height

شکل 9 نمودار تغییرات میانگین سرعت در کانال نسبت به ارتفاع آهن‌ربا



**Fig. 7** Velocity profile in channel, (a) Horizontal magnet with respect to x axis, (b) Vertical magnet with respect to x axis

شکل 7 پروفیل سرعت در کانال الف- آهن‌ربای افقی نسبت به محور x، ب- آهن‌ربای عمودی نسبت به محور x

مغناطیس شونده‌گی اشباع  $M_s$ ، مغناطیس‌شدگی  $M$  و نیروی کلویین با کسر حجمی نانو ذره رابطه خطی دارد و در محدوده کسر حجمی بررسی شده، اثر تغییر خطی نیرو حجمی سبب تغییرات خطی میانگین سرعت داخل کانال شده است. نتایج نشان می‌دهند با 4 برابر شدن کسر حجمی نانوذرات، به ترتیب در آهن‌ربای عمودی و افقی سرعت میانگین 3.97 و 4.3 برابر می‌شود (افزایش تقریباً 300 درصدی سرعت میانگین). به علاوه، از مقایسه کلی شکل‌های 6 و 9 تأثیر بیشتر قطر نانوذره نسبت به کسر حجمی، بر عملکرد پمپ مغناطیسی مشهود می‌باشد.

#### 4-4 بررسی تأثیر ابعاد آهن‌ربا بر سرعت متوسط جریان

##### 4-4-1 بررسی تأثیر ارتفاع آهن‌ربا بر سرعت متوسط جریان

برای بررسی تأثیر ارتفاع آهن‌ربا بر مقدار میانگین سرعت و همچنین پروفیل سرعت، نانو سیال با کسر حجمی 0.02 که قطر نانوذرات در آن 20 نانومتر است، مورد استفاده قرار گرفته شده است. آهن‌ربای مسأله حاضر دارای

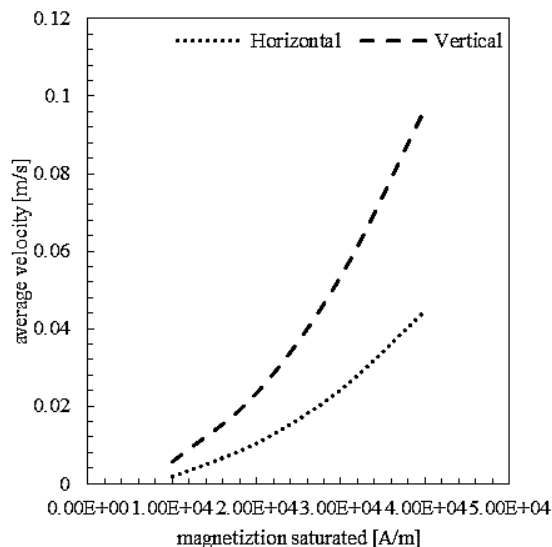


Fig. 11 Variation of average velocity in channel with saturated magnetization

شکل 11 نمودار تغییرات میانگین سرعت در کانال نسبت مغناطیس شونده اشباع

### 5- نتیجه گیری نهایی

در مقاله حاضر، به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف مربوط به میکرو پمپ FHD بر سرعت ایجاد شده در میکرو کانال پرداخته شد. از میدان مغناطیسی غیریکنواخت ناشی از آهن ربای دائم برای ایجاد نیروی کلون استفاده شده است. نانوسیال مورد استفاده متشکل از نانوذرات اکسید آهن می باشد که در سیال پایه آب به طور کامل همگن قرار گرفته اند. معادله حاکم از اضافه شدن ترم نیروی کلون به معادله ناور-استوکس به دست آمده و به روش حجم محدود و الگوریتم پیرو حل شده است. با توجه به نتایج ارائه شده می توان به موارد ذیل اشاره کرد:

- با افزایش کسر حجمی نانو ذرات به دلیل افزایش نیروی کلون، سرعت در کانال به صورت کاملاً خطی افزایش می یابد.
- با افزایش طول یا ارتفاع آهن ربا، سرعت در کانال افزایش پیدا میکند که افزایش ارتفاع منجر به نرخ بیشتری از افزایش سرعت نسبت به افزایش طول می شود.
- با افزایش قطر نانوذرات مغناطیسی، به دلیل افزایش نیروی کلون در طول کانال سرعت در کانال به صورت کاملاً غیر خطی افزایش می یابد.
- به ترتیب قطر نانوذرات مغناطیسی، عرض آهن ربا، ارتفاع آهن ربا، مغناطیس شونده اشباع و کسر حجمی نانو ذرات، بیشترین تأثیر را در بهبود عملکرد پمپ FHD دارند.

در این مقاله، برای اولین بار نشان داده شد که میتوان از نیروی کلون ناشی از میدان مغناطیسی غیر یکنواخت به عنوان ابزاری برای پمپ کردن نانوسیالات مغناطیسی در میکروکانال ها که کاربردهای مختلفی در صنایعی مانند پزشکی، انتقال دارو و میدلهای حرارتی دارند و همچنین پمپ کردن فروسیالات بیولوژیکی مثل خون استفاده نمود.

### 6- فهرست علائم

$d_p$  قطر نانوذره

سرعت میانگین 23 و 38 برابر می شود. همچنین، به دلیل بیشتر بودن نیروی کلون مربوط به آهن ربای عمودی نسبت به افقی در امتداد محور کانال، در شرایط یکسان سرعت القایی آهن ربای عمودی بیشتر از افقی می باشد.

### 4-4-2- بررسی تأثیر عرض آهن ربا بر سرعت متوسط جریان

تحلیل و بررسی تأثیر تغییرات عرض آهن ربا در میانگین سرعت و پروفیل سرعت در کانال در شرایط کاملاً مشابه با تحلیل تأثیر ارتفاع کانال صورت گرفته است، تنها با این تفاوت که در بررسی حاضر ارتفاع آهن رباها مقدار ثابت 1 میلی متر می باشد و در عرض های 0.25، 0.5، 0.75 و 1 میلی متری مورد استفاده قرار گرفته شده اند. شکل 10، تأثیر تغییرات عرض آهن ربا بر میانگین سرعت در کانال را برای آهن ربای افقی و عمودی نمایش می دهد. با افزایش عرض آهن ربا به دلیل افزایش نیروی کلون در طول کانال، میانگین سرعت در کانال افزایش می یابد. نتایج نشان می دهند با 4 برابر شدن عرض آهن ربا، به ترتیب آهن ربای عمودی و افقی سرعت میانگین 36.6 و 17 برابر می شود.

### 4-4-5- بررسی تأثیر مغناطیس شونده اشباع آهن ربای دائم بر سرعت متوسط جریان

در این بخش از آهن رباهایی با ابعاد 1 در 1 میلی متر که مرکز سطح آن ها در فاصله 1.5 میلی متری از مبدا مختصات قرار دارد استفاده شده است. در مطالعه حاضر، از نانوسیال با کسر حجمی 0.02 که در آن قطر نانوذرات 20 نانومتر می باشد استفاده شده است. آهن رباها دارای مغناطیس شونده اشباع  $(m_s)$  1000، 2000، 3000 و 4000 آمپر بر متر می باشند. تأثیر تغییرات مغناطیس شونده اشباع بر میانگین سرعت در شکل 11 برای آهن ربای افقی و عمودی به تصویر کشیده شده است. همان طور که از اشکال مذکور مشخص است، با افزایش مغناطیس شونده اشباع آهن ربا میانگین سرعت در کانال افزایش می یابد که مسبب آن، بر اساس روابط (12) و (13)، افزایش مقدار مؤلفه های میدان مغناطیسی و به طبع آن مقدار نیروی حجمی کلون در داخل کانال می باشد. نتایج نشان می دهند با 4 برابر شدن مغناطیس شونده اشباع، به ترتیب در آهن ربای عمودی و افقی سرعت میانگین 16 و 23 برابر می شود.

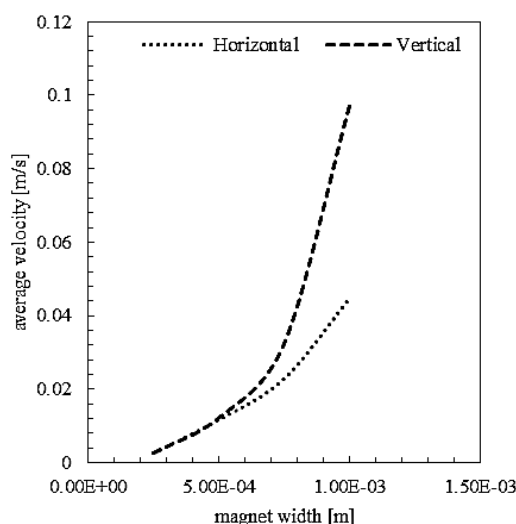


Fig. 10 Variation of average velocity in channel with magnet width

شکل 10 نمودار تغییرات میانگین سرعت در کانال نسبت به عرض آهن ربا



- [10] K. Ito, T. Takahashi, T. Fujino, M. Ishikawa, Influences of channel size and operating conditions on fluid behavior in a MHD micro pump for micro total analysis system, *Journal of International Council on Electrical Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 220-226, 2014.
- [11] R. E. Rosenweieg, *Ferrofluids, Magnetically Controllable Fluids and Their Applications*, pp. 50-85, Cambridge, Ferrohydrodynamics Cambridge University Press, 1997.
- [12] B. M. Berkovsky, V. E. Medvedev, M. S. Krakov, *Magnetic Fluids, Engineering Applications*, pp. 90-112, Oxford, Oxford University Press, 1993.
- [13] B. M. Berkovsky, V. G. Bashtovoy, *Magnetic Fluids and Applications Handbook*, pp. 40-65, New York, Begell House, 1996.
- [14] I. Sharifi, H. Shokrollahi, S. Amir, Ferrite-based magnetic nanofluids used in hydrothermia applications, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 324, No. 6, pp. 903-915, 2012.
- [15] M. Bahiraei, M. Hangi, Investigating the efficacy of magnetic nanofluid as a coolant in double-pipe heat exchanger in the presence of magnetic field, *Energy Conversion and Management*, Vol. 76, pp. 1125-1133, 2013.
- [16] Q. A. Pankhurst, J. Connolly, S. K. Jones, J. Dobson, Applications of magnetic nanoparticle in biomedicine, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, No. 13, pp. R167, 2003.
- [17] S. Yekani Motlagh, S. Deyhim, Numerical simulation of magnetic nanoparticle delivery at location of abdominal aortic bifurcation using single wire magnetic source, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 56-47, 2017. (in Persian)
- [18] C. C. Cho, Influence of magnetic field on natural convection and entropy generation in Cu-water nanofluid-filled cavity with wavy surfaces, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 101, pp. 637-647, 2016.
- [19] C. S. K. Raju, N. Sandeep, Unsteady Casson nanofluid flow over a rotating cone in a rotating frame filled with ferrous nanoparticles: A numerical study, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 421, pp. 216-224, 2016.
- [19] A. Malvandi, Film boiling of magnetic nanofluids (MNFs) over a vertical plate in presence of a uniform variable-directional magnetic field, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 406, pp. 95-102, 2016.
- [20] C. S. K. Raju, N. Sandeep, V. Sugunamma, Unsteady magneto-nanofluid flow caused by a rotating cone with temperature dependent viscosity: A surgical implant application, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 222, pp. 1183-1191, 2016.
- [21] A. Muneer, M. A. Ismael, A. J. Chamkha, A. M. Rashad, Mixed convection in a nanofluid filled-cavity with partial slip subjected to constant heat flux and inclined magnetic field, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 416, pp. 25-36, 2016.
- [22] M. Sheikholeslami, M. Shamlooei, Magnetic source influence on nanofluid flow in porous medium considering shape factor effect, *Physics Letters A*, Vol. 381, No. 36, pp. 3071-3078, 2017.
- [23] M. Sheikholeslami, H. B. Rokni, Magnetic nanofluid natural convection in the presence of thermal radiation considering variable viscosity, *The European Physical Journal Plus*, Vol. 132, No. 5, pp. P238, 2017.
- [24] M. Sheikholeslami, Influence of magnetic field on nanofluid free convection in an open porous cavity by means of Lattice Boltzmann method, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 234, pp. 364-374, 2017.
- [25] M. Sheikholeslami, D. D. Ganji, Numerical analysis of nanofluid transportation in porous media under the influence of external magnetic source, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 233, pp. 499-507, 2017.
- [26] M. Sheikholeslami, H. B. Rokni, Melting heat transfer influence on nanofluid flow inside a cavity in existence of magnetic field, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 114, pp. 517-526, 2017.
- [27] M. Sheikholeslami, H. B. Rokni, Simulation of nanofluid heat transfer in presence of magnetic field: A review, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 115, pp. 1203-1233, 2017.
- [28] A. Aminfar, M. Mohammadpourfard, Y. Narmani Kahnemouei, A 3D numerical simulation of mixed convection of a magnetic nanofluid in the presence of non-uniform magnetic field in a vertical tube using two phase mixture model, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 321, pp. 1963-1972, 2011.
- [29] C. J. Ho, W. K. Liu, Y. S. Chang, C. C. Lin, Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 8, pp. 1345-1353, 2010.
- [30] G. A. Sheikhzadeh, M. Dastmalchi, H. Khorasanizadeh, Effects of nanoparticles transport mechanisms on Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid natural convection in a square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 66, pp. 51-62, 2013.
- [31] S. Y. Motlagh, H. Soltanipour, Natural convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid in an inclined cavity using Buongiorno's two-phase model, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 111, pp. 310-320, 2017.
- [32] S. Y. Motlagh, S. Taghizadeh, H. Soltanipour, Natural convection heat transfer in an inclined square enclosure filled with a porous medium saturated by nanofluid using Buongiorno's mathematical model, *Advanced Powder Technology*, Vol. 27, No. 6, pp. 2526-2540, 2016.
- [33] E. Tzirtzilakis, Biomagnetic fluid flow in an aneurysm using ferrohydrodynamics principles, *Physics of Fluids*, Vol. 27, No. 6, pp. 061902, 2015.

|          |                                      |
|----------|--------------------------------------|
| $H$      | بردار میدان مغناطیسی                 |
| $I$      | شدت جریان گذرنده از سیم              |
| $J_p$    | بردار شار نانو ذره                   |
| $k_B$    | ثابت بولتزمن                         |
| $k_f$    | ضریب رسانندگی سیال پایه              |
| $k_{ff}$ | ضریب رسانندگی فرو سیال               |
| $k_p$    | ضریب رسانندگی نانو ذرات              |
| $L$      | تابع لائزوئن                         |
| $M$      | بردار مغناطیس شدگی                   |
| $M_s$    | مغناطیس شدگی اشباع نانوسیال مغناطیسی |
| $m_p$    | گشتاور مغناطیسی                      |
| $Re$     | عدد رینولدز                          |
| $T$      | دمای مطلق                            |
| $V$      | بردار سرعت نانو سیال                 |

## علائم یونانی

|             |                      |
|-------------|----------------------|
| $\varphi$   | کسر حجمی             |
| $\mu_f$     | لزجت سیال            |
| $\mu_{ff}$  | لزجت فروسیال         |
| $\xi$       | پارامتر لائزوئن      |
| $\mu_B$     | مگنتون بوهر          |
| $\mu_0$     | ثابت تراوایی خلا     |
| $\rho_p$    | چگالی ذره مغناطیسی   |
| $\rho_{ff}$ | چگالی فرو سیال       |
| $X$         | قابلیت مغناطیس پذیری |

## زیر نویس ها

|      |           |
|------|-----------|
| $f$  | سیال پایه |
| $ff$ | فروسیال   |
| $p$  | نانوذره   |

## 7- مراجع

- [1] L. P. Aoki, H. E. Schulz, M. G. Maunsell, An MHD study of the behavior of an electrolyte solution using 3D numerical simulation and experimental results, *Comsol Conference in Boston*, University of São Paulo, 2013.
- [2] M. Afrand, A. Karimipour, A. A. Nadooshan, M. Akbari, The variation of heat transfer and slip velocity of FMWNT-water nano-fluid along the micro-channel in the lack and presence of a magnetic field, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 84, No. 1, pp. 748-481, 2016.
- [3] S. Debmoy, K. M. Isaac, L. Nick, F. Ingrid, Simulation of electrochemical MHD induced flow in a microfluidic cell without channel, *AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference*, pp. 3392, 2011.
- [4] A. Karimipour, A. H. Nezhad, A. D'Orazio, M. H. Esfe, M. R. Safaei, E. Shirani, Simulation of copper-water nanofluid in a microchannel in slip flow regime using the lattice Boltzmann method, *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 49, pp. 89-99, 2015.
- [5] S. Darling, S. Bader, A materials chemistry perspective on nanomagnetism, *Journal of Materials Chemistry*, Vol. 15, No. 39, pp. 4189-4195, 2005.
- [6] Je. He. Ho, Characteristic study of MHD pump with channel in rectangular ducts, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 15, No. 4, pp. 315-321, 2007.
- [7] A. Shahidian, M. Ghassemi, R. Mohammadi, Effect of Nanofluid properties on Magnetohydrodynamic pump (MHD), *Advanced Materials Research*, Vol. 403, pp. 663-669, 2012.
- [8] A. Shahidian, M. Ghassemi, S. Khorasanizade, G. Ahmadi, Flow analysis of non-newtonian blood in a magnetohydrodynamic pump, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 6, pp. 2667-2670, 2009.
- [9] M. Kiyasatfar, N. Pourmahmoud, M. Golzan, I. Mirzaee, investigation of thermal behavior and fluid motion in direct current magnetohydrodynamic pumps, *Thermal Science*, Vol. 18, pp. 551-562, 2014.