



# بررسی رفتار دینامیکی تیرهای کامپوزیت لایه لایه تقویت شده با درصد بالای ذرات نانو

ابوالقاسم ذبیح اله<sup>۱\*</sup>، محمدحسین پل<sup>۲</sup>، علی سلک غفاری<sup>۳</sup>، سامان مومنی<sup>۴</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف پردیس بین الملل، جزیره کیش

۲- استادیار، مهندسی مکانیک دانشگاه تفرش، تفرش

۳- استادیار، مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف پردیس بین الملل، جزیره کیش

۴- دانشجو کارشناسی ارشد، مهندسی مکترونیک دانشگاه صنعتی شریف پردیس بین الملل، جزیره کیش

\* کیش، صندوق پستی ۷۶۶۵۵-۷۹۴۱۷، zabihollah@sharif.edu

**چکیده-** تیرهای کامپوزیت لایه لایه در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله پره‌های هلی کوپتر، پره‌های توربین بادی و بازوهای روبات به‌طور وسیع استفاده می‌شود. افزایش مقاومت و قابلیت اطمینان از پایداری سازه در این کاربردها از اهمیت بالایی برخوردار است. بیشتر پژوهش‌های موجود در این زمینه محدود به درصد پایین ذرات نانو می‌باشد. در این مقاله اثرات اضافه نمودن ذرات نانو به رزین بر رفتار دینامیکی تیر کامپوزیت مورد بررسی قرار گرفته است. در جریان ساخت سازه ذرات نانو با درصدهای ۰٪، ۲٪، ۳٪، ۵٪، ۷٪، ۱۰٪، به رزین اضافه شده است. به منظور اطمینان از عملکرد مناسب سازه در شرایط کاری، آزمایش‌های مختلفی بر روی تیرهای ساخته شده به روش فوق انجام گرفته است. پاسخ دینامیکی سازه در شرایط بار مختلف و درصدهای مختلف نانو بررسی شده است. مشاهده شد که افزایش ذرات نانو تا ۳٪ موجب افزایش فرکانس طبیعی و بیش از این مقدار تا ۷٪ تغییرات عمده‌ای در فرکانس طبیعی روی نمی‌دهد. در سازه‌های با ۱۰٪ نانو فرکانس طبیعی به شدت کاهش می‌یابد ولی در عوض ضریب میرایی بهبود می‌یابد.

**کلیدواژگان:** تیرهای لایه لایه، ذرات نانو، فرکانس، ضریب میرایی.

## Dynamic response of laminated hybrid composite beams reinforced with high weight fraction of nano-particles

A. Zabihollah<sup>1\*</sup>, M. H. Pol<sup>2</sup>, A. SelkGhafari<sup>3</sup>, S. Momeni<sup>4</sup>

1- Assist. Prof., Mech. Eng., Sharif Univ., Kish Island, Iran.

2- Assist. Prof., Mech. Eng., Tafresh Univ., Tafresh, Iran.

3- Assist. Prof., Mech. Eng., Sharif Univ., Kish Island, Iran.

4- MSc. Student, Mech. Eng., Sharif Univ., Kish Island, Iran.

\* P.O.B. 79417-76655 Kish Island, Iran. zabihollah@sharif.edu

**Abstract-** In the present work the dynamic response of laminated composite beam reinforced with nano-particles has been investigated. Most of the existing works on the effects of nano-particles on stiffness of the composite structures are limited to very low weight fraction, around 3% to 5%. This work studies the effect of higher percent of nano particles (up to 10%) on the dynamic behavior of the composite structures via experimental tests. Adding nano clay up to 3% of weight fraction increases the natural frequency, beyond that up to 5 % the natural frequency slightly decreases and at 10% a sharp reduction in natural frequency is observed. Another feature of importance is the increasing damping coefficient of laminated beam when the amount of nano-particles reaches to 10%.

**Keywords:** Laminated Beams, Nano Particles, Frequency, Damping Ratio.

## ۱- مقدمه

تیرهای کامپوزیت لایه لایه در بسیاری از صنایع که در آنها سفتی و نسبت وزنی از اهمیت برخوردار باشد مورد استفاده قرار می‌گیرند. توسعه فناوری نانو پژوهشگران سازه‌های کامپوزیت را بر آن داشته است که امکان بهبود رفتار دینامیکی این سازه‌ها را به وسیله این فناوری مورد بررسی قرار دهند. در این روش، در جریان ساخت سازه کامپوزیت، ذرات نانوپه رزین و یا به‌طور مشخص به پرکننده‌ها اضافه می‌شوند. این سازه جدید سازه هیبرید نامیده می‌شود. مشاهده شده است که ذرات پرکننده باعث افزایش سفتی سازه‌های کامپوزیت می‌شوند [۱]. پل و همکاران [۲] افزایش درصد ذرات نانو تا ۵٪ را مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که افزایش نانو باعث افزایش فرکانس طبیعی می‌شود. افزایش ذرات نانو بیش از ۵٪ سبب کاهش رفتار فرکانس طبیعی و باعث افزایش ضریب میرایی می‌شود.

کواک [۳] اثرات پرکننده‌ها در ابعاد میکرو و اثرات آن در ارتعاشات را مورد بررسی قرار داد. پرکننده‌ها در ابعاد نانو باعث بهبودی خواص مکانیکی تیرهای کامپوزیتی می‌شوند [۴]. مگوید [۵] اثرات نانوکربن‌ها در خواص مکانیکی سازه‌های کامپوزیتی را مورد بررسی قرار داد. تیمرمن و همکاران [۶] اثرات افزودن ذرات نانو روی رفتار کرایزنیک سازه کامپوزیت را مورد بررسی قرار دادند. ضریب میرایی یکی از خواص مهم تیرهای لایه لایه می‌باشد. پل و همکاران [۷] تأثیر نانو را بر خواص بالستیکی مواد مرکب را مورد بررسی قرار دادند.

در این تحقیقات اثرات افزایش ذرات نانو از ۱۰٪ تا ۱٪ در ارتعاشات آزاد و ضریب میرایی تیرهای لایه لایه مورد بحث قرار می‌گیرد. اثرات افزودن ذرات نانو بر رفتار دینامیکی سازه با مثال‌های عددی نشان داده شده است. در مواردی که امکان‌پذیر بوده پاسخ‌های عددی با نتایج تجربی مقایسه شده است. مقایسه نتایج عددی و تجربی همخوانی خوبی بین نتایج مشاهده را نشان می‌دهد.

## ۲- مدل‌سازی ریاضی

بر اساس تئوری لایه لایه ردی، جابجایی تیرهای کامپوزیت به صورت روابط (۱) و (۲) تعریف می‌شود.

$$u(x, y, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m U_{ij}(x, t) \phi_j(z) \varphi_j(x) \quad (1)$$

$$w(x, z, t) = W_0(x, z) \quad (2)$$

که در آن  $u$  و  $w$  به ترتیب جابجایی در جهت طول و ضخامت تیر،  $n$  و  $m$  به ترتیب تعداد گره‌ها در جهت  $x$  و  $z$  و  $\phi_j(z)$  و  $\varphi_j(x)$  توابع شکل خطی تعریف می‌شوند. با استفاده از روابط جابجایی و دنبال کردن روش استاندارد المان محدود، معادله حرکت بصورت رابطه (۳) بدست می‌آید [۷]:

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{f(t)\} \quad (3)$$

که در آن  $M$ ،  $K$ ،  $C$ ،  $d$  و  $f(t)$  به ترتیب ماتریس جرم، سفتی، ضریب میرایی، جابجایی و نیروی وارد بر تیر می‌باشد [۸].

## ۳- ساخت نمونه‌های نانو کامپوزیتی

سازه مورد بررسی از سه جزء شامل الیاف شیشه با دانسیته سطحی  $2.0 \text{ gr/m}^2$ ، رزین اپوکسی تشکیل شده از دو بخش اپون ۸۲۸ به عنوان پایه اپوکسی و سفت کننده جفامین دی ۴۰۰ با نسبت وزنی ۵۵:۱۰۰ نسبت به پایه اپوکسی (قسمت اول) و نانو ذرات رسی کلو سیدسی بی می‌باشد.

ابتدا نانو ذرات رس با درصد‌های وزنی ۰٪، ۲٪، ۳٪، ۵٪، ۷٪ و ۱۰٪ نسبت به وزن کل رزین با سفت کننده، جفامین دی ۴۰۰، به‌طور مکانیکی مخلوط شده و سپس مخلوط حاصل ابتدا با مخلوط‌کن سرعت بالا با سرعت  $6000 \text{ rpm}$  به مدت ۶۰ دقیقه هم زده شده و سپس با استفاده از دستگاه آلتراسونیک به مدت ۳۰ دقیقه در دمای  $40^\circ\text{C}$ ، توان  $150 \text{ kW/cm}^2$  و دامنه  $5 \mu\text{m}$  سونیکت شده و مخلوط بدست آمده به مدت ۱۰ دقیقه در دمای  $40^\circ\text{C}$  بطور مکانیکی با سرعت  $1800 \text{ rpm}$  با اپون ۸۲۸ مخلوط و هم زده می‌شود.

پس از ساخت نانورزین، نمونه‌های نانو مواد مرکب هیبریدی با ۱۲ لایه الیاف شیشه با استفاده از روش لایه‌چینی دستی ساخته می‌شوند. پس از لایه‌چینی، پخت نانو مواد مرکب هیبریدی در دمای  $80^\circ\text{C}$  به مدت ۱۵۰ دقیقه و دنبال آن در دمای  $120^\circ\text{C}$  به مدت ۱۵۰ دقیقه در اتوکلاو تحت فشار  $2/5$  و ۴ بار به ترتیب مراحل پخت، صورت می‌گیرد. نانو مواد مرکب ساخته شده دارای درصد وزنی الیاف ۵۰ درصد نسبت به رزین و ضخامت متوسط  $2/6 \text{ mm}$  بوده و تیرها دارای طول ۲۵ سانتی‌متر و عرض ۲.۵ سانتی‌متر می‌باشند. خواص مکانیکی تیرها بر اساس مقادیر مختلف نانو حاصل از آزمایش کشش در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند.

**جدول ۱** خاصیت مکانیکی ذرات با درصدهای مختلف نانو

	٪۰	٪۲	٪۳	٪۵	٪۷	٪۱۰
$E_{11}$ (GPa)	۴۰/۵۶	۴۴/۴۱	۴۵/۵۰	۳۸/۵۸	۴۰/۵۶	۱۷/۳۱
$E_{22}$ (GPa)	۶/۹۵	۷/۶۱	۷/۷۹	۶/۶۱	۶/۹۵	۲/۹۶

#### ۴- آزمایش تجربی

برای انجام آزمایش‌های تجربی یک تیر لایه لایه کامپوزیتی به شرحی که در بخش ۳ بیان شد به صورت یک سر آزاد در نظر گرفته شده است. پاسخ ارتعاشات تیر توسط یک سنسور که در سر آزاد تیر متصل می‌باشد اندازه‌گیری می‌شود و سیگنال‌های آن به دستگاه اندازه‌گیری ارتعاشات منتقل می‌شود. فرکانس طبیعی و ضریب میرایی بدست آمده برای مقادیر مختلف نانو در جدول ۲ نشان داده شده است.

با استفاده از معادله (۳) فرکانس طبیعی تیر مورد استفاده در آزمایش بدون افزودن ذرات نانو (٪۰)  $۲۷۱/۵$  هرتز به دست می‌آید. همان گونه که مشاهده می‌شود فرکانس طبیعی تیر هیبرید با ٪۰ ذرات نانو در آزمایش  $۲۷۸$  هرتز بدست آمده است. شکل ۱ پاسخ زمانی ارتعاشات آزاد برای تیرهای کامپوزیتی را نشان می‌دهد.

**جدول ۲** فرکانس طبیعی و ضریب میرایی تیرها با درصدهای مختلف نانو

	٪۰	٪۲	٪۳	٪۵	٪۷	٪۱۰
(ζ)	۰/۰۱۰۵	۰/۰۰۹۵	۰/۰۰۹۲	۰/۰۱۱	۰/۰۱۰۶	۰/۰۱۶
(ω)	۲۷۸	۲۹۱	۲۹۴	۲۷۱	۲۷۸	۱۸۲

همان طور که مشاهده می‌شود افزایش ذرات نانو تا ٪۳ باعث افزایش فرکانس طبیعی می‌شود و بیش از ٪۳ تغییرات اندکی در بهبود فرکانس طبیعی دارد. این در حالی است که تیر با افزایش ذرات نانو بیش از ٪۵ رفتار میرایی بهتری نسبت به تیری با درصد نانو ٪۳ دارد. این ویژگی برای حالتی که درصد نانو به ٪۱۰ می‌رسد افزایش چشمگیری دارد. به منظور وضوح بیشتر این تغییرات بزرگ‌نمایی شده است. این موضوع به نحوه ترکیب ذرات نانو در رزین ارتباط دارد به این معنی که هنگامی که درصد ذرات نانو افزایش پیدا می‌کند امکان ترکیب مناسب وجود ندارد و از آنجا که سختی رزین بسیار کمتر از فایبر است، ترکیب نشدن ذرات نانو در رزین باعث پایین آمدن سختی شده و به نوبه خود میرایی سازه را بیشتر می‌کند.

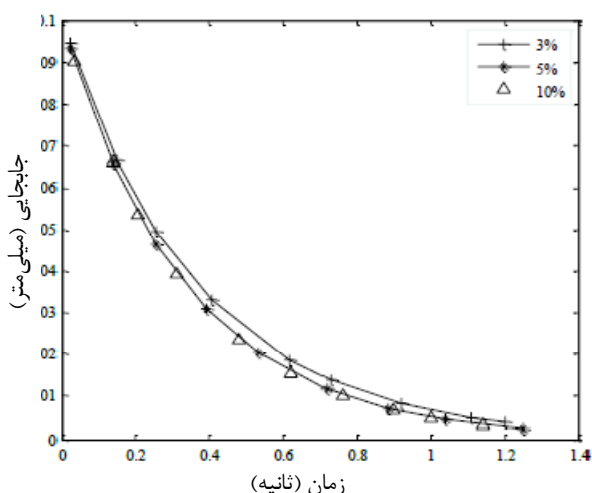
#### ۵- مثال‌های عددی

##### ۵-۱- پاسخ تیر هیبرید در ورودی ضربه

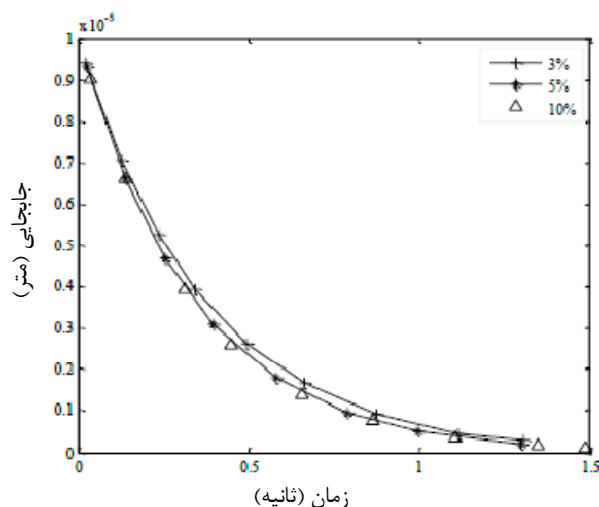
شکل ۲ ارتعاشات تیرهای نمونه تشریح شده در بخش ۳ با ورودی ضربه را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود رفتار سازه در ورودی ضربه کاملاً مشابه این رفتار برای ارتعاشات آزاد می‌باشد.

##### ۵-۲- پاسخ تیر هیبرید در ورودی سینوسی

یک موج سینوسی با فرکانس  $۱۰$  هرتز و دامنه  $۱۰$  نیوتن به تیرهای هیبرید کامپوزیت وارد می‌شوند. شکل ۳ پاسخ زمانی ارتعاش تیرهای هیبرید را برای درصد‌های مختلف نانو از ٪۰ تا ٪۱۰ نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود که با افزایش ذرات نانو تا ٪۱۰ دامنه ارتعاشات کم می‌شوند.



شکل ۲ پاسخ زمانی تیر هیبرید با ورودی ضربه

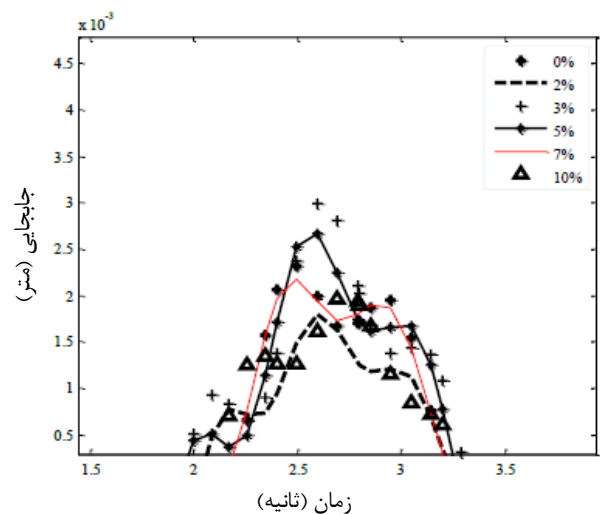


شکل ۳ پاسخ زمانی ارتعاشات آزاد تیر یک سر آزاد با ذرات نانو

در این تحقیق ارتعاشات آزاد تیر به صورت تجربی مورد بحث قرار گرفت و رفتار سیستم تحت تأثیر ورودی های خارجی مثل ضربه، سینوسی و تصادفی مورد بحث قرار گرفت. با اضافه کردن ذرات نانو تا ۳٪ رفتار فرکانسی سیستم افزایش می یابد و بین ۳٪ تا ۵٪ رفتار فرکانسی به صورت کمی کاهش می یابد. از ۷٪ تا ۱۰٪ فرکانس طبیعی به شدت کاهش می یابد. البته افزایش ذرات نانو (۷٪-۱۰٪) باعث افزایش ضریب میرایی سیستم می شود.

### ۷- مراجع

- [1] Chandradass J., Kumarb M.R., Velmurugan R., "Effect of Nanoclay Addition on Vibration Properties of Glass Fiber Reinforced Vinyl Ester Composites", *Materials Letters*, Vol. 61, 2007, pp. 4385-4388.
- [2] Pol M.H., Zabihollah A., Zareie S., Liaghat G., "Effects of Nano-Particles Concentration on Dynamic Response of Laminated Nano Composite Beam", *Mechanika*, Vol. 19, No. 1, 2013, pp. 53-57.
- [3] Kwak G.H., Inoue K., Tominaga Y., Asai S., Sumita M., "Characterization of the Vibration and Damping Loss Factor and Viscoelastic Properties of Ethylene Propylene Rubbers Reinforced with Micro-Scale Fillers", *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 82, No. 12, 2001, pp. 3058-3066.
- [4] Wetzal B., Hauptert F., Qiu Zhang M., "Epoxy Nano Composite with High Mechanical and Tribological Performance", *In Proceedings of the 8th National Symposium SAMPE Deutschland*, Vol. 63, 2002, pp. 2055-2067.
- [5] Meguid S., Sun Y., "Tensile and Shear Strength of Nano-Reinforced Composite Interfaces", *Material Letter*, Vol. 25, No. 4, 2004, pp. 289-296.
- [6] Timmerman J., Hayes B., Seferis J., "Nano Clay Reinforcement Effects on the Cryogenic Micro-Cracking of Carbon Fiber/Epoxy Composites", *Composites Science and Technology*, Vol. 62, No. 9, 2002, pp. 1249-1258.
- [7] پل. م، لیاقت. غ، حاجی عزازی. ف، بررسی تجربی تأثیر نانو رس بر خواص بالستیکی مواد مرکب، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۲ شماره ۱، ۱۳۹۱، صص ۱۱-۲۰.
- [8] Zabihollah A., "Effects of Structural Configuration on Vibration Control of Smart Laminated Beams Under Random Excitations", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 24, No. 5, 2010, pp. 1119-1125.



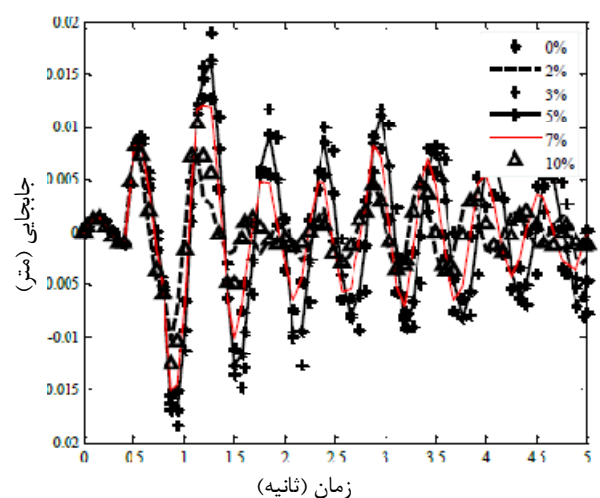
شکل ۳ ارتعاشات تیرها تحت تأثیر ورودی سینوسی

### ۵-۳ پاسخ تیر هیبرید به ورودی تصادفی

سازه های لایه لایه بیشتر در کاربردهای هوا فضایی مورد استفاده قرار می گیرند. در این کاربردها سازه معمولاً تحت تأثیر بارهای تصادفی قرار می گیرند. شکل ۴ پاسخ زمانی تیرهای هیبرید تحت ورودی تصادفی با دامنه ۵ دسی بل را نشان می دهد. بار دیگر مشاهده می شود که افزایش ذرات نانو باعث کاهش دامنه ارتعاش می شود.

### ۶- نتیجه گیری

تأثیر افزودن ذرات نانو بر روی رفتار دینامیکی تیرهای کامپوزیت لایه لایه مورد بررسی قرار گرفته است. ذرات نانو از ۱۰٪ تا ۱۰٪ به تیرهای هیبرید اضافه شده است.



شکل ۴ ارتعاشات تیرها تحت تأثیر ورودی تصادفی