



## بررسی تحلیلی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با هسته فوم و رویه‌های آلومینیومی

علی علوی‌نیا<sup>1\*</sup>، مهدی کاظمی<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان

\* همدان، صندوق پستی 651754161، alavi495@basu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 11 بهمن 1393

پذیرش: 16 فروردین 1394

ارائه در سایت: 05 اردیبهشت 1394

کلید واژگان:

پانل‌های ساندویچی

هسته

فوم

مدل تحلیلی

### چکیده

پانل‌های ساندویچی معمولاً به دلیل نسبت استحکام به وزن و جذب انرژی بالا، کاربرد وسیعی در صنایع مختلف از جمله صنایع هوا-فضا، صنایع دریایی و صنایع خودروسازی دارند. بررسی و تحلیل نفوذ بالستیک پرتابه‌ها در پانل‌های ساندویچی عمدتاً به صورت تجربی و عددی بوده و به دلیل پیچیدگی‌های معادلات ریاضی حاکم بر این پدیده، مطالعات تحلیلی بسیار اندکی در این زمینه صورت گرفته است. هوفت و همکارانش در مقاله‌ای به بررسی تحلیلی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فومی پرداخته‌اند. به دلیل کاربرد وسیع‌تر پانل‌های ساندویچی متشکل از رویه‌های فلزی و هسته فومی در صنایع هوا-فضا در این مقاله، با انجام اصلاحاتی بر روی روش تحلیلی ارائه شده توسط هوفت و همکارانش به بررسی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با رویه‌های فلزی و هسته فومی در برخورد قائم با یک پرتابه استوانه‌ای پرداخته شده است. جهت ارزیابی صحت روش تحلیلی مورد نظر از آزمایش‌های تجربی صورت گرفته بر روی دو نوع پانل با هسته‌های فوم پلیمری و فلزی و رویه‌های آلومینیومی بهره گرفته شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش تحلیلی ارائه شده دقت قابل قبولی در تعیین سرعت باقی‌مانده پرتابه در برخورد با پانل‌هایی با هسته فوم پلیمری و فلزی و با نسبت چگالی‌های مختلف دارا می‌باشد.

## Analytical study of high velocity impact on sandwich panels with foam core and aluminum face-sheets

Ali Alavi Nia\*, Mahdi Kazemi

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

\* P.O.B. 651754161 Hamedan, Iran, alavi495@basu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 31 January 2015  
Accepted 05 April 2015  
Available Online 25 April 2015

**Keywords:**  
Sandwich panel  
Core  
Foam  
Analytical Model

### ABSTRACT

Sandwich panels, due to high strength to weight ratio and energy absorption properties, are widely used in various industries including aerospace industries, marine and automotive industries. Analysis of ballistic resistance of sandwich panels is mainly numerical and experimental, and there are few analytical models in this field due to mathematical complexities. Hoo Fatt et al. have studied analytically high velocity impact on sandwich panels with composite skins and foam core. Because of the widespread use of sandwich panels with metal face-sheets and foam core in aerospace industry, by modifying the analytical method provided by Hoo Fatt et al. the ballistic resistance of the foam core sandwich panels with metal surfaces impacted by high velocity cylindrical projectile is analytically investigated in this paper. Two types of panels with polymeric and metallic foam cores and aluminum surfaces have been used to assess the accuracy of the analytical method. Results show that the proposed analytical method can predict the residual velocity of the projectiles impacted at high velocities on the foam and metallic core panels with different relative densities of the core.

### 1- مقدمه

تنش پایای بالایی بوده و علاوه بر این، منحنی تنش-کرنش آن‌ها نیز دارای کرنش شکست بزرگتری می‌باشد. در این صورت، سطح زیر منحنی تنش-کرنش که بیانگر مقدار انرژی جذب شده در واحد حجم اولیه است بزرگتر و سبب جذب انرژی بیشتر می‌شود [1].

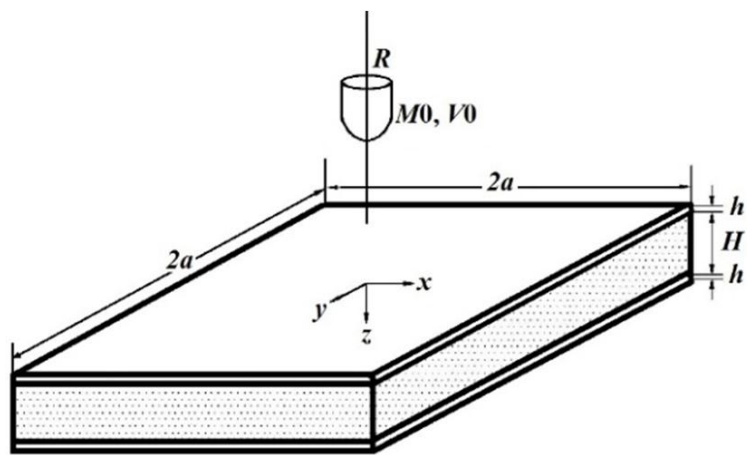
بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه، بر روی سازه‌های ساندویچی با هسته فوم پی‌وی‌سی یا هسته لانه زنبوری بوده است. هوفت و همکارانش

یک سازه هنگامی می‌تواند به عنوان جاذب انرژی مناسب مطرح شود که بتواند بیشترین تنش را تحمل کرده و در این تنش بتواند بیشترین مقدار کرنش و یا تغییرشکل را داشته باشد. به همین منظور اکثر موادی که دارای ساختارهای سلولی می‌باشند مانند فوم‌های فلزی و پلیمری، می‌توانند در ساخت پانل‌های ساندویچی به عنوان هسته به کار روند زیرا اولاً دارای مقدار

Please cite this article using:

A. Alavi Nia, M. Kazemi, Analytical study of high velocity impact on sandwich panels with foam core and aluminum face-sheets, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 231-239, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



شکل 1 نمای هندسی مساله مورد نظر

تحلیل برخورد سرعت بالا به دو فاز کلی تقسیم شده و هر یک از این دو فاز نیز به دو بخش جزئی تر (الف - ب) بخش‌بندی شده‌اند.

اساس این تقسیم‌بندی بر پایه انتشار موج تنش در راستای ضخامت پانل و همچنین تغییر رفتار مکانیکی پانل ساندویچی قبل و بعد از شکست هریک از رویه‌ها می‌باشد، بدین صورت که با شکست هریک از رویه‌ها و شکست برشی هسته، نیروی مقاوم نیز کاهش می‌یابد. در ادامه در هر یک از مراحل چهار گانه ذکر شده مقدار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل محاسبه شده و با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادله حرکت هر مرحله به صورت جداگانه به دست آمده است.

### 2-1- فاز 1: انتشار موج تنش در راستای ضخامت

به طور کلی فاز 1 از لحظه برخورد پرتابه به پانل شروع شده و تا زمانی که موج منتشره شده در پانل کل ضخامت پانل را طی کند ادامه می‌یابد. فاز 1 شامل دو قسمت است که بخش اول آن از لحظه برخورد تا لحظه شکست رویه بالایی است که به آن نفوذ محلی اطلاق می‌گردد و قسمت دوم فاز 1 پس از شکست رویه بالایی شروع شده و تا زمانی که موج کل ضخامت پانل را طی کند ادامه می‌یابد. مدت زمانی که طول می‌کشد تا موج ضخامت پانل را طی کند از رابطه (1) به دست می‌آید [13].

$$t_1 = \frac{2h}{C_f} + \frac{H}{C_d} \quad (1)$$

که در آن  $C_f$  سرعت موج در رویه و  $C_d$  سرعت موج در هسته هستند و به ترتیب، از روابط (2) و (3) به دست می‌آیند.

$$C_f = \sqrt{\frac{E_f}{\rho_f}} \quad (2)$$

$$C_d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_c}} \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{E_c \nu_c}{(1 + \nu_c)(1 - 2\nu_c)}, \mu = \frac{E_c}{2(1 + \nu_c)} \quad (4)$$

### 2-1-1-2 فاز 1 بخش الف: نفوذ محلی

نفوذ محلی با در نظر گرفتن فشار پرتابه در تماس با رویه بالایی و رسیدن به ساختار فوم بدست می‌آید. جرم‌هایی از رویه بالایی و فوم که متناسب با سرعت پرتابه سرعت می‌گیرند با استفاده از روابطی که در ادامه آورده شده، به دست آمده و سپس انرژی جنبشی و پتانسیل کل سیستم در این مرحله محاسبه می‌شوند.

برای محاسبه جرم‌های موثر رویه و هسته ( $m_c, m_f$ )، ابتدا فرض می‌شود که پرتابه سرعتی مطابق با رابطه (4) به رویه و فوم اعمال کند [15]:

$$\dot{w} = V_1 \left[ 1 - \frac{r}{\xi_1} \right] \quad (5)$$

[3,2] برخورد پرتابه‌هایی با شکل‌های مختلف با صفحه ساندویچی دارای هسته لانه زنبوری را به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. کیلر [5,4] به صورت تجربی و تحلیلی نفوذ در صفحات با هسته فوم پی‌وی‌سی را مورد بررسی قرار داد و سه مدل تغییرشکل را معین نموده و فرمول تحلیلی برای آن‌ها ارائه کرد. فعلی و نامداری‌پور [6] یک مدل تحلیلی جدید برای سوراخ شدن پانل ساندویچی کامپوزیت - هانی کام ارائه دادند. آن‌ها سوراخ شدن پانل را در سه مرحله، شامل سوراخ شدن صفحه بالایی، سوراخ شدن هانی کام و سوراخ شدن صفحه پایینی در نظر گرفتند. در این مدل تحلیلی کامپوزیت به صورت الیاف بافته شده تار و پود، در نظر گرفته شد. ژائو و همکاران [7] برخورد سرعت پایین پرتابه سر کروی به ساندویچ پانل‌های آلومینیوم- فوم را به صورت تجربی بررسی و روند تغییرات نیرو بر حسب جابجایی را ثبت کردند. هانسن و همکاران [8] برخورد پرتابه به پانل آلومینیوم- فوم را به صورت تجربی و عددی بررسی نمودند. تحلیل عددی آن‌ها به کمک نرم افزار ال‌اس- داینا انجام شد. هو و همکاران [9] برخورد سرعت بالا به پانل آلومینیوم- فوم را به صورت تجربی بررسی و اثرات شکل پرتابه را نیز لحاظ نمودند. خدارحمی و همکاران [10] نفوذ پرتابه صلب سر تخت در اهداف ساندویچی آلومینیوم- فوم را به صورت تجربی و عددی بررسی کردند. مطابق آزمایش‌ها و شبیه‌سازی صورت گرفته توسط آن‌ها، با افزایش چگالی و ضخامت فوم و سرعت اولیه پرتابه، جذب انرژی سازه ساندویچی نیز افزایش می‌یابد. پل و همکاران [11] خواص بالستیکی فوم‌های آلومینیومی را به صورت تجربی بررسی کردند. فعلی و جعفری [12] سوراخ شدن سازه‌های ساندویچی آلومینیوم- فوم توسط پرتابه‌های سر کروی و سر تخت را براساس تئوری موج تنش غالب بررسی کردند. نتایج این بررسی مطابقت مناسبی با داده‌های تجربی دارد. همچنین، آن‌ها نشان دادند که سرعت حد بالستیک پرتابه سر تخت از پرتابه سر کروی بیشتر است. هوفت و همکارانش [13] با استفاده از مدل انتشار امواج تنش، سرعت باقیمانده‌ی پرتابه با دماغه کروی، در برخورد به پانل ساندویچی کامپوزیت- فوم را تعیین کردند. آن‌ها همچنین، فرآیند برخورد سرعت بالا به پانل ساندویچی را در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی نمودند.

به‌طور کلی بررسی و تحلیل نفوذ بالستیک پرتابه‌ها در پانل‌های ساندویچی فلز- فوم موضوع جدیدی است که عمدتاً به صورت تجربی و عددی بوده و به دلیل پیچیدگی‌های معادلات ریاضی حاکم بر این پدیده، مطالعات تحلیلی بسیار اندکی در این زمینه صورت گرفته است.

در این مقاله، با انجام تغییراتی بر روی مدل تحلیلی ارائه شده توسط هوفت و همکارانش [13] که بر مبنای مدل انتشار موج در راستای ضخامت پانل می‌باشد مدلی جهت بررسی فرآیند نفوذ و عبور در پانل‌های ساندویچی آلومینیوم- فوم تحت اثر برخورد قائم پرتابه ارائه شده است. همچنین جهت ارزیابی دقیق‌تر روش تحلیلی مورد نظر از آزمایش‌های تجربی صورت گرفته بر روی دو نوع پانل با هسته‌های فوم پلیمری و فلزی و رویه‌های آلومینیومی بهره گرفته شده است [14,10].

### 2- مدل تحلیلی

مسئله مورد بررسی عبارت است از برخورد پرتابه‌ای با شعاع  $R$ ، طول  $L_p$ ، جرم  $M_0$  و سرعت اولیه  $v_0$  به یک پانل ساندویچی با رویه‌هایی فلزی به ضخامت  $h$  و هسته فوم با ضخامت  $H$  که در شکل 1 نشان داده شده است.

روش تحلیلی اصلاح شده در این مقاله با توجه به مدل انتشار موج تنش که شامل تغییرشکل و شکست رویه‌ها، انتشار موج تنش در راستای ضخامت پانل و شکست برشی هسته می‌باشد، به دست آمده است.

با استفاده از تئوری ورق و پوسته مقدار انرژی کرنشی الاستیک برای رویه از رابطه (16) به دست می‌آید:

$$U_I = \frac{1}{2} \iint D \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (16)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (17)$$

$w$  نیز برابر خیز ورق می‌باشد که با فرض اعمال بار نقطه‌ای به وسط ورق ایزوتروپیک از رابطه (18) قابل محاسبه است [16]:

$$w(r) = \delta \left[ 2 \left( \frac{r}{\xi_1} \right)^2 \log \left( \frac{r}{\xi_1} \right) + 1 - \left( \frac{r}{\xi_1} \right)^2 \right] \quad (18)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (19)$$

با استفاده از نرم افزار میپل<sup>1</sup> نهایتاً انرژی کرنشی الاستیک به صورت رابطه (20) به دست می‌آید:

$$U_I = \frac{16D\delta^2}{\xi_1^2} [1.64027] = \frac{26.24D\delta^2}{\xi_1^2} \quad (20)$$

کار پلاستیک انجام شده بر روی هسته ( $D_p$ ) با توجه به شکل 2 طبق رابطه (21) به دست می‌آید [13]:

$$D_p = 2\pi \int_0^{\xi_1} q \varepsilon_D L_{pl} \left[ 1 - \frac{r}{\xi_1} \right] r dr = \frac{\pi q \varepsilon_D L_{pl}}{3} \xi_1^2 = \frac{\pi q \delta}{3} \xi_1^2 \quad (21)$$

$$L_{pl} = \frac{\delta}{\varepsilon_D} \quad (22)$$

معادله حرکت پرتابه در بخش اول فاز 1 با اعمال معادله لاگرانژ از طریق روابط (23) به دست می‌آید.

$$L = T - \Pi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{V}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \delta} = 0$$

$$V_1 = \frac{d\delta}{dt} \quad (23)$$

با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل از روابط (6)، (8) و (15) در رابطه (23)، رابطه (24) را خواهیم داشت:

$$(M_0 + m_f + m_c) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \left( \frac{dm_f}{dt} + \frac{dm_c}{dt} \right) \frac{d\delta}{dt} + \frac{2(26.24)D}{\xi_1^2} \delta + \frac{\pi q \xi_1^2}{3} = 0 \quad (24)$$

نهایتاً با جاگذاری روابط بدست آمده برای جرم‌های موثر رویه و هسته از روابط (7) و (10) در رابطه (24)، رابطه (25) را خواهیم داشت:

$$\left( M_0 + \frac{\pi \rho_f h \xi_1^2}{6} + \frac{\pi \rho_c L_{pl} \xi_1^2}{10(1-\varepsilon_D)} \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + 2\xi_1 \frac{d\xi_1}{dt} \left( \frac{\pi \rho_f h}{6} + \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{10(1-\varepsilon_D)} \right) \frac{d\delta}{dt} + \frac{2(26.24)D}{\xi_1^2} \delta + \frac{\pi q \xi_1^2}{3} + \frac{\pi \rho_c \xi_1^2 C_p V_1}{10(1-\varepsilon_D)} = 0 \quad (25)$$

در رابطه (25) داریم [13]:

در رابطه (5)  $\xi_1$  شعاع بخشی از رویه است که ذرات آن متناسب با مقدار فاصله از مرکز تماس پرتابه به هدف سرعت  $\dot{W}$  گرفته‌اند و  $V_1$  نیز سرعت پرتابه در حین نفوذ می‌باشد. انرژی جنبشی رویه برابر است با رابطه (6):

$$T_f = \frac{1}{2} (2\pi) \int_0^{\xi_1} \rho_f h V_1^2 \left[ 1 - \frac{r}{\xi_1} \right]^2 r dr = \frac{\pi \rho_f h}{12} \xi_1^2 V_1^2 \quad (6)$$

از مساوی قرار دادن عبارت به دست آمده از رابطه (6) با انرژی جنبشی رویه  $\left( \frac{1}{2} m_f V_1^2 \right)$ ، جرم موثر رویه طبق رابطه (7) قابل محاسبه است:

$$T_f = \frac{1}{2} m_f V_1^2 = \frac{\pi \rho_f h}{12} \xi_1^2 V_1^2 \rightarrow m_f = \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi_1^2 \quad (7)$$

به همین صورت می‌توان جرم موثر هسته را به دست آورد. برای قسمتی از هسته که دچار تغییر شکل پلاستیک شده است می‌توان بصورت روابط (8) و (9) نوشت:

$$T_c = \pi \rho_D \int_0^{\xi_1} \int_0^{h_p} V_1^2 \left[ 1 - \frac{r}{\xi_1} \right]^2 dz r dr = \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{20(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 V_1^2 \quad (8)$$

$$\rho_D = \frac{\rho_c}{(1-\varepsilon_D)} \quad (9)$$

که در آن  $\rho_D$  چگالی هسته پس از چگالیده شدن و  $\varepsilon_D$  نیز کرنش چگالش فوم می‌باشد، بنابراین، رابطه (10) را خواهیم داشت:

$$m_c = \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{10(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 \quad (10)$$

مقدار مومنتوم برای رویه و هسته به ترتیب، از روابط (11) و (12) به دست می‌آید:

$$L_f = 2\pi \int_0^{\xi_1} \rho_f h V_1 \left[ 1 - \frac{r}{\xi_1} \right] r dr = \frac{\pi \rho_f h}{3} \xi_1^2 V_1 \quad (11)$$

$$L_c = 2\pi \rho_D \int_0^{\xi_1} \int_0^{h_p} V_1 \left[ 1 - \frac{r}{\xi_1} \right] dz r dr = \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{6(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 V_1 \quad (12)$$

بنابراین، مقدار انرژی جنبشی سیستم (شامل پرتابه و پانل) در بخش اول فاز 1 از رابطه (13) به دست می‌آید:

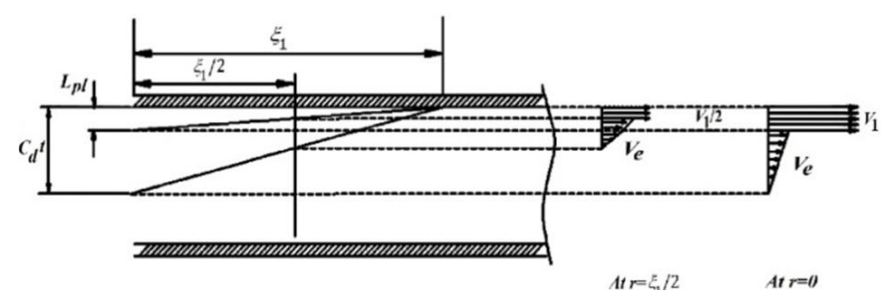
$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_f V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 \quad (13)$$

بنابراین:

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi_1^2 \right) V_1^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi \rho_c L_{pl}}{10(1-\varepsilon_D)} \xi_1^2 \right) V_1^2 \quad (14)$$

که در آن  $V_1$  برابر سرعت لحظه‌ای پرتابه می‌باشد. از طرفی انرژی پتانسیل کل سیستم شامل مجموع انرژی کرنشی الاستیک رویه  $U_I$  و کار پلاستیک انجام شده بر روی هسته  $D_p$  می‌باشد:

$$\Pi = U_I + D_p \quad (15)$$



شکل 2 انتشار امواج الاستیک و پلاستیک در هسته به همراه توزیع سرعت ذرات

هسته [13]

و با توجه به این‌که:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta] \quad (37)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta] \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{4\delta}{\xi_1^2} \cos \theta \sin \theta \log(\frac{r}{\xi_1}) \quad (39)$$

بنابراین، معیار وان مایز برای این حالت چنین خواهد شد:

$$\begin{aligned} & (\frac{Ez}{1-\nu^2})^2 [(\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta])^2 + \\ & (\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta])^2 - \\ & (\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta]) * \\ & (\frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \sin^2 \theta] + \nu \frac{4\delta}{\xi_1^2} [\log(\frac{r}{\xi_1}) + \cos^2 \theta])] + \\ & 3(\frac{Ez}{1-\nu^2})^2 (\frac{4\delta}{\xi_1^2} \cos \theta \sin \theta \log(\frac{r}{\xi_1}))^2 = \sigma_0^2 \end{aligned} \quad (40)$$

با توجه به این‌که بیشینه تنش خمشی در سطح بالایی رویه یا سطح پایینی رویه ( $z = \pm \frac{h}{2}$ ) رخ می‌دهد و با جاگذاری  $r = r_p, \theta = 0$  مقداری از  $\delta$  که منجر به شکست رویه بالایی می‌شود به دست می‌آید.

### 2-3-1-1-3- شکست برشی در هسته

شکست برشی محلی هسته تحت نیروی بحرانی اعمال شده از طرف پرتابه رخ می‌دهد. مقدار بحرانی نیروی برخورد از رابطه (41) به دست می‌آید [13]:

$$P_{cr} = 2\pi r_p (C_e t - \delta) \tau_{cr} \quad (41)$$

در رابطه (41)،  $\tau_{cr}$  استحکام برشی هسته در راستای ضخامت می‌باشد. از طرفی پس از شکست رویه مقدار نیروی انتقالی به هسته از رابطه (42) به دست می‌آید [13]:

$$P_c = \pi r_p^2 (q + \frac{\rho_c V_1^2}{\epsilon_D}) \quad (42)$$

بنابراین، معیار شکست برشی هسته برابر است با:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_D (2(C_e t - \delta) \tau_{cr} - q r_p)}{\rho_c}} \quad (43)$$

### 2-4-1-1-4- فاز 1 بخش دوم: معادله حرکت پرتابه پس از شکست رویه بالایی و شکست برشی هسته

پس از شکست رویه بالایی و هسته، پرتابه به داخل پانل ساندویچی نفوذ می‌کند. در این مرحله فرض می‌شود که نیروی اصطکاک ناچیز بوده و نیروهای اصلی مقاوم در برابر حرکت پرتابه عبارتند از:

الف- نیروهای اینرسی مقاوم

ب- نیروی لهیدگی مقاوم هسته<sup>1</sup>

انرژی جنبشی کل سیستم در این مرحله از رابطه (44) به دست می‌آید:

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 \quad (44)$$

در رابطه (44)،  $V_1$  برابر سرعت لحظه‌ای پرتابه و  $m_c$  جرم بخشی از هسته

$$C_p = \frac{dL_p}{dt} \quad (26)$$

$$\epsilon_D = \frac{\delta}{L_{pl}} \rightarrow L_{pl} = \frac{\delta}{\epsilon_D}, C_p = \frac{V_1}{\epsilon_D} \quad (27)$$

با جاگذاری روابط (27) در معادله دیفرانسیل اصلی یعنی رابطه (25) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & (M_0 + \frac{\pi \rho_f h \xi_1^2}{6} + \frac{\pi \rho_c \delta \xi_1^2}{10(1-\epsilon_D)\epsilon_D}) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \\ & 2\xi_1 \frac{d\xi_1}{dt} (\frac{\pi \rho_f h}{6} + \frac{\pi \rho_c \delta}{10(1-\epsilon_D)\epsilon_D}) \frac{d\delta}{dt} + \\ & \frac{2(26.24)D}{\xi_1^2} \delta + \frac{\pi q \xi_1^2}{3} + \frac{\pi \rho_c \xi_1^2 V_1^2}{10(1-\epsilon_D)\epsilon_D} = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

معادله بقای مومنوم خطی برای سیستم متشکل از پرتابه و هدف عبارت است از رابطه (29):

$$M_0 V_0 = M_0 V_1 + \frac{\pi \rho_f h \xi_1^2}{3} V_1 + \frac{\pi \rho_c \delta \xi_1^2}{6\epsilon_D(1-\epsilon_D)} V_1 \quad (29)$$

در نتیجه:

$$\xi_1^2 = \frac{M_0(V_0 - V_1)}{(\frac{\pi \rho_f h}{3} + \frac{\pi \rho_c \delta}{6\epsilon_D(1-\epsilon_D)}) V_1} \quad (30)$$

از حل همزمان دو معادله دیفرانسیل (28) و (30) با اعمال شرایط اولیه  $\delta(0) = 0, \frac{d\delta}{dt}(0) = V_0$  مقدار  $\xi_1(t)$  و  $\delta(t)$  و مشتق آن‌ها به دست می‌آیند. بدین ترتیب، میزان تغییر شکل محلی، سرعت و شتاب ایجاد شده بر روی رویه بالایی در محل مورد نظر قبل از شکست رویه به دست می‌آیند.

### 2-2-1-2- شکست در رویه بالایی

معیار استفاده شده برای شکست رویه بالایی معیار وان مایز می‌باشد که با توجه به این‌که حالت تنش در رویه را می‌توان تنش صفحه‌ای در نظر گرفت، این معیار به صورت رابطه (31) نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} & (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \\ & 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_0^2 \end{aligned} \quad (31)$$

در نتیجه برای حالت تنش صفحه‌ای می‌شود:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y)^2 + (\sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2) = 2\sigma_0^2 \quad (32)$$

از طرفی روابط تنش - جابجایی در رویه از روابط (33) تا (35) به دست می‌آید.

$$\sigma_x = \frac{Ez}{1-\nu^2} (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \quad (33)$$

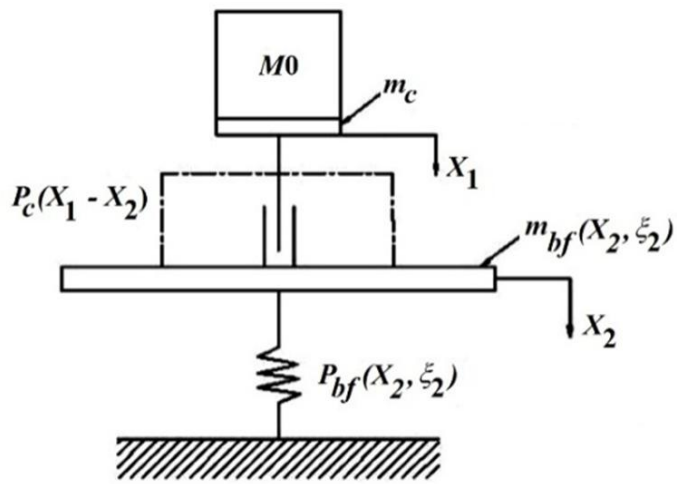
$$\sigma_y = \frac{Ez}{1-\nu^2} (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \quad (34)$$

$$\tau_{xy} = \frac{Ez}{1+\nu} (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}) \quad (35)$$

با جاگذاری روابط (33) تا (35) در معادله (32) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} & (\frac{Ez}{1-\nu^2})^2 [(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 + (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 - \\ & (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2})(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2})] + \\ & 3(\frac{Ez}{1-\nu^2})^2 (\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y})^2 = \sigma_0^2 \end{aligned} \quad (36)$$





شکل 3 پارامترهای مدل فشرده دو درجه آزادی پس از شکست رویه بالایی [13]

که در آن  $V_1$  سرعت لحظه‌ای پرتابه،  $V_2$  سرعت رویه پشتی،  $m_{bf}$  جرم موثر رویه پشتی و  $m_c$  جرم موثر هسته فومی می‌باشد.

انرژی پتانسیل سیستم ( $\Pi$ ) برابر مجموع انرژی لازم برای لهیدگی هسته و انرژی کرنشی خمشی ایجاد شده در رویه پشتی است که مانند مرحله اول محاسبه می‌گردد:

$$\Pi = \pi r_p^2 q (X_1 - X_2) + \frac{26.24D}{\xi_2^2} X_2^2 \quad (49)$$

در معادله (49)،  $q$  برابر مقدار تنش پایای هسته فومی می‌باشد. معادله حرکت این مرحله با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل در معادلات لاگرانژ و انجام عملیات ریاضی مختصر به دست می‌آید:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c L_{pl}}{(1-\epsilon_D)}\right) \frac{d^2 X_1}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c C_p}{(1-\epsilon_D)} V_1 + \pi r_p^2 q = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\pi \rho_f h \xi_2^2}{6} \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \frac{\pi \rho_f h}{6} V_2 (2\xi_2 \frac{d\xi_2}{dt}) + \frac{2(26.24)D}{\xi_2^2} \delta - \pi r_p^2 q = 0 \quad (51)$$

در رابطه (50):

$$L_{pl} = \frac{X_1 - X_2}{\epsilon_D} \quad (52)$$

$$C_p = \frac{V_1}{\epsilon_D} \quad (53)$$

با نوشتن معادله بقای مومنتوم خطی برای پرتابه و هدف در این مرحله خواهیم داشت:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta_{10}}{(1-\epsilon_D)\epsilon_D}\right) V_{10} = \left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1-\epsilon_D)\epsilon_D}\right) V_1 + \frac{\pi \rho_f h}{3} \xi_2^2 V_2 \quad (54)$$

بنابراین:

$$\xi_2^2 = \frac{3}{\pi \rho_f h V_2} \left[ \left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta_{10}}{(1-\epsilon_D)\epsilon_D}\right) V_{10} - \left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c (X_1 - X_2)}{(1-\epsilon_D)\epsilon_D}\right) V_1 \right] \quad (55)$$

روابط (50)، (51) و (54)، سه معادله دیفرانسیل مرتبه دو غیرخطی می‌باشند که با اعمال شرایط اولیه، با استفاده از نرم افزار متمتیکا به صورت یک دستگاه معادله دیفرانسیل حل شده‌اند و مقادیر  $\xi_2(t)$ ،  $X_1(t)$  و  $X_2(t)$  به همراه مشتق آن‌ها به دست می‌آیند. معادلات ذکر شده تا قبل از تشکیل کامل پلاگ هسته معتبرند. شرایط پس از رسیدن موج پلاستیک به صفحه پشتی عبارت است از:

$$H - (X_1 - X_2) = L_{pl} = \frac{X_1 - X_2}{\epsilon_D} \quad (56)$$

است که دچار تغییرشکل پلاستیک شده است.

موج تنش پلاستیک پیشرو در فاصله  $L_{pl}$  در حرکت است و بنابراین مقدار جرم موثر از رابطه (45) به دست می‌آید:

$$m_c = \frac{\pi r_p^2 \rho_c L_{pl}}{(1-\epsilon_D)} \quad (45)$$

از طرفی انرژی پتانسیل کل سیستم برابر با کار پلاستیک انجام شده در هسته می‌باشد:

$$\Pi = \pi r_p^2 q \delta \quad (46)$$

همانند مرحله اول، معادله حرکت فاز 1 بخش دوم با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل و اعمال معادله لاگرانژ به دست می‌آید:

$$\left(M_0 + \frac{\pi r_p^2 \rho_c \delta}{\epsilon_D(1-\epsilon_D)}\right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\pi r_p^2 \rho_c}{\epsilon_D(1-\epsilon_D)} \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 + \pi r_p^2 q = 0 \quad (47)$$

معادله دیفرانسیل حاصله یک معادله دیفرانسیل مرتبه دو غیرخطی است. این معادله با اعمال شرایط اولیه که عبارتست از مقدار جابجایی و سرعت پرتابه در انتهای فاز 1 قسمت اول و با استفاده از نرم افزار متمتیکا<sup>1</sup> حل می‌شود.

## 2-2-2 فاز 2: لهیدگی محلی هسته و تغییر شکل رویه پشتی

فاز دوم زمانی شروع می‌شود که امواج تنش فشاری الاستیک موجود در هسته به طور کامل کل ضخامت رویه پشتی را بپیماید. در این حالت رویه پشتی دچار تغییر شکل و جدایش<sup>2</sup> نسبت به هسته می‌شود. می‌توان برای نشان دادن پاسخ پانل از یک مدل دو درجه آزادی همانند شکل 3 بهره گرفت [13].

در شکل 3،  $X_1$  بیانگر جابجایی پرتابه و جرم موثر هسته و  $X_2$  بیانگر جابجایی رویه پشتی است که در زیر پرتابه قرار گرفته است. همان طور که در شکل 3 نشان داده شده مشخص است جرم‌های موثر هسته و رویه پشتی وابسته به تغییرشکل نسبی  $(X_1 - X_2)$  می‌باشند. همچنین شعاع ناحیه‌ای از رویه پشتی که از هسته در اثر برخورد پرتابه جدا شده است برابر  $\xi_2$  است. در این مرحله، نیروی مقاوم لهیدگی پلاستیک هسته  $P_c(X_1 - X_2)$  و نیروی مقاوم خمشی رویه پشتی  $P_{bf}(X_2, \xi_2)$  می‌باشد.

در نهایت جرم موثر متراکم شده هسته زمانی کامل می‌شود که پیشانی موج تنش پلاستیک در هسته به رویه پشتی برسد. وقتی این اتفاق بیفتد  $X_1 = X_2$  شده و مدل دو درجه آزادی پیشنهاد شده تبدیل به مدل یک درجه آزادی خواهد شد.

## 2-2-2-1 فاز 2 بخش الف: جابجایی پرتابه و تغییرشکل رویه پشتی قبل از

شکل گیری پلاگ هسته

پروفیل‌های تغییرشکل و سرعت رویه پشتی شبیه همان رویه بالایی است که قبلاً آورده شده‌اند. انرژی جنبشی کل سیستم در این مرحله به صورت ذیل است:

$$T = \frac{1}{2} M_0 V_1^2 + \frac{1}{2} m_c V_1^2 + \frac{1}{2} m_{bf} V_2^2$$

$$V_1 = \frac{dX_1}{dt}, V_2 = \frac{dX_2}{dt}$$

$$m_c = \frac{\pi r_p^2 \rho_c L_{pl}}{(1-\epsilon_D)}$$

$$m_{bf} = \frac{\pi \rho_f h}{6} \xi_2^2 \quad (48)$$

1-Mathematica  
2- Debonding

### 2-2-3- شکست رویه پشتی

معیار استفاده شده برای شکست رویه پشتی عینا همان معیار استفاده شده برای رویه بالایی می‌باشد.

### 2-2-3- اطلاعات به دست آمده از مدل تحلیلی

مدل ارائه شده برای تعیین حدبالستیک پانل‌های ساندویچی با رویه‌های فلزی و هسته‌های فومی پلیمری پلی‌اورتانی و فلزی آلومینیومی است، و این در حالی است که در مدل هوفت رویه‌های به کار رفته کامپوزیتی و هسته فومی از جنس PVC می‌باشد. روند تحلیل مدل مشتمل بر حل پیوسته چهار فاز اشاره شده می‌باشد. به این صورت که با حل معادلات دیفرانسیل هر فاز به صورت جداگانه به ترتیب مقادیر جابجایی و سرعت پرتابه، تغییر شکل رویه‌های بالایی و پشتی و نیز فرایند چگالیده شدن هسته فومی به دست می‌آیند. در نهایت در انتهای فاز دوم بخش ب سرعت باقی‌مانده پرتابه پس از نفوذ کامل در پانل به دست می‌آید.

### 3- آزمایش تجربی به منظور تأیید صحت مدل ارائه شده

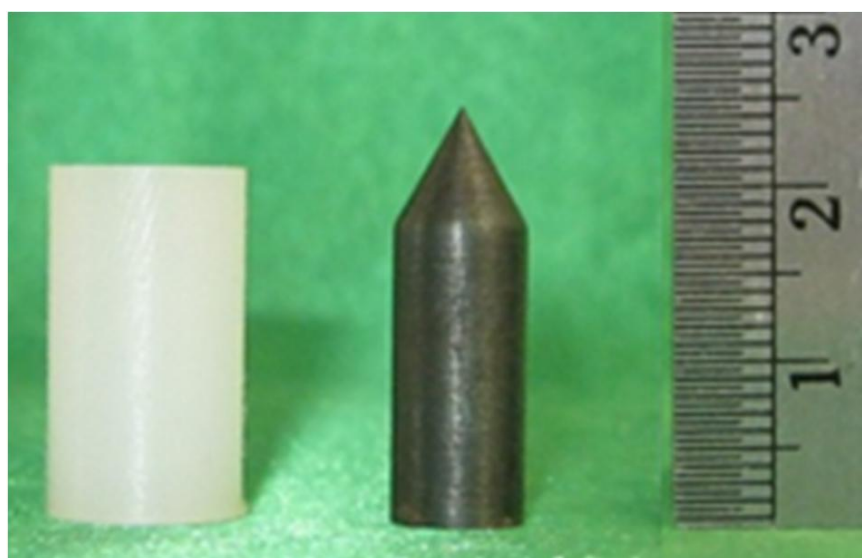
به منظور تأیید صحت مدل تحلیلی ارائه شده، در این بخش از نتایج آزمایش‌های تجربی محققان دیگر استفاده شده‌است. آزمایش‌های تجربی مربوط به پانل‌هایی با رویه‌های آلومینیومی و هسته‌های مختلف فوم پلیمری و فلزی می‌باشند. در این بخش، جزئیات مربوط به آزمایش‌های تجربی به اختصار آورده شده‌است.

### 3-1- مشخصات پرتابه و هدف با هسته فوم پلیمری [14]

پرتابه‌های مورد استفاده در آزمون‌های تجربی نفوذ از جنس فولادی تهیه و به منظور محقق ساختن فرض صلب بودن پرتابه تا 52 راکول سخت‌کاری شدند. پرتابه دارای دماغه سر مخروطی، جرم 7/92 گرم، طول 24/6 و قطر 8 میلی‌متر می‌باشد (شکل 4). در جدول 1 مشخصات مکانیکی پرتابه‌ها آورده شده‌است.

رویه‌های آلومینیومی برای نمونه‌های ساندویچی از سری 5005-H16 می‌باشند و منحنی تنش- کرنش مربوط به آن‌ها به صورت شکل 5 می‌باشد. مشخصات مکانیکی و آنالیز عناصر به کار رفته در رویه‌های آلومینیومی در جدول‌های 2 و 3 ارائه شده‌اند.

فوم پلیمری استفاده شده از جنس فوم پلی‌یورتان با چگالی نسبی 20 درصد می‌باشد. منحنی نیرو- جابجایی حاصل از آزمایش فشار تک محوری فوم پلی‌یورتان در شکل 6 نشان داده شده و خصوصیات مکانیکی آن در جدول 4 آورده شده‌است.



شکل 4 شکل پرتابه و غلاف مورد استفاده در آزمایش [14]

عبارت سمت چپ معادله اخیر برابر ضخامت لحظه‌ای هسته حین نفوذ است، در حالی که عبارت سمت راست طول لحظه‌ای ناحیه پلاستیک را نشان می‌دهد.

### 2-2-2- فاز 2 بخش ب: جابجایی پرتابه و رویه پشتی پس از شکل‌گیری پلاگ هسته

فرض می‌شود در این مرحله هیچ حرکت نسبی بین پرتابه و پلاگ اضافه شده به آن و رویه پشتی پانل وجود ندارد. انرژی جنبشی کل سیستم از رابطه (57) به دست می‌آید.

$$T = \frac{1}{2}(M_0 + m_p)V_2^2 + \frac{1}{2}m_{bf}V_2^2 \quad (57)$$

که در آن  $V_2 = \frac{dX_2}{dt}$  سرعت رویه پشتی،  $m_{bf} = \frac{\pi\rho_f h}{6}\xi_2^2$  جرم موثر رویه پشتی و  $m_p = \pi r_p^2 \rho_c H$  جرم پلاگ فوم می‌باشند.

انرژی پتانسیل سیستم صرفاً برابر انرژی کرنشی خمشی ایجاد شده در رویه پشتی می‌باشد که همانند رویه بالایی از رابطه (15) به دست آمده و به صورت رابطه (58) ارائه می‌گردد:

$$\Pi = \frac{26.24D}{\xi_2^2} X_2^2 \quad (58)$$

با جاگذاری عبارات انرژی جنبشی و پتانسیل به دست آمده از روابط (57) و (58) در معادله (23) و انجام عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$\left(M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h \xi_2^2}{6}\right) \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \frac{\pi\rho_f h}{6} V_2 (2\xi_2 \frac{d\xi_2}{dt}) + \frac{2(26.24)D}{\xi_2^2} X_2 = 0 \quad (59)$$

با نوشتن معادله بقای مومنتوم خطی برای پرتابه و هدف در این مرحله خواهیم داشت:

$$(M_0 + m_p)V_{11a} + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_{11a}^2 V_{21a} = (M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_2^2)V_2 \quad (60)$$

بنابراین:

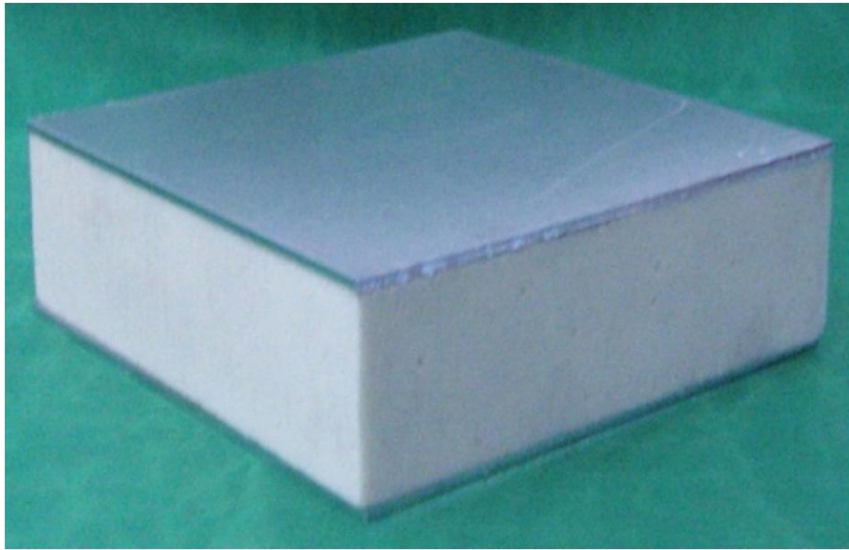
$$\xi_2^2 = \frac{3}{\pi\rho_f h V_2} [(M_0 + m_p)V_{11a} + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_{11a}^2 V_{21a} - (M_0 + m_p)V_2] \quad (61)$$

در معادله (61)،  $V_{11a}$  و  $V_{21a}$  به ترتیب، سرعت‌های نهایی پرتابه و رویه پشتی،  $\xi_{11a}$  نیز شعاع ناحیه جدایش رویه پشتی در انتهای فاز 2 بخش الف می‌باشند.

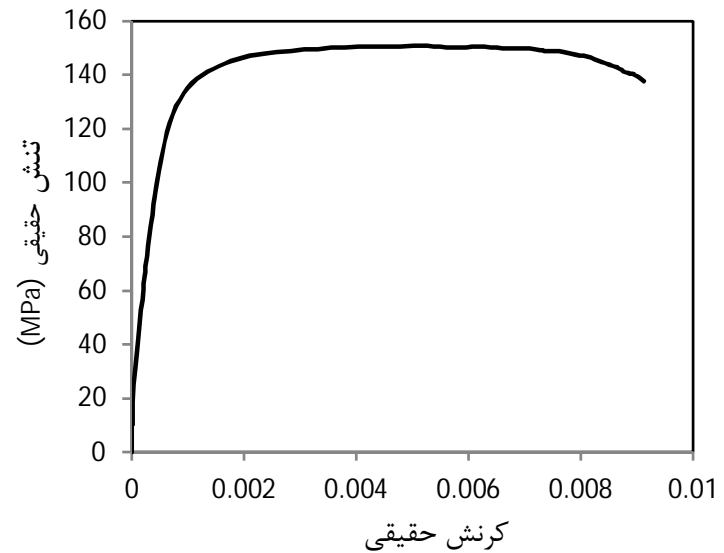
از حل هم‌زمان معادله‌های (59) و (61) و با اعمال شرایط اولیه، پارامترهایی مانند سرعت باقی‌مانده پرتابه و مقدار ناحیه جدایش رویه پشتی به دست می‌آیند. شرایط اولیه در این مرحله بدین صورت است که تغییر شکل اولیه برای  $X_2$  از انتهای فاز 2 بخش الف به دست آمده در حالی که سرعت اولیه  $V_{21b}$  از انتقال آنی مومنتوم به صورت معادله (63) جاگذاری شده - است.

$$(M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_{11a}^2)V_{21b} = (M_0 + m_p)V_{11a} + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_{11a}^2 V_{21a} \quad (62)$$

$$V_{21b} = \frac{[(M_0 + m_p)V_{11a} + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_{11a}^2 V_{21a}]}{(M_0 + m_p + \frac{\pi\rho_f h}{3}\xi_{11a}^2)} \quad (63)$$



شکل 7 نمایی از نمونه‌های ساندویچی با رویه آلومینیومی و هسته فوم [14]



شکل 5 منحنی تنش-کرنش کششی ورق آلومینیومی Al-5005-H16 [14]

3-2- مشخصات پرتابه و هدف با هسته فوم فلزی [10]  
به منظور بررسی بیشتر روش تحلیلی ارائه شده، در این بخش به مقایسه نتایج تحلیلی به‌دست آمده برای پانل ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی و هسته از جنس فوم فلزی آلومینیوم با نتایج تجربی و عددی مربوط به مقاله ضیاء شماری و همکارانش [10] پرداخته شد.

در مرجع [10] پرتابه‌های مورد استفاده در آزمون‌های تجربی نفوذ از جنس فولاد با سختی بالا می‌باشد. پرتابه‌ها دارای جرم 12/2 گرم، طول 20 و قطر 10 میلی‌متر می‌باشند. رویه‌های آلومینیومی برای نمونه‌های ساندویچی از سری 1100-H14 با ضخامت ثابت 1mm در نظر گرفته شده‌اند. همچنین فوم فلزی استفاده شده از جنس آلومینیوم و با نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد می‌باشد. در جدول‌های 5 و 6 به ترتیب، خصوصیات مکانیکی ورق و فوم آلومینیومی آورده شده است.

#### 4- نتایج و بحث

در این بخش نتایج به‌دست آمده از مدل تحلیلی ارائه شده با نتایج تجربی دیگر محققان [14، 10] مقایسه شده است.

4-1- بررسی نتایج سازه‌های ساندویچی دارای هسته فوم پلی‌یورتان  
با حل معادلات مربوط به مراحل چهارگانه روش تحلیلی ارائه شده، نتایج پانل ساندویچی با هسته فوم پلی‌یورتان به‌دست آمد. در جدول 7 مقایسه نتایج حاصل از روش تحلیلی و تجربی برای نسبت چگالی 20 درصد هسته آورده شده است.

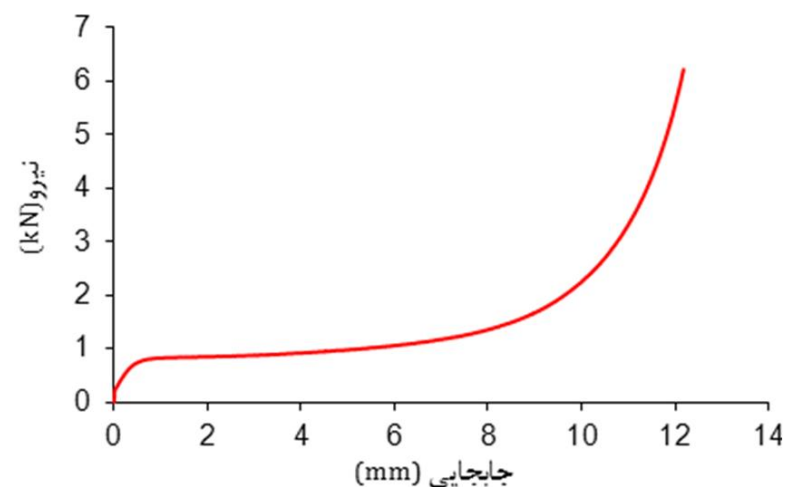
#### 4-2- بررسی نتایج پانل‌های ساندویچی دارای هسته فوم فلزی

در این بخش، به منظور بررسی بیشتر روش تحلیلی ارائه شده، نتایج تحلیلی به‌دست آمده برای پانل ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی به ضخامت 1 میلی‌متر و هسته از جنس فوم آلومینیومی با نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد با داده‌های تجربی مرجع [10]، مقایسه شده است.

نتایج مقایسه‌ای در جدول 8 آورده شده است. همان‌طور که مشخص است روش تحلیلی ارائه شده برای این‌گونه پانل‌ها نیز نتایج قابل قبولی را پیش‌بینی می‌نماید.

جدول 5 مشخصات مکانیکی ورق آلومینیومی [10]

تنش تسلیم (MPa)	تنش نهایی (MPa)	ضریب پواسون	مدول الاستیسیته (GPa)	ضخامت چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	نوع ماده
124	117	0/3	70	2700	آلومینیوم (1100H14)



شکل 6 منحنی نیرو-جابجایی فوم پلی‌یورتان با نسبت چگالی 20 درصد [14]

جدول 1 خصوصیات مکانیکی پرتابه‌ی فولادی [14]

مقادیر	خصوصیات
7860	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )
210	مدول الاستیسیته (GPa)
0/3	ضریب پواسون

جدول 2 مشخصات مکانیکی ورق آلومینیومی [14]

نوع ماده	ضخامت (mm)	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسون	تنش تسلیم (MPa)	تنش کششی کرنش شکست نهایی (MPa)
آلومینیوم (5005H16)	1/5	2700	70/04	0/3	124/05	151/36

جدول 3 آنالیز عناصر به‌کار رفته در ورق آلومینیومی [14]

نوع ماده	Al	Other	Cr	Zn	Mg	Mn	Cu	Si	Fe
آلومینیوم (5005H16)	Remain	0/05	0/1	0/2	0/7	-1/1	0/15	0/05	0/45

جدول 4 خواص مکانیکی فوم‌های مورد استفاده در هسته [14]

چگالی فوم (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (MPa)	ضریب پواسون	تنش پایا (MPa)	کرنش تراکمی
248	102	0/33	5/05	0/63
360	162	0/33	7/74	0/59
600	370	0/33	17/7	0/55

در نهایت پانل ساندویچی نوع اول شامل دو رویه آلومینیومی و هسته فوم پلی‌یورتان در ابعاد 100×100 میلی‌متر مربع، جرم کل 212 گرم گزارش شده‌است. رویه‌ها با ضخامت 1/5 میلی‌متر و هسته فوم با چگالی 248 kg/m<sup>3</sup> و ضخامت 50 میلی‌متر می‌باشد. در شکل 7 نمایی از یک نمونه پانل مورد آزمایش نشان داده شده است.



تجربی دیگر محققین مقایسه شد.

همان‌طور که در بخش بررسی نتایج اشاره شد روش تحلیلی ارائه شده دقت قابل قبولی در تعیین سرعت باقی‌مانده پانل‌هایی با هسته فوم پلیمری و فلزی و با نسبت چگالی‌های مختلف دارا می‌باشد به طوری که میانگین درصد اختلاف سرعت باقی‌مانده نتایج تجربی و تحلیلی در پانل‌هایی با هسته فوم فلزی حدود 7 درصد و برای پانل‌هایی با هسته فوم پلیمری حدود 2/48 درصد می‌باشد.

همچنین در مورد اختلاف اندک در نتایج تجربی و تحلیلی می‌توان اظهار داشت که اولاً در نظر نگرفتن نیروی اصطکاک ایجاد شده حین نفوذ به دلیل پیچیده بودن اندازه‌گیری آن و فرض کم اهمیت بودن نیروی اصطکاک در مقابل نیروهای مقاوم اینرسی و له‌شدگی هسته و ثانیاً در نظر نگرفتن اثرات نرخ کرنش بر روی خواص مواد در مدل تحلیلی حاضر منجر به این اختلاف اندک خواهد شد. و در نهایت مشخص شد که چگالی هسته فومی پارامتر مهمی در تعیین سرعت باقی‌مانده پرتابه در برخورد با پانل ساندویچی می‌باشد به طوری که افزایش چگالی منجر به کاهش آن می‌گردد.

### 6- فهرست علائم

$E_c$	مدول الاستیک هسته (فوم) (MPa)
$E_f$	مدول الاستیک رویه (MPa)
$h$	ضخامت رویه (m)
$H$	ضخامت هسته (m)
$L_{pl}$	طول موج پلاستیک (m)
$M_0$	جرم پرتابه (kg)
$q$	تنش پایای فوم (MPa)
$R$	شعاع پرتابه (m)
$V_0$	سرعت اولیه پرتابه ( $ms^{-1}$ )

### علائم یونانی

$\epsilon_D$	کرنش چگالش فوم
$\nu_c$	ضریب پواسان هسته (فوم)
$\nu_f$	ضریب پواسان رویه
$\pi$	عددی
$\rho_c$	چگالی فوم ( $kgm^{-3}$ )
$\rho_f$	چگالی رویه ( $kgm^{-3}$ )

### 7- مراجع

- [1] M. F. Ashby, *Metal foams: a design guide*, Butterworth-Heinemann, 2000.
- [2] M. S. Hoo Fatt, K. S. Park, "Perforation of Honeycomb Sandwich Plates by Projectiles", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 31, pp. 889-899, 2000.
- [3] C. Lin, M. S. Hoo Fatt, Perforation of sandwich panels with honeycomb cores by hemispherical nose projectiles, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, No. 2, pp. 133-172, 2005.
- [4] J. Kepler, "Impact Penetration of Sandwich Panels at Different Velocities an Experimental Parameter Study: Part I - Parameters and Results", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 6, No. 5, pp. 357-374, 2004.
- [5] J. Kepler, Impact penetration of sandwich panels at different velocities—an experimental parameter study: Part II—interpretation of results and modeling, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 6, No. 5, pp. 379-397, 2004.
- [6] S. Feli, M. Namdari Pour, An analytical model for composite sandwich panels with honeycomb core subjected to high-velocity impact, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 5, pp. 2439-2447, 2012.
- [7] H. Zhao, I. Elnasri, Y. Girard, Perforation of aluminium foam core sandwich panels under impact loading—An experimental study, *International journal of impact engineering*, Vol. 34, No. 7, pp. 1246-1257, 2007.

### جدول 6 خواص مکانیکی فوم‌های مورد استفاده در هسته [10]

نسبت چگالی (%)	مدول الاستیسیته (MPa)	ضریب پواسون	تنش پایا (MPa)	کرنش تراکمی
14	1100	0/3	1/5	0/45
20	1500	0/3	3/8	0/5
27	1800	0/3	5/4	0/52

### جدول 7 مقایسه نتایج تحلیلی مدل ارائه شده با نتایج تجربی [14] (نمونه ساندویچی با هسته فوم پلی‌یورتان)

سرعت اولیه (m/s)	سرعت پس‌ماند تجربی [14] (m/s)	سرعت پس‌ماند تحلیلی (m/s)	درصد اختلاف
245	161/8	161/95	0/09
236	150	150/19	0/12
213	118	123/75	4/87
196	86/6	95/15	9/8
172	0	0	0
170	0	0	0

### جدول 8 مقایسه نتایج تحلیلی مدل ارائه شده با داده‌های تجربی مرجع [10] (نمونه ساندویچی با هسته فوم فلزی و نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد)

نسبت چگالی (%)	ضخامت هسته (mm)	سرعت اولیه (m/s)	سرعت پس‌ماند تجربی [10] (m/s)	سرعت پس‌ماند تحلیلی (m/s)	درصد اختلاف
14	20	152	110	116/37	5/79
20	20	151	93	106/05	14/03
27	20	150	0	0	0

همچنین با بررسی نتایج تجربی و تحلیلی به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با تغییر چگالی هسته فوم آلومینیوم، اولاً همخوانی بسیار خوبی بین نتایج تجربی و تحلیلی برقرار است و ثانیاً با افزایش چگالی فوم آلومینیومی، سرعت باقی‌مانده پرتابه نیز کاهش می‌یابد. در واقع با کاهش چگالی فوم میزان تخلخل آن افزایش می‌یابد و از طرف دیگر با افزایش میزان تخلخل در فوم-های فلزی، استحکام کششی و فشاری آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

بر اساس نتایج آزمایش‌های انجام شده، استحکام کششی و فشاری فوم آلومینیومی با میزان تخلخل آن نسبت عکس دارد. دلیل کاهش قابل توجه استحکام در تخلخل‌های بالا این است که در این حالت حباب‌های کروی شکل به صورت چندوجهی درآمده و در نتیجه باعث تمرکز تنش در عیوب موجود در دیواره سلول‌ها می‌شود. در واقع پارامتر تنش پایای فوم با افزایش چگالی فوم، افزایش یافته و منجر به افزایش سطح زیر منحنی تنش - کرنش و در نتیجه کاهش سرعت باقی‌مانده پرتابه و افزایش جذب انرژی فوم می‌شود اما ادامه این روند منجر به کاهش سطح زیر منحنی شده و به این ترتیب سرعت باقی‌مانده در فوم افزایش می‌یابد و دلیل این رفتار فوم را می‌توان در سوق پیدا کردن رفتار آن به سمت رفتار مواد صلب و کاهش کمتر میزان اتلاف انرژی تغییر شکل دانست.

### 5- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با انجام اصلاحاتی بر روی مدل تحلیلی ارائه شده توسط هوفت و همکارانش، بررسی تحلیلی ضربه سرعت بالا بر روی پانل‌های ساندویچی با رویه‌های فلزی و هسته فوم انجام شد. بدین منظور مقاومت بالستیکی پانل-های ساندویچی ساخته شده از رویه‌های آلومینیومی Al-5005H16 و Al1100-H14 با هسته‌های فوم پلی‌یورتانی و فوم آلومینیومی با نسبت چگالی‌های 14، 20 و 27 درصد، به صورت تحلیلی بدست آمد و با نتایج



- [12] S. Feli, S. Jafari, Analytical Investigation of Perforation of Aluminum-foam Sandwich Panels under Ballistic Impact, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 6, pp. 52-59, 2013. (In Persian)
- [13] M. S. Hoo Fatt, D. Sirivolu, A wave propagation model for the high velocity impact response of a composite sandwich panel, *International journal of impact engineering*, Vol. 37, No. 2, pp. 117-130, 2010.
- [14] H. Ranjbar Zadeh, *Experimental study of ballistic resistance of sandwich panels with composite core*, MS Thesis, Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Takestan, 2014. (In Persian)
- [15] C. Lin, M. S. Hoo Fatt, Perforation of sandwich panels with honeycomb cores by hemispherical nose projectiles, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, No. 2, pp. 133-172, 2005.
- [16] S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*, McGraw-hill New York, 1959.
- [8] A. Hanssen, Y. Girard, L. Olovsson, T. Berstad, M. Langseth, A numerical model for bird strike of aluminium foam-based sandwich panels, *International journal of impact engineering*, Vol. 32, No. 7, pp. 1127-1144, 2006.
- [9] W. Hou, F. Zhu, G. Lu, D.-N. Fang, Ballistic impact experiments of metallic sandwich panels with aluminium foam core, *International journal of impact engineering*, Vol. 37, No. 10, pp. 1045-1055, 2010.
- [10] M. S. Ziya, H. Khoda Rahmi, K. Vahedi, M. H. Pol, Experimental and Numerical Investigation of a Blunt Rigid Projectile Penetrating into a Sandwich Panel Having Aluminum Foam Core, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 1-13, 2013. (In Persian)
- [11] M. S. Ziya, M. H. Pol, H. Khoda Rahmi, Experimental Investigation of Ballistic Properties of Aluminum Foam Structure, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 22-27, 2013. (In Persian)