



## مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی دی اکسید کربن فوق بحرانی در لوله عمودی با استفاده از معادله حالت چند پارامتری اسپن و وگنر

شهرزاد امیدوار اوغانی<sup>1\*</sup>، علیرضا تیمورتاش<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد،

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد،

\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، teymourtash@um.ac.ir

### چکیده

سیال فوق بحرانی به دلیل دارا بودن خصوصیات منحصر به فرد سال هاست که در برخی از صنایع به منظور افزایش کارایی فرآیندها جایگزین سیال غیر بحرانی شده و از زمان شناختش مورد مطالعات آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی متعددی قرار گرفته است. در این پژوهش فرآیند انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام بین لوله داغ دما ثابت عمودی و دی اکسید کربن فوق بحرانی به طور عددی شبیه سازی شده است. مدل سازی این فرآیند به صورت دوبعدی شبه گذرا و با استفاده از روش حجم محدود انجام گرفته است. هدف اصلی پژوهش بررسی اثر تغییرات خواص سیال فوق بحرانی نزدیک دمای شبه بحرانی آن بر میدان سرعت و دمای سیال در انتقال حرارت جابجایی طبیعی و در نهایت تأثیر این تغییرات بر میزان کل انتقال حرارت صورت گرفته به سیال نسبت به حالت غیر بحرانی است. مدل سازی فرآیند انتقال حرارت بین دماهای 305 تا 312 کلون و فشارهای 7.5 تا 9 مگا پاسکال انجام شده است. در این تحقیق به منظور محاسبه ی خواص دی اکسید کربن در شرایط مختلف برای اولین بار از معادله حالت چند پارامتری اسپن و وگنر برحسب انرژی هلمهولتز به طور مستقیم استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان دهنده افزایش نرخ انتقال حرارت جابجایی آزاد به دی اکسید کربن در حالت فوق بحرانی نسبت به فرض گاز ایده آل تا 160% در نزدیکی نقطه شبه بحرانی و در دیگر نقاط افزایش تا 118% است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 26 تیر 1395  
پذیرش: 10 مهر 1395  
ارائه در سایت: 05 آبان 1395  
کلید واژگان:  
سیال فوق بحرانی  
جابجایی طبیعی  
لوله ی عمودی  
روش حجم محدود  
عدد ناسلت

## Numerical study of natural convection heat transfer to supercritical carbon dioxide in a vertical tube using Span and Wagner multi-parameter equation of state

Shahrouz Omidvar Oghani, Alireza Teymourtash\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, teymourtash@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 July 2016  
Accepted 01 October 2016  
Available Online 26 October 2016

### Keywords:

Supercritical Fluid  
Natural Convection  
Vertical Tube  
Finite Volume  
Nusselt Number

### ABSTRACT

Supercritical fluids have substituted non-super critical fluids in some areas of industry because of their unique characteristics and have been the subject of numerous experimental, numerical and analytic studies since their discovery. In this study laminar natural convection between a hot vertical tube with constant temperature and supercritical carbon dioxide with uniform temperature at inlet is simulated by utilizing a numerical model. The simulation is a two-dimensional, pseudo-transient numerical model based on finite volume method. The main objective of this study is to investigate and analyze the effect of severe property variations of supercritical carbon dioxide on the flow and temperature field of natural convection that ultimately affect heat transfer rates with respect to non-critical natural convection. Numerical simulations have been carried out for temperature and pressure ranges of 305K to 312K and 7.5MPa to 9MPa respectively. Span and Wagner's multi-parameter equation of state have been used directly to determine carbon dioxide properties around pseudo critical temperature for the first time. Results indicate an increased rate of total heat transfer up to 160% near pseudo-critical temperature and 118% in other temperatures for supercritical natural convection with respect to ideal gas assumption.

### 1- مقدمه

منحصر به فرد دیگر آن ها تغییرات سریع خواص در نزدیکی دمای شبه بحرانی در ازای تغییرات کوچک دما است [3]؛ که موجب می شود خواص سیال فوق بحرانی برای فرآیندهای مختلف با کنترل دما قابل تنظیم باشند. در بین سیالات فوق بحرانی، دی اکسید کربن به دلیل در دسترس بودن، هزینه کم، دمای بحرانی پایین، غیر سمی و غیر قابل اشتعال بودن از پرکاربردترین سیالات فوق بحرانی است.

سیالات فوق بحرانی در صنایع غذایی، دارویی، انرژی، پلیمر و پلاستیک، شیمیایی، تبرید، آرایشی-بهداشتی و مواد مورد استفاده قرار می گیرند و چند دهه است که به طور گسترده مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته اند [2,1]. این سیالات خواصی منتخب از بین خواص گاز و مایع را دارند؛ به عنوان مثال می توان به حلالیت بالا برخلاف ویسکوزیته پایین اشاره داشت. خصوصیت

Please cite this article using:

Sh. Omidvar Oghani, A. Teymourtash, Numerical study of natural convection heat transfer to supercritical carbon dioxide in a vertical tube using Span and Wagner multi-parameter equation of state, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 69-80, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نماید:

عمودی با دیواره‌ی دما ثابت ( $T_w$ ) می‌باشد که در شکل 1 به همراه دستگاه مختصات استفاده شده و یکی از حجم‌های کنترلی (یا هاشور) ترسیم شده است. هندسه مسئله دارای تقارن محوری است و نسبت طول لوله به قطر آن به مقدار کافی بزرگ در نظر گرفته شده است ( $L/D \geq 30$ ).

جریان آرام و پایا برای یک سیال نیوتنی و تراکم ناپذیر با خواص متغیر فرض شده است. تغییرات شدید خواص در دمای شبه بحرانی حل عددی پایا مسئله در نزدیکی این دما را ناپایدار می‌کند؛ به جهت رفع این مشکل و افزایش پایداری حل عددی از روش شبه-ناپایا<sup>4</sup> استفاده شده است. بقای جرم، مومنوم و انرژی معادلات حاکم بر مسئله هستند که به ترتیب در روابط (1) تا (3) نوشته شده‌اند.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + (\vec{u} \cdot \nabla) \rho \vec{u} = -\nabla p + \nabla (\mu \nabla \cdot \vec{u}) - \rho \vec{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + (\vec{u} \cdot \nabla) \rho h = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (3)$$

در روابط بالا  $\vec{u}$  بردار سرعت و  $h$  آنتالپی سیال هستند. خواص سیال از جمله ویسکوزیته ( $\mu$ )، ضریب رسانش هدایتی ( $k$ )، چگالی ( $\rho$ ) و آنتالپی به دما و فشار بستگی دارند و نحوه محاسبه‌ی آن‌ها در ادامه ذکر شده است. عدد رایلی تغییر یافته ( $Ra^*$ )، ناسلت متوسط ( $Nu_{ave}$ )، ناسلت محلی ( $Nu_y$ ) و دمای شبه کاهش یافته از پارامترهای مهم این مسئله هستند؛ که در روابط (4) تا (7) بر اساس مقدار خواص بر روی دیوار لوله تعریف شده‌اند [12].

$$Ra^* = \frac{R C_p R^3 g \rho_w^2 \beta (T_w - T_{in})}{L \mu_w k_w} \quad (4)$$

$$Nu_{ave} = \left( \frac{q}{T_w - T_{in}} \right) \frac{D}{k_w} \quad (5)$$

$$Nu_y = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_y \frac{D}{k_w} \quad (6)$$

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} \quad (7)$$

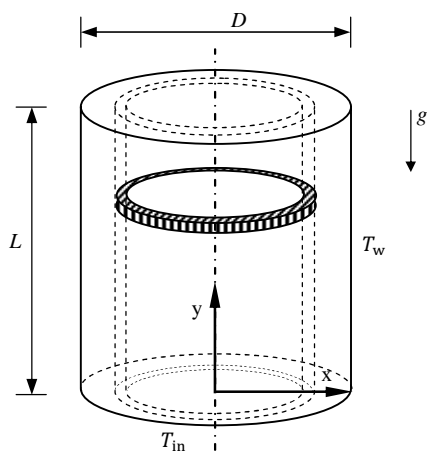


Fig. 1 Problem geometry and utilized control volume

شکل 1 هندسه مسئله و حجم کنترلی استفاده شده

ضرورت مطالعه فرآیند جابجایی طبیعی از مشاهده آن در زمینه‌های مختلف صنعت از جمله فرآیند تولید اسانس، خنک کاری قطعات الکترونیکی، تبرید، مبدل‌های حرارتی و سیستم‌های زمین‌گرمایی است؛ به همین منظور انتقال حرارت جابجایی در سیالات فوق بحرانی از دهه شصت میلادی تاکنون به‌منظور افزایش بازده فرایند انتقال حرارت جابجایی مورد تحقیق و مطالعه قرار گرفته است [4-6].

وی و همکاران انتقال حرارت جابجایی آزاد و آرام از یک ذره‌ی کروی به آب فوق بحرانی را به‌طور عددی شبیه‌سازی کرده‌اند. در این تحقیق از دو مدل برای شبیه‌سازی استفاده شده است؛ مدل بوزینسک<sup>1</sup> با خواص ثابت و مدل واقعی که در آن تمام خواص متغیر هستند و معادله انرژی برحسب آنتالپی نوشته شده است. نتایج به‌دست آمده از این شبیه‌سازی نشان می‌دهند که مدل واقعی نسبت به مدل بوزینسک نتایج بهتری ارائه می‌دهد [7].

تیمورتاش و ورکیانی انتقال حرارت جابجایی آزاد به دی‌اکسید کربن و بوتان فوق بحرانی از یک صفحه عمودی را شبیه‌سازی کرده‌اند. برای محاسبه خواص سیال از معادله حالت وندروالس<sup>2</sup> استفاده و ضریب انبساط پذیری برحسب تابعی از دما، فشار، ثابت‌های وندروالس و ضریب تراکم‌پذیری تعریف شده است. این مطالعه علاوه بر افزایش انتقال حرارت در حالت فوق بحرانی، نشان می‌دهد که تغییرات دمای دیواره با شیب مثبت و مثبت باعث افزایش بیشتر انتقال حرارت و شیب منفی باعث کاهش آن می‌شود [8,9].

تیمورتاش و همکاران انتقال حرارت جابجایی آزاد به دی‌اکسید کربن و آب فوق بحرانی از صفحه‌ی عمودی با شار گرمایی ثابت را مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این شبیه‌سازی ضریب انبساط حجمی سیال با استفاده از معادله حالت ردلیش-وانگ<sup>3</sup> به‌صورت تابعی از دما، فشار و ضریب تراکم‌پذیری بیان شده که نسبت معادله حالت وندروالس دقیق‌تر است. مطالعات انجام شده علاوه بر بهبود انتقال حرارت در حالت فوق بحرانی نشان‌دهنده افزایش انتقال حرارت از دیواره تحت شار گرمایی با شیب مثبت ثابت و کاهش آن تحت شار گرمایی با شیب منفی است [10].

تیمورتاش و نوری فرد انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال فوق بحرانی را در کانال عمودی دما ثابت با بهره‌گیری از معادله حالت ردلیش-وانگ شبیه‌سازی کرده‌اند و گزارش شده است که ضریب انتقال حرارت در حالت فوق بحرانی نسبت به گاز ایده آل افزایش قابل‌توجهی دارد. بررسی اثرات تغییرات دما و فشار بر ضریب انتقال حرارت، نشان داده که تغییرات فشار نسبت به تغییرات دما بر ضریب انتقال حرارت تأثیر کمتری می‌گذارد [11].

در این تحقیق برخلاف تحقیقات دیگر شبیه‌سازی در دمای شبه بحرانی انجام گرفته است. ابتدا به بررسی تغییرات خواص سیال دی‌اکسید کربن در دمای شبه بحرانی آن و سپس تأثیر این تغییرات بر میدان سرعت و دمای سیال در انتقال حرارت جابجایی آزاد از یک لوله داغ عمودی به دی‌اکسید کربن در جوار دمای شبه بحرانی و در نهایت به برآورد کل انتقال حرارت صورت گرفته در مقایسه با حالت فرض گاز ایده آل پرداخته شده است؛ در این ارتباط خواص دی‌اکسید کربن در حالات مختلف و نزدیک به نقطه بحرانی برای اولین بار به‌طور مستقیم توسط معادلات حالت چند پارامتری اسپین و وگنر محاسبه شده‌اند.

## 2- معادلات حاکم

هندسه‌ای که معادلات حاکم بر این پدیده در آن حل شده است، یک لوله‌ی

<sup>1</sup> Boussinesq

<sup>2</sup> Van der Waals

<sup>3</sup> Redlich-Kwong

<sup>4</sup> Pseudo-transient

### 2-3- شرط مرزی خروجی

در خروجی میدان جریان و دمای توسعه یافته فرض شده اند. در رابطه (9) شرط مرزی خروجی مرتبط با توسعه یافتگی قابل مشاهده است.

$$\begin{cases} u(x, L) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y}(x, L) = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial y}(x, L) = 0 \\ p(x, L) = p_{stag} \end{cases} \quad (9)$$

### 3-3- شرط مرزی دیواره لوله

طبق رابطه (10) روی دیواره لوله شرط مرزی عدم لغزش و دمای ثابت در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} u(R, y) = 0 \\ v(R, y) = 0 \\ T(R, y) = T_w \end{cases} \quad (10)$$

### 4-3- شرط مرزی تقارن محوری

شرط مرزی اعمال شده برای مرکز لوله بر اساس تقارن محوری هندسه، در رابطه (11) ارائه شده است.

$$\begin{cases} u(0, y) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x}(0, y) = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0, y) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

### 4- خواص دی اکسید کربن فوق بحرانی

در این شبیه سازی دی اکسید کربن به عنوان سیال فوق بحرانی انتخاب شده است. این سیال به دلیل فشار و دمای بحرانی نسبتاً پایین، قابل دسترسی بودن، غیر سمی و غیر قابل اشتعال بودن در فرآیندهای صنعتی بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. در جدول 1 دما و فشار بحرانی چند سیال قابل مشاهده است.

#### 1-4- معادله حالت

معادلات حالت مکعبی (وندروالس، ردلیش-وانگ و ...) در همسایگی دمای شبه بحرانی دقت کافی ندارند [15]؛ از آنجاکه هدف این تحقیق شبیه سازی جابجایی طبیعی در دمای شبه بحرانی سیال است، استفاده از معادلات حالت مکعبی میسر نیست؛ در نتیجه برای محاسبه خواص ترمودینامیکی دی اکسید کربن فوق بحرانی از معادله حالت چند پارامتری<sup>8</sup> اسپن و وگنر استفاده شده است [16].

جدول 1 دما و فشار بحرانی چند سیال

سیال	فشار بحرانی (MPa)	دمای بحرانی (K)
آب	22.06	647.1
دی اکسید کربن	7.38	304.1
متان	4.60	190.4
اتان	4.87	305.3
متانول	8.09	512.6
آمونیاک	11.35	405.5

<sup>8</sup> Multi-parameter equation of state

معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از روش حجم محدود تفاضلی شده اند که در آن برای جداسازی جملات جابجایی<sup>1</sup> از روش ترکیبی درجه دوم<sup>2</sup> استفاده شده است؛ در این روش بر اساس عدد پکلت از روش مرکزی<sup>3</sup>، کوئیک<sup>4</sup> یا بالادست درجه دوم<sup>5</sup> استفاده می شود [13] و برای ارتباط بین میدان فشار و سرعت الگوریتم پیرو<sup>6</sup> به کار گرفته شده است. به جهت حل معادلات تفاضلی حاصل شده، با استفاده از زبان برنامه نویسی فرترن<sup>7</sup> 95 برنامه ای برای پیاده سازی الگوریتمها و محاسبات معادله حالت، تدوین و استفاده شده است.

حوزه حل با توجه به شکل 2 به حلقه های هم مرکز تقسیم و شبکه بندی شده است و به منظور افزایش دقت نتایج، شبکه بندی در ناحیه هایی با تغییرات بزرگ ریزتر می باشد؛ یعنی در ناحیه ورودی و نزدیکی دیوارها ضخامت حجم های کنترلی از بالادست و مرکز جریان کمتر است. شبکه استفاده شده برای حل عددی در شکل 2 رسم شده است و در آن انقباض شبکه در راستای شعاعی مشاهده می شود؛ اما انقباض در راستای محوری، به دلیل تعداد بالای گره ها و طول لوله در این شکل محسوس نیست.

### 3- شرایط مرزی

دزریو و همکاران درباره شرایط مرزی انتقال حرارت جابجایی به طور مفصل تحقیق و بحث نموده اند [14]. در این پژوهش از شرایط مرزی توصیه شده در این مرجع استفاده شده است.

#### 1-3- شرط مرزی ورودی

شرایط مرزی ورودی در رابطه (8) قابل مشاهده هستند. فرض شده که سیال در ورودی دارای فشار معلوم  $p_{stag}$ ، بی حرکت و غیر ویسکوز است؛ همچنین دمای سیال در ورودی ثابت و برابر  $T_{in}$  است.

$$\begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0) = 0 \\ T(x, 0) = T_{in} \\ p(x, 0) = p_{stag} - \frac{1}{2}\rho(v(x, 0))^2 \end{cases} \quad (8)$$

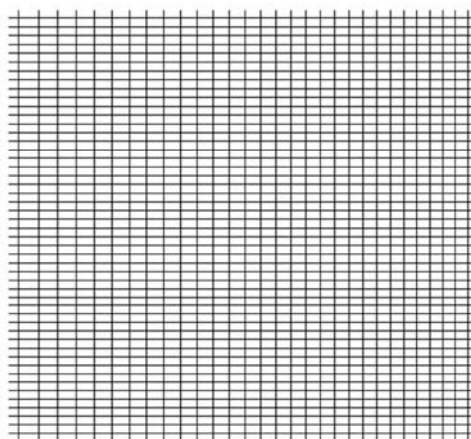


Fig. 2 Solution grid at inlet and tube wall

شکل 2 شبکه حل در ورودی و دیوار لوله

<sup>1</sup> Convective terms

<sup>2</sup> Second order hybrid scheme

<sup>3</sup> Central differencing scheme

<sup>4</sup> Quick

<sup>5</sup> Second order upwind scheme

<sup>6</sup> PISO

<sup>7</sup> FORTRAN 95

ترمودینامیکی سیال در مراجع [17,16] ارائه شده‌اند. در این مدل ترمودینامیکی خواص ماده برحسب دما و چگالی ماده تعریف شده‌اند؛ درحالی‌که در حل عددی میدان جریان، مقادیر دما و فشار معلوم و چگالی مجهول است. برای محاسبه چگالی با داشتن فشار و دما نیاز به یک روش تکراری<sup>3</sup> است؛ در این راستا روش تکراری نابجایی<sup>4</sup> به کار گرفته شده است. برای شروع روش‌های تکراری نیاز به حدس اولیه است؛ برای این منظور از معادله حالت مکعبی سوو<sup>5</sup>، رابطهای اصلاح شده بر اساس معادله حالت ردلیش-وانگ، استفاده شده است. نتایج به دست آمده در این تحقیق پس از انجام محاسبات لازم از معادله حالت، در شکل‌های 3 تا 5 قابل مشاهده هستند. برخی از خواص سیال در دمای شبه بحرانی به مقدار بیشینه خود می‌رسند و بقیه خواص در حوالی این دما دچار تغییرات شدید می‌شوند. در واقع دمای شبه بحرانی دمایی است که در یک فشار معین، مقدار ظرفیت گرمایی ویژه به مقدار بیشینه خود می‌رسد.

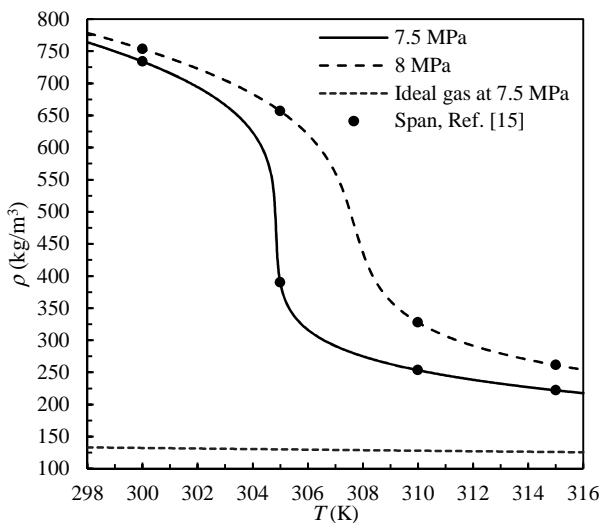


Fig. 3 Calculated density of supercritical carbon dioxide  
 شکل 3 چگالی محاسبه شده برای دی‌اکسید کربن فوق بحرانی

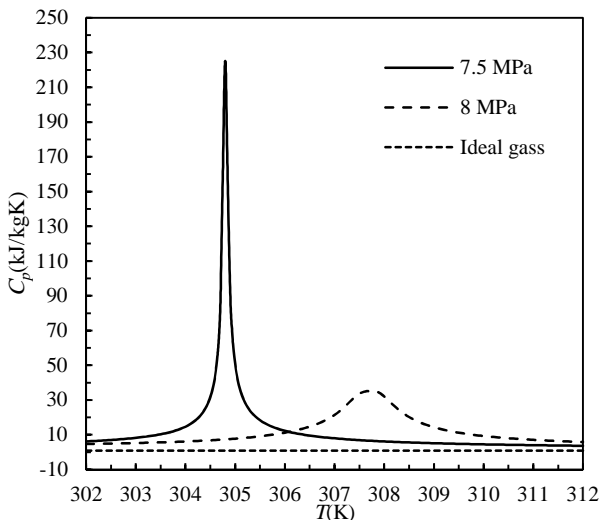


Fig. 4 Calculated isobaric heat capacity of supercritical carbon dioxide  
 شکل 4 ظرفیت گرمایی فشار ثابت محاسبه شده برای دی‌اکسید کربن فوق بحرانی

معادله حالت مذکور با برازش بر نتایج هزار و پانصد داده آزمایشگاهی و استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی ریاضی، انرژی آزاد هلمهولتز<sup>1</sup> را برحسب چگالی و دما به‌طور صریح محاسبه می‌کند. با مشتق‌گیری از این رابطه می‌توان خواص ترمودینامیکی دی‌اکسید کربن را با دقت بسیار بالا به دست آورد. معادلات حالت چند پارامتری معادلات حالتی هستند که از جملات بیشتری نسبت به معادلات حالت رایج تشکیل شده‌اند؛ این معادلات معمولاً انرژی هلمهولتز یا فشار را به‌صورت تابعی از دما و چگالی تعریف می‌کنند. با مشتق‌گیری از انرژی هلمهولتز نسبت به دما و چگالی می‌توان دیگر خواص ترمودینامیکی سیال را محاسبه کرد و برخلاف مواردی که معادله نسبت به فشار صریح است، نیاز به عملگر انتگرال نیست. این شرط که توابع بیان شده برحسب فشار باید قابل انتگرال‌گیری باشند، شکل تابع را به شدت محدود می‌کند و اجازه تعریف و تدوین معادلات حالت دقیق را نمی‌دهد. معادلات حالت بر پایه انرژی هلمهولتز از دو بخش ایده آل و مانده<sup>2</sup> تشکیل می‌شوند. بخش ایده آل ( $a^0$ ) فرض می‌کند مولکول‌ها به‌صورت نقطه‌های دارای جرم هستند؛ یعنی فضایی اشغال نمی‌کنند و تنها راه ذخیره انرژی توسط آن‌ها حرکت انتقالی، چرخشی و نوسان است؛ همچنین مولکول‌ها با یکدیگر تعاملی جز برخورد الاستیک ندارند. بقیه رفتارها و تعامل‌های باقیمانده مولکول‌ها در قسمت مانده ( $a^r$ ) در نظر گرفته می‌شوند. برخلاف مدل‌های ارائه شده برای گاز ایده آل، مدل‌های بخش مانده با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی ندارند؛ به همین دلیل معادلات دقیق ارائه شده برای بخش مانده روابط تجربی هستند. اسپن و وگنر برای قسمت ایده آل و مانده معادله حالت دی‌اکسید کربن روابط (12) تا (16) را ارائه کرده‌اند.

$$\alpha^0 = \ln \delta + a_1^0 + a_2^0 \tau + a_3^0 \ln \tau + \sum_{i=4}^8 a_i^0 \ln(1 - e^{-\theta_i^0 \tau}) \quad (12)$$

$$\alpha^r = \sum_{i=1}^7 n_i \delta^{d_i} \tau^{t_i} + \sum_{i=8}^{34} n_i \delta^{d_i} \tau^{t_i} e^{-\delta^{c_i}} + \sum_{i=35}^{39} n_i \delta^{d_i} \tau^{t_i} e^{-\alpha_i (\delta - \epsilon_i)^2 - \beta_i (\tau - \gamma_i)^2} + \sum_{i=40}^{42} n_i \Delta^{b_i} \delta \Psi \quad (13)$$

$$\Delta = \theta^2 + B_i [(\delta - 1)^2]^{a_i} \quad (14)$$

$$\theta = (1 - \tau) + A_i [(\delta - 1)^2]^{1/(2\beta_i)^2} \quad (15)$$

$$\Psi = e^{-C_i (\delta - 1)^2 - D_i (\tau - 1)^2} \quad (16)$$

در روابط بالا انرژی هلمهولتز کاهش یافته است که به همراه مقادیر  $\delta$  و  $\tau$  در روابط (17) تا (19) معرفی شده‌اند و بقیه پارامترها ضرایبی هستند که در جداول مرجع [16] تعریف شده‌اند.

$$\alpha(\tau, \delta) = \frac{a(T, \rho)}{RT} \quad (17)$$

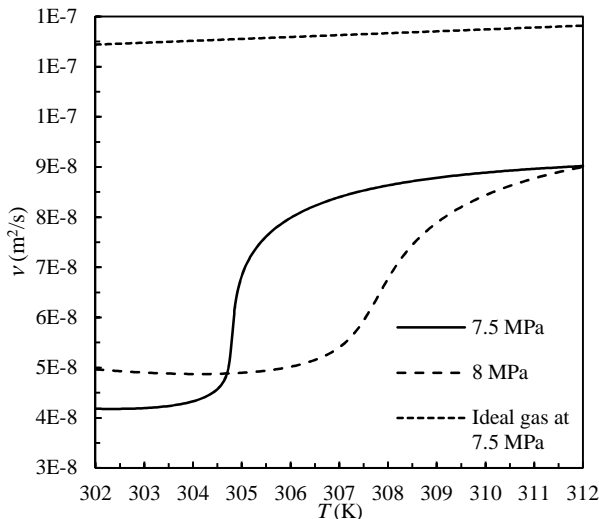
$$\tau = \frac{T_c}{T} \quad (18)$$

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (19)$$

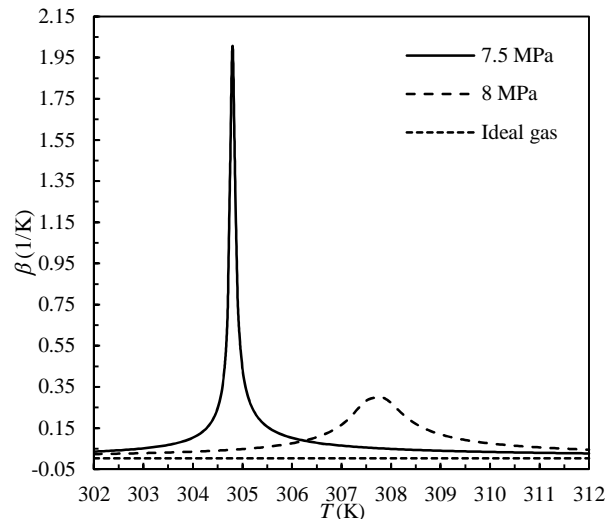
برای محاسبه خواص ترمودینامیکی از معادله حالت، نیاز به مشتق‌گیری از آن برحسب  $\tau$  و  $\delta$  است. جزئیات مربوط به مشتق‌ها و رابطه آن‌ها با خواص

<sup>3</sup> iterative  
<sup>4</sup> Regula falsi  
<sup>5</sup> Soave

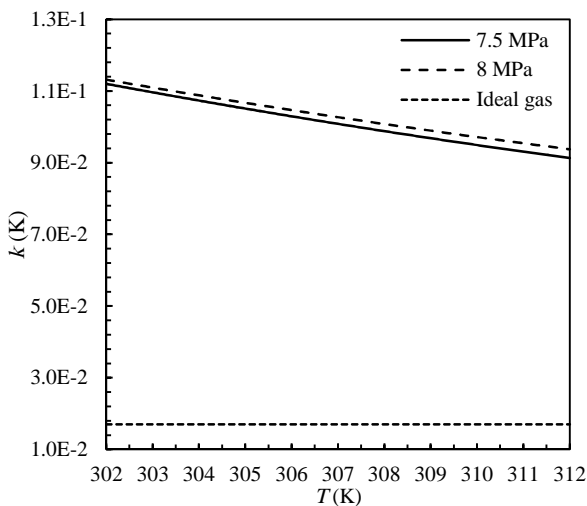
<sup>1</sup> Helmholtz free energy  
<sup>2</sup> Residual



**Fig. 6** Calculated Kinematic viscosity of supercritical carbon dioxide  
 شکل 6 ویسکوزیته سینماتیکی محاسبه شده برای دی‌اکسید کربن فوق بحرانی



**Fig. 5** Calculated thermal expansion coefficient of supercritical carbon dioxide  
 شکل 5 ضریب انبساط پذیری حرارتی محاسبه شده دی‌اکسید کربن فوق بحرانی



**Fig. 7** Calculated thermal conductivity of supercritical carbon dioxide  
 شکل 7 ضریب رسانش گرمایی محاسبه شده برای دی‌اکسید کربن فوق بحرانی

در این شکل‌ها خواص دی‌اکسید کربن فوق بحرانی با فرض گاز ایده آل برای این سیال مقایسه شده‌اند؛ تفاوت اول، اختلاف مقادیر متوسط خواص تحت این دو فرض و تفاوت دوم، عدم حساسیت فرض گاز ایده آل به دمای شبه بحرانی در برابر تغییرات شدید خواص به دست آمده از معادله حالت اسپن و وگنر در این دما است.

**2-4- ویسکوزیته**

حیدریان و همکاران با استفاده از نتایج آزمایشگاهی خود و دیگر نتایج آزمایشگاهی در دسترس رابطه‌ی (20) را برای پیش‌بینی ویسکوزیته دی‌اکسید کربن در ناحیه فوق بحرانی ارائه داده‌اند [18]. نتایج حاصل از این رابطه در شکل 6 ارائه شده‌اند.

$$\mu = \frac{A_1 + A_2p + A_3p^2 + A_4\ln(T) + A_5(\ln(T))^2 + A_6(\ln(T))^3}{1 + A_7 + A_8\ln(T) + A_9(\ln(T))^2} \quad (20)$$

در رابطه فوق، فشار بر حسب بار، دما بر حسب کلوین و واحد ویسکوزیته سانتی پویز است. ضرایب  $A_1$  تا  $A_9$  نیز در مرجع [18] ارائه شده‌اند.

**3-4- ضریب رسانش گرمایی**

جراحیان و حیدریان رابطه‌ی (21) را بر اساس 668 داده آزمایشگاهی برای محاسبه ضریب رسانش گرمایی دی‌اکسید کربن فوق بحرانی ارائه کرده‌اند [19].

$$k = \frac{B_1 + B_2p + B_3p^2 + B_4\ln(T) + B_5(\ln(T))^2 + B_6(\ln(T))^3}{1 + B_7p + B_8\ln(T) + B_9(\ln(T))^2 + B_{10}(\ln(T))^3} \quad (21)$$

که در آن فشار بر حسب MPa، دما بر حسب K و واحد ضریب رسانش حرارتی  $\text{mWm}^{-1}\text{K}^{-1}$  است. ضرایب  $B_1$  تا  $B_{10}$  در مرجع [19] ارائه شده‌اند.

نتایج به دست آمده از این رابطه در شکل 7 ترسیم شده‌اند. برخلاف دیگر خواص، ضریب رسانش گرمایی و ویسکوزیته دینامیکی در نزدیکی دمای شبه بحرانی دچار تغییرات شدید نمی‌شوند؛ ولی ویسکوزیته سینماتیکی به دلیل وابسته بودن به مقدار چگالی، در حوالی دمای شبه بحرانی افزایش پیدا می‌کند.

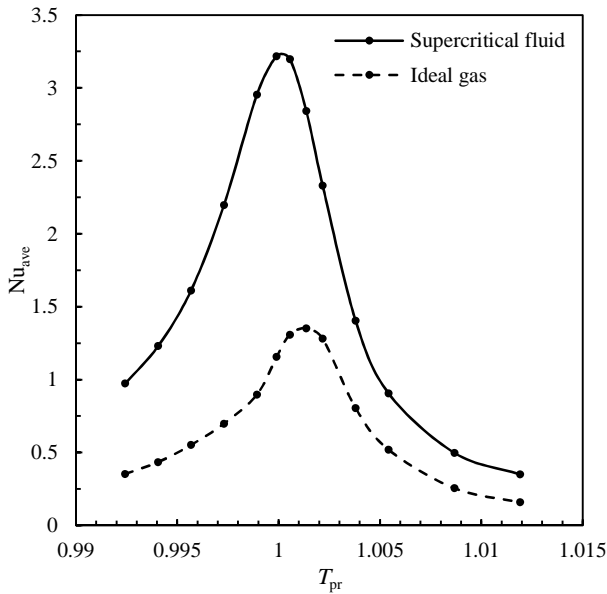
**5- نتایج**

**1-1- استقلال نتایج از شبکه**

برای بررسی عدم وابستگی نتایج به تعداد گره‌های شبکه، شبیه‌سازی با استفاده از چندین شبکه مختلف انجام شده است. با توجه به جدول 2 از شبکه  $3000 \times 50$  برای حل عددی معادلات حاکم استفاده شده است؛ زیرا در این بازه نتایج به تعداد گره‌های استفاده شده وابسته نیستند.

جدول 2 بررسی استقلال نتایج از شبکه

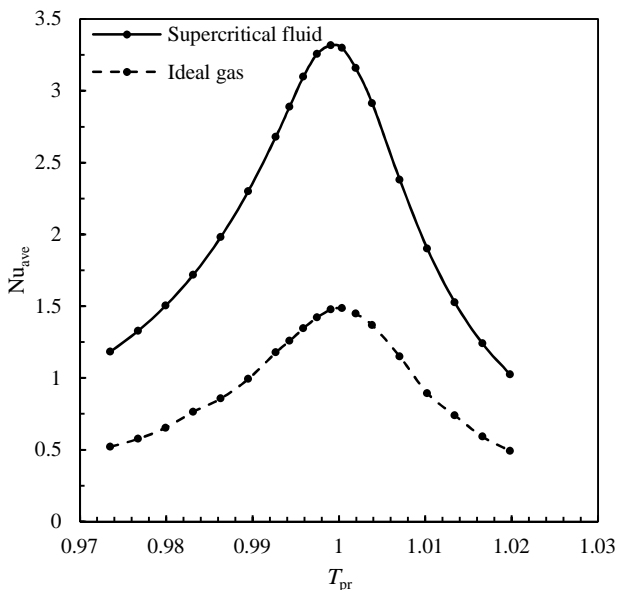
شبکه	ناسلت محلی در یک نقطه دلخواه
$30 \times 2000$	5.2954
$30 \times 3000$	5.4216
$40 \times 3000$	5.4594
$60 \times 3000$	5.4619
$35 \times 4000$	5.4483
$45 \times 4000$	5.4584



**Fig. 9** Nusselt numbers for a tube of 0.2mm diameter and temperature difference of 1 degree at 8MPa

شکل 9 اعداد ناسلت به‌دست‌آمده برای لوله به قطر 0.2 میلی‌متر و 1 درجه اختلاف دما در فشار 8MPa

برای تعیین میزان انتقال حرارت در گاز ایده‌آل ابتدا عدد رایلی تغییر یافته در حالت فوق بحرانی متناظر با آن دما محاسبه و سپس عدد ناسلت برای گاز ایده‌آل با درونیابی از نتایج شکل 8 به‌دست‌آمده است. همچنین لازم به ذکر است که دمای شبه کاهش یافته بر اساس  $T_{avg}$  برابر با میانگین دمای ورودی و دیواره لوله، تعریف شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که میزان انتقال حرارت سیال فوق بحرانی نسبت به گاز ایده‌آل با  $Ra^*$  برابر، بیشتر است و میزان آن در نزدیکی دمای شبه بحرانی (307.83K) بیشینه می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده برای لوله با قطر بزرگ‌تر (0.4 میلی‌متر) در شکل‌های 10 تا 12 رسم شده‌اند.



**Fig. 10** Nusselt numbers for a tube of 0.4mm diameter and temperature difference of 1 degree at 9MPa

شکل 10 اعداد ناسلت به‌دست‌آمده برای لوله با قطر 0.4 میلی‌متر و 1 درجه اختلاف دما در فشار 9MPa

### 2-5- استقلال نتایج از نسبت طول به قطر لوله

جدول 3 حاوی نتایج به‌دست‌آمده برای سه حالت مختلف با عدد رایلی تغییر یافته یکسان و نسبت طول به قطر متفاوت است؛ با توجه با این جدول مشاهده می‌شود که جواب‌های به‌دست‌آمده برای نسبت طول به قطر 30 از این نسبت مستقل هستند.

### 3-5- اعتبار سنجی نتایج

به‌منظور بررسی صحت نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی عددی انجام‌شده، این شبیه‌سازی برای مسئله انتقال حرارت جابجایی آزاد در حالت غیر بحرانی در لوله عمودی انجام‌شده است. انطباق نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی عددی با نتایج ارائه‌شده توسط النباس در شکل 8 نشان داده‌شده و بیانگر اعتبار نتایج این شبیه‌سازی است.

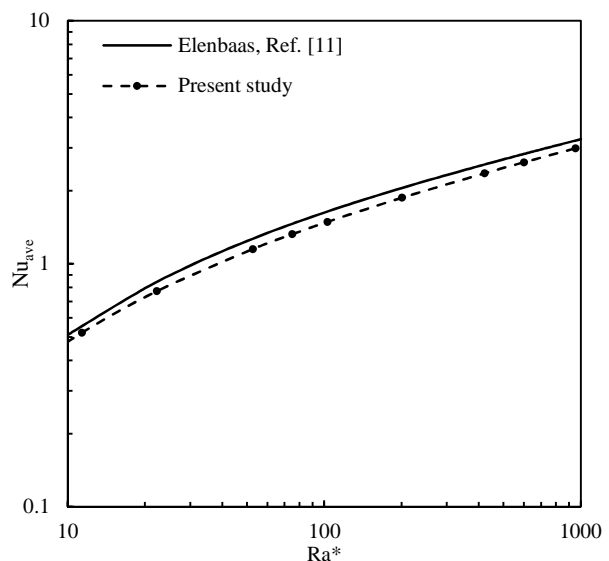
### 4-5- نتایج در لوله عمودی

برای مقایسه انتقال حرارت جابجایی طبیعی در سیال فوق بحرانی با سیال غیر بحرانی، نمودار میزان انتقال حرارت بر اساس عدد ناسلت برای دی‌اکسید کربن غیر بحرانی با فرض گاز ایده‌آل و دی‌اکسیدکربن فوق بحرانی در نزدیکی دمای شبه بحرانی سیال در شکل 9 رسم شده است.

### جدول 3 بررسی استقلال نتایج از نسبت طول به قطر لوله

**Table 3** Aspect ratio independence analysis

نسبت طول به قطر	ناسلت متوسط
10	6.984
20	6.559
30	6.510
40	6.485
50	6.476
60	6.493
80	6.505



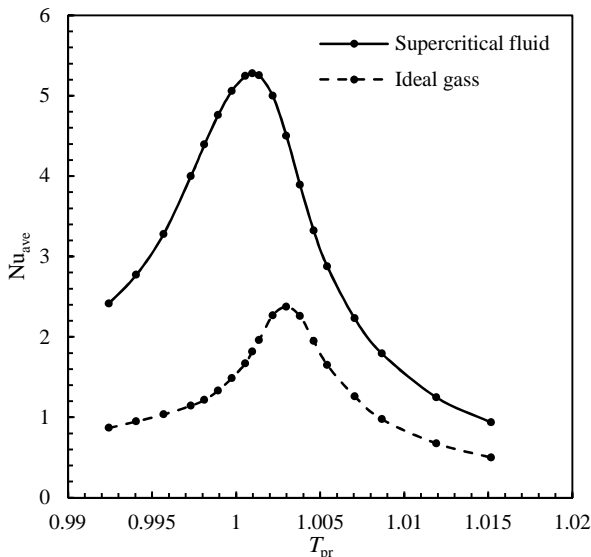
**Fig. 8** Comparison of numerical and semi-empirical results inside a tube [12]

شکل 8 مقایسه نتایج عددی به‌دست‌آمده با روابط نیمه تجربی النباس در لوله عمودی [12]

یکسان نسبت به فشارهای دیگر می‌شود. نکته قابل توجه دیگر کاهش عدد ناسلت بیشینه با افزایش فشار می‌باشد. این اتفاق حاصل اثر فشار بر خواص ترمودینامیکی و همچنین تغییرات ملایم‌تر این خواص (شکل‌های 3 تا 5) نسبت به دما در فشارهای بالاتر است.

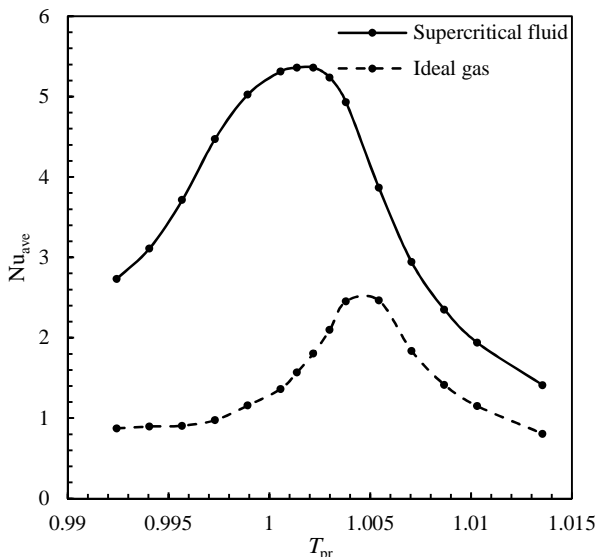
تفاوت روند کلی نمودار عدد ناسلت در شکل 12 به دلیل نزدیک شدن فشار سیال به فشار بحرانی است؛ زیرا با افزایش فشار دمای شبه بحرانی به دمای بحرانی سیال نزدیک می‌شود. به همین دلیل تنها بخش کاهش عدد ناسلت با افزایش دمای متوسط در نمودار مشاهده می‌شود.

در شکل‌های 13 تا 15 نتایج به‌دست‌آمده برای اختلاف دماهای بیشتر ارائه شده‌اند.



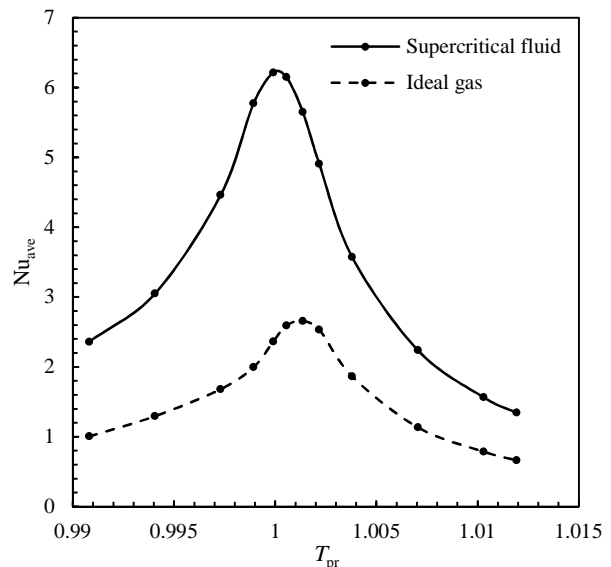
**Fig. 13** Calculated Nusselt numbers for a tube of 0.3mm diameter and temperature difference of 2 degrees at 8MPa

شکل 13 اعداد ناسلت به‌دست‌آمده در تحقیق حاضر برای لوله به قطر 0.3 میلی‌متر و 2 درجه اختلاف دما در فشار 8MPa



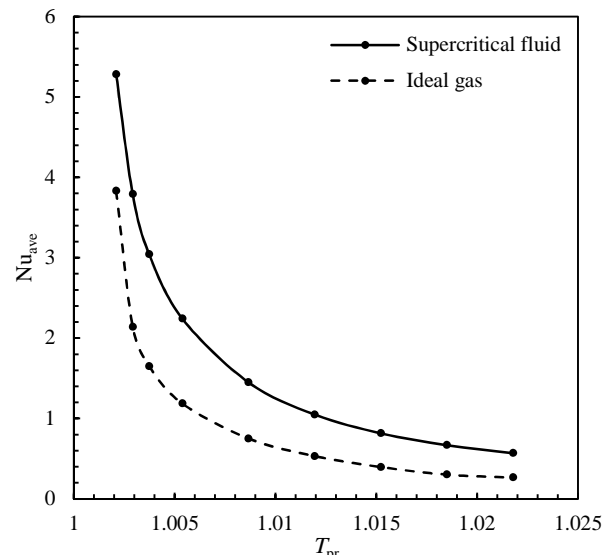
**Fig. 14** Calculated Nusselt numbers for a tube of 0.3mm diameter and temperature difference of 3 degree at 8MPa

شکل 14 اعداد ناسلت به‌دست‌آمده در تحقیق حاضر برای لوله به قطر 0.3 میلی‌متر و 3 درجه اختلاف دما در فشار 8MPa



**Fig.11** Nusselt numbers for a tube of 0.4mm diameter and temperature difference of 1 degree at 8MPa

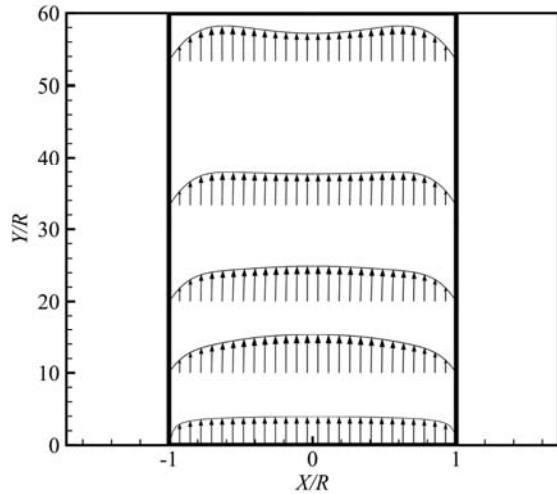
شکل 11 اعداد ناسلت به‌دست‌آمده برای لوله با قطر 0.4 میلی‌متر و 1 درجه اختلاف دما در فشار 8MPa



**Fig. 12** Nusselt numbers for a tube of 0.4mm diameter and temperature difference of 1 degree at 7.5MPa

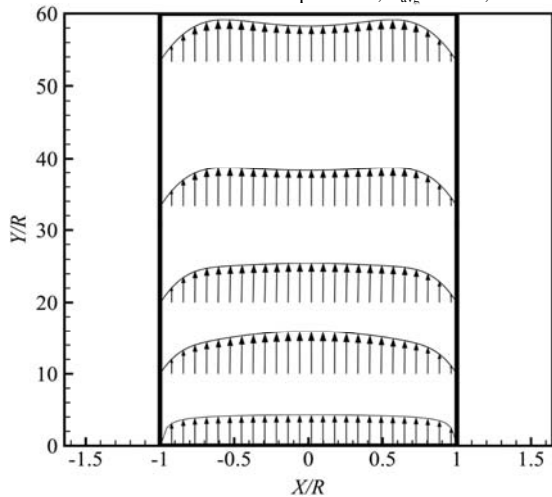
شکل 12 اعداد ناسلت به‌دست‌آمده برای لوله با قطر 0.4 میلی‌متر و 1 درجه اختلاف دما در فشار 7.5MPa

با بررسی شکل‌های 10 تا 12 مشاهده می‌شود که عدد ناسلت همچنان در حوالی دمای شبه بحرانی به بیشترین مقدار خود می‌رسد. با مقایسه شکل 9 با 11 تأثیر قطر لوله بر فرآیند انتقال حرارت مشخص می‌شود که طبق انتظار با افزایش قطر لوله میزان انتقال حرارت هم افزایش یافته و روند تغییرات منحنی حفظ شده است. در شکل‌های 10 تا 12 قطر و میزان اختلاف دما یکسان ولی فشار متغیر است؛ تأثیر تغییرات فشار بر فرآیند انتقال حرارت جابجایی آزاد سیال فوق بحرانی با مقایسه این شکل‌ها قابل بررسی است. با تغییر فشار به دلیل تغییر دمای شبه بحرانی و تغییر خواص ترمودینامیکی سیال، دمای بیشینه شدن میزان انتقال حرارت برای اختلاف دمای یکسان نیز جابجا می‌گردد که این امر در نهایت منجر به تغییر رفتار سیال در دمای میانگین



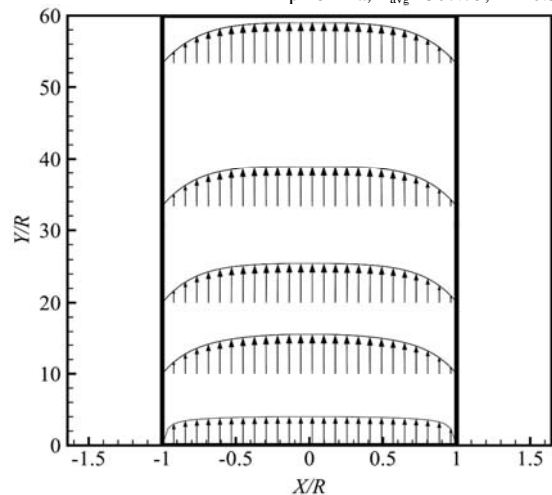
**Fig. 16** Velocity profiles obtained from current study in various sections,  $\Delta T=1$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=307.5$ ,  $D=0.4\text{mm}$

شکل 16 پروفیل‌های سرعت حاصل از تحقیق حاضر در مقاطع مختلف لوله،  $\Delta T=1$   
 $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=307.5$ ,  $D=0.4\text{mm}$



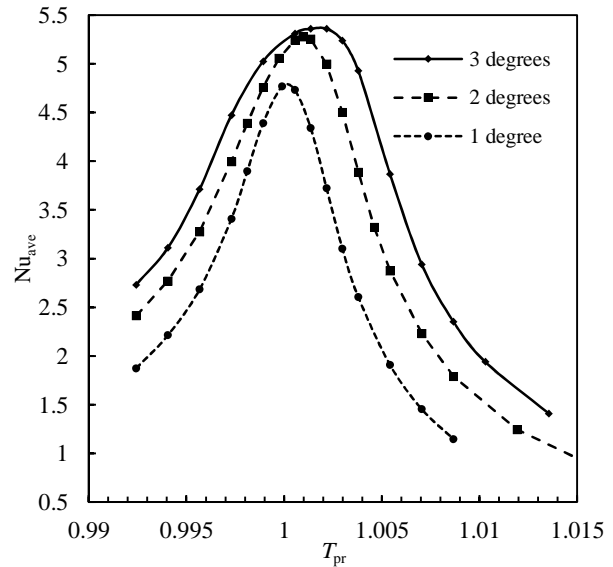
**Fig. 17** Velocity profiles obtained from current study in various sections,  $\Delta T=2$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=307.75$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 17 پروفیل‌های سرعت حاصل از تحقیق حاضر در مقاطع مختلف لوله،  $\Delta T=2$   
 $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=307.75$ ,  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 18** Velocity profiles obtained from current study in various sections,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=306$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 18 پروفیل‌های سرعت حاصل از تحقیق حاضر در مقاطع مختلف لوله،  $\Delta T=3$   
 $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=306$ ,  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 15** Calculated Nusselt numbers for various temperature differences between surrounding and wall of 0.3mm tube at 8MPa

شکل 15 اعداد ناسلت محاسبه شده در تحقیق حاضر به ازای اختلاف دماهای متفاوت محیط با دیواره لوله به قطر 0.3 میلی‌متر و فشار 8MPa

با مقایسه سه شکل 9، 11 و 15 مشاهده می‌گردد که طبق انتظار حساسیت نتایج به دست آمده به اختلاف دمای دیواره و محیط بسیار کمتر از تغییرات قطر لوله است. به دلیل متغیر بودن تمام خواص ترمودینامیکی در دامنه حل، عدد رایلی در هر نقطه از دامنه مقدار متفاوتی دارد؛ این تفاوت در نزدیکی دمای شبه بحرانی زیاد و به‌طور متداول بین 100% الی 400% است. به‌منظور استفاده از یک عدد رایلی واحد می‌توان نقطه مرجع برای تعیین اعداد بی- بعد مهم را انتخاب کرد؛ اما این روش فارغ از محل نقطه مرجع (اعم از ورودی لوله، دیواره لوله یا دمای میانگین) به دلیل عدم شمول تمام پارامترهای تأثیرگذار بر مسئله، مثل فشار و دمای کاهش یافته، به نتایج متناقضی ختم می‌شود که نتایج حاصل از آنالیز بی‌بعد جابجایی طبیعی سیال فوق بحرانی با دیوار دما ثابت را غیرقابل استفاده می‌کند.

با توجه به شکل‌های 13 تا 15 مشخص می‌شود که انتقال حرارت زمانی بیشتر می‌شود که دمای دیواره لوله به دمای شبه بحرانی نزدیک‌تر باشد، همچنین برای اختلاف دماهای بالاتر منحنی عدد ناسلت در همسایگی نقطه بیشینه انحنا کمتری دارد. به بیان دیگر بازه دمایی که فرآیند جابجایی آزاد سیال فوق بحرانی کارایی بیشتری دارد با افزایش اختلاف دما بزرگ‌تر می‌شود.

دمای شبه بحرانی به فشار وابسته است، برای روشن شدن نتایج این دما برای چند فشار مختلف در جدول 4 درج شده است؛ سپس در شکل‌های 16 تا 19 پروفیل‌های سرعت دی‌اکسید کربن ارائه شده‌اند.

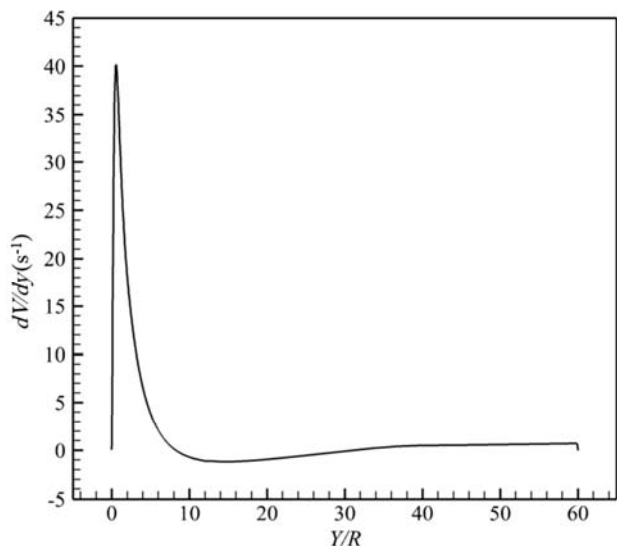
**جدول 4** دمای شبه بحرانی دی‌اکسید کربن در فشارهای مختلف

**Table 4** Pseudo-critical temperatures of carbon dioxide at different pressures

فشار (MPa)	دمای شبه بحرانی (K) <sup>(*)</sup>
7.50	304.86
8.00	307.83
8.50	310.57
9.00	313.29

<sup>(\*)</sup> دما و فشار بحرانی دی‌اکسید کربن به ترتیب برابر 304.25K و 7.39MPa است.



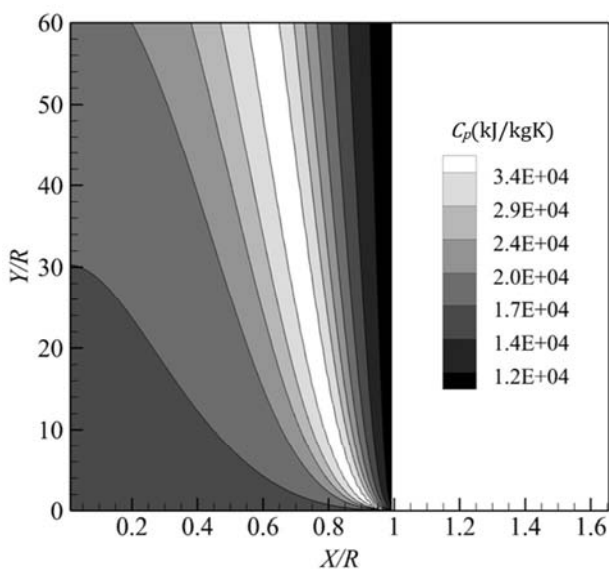


**Fig. 20** Vertical velocity gradient at  $R=0.05\text{mm}$  for  $\Delta T=2$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=307.75$ ,  $D=0.3\text{mm}$

**شکل 20** گرادیان سرعت عمودی در  $R=0.05\text{mm}$  برای  $\Delta T=2$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=307.75$ ،  $D=0.3\text{mm}$

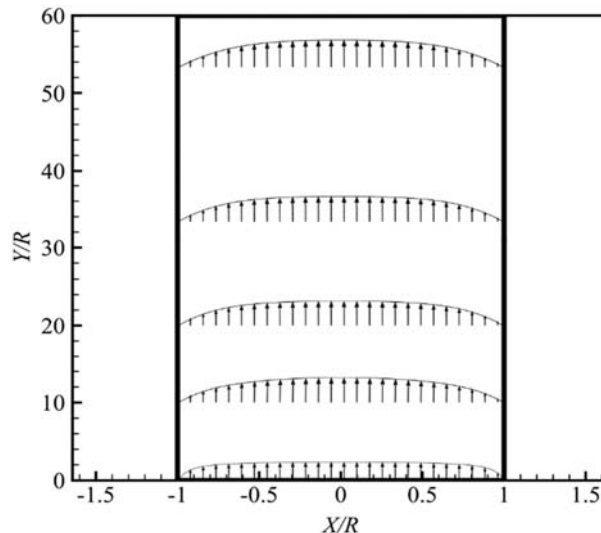
در این نمودار سرعت در راستای عمودی در ورودی لوله دچار تغییرات شدید و سپس بعد از طولی معادل پنج برابر قطر لوله تغییرات تا انتهای لوله ملایم و نزدیک به صفر هستند. افت کوچک و ناگهانی نمودار در آخرین گره تا صفر نشان‌دهنده اختلاف جزئی فرض تغییرات صفر با واقعیت و عدم تأثیرگذاری آن بر پایین دست جریان است. با توجه به شکل 17 این نمودار مربوط به سیستم با بیشترین تغییرات پروفیل سرعت است؛ بنابراین فرض توسعه‌یافتگی در سیستم‌های دیگر با تغییرات ملایم‌تر نیز درست است.

در شکل‌های 21 تا 26 کانتورهای خواص و دمای دی‌اکسید کربن برای بررسی دلایل افزایش انتقال حرارت نسبت به حالت ایده آل و بررسی بیشتر ادعای بالا رسم شده‌اند.



**Fig. 21** Calculated contour of special heat capacity at constant pressure for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=308.25$ ,  $D=0.3\text{mm}$

**شکل 21** کانتور به‌دست‌آمده از ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=308.25$ ،  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 19** Velocity profiles obtained from current study in various sections,  $\Delta T=1$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=307.5$ ,  $D=0.2\text{mm}$

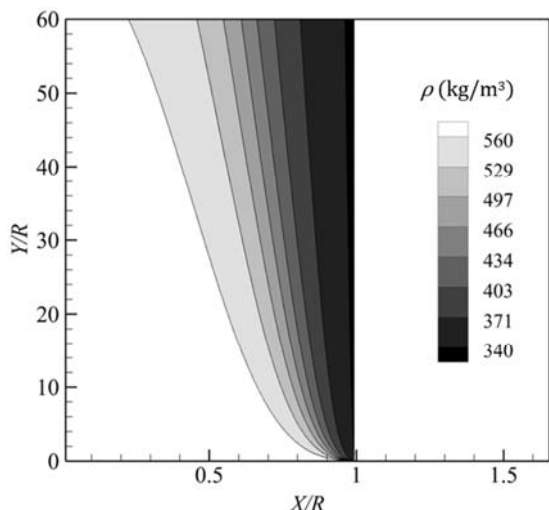
**شکل 19** پروفیل‌های سرعت حاصل از تحقیق حاضر در مقاطع مختلف لوله،  $\Delta T=1$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=307.5$ ،  $D=0.2\text{mm}$

پروفیل سرعت در ورودی هر چهار شکل به پروفیل سرعت یکنواخت شبیه است، این شباهت با میزان سرعت متوسط ورودی که به میزان انتقال حرارت وابسته است رابطه مستقیم دارد. به‌طور مثال در شکل 19 که در بین چهار حالت رسم شده دارای کمترین مقدار ناسلت است، پروفیل سرعت در ورودی آن بیشترین انحراف را از پروفیل سرعت یکنواخت دارد.

در شکل‌های 16 و 17 پروفیل‌های سرعت در نهایت به شکل M درمی‌آیند؛ اما در دو شکل بعدی پروفیل سرعت در طول لوله تغییر شکل نمی‌دهد. این الگو مثل انتقال حرارت جابجایی طبیعی گاز ایده آل به‌طور کلی در حالت‌هایی با انتقال حرارت بالاتر دیده می‌شود و نزدیک بودن سیال به دمای شبه بحرانی (شکل 19) به‌تنهایی تأثیری بر شکل پروفیل سرعت ندارد درحالی‌که بر میزان انتقال حرارت و عدد ناسلت تأثیر قابل توجهی دارد.

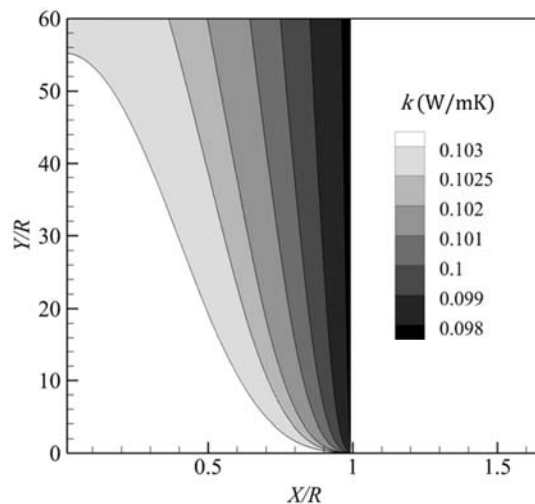
در حالت‌هایی که پروفیل سرعت M شکل هستند طول ناحیه درحال توسعه نسبت به حالت دیگر بلندتر است؛ البته توسعه‌یافتگی کامل جریان تنها در حالتی حاصل می‌شود که طول لوله به قدری زیاد باشد، تا دمای سیال با دمای دیوار یکسان شود. دلیل این امر تغییرات ملایم و پیوسته خواص سیال در طول لوله است که باعث می‌شود نرخ تغییرات سرعت در راستای محور لوله با پیشروی در جهت جریان به صفر نزدیک شود؛ اما برابر با صفر نشود. با توجه به این موضوع ممکن است فرض جریان توسعه‌یافته در خروجی درست به نظر نرسد. توجیه استفاده از این فرض با دو استدلال انجام می‌شود؛ اول آنکه تغییرات سرعت نسبت به محور بعد از ورودی لوله کوچک است (به‌طور متوسط  $8.4 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$  نسبت به بزرگترین مقدار تغییرات) و فرض صفر بودن این تغییرات خطای کوچکی دارد. علاوه بر این با توجه به جهت جریان و ماهیت معادلات حاکم انتشار اطلاعات از سمت پایین دست جریان و بیشتر توسط مکانیسم جابجایی انجام می‌شود؛ اما مکانیسم انتقال اطلاعات از مرز خروجی به داخل دامنه مکانیسم پخش در خلاف جهت جریان است که تأثیرگذاری قابل توجهی ندارد. به این ترتیب استفاده از شرط جریان توسعه‌یافته در این شبیه‌سازی هنگامی که طول لوله به اندازه کافی بلند باشد، در درستی روند حل مشکلی ایجاد نخواهد کرد.

برای درک بهتر این مسئله در شکل 20 نمودار تغییرات سرعت عمودی نسبت به محور عمودی رسم شده است.



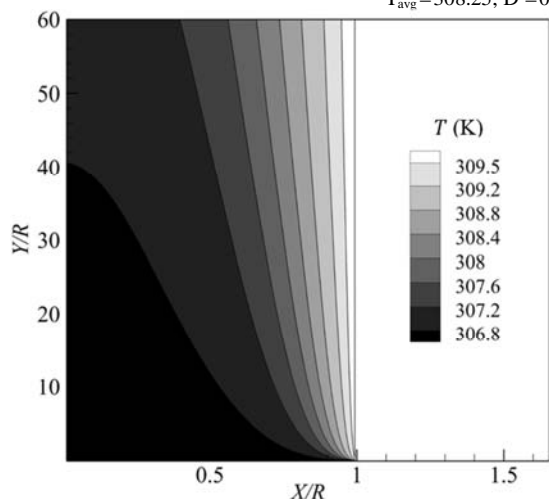
**Fig. 25** Calculated contour of density for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=308.25$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 25 کانتور به‌دست‌آمده برای چگالی دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=308.25$ ،  $D=0.3\text{mm}$



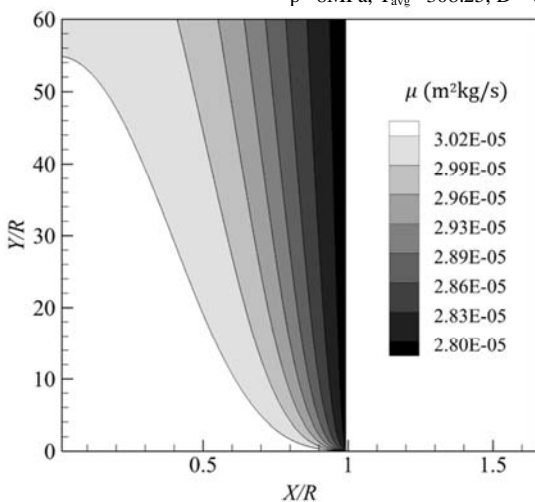
**Fig. 22** Calculated contour of thermal conductivity for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=308.25$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 22 کانتور به‌دست‌آمده برای رسانش گرمایی دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=308.25$ ،  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 26** Calculated contour of temperature for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=308.25$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 26 کانتور به‌دست‌آمده برای توزیع دمای دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=308.25$ ،  $D=0.3\text{mm}$

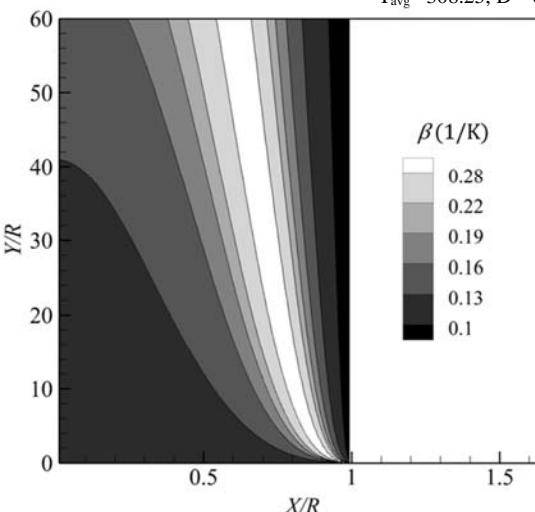


**Fig. 23** Calculated contour of viscosity for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=308.25$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 23 کانتور به‌دست‌آمده برای ویسکوزیته دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=308.25$ ،  $D=0.3\text{mm}$

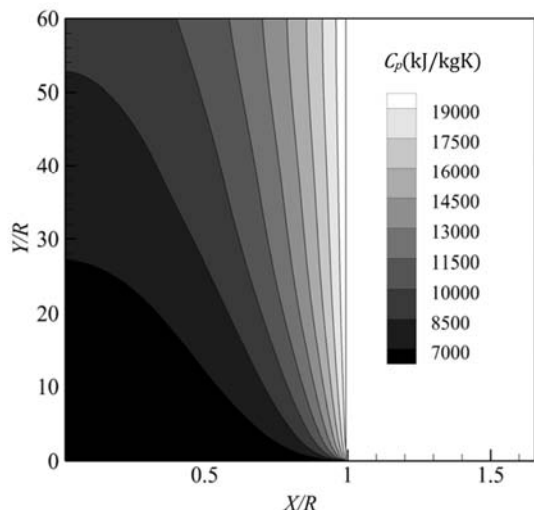
شکل‌های 21 تا 25 کانتورهای خواص برای یک حالت با  $T_{\text{avg}}$  نزدیک دمای شبه بحرانی و پروفیل سرعت M شکل هستند. مشاهده می‌شود که در بین این خواص، ویسکوزیته و رسانش گرمایی کمترین تغییرات را دارند. ضریب انبساط حرارتی سیال در بین معادلات حاکم نیست اما برای تفسیر میدان سرعت و دلایل افزایش انتقال حرارت مفید است. در نزدیکی دیوار لوله ضریب انبساط حرارتی به مقدار بیشینه خود می‌رسد، که تقریباً سه برابر کمترین مقدارش است؛ این امر موجب افزایش سرعت در نزدیکی دیواره می‌شود. از طرف دیگر بیشینه شدن ظرفیت گرمایی ویژه، قابلیت دریافت و حمل انرژی گرمایی سیال را بیشتر می‌کند. در واقع این ناحیه متناظر با پدیده جوشش در سیال غیر بحرانی است و زمانی که دمای دیوار لوله برابر دمای شبه بحرانی باشد، پدیده شبه جوشش بر روی دیوار رخ داده و انتقال حرارت طبق شکل‌های 9 تا 15 به میزان بیشینه خود می‌رسد.

با توجه به این موضوع، دلیل عمده افزایش انتقال حرارت تغییرات چگالی و بزرگ بودن مقدار متوسط ظرفیت گرمایی است؛ البته کاهش ویسکوزیته در نزدیکی دیواره در افزایش سرعت بی‌تأثیر نیست.



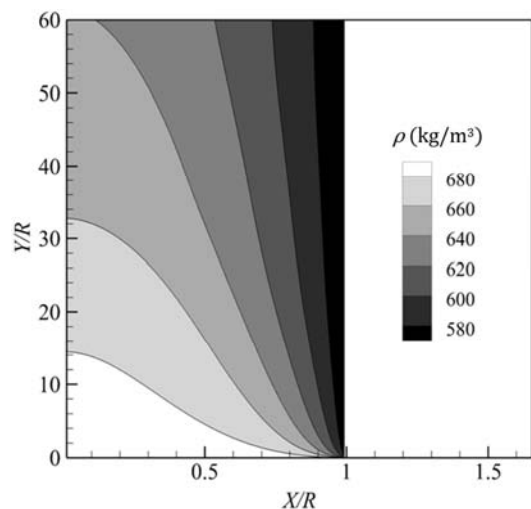
**Fig. 24** Calculated contour of thermal expansion coefficient for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=308.25$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 24 کانتور به‌دست‌آمده برای ضریب انبساط حرارتی دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ،  $p=8\text{MPa}$ ،  $T_{\text{avg}}=308.25$ ،  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 29** Contour of special heat capacity at constant pressure for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=305.5$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 29 کانتور به‌دست‌آمده از ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=305.5$ ,  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 30** Calculated contour of density for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=305.5$ ,  $D=0.3\text{mm}$

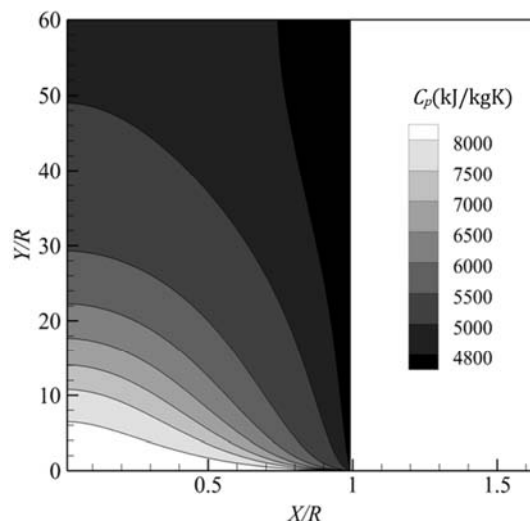
شکل 30 کانتور به‌دست‌آمده برای چگالی دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=305.5$ ,  $D=0.3\text{mm}$

### 6- نتیجه‌گیری

انتقال حرارت جابجایی آزاد و آرام دی‌اکسید کربن فوق بحرانی درون لوله عمودی به روش عددی بررسی شد. مدل عددی در حالت غیر بحرانی انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی تناسب نشان داد و با در نظر گرفتن تغییرات کلیه خواص، انتقال حرارت جابجایی آزاد دی‌اکسید کربن فوق بحرانی در لوله با موفقیت شبیه‌سازی شد. نتایج به‌دست‌آمده در حالت فوق بحرانی افزایش قابل‌توجه میزان انتقال حرارت نسبت به گاز کامل را نشان می‌دهند، که نتیجه تغییرات شدید خواص در این ناحیه، بخصوص در نزدیکی دمای شبه بحرانی است. در بین خواص، افزایش کلی ظرفیت گرمایی ویژه و تغییرات شدید چگالی، در انحراف رفتار سیال از مدل گاز ایده‌آل نقش بیشتری دارند. رفتار متفاوت سیال در بعد و قبل از دمای شبه بحرانی نیز مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که بازده انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک سیستم فوق بحرانی، با اختلاف دما و فشار معین، به دمای متوسط سیستم و موقعیت آن نسبت به دمای شبه بحرانی وابسته است؛ به‌طوری‌که برای دماهای

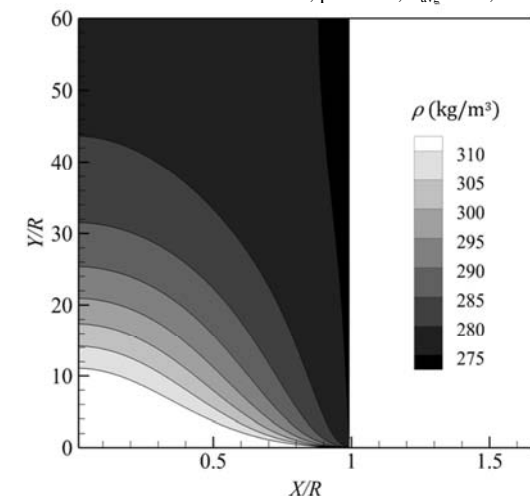
در شکل‌های 27 تا 30 کانتورهای چگالی، ظرفیت گرمایی و دما برای دو حالت با ناسلت کمتر جهت مقایسه با کانتورهای قبلی رسم شده‌اند. با فاصله گرفتن دمای متوسط از دمای شبه بحرانی سیال، تغییرات خواص کمتر می‌شوند که منجر به کاهش میزان انتقال حرارت و درنهایت نزدیک شدن رفتار سیال به گاز ایده‌آل می‌شود.

جابجایی طبیعی سیال فوق بحرانی به موقعیت دمای متوسط نسبت به دمای شبه بحرانی وابستگی زیادی دارد. در شکل‌های 27 و 28 که دمای متوسط از دمای شبه بحرانی بیشتر است، سیال خواص گازها را داراست. چگالی و ظرفیت گرمایی سیال نیز بر روی دیوار لوله کمترین مقدار خود را دارند؛ به همین دلیل در دماهای بالاتر از دمای شبه بحرانی اختلاف میزان انتقال حرارت جابجایی آزاد دی‌اکسید کربن فوق بحرانی با گاز ایده‌آل به کمترین مقادیر خود می‌رسد. در شکل‌های 29 و 30 قبل از دمای شبه بحرانی تغییرات خواص برعکس دو شکل قبلی هستند و شباهت خواص سیال به مایعات اختلاف قابل‌توجه انتقال حرارت با گاز ایده‌آل را توجیه می‌کند.



**Fig. 27** Contour of special heat capacity at constant pressure for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=312$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 27 کانتور به‌دست‌آمده از ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=312$ ,  $D=0.3\text{mm}$



**Fig. 28** Calculated contour of density for carbon dioxide,  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=312$ ,  $D=0.3\text{mm}$

شکل 28 کانتور به‌دست‌آمده برای چگالی دی‌اکسید کربن،  $\Delta T=3$ ,  $p=8\text{MPa}$ ,  $T_{\text{avg}}=312$ ,  $D=0.3\text{mm}$

- [2] M. Perrut, Sterilization and virus inactivation by supercritical fluids (a review), *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 66, No. Special edition on the occasion of Gerd Brunner's 70th birthday, pp. 359-371, 2012.
- [3] D. Huang, Z. Wu, B. Sunden, W. Li, A brief review on convection heat transfer of fluids at supercritical pressures in tubes and the recent progress, *Applied Energy*, Vol. 162, No. 1, pp. 494-505, 2016.
- [4] A. A. Bishop, R. O. Sandberg, L. S. Tong, Forced-convection heat transfer to water at near-critical temperatures and supercritical pressures, *Joint Meeting of the American Institute of Chemical Engineers and the British Institution of Chemical Engineers*, pp. 100-129, London, England, December, 1964.
- [5] W. Gang, J. Pan, Q. Bi, Z. Yang, H. Wang, Heat transfer characteristics of supercritical pressure water in vertical upward annuli, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 273, No. 1, pp. 449-458, 2014.
- [6] Z. Q. Long, P. Zhang, B. Shen, Natural convection heat transfer of supercritical binary fluid in a long closed vertical cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 80, No. 1, pp. 551-561, 2015.
- [7] L. Wei, Y. Lu, J. Wei, Numerical study on laminar free convection heat transfer between sphere particle and high pressure water in pseudo-critical zone, *Thermal Science*, Vol. 18, No. 4, pp. 1293-1303, 2014.
- [8] A. R. Teymourtash, M. Ebrahimi, Natural convection over a non-isothermal vertical flat plate in supercritical fluids, *Scientia Iranica*, Vol. 16, No. 6, pp. 470-478, 2009.
- [9] A. R. Teymourtash, M. Ebrahimi Warkiani, Natural convection over a heated plate in super critical fluids, *11th Fluid Dynamics Conference*, Tehran, Iran, June, 2008. (in Persian فارسی)
- [10] A. R. Teymourtash, D. R. Khonakdar, M. R. Raveshi, Natural convection on a vertical plate with variable heat flux in supercritical fluids, *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 74, No. 1, pp. 115-127, 2013.
- [11] A. Teymourtash, S. Noorifard, Natural convection heat transfer of a supercritical fluid in a vertical channel with isothermal condition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 33-41, 2014. (in Persian فارسی)
- [12] W. Elenbaas, The dissipation of heat by free convection the inner surface of vertical tubes of different shapes of cross-section, *Physica*, Vol. 9, No. 8, pp. 865-874, 1942.
- [13] Y. Li, L. Baldacchino, Implementation of some higher-order convection schemes on non-uniform grids, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 21, No. 12, pp. 1201-1220, 1995.
- [14] G. Desrayaud, E. Chénier, A. Joulin, A. Bastide, B. Brangeon, J. P. Caltagirone, Y. Cherif, R. Eymard, C. Garnier, S. Giroux-Julien, Y. Harnane, P. Joubert, N. Laaroussi, S. Lassue, P. Le Quééré, R. Li, D. Saury, A. Sergent, S. Xin, A. Zoubir, Benchmark solutions for natural convection flows in vertical channels submitted to different open boundary conditions, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 72, No. 1, pp. 18-33, 2013.
- [15] D. Rezaei Khonakdar, M. R. Raveshi, Mixed convection on a vertical plate in supercritical fluids by selecting the best equation of state, *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 107, No. 1, pp. 549-559, 2016.
- [16] R. Span, W. Wagner, A New Equation of State for Carbon Dioxide Covering the Fluid Region from the Triple-Point Temperature to 1100 K at Pressures up to 800 MPa, *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, Vol. 25, No. 6, pp. 1509-1596, 1996.
- [17] R. Span, *Multiparameter equations of state: an accurate source of thermodynamic property data*, 1st Edition, pp. 15-45, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.
- [18] E. Heidaryan, T. Hatami, M. Rahimi, J. Moghadasi, Viscosity of pure carbon dioxide at supercritical region: Measurement and correlation approach, *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 56, No. 2, pp. 144-151, 2011.
- [19] A. Jarrahian, E. Heidaryan, A novel correlation approach to estimate thermal conductivity of pure carbon dioxide in the supercritical region, *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 64, No. 1, pp. 39-45, 2012.

متوسط کمتر از این دما، انتقال حرارت افزایش بیشتری نسبت به سیستم معادل با گاز ایده‌آل دارد. مقدار بیشینه‌ی افزایش انتقال حرارت هنگام برابر شدن دمای دیوار لوله با دمای شبه بحرانی رخ می‌دهد و دلیل آن وقوع پدیده شبه جوشش در نزدیکی دیوار است.

## 7- فهرست علائم

$A_p$	سطح جانبی لوله ( $m^2$ )
$a$	انرژی آزاد هلمهولتز (J)
$C_p$	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت ( $JK^{-1}kg^{-1}$ )
$D$	قطر لوله (m)
$g$	شتاب گرانشی زمین ( $ms^{-2}$ )
$h$	آنتالپی ( $Jkg^{-1}$ )
$k$	رسانندگی گرمایی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$L$	طول لوله (m)
Nu	عدد ناسلت
$p$	فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$p_{stag}$	فشار سکون ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$q$	شار گرمایی ( $Wm^{-2}$ )
$R$	شعاع لوله (m)
$\bar{R}$	ثابت گاز برای دی‌اکسید کربن ( $JK^{-1}mol^{-1}$ )
Ra	عدد رایلی
$T$	دما (K)
$t$	زمان (s)
$u$	سرعت در جهت $x$ ( $ms^{-1}$ )
$v$	سرعت در جهت $y$ ( $ms^{-1}$ )
$\alpha$	انرژی آزاد هلمهولتز کاهش یافته
$\beta$	ضریب انبساط حرارتی ( $K^{-1}$ )
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\nu$	لزجت سینماتیکی ( $m^2s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
*	تغییر یافته
$\theta$	ایده آل
$\tau$	مانده
ave	مقدار متوسط
c	بحرانی
in	ورودی
pc	شبه بحرانی
pc	شبه کاهش یافته
$\tau$	کاهش یافته
w	دیوار

## 8- مراجع

- [1] Ž. Knez, E. Markočič, M. Leitgeb, M. Primožič, M. Knez Hrnčič, M. Škerget, Industrial applications of supercritical fluids: A review, *Energy*, Vol. 77, No. 1, pp. 235-243, 2014.