



## مدلسازی و صحت‌سنجی تجربی رفتار عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی با مدل اصلاح شده پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته وابسته به نرخ

سعید شکی<sup>1</sup>، محمدرضا ذاکرزاده<sup>2\*</sup>، موسی آیتی<sup>2</sup>، اسوه جدینیا<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکترونیک، دانشگاه تهران، کیش

\* تهران، صندوق پستی 11155-4563، zakerzadeh@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 مرداد 1395

پذیرش: 24 مهر 1395

ارائه در سایت: 24 آبان 1395

کلید واژگان:

آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی

هیستریزس

مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ

### چکیده

وجود پدیده غیرخطی هیستریزس یک چالش در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی می‌باشد. برای رفع این مشکل، رفتار هیستریزس موجود در این مواد را مدلسازی می‌کنند. مدل پرنتل-ایشلینسکی بدلیل سادگی و دارابودن معکوس تحلیلی، یکی از مدل‌های پرکاربرد در این حوزه می‌باشد. این مدل در دو نوع مستقل از نرخ و وابسته به نرخ ارائه شده است. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس تحریک، هیستریزس موجود در رفتار آلیاژهای مغناطیسی افزایش می‌یابد. بنابراین مدل مستقل از نرخ پرنتل-ایشلینسکی نمی‌تواند این تغییرات را در نظر بگیرد. در این پژوهش، با استفاده از ستاپ تست تجربی، ولتاژ ورودی در فرکانس‌های تحریک 0.05 تا 0.4 هرتز به عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی اعمال شده و خروجی موقعیت عملگر نیز بوسیله سنسور القایی اندازه‌گیری می‌شود. مدلسازی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی با مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ ارائه شده و مدل اصلاح شده آن نیز پیشنهاد شده است. برای افزایش توانایی مدل در توصیف رفتار هیستریزس اشباع و نامتقارن آلیاژهای مغناطیسی مدل اصلاح شده جدیدی، توسط نویسندگان مقاله با به کاربردن تابع تنازات هیپربولیک در خروجی مدل ارائه شده است. برای آموزش مدل‌های مذکور دو فرکانس تحریک 0.05 و 0.2 هرتز انتخاب شده و پارامترهای مدل با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک با این مجموعه داده بدست آمده است. اعتبارسنجی مدل‌ها نیز در فرکانس 0.1، 0.3 و 0.4 هرتز انجام گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که مدل اصلاح شده بدلیل استفاده از تابع تنازات هیپربولیک بهتر توانسته هیستریزس‌های نامتقارن و بسیار اشباع شده در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند.

## Modeling and experimental verification of a magnetic shape memory alloy actuator behavior using modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model

Saeid Shakki, Mohammad Reza Zakerzadeh\*, Moosa Ayati, Osve Jeddinia

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 11155-4563, Tehran, Iran, zakerzadeh@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 10 August 2016  
Accepted 15 October 2016  
Available Online 14 November 2016

**Keywords:**  
Magnetic shape memory alloy  
Hysteresis  
rate-dependent Prandtl-Ishlinskii

### ABSTRACT

The hysteresis nonlinearity of the Magnetic Shape Memory Alloy (MSMA) actuator limits its control applications. To tackle the problems, usually the hysteresis behavior of these materials is modeled. Prandtl-Ishlinskii (PI) model is more practical in this area because of its simplicity and having analytical inverse. Two versions of this model, entitled: rate-independent model and rate-dependent model, have been developed. Experimental results show that with increasing input frequency, the shape of hysteresis loops is amplified. In this study, by using experimental test setup, the input voltage is applied to the MSMA actuator at frequencies 0.05- 0.4 Hz and the displacement output is captured by a proximity position sensor. Also the MSMA behavior is modeled by generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii (GRDPI) model and modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii (MGRDPI) model. The modified version of the model is presented by the authors to enhance the ability of the GRDPI model for describing the asymmetric and saturated hysteresis behavior in MSMAs by hyperbolic tangent function in the model output. For training of the mentioned models, the actuation frequencies 0.05 and 0.2 Hz are selected and the model parameters of each model are also obtained by using Genetic Algorithm (GA). For validation of the models the hysteresis loops at frequencies 0.1, 0.3 and 0.4 Hz are selected. The result shows that, due to using hyperbolic tangent function in the model output, the modified version of the GRDPI model can describe the hysteresis behavior in MSMAs more accurately.

### 1- مقدمه

دلیل سبکی، کرنش بالا و خاصیت حافظه‌ای، استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار به عنوان عملگر در زمینه‌های مختلف مهندسی افزایش پیدا کرده است. در بین این آلیاژها، آلیاژهای نوع حرارتی محدوده فرکانسی کوچکی دارند و برای کارهای سریع کاربرد ندارند. بنابراین برای طراحی عملگرهایی با پاسخ سریع از آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی استفاده می‌شود. پدیده غیرخطی

Please cite this article using:

S. Shakki, M. R. Zakerzadeh, M. Ayati, O. Jeddinia, Modeling and experimental verification of a magnetic shape memory alloy actuator behavior using modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 389-396, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در این پژوهش، ابتدا مدل وابسته به نرخ متقارن و تعمیم یافته آن ارائه شده و سپس برای افزایش توانایی مدل در توصیف رفتار هیستریزس نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ در آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی، این مدل تعمیم یافته اصلاح گردیده و اصلاح شده مدل تعمیم یافته معرفی شده است. مدل اصلاح شده، با در نظر گرفتن توابع تانژانت هیپربولیک در خروجی مدل، توانایی مدل تعمیم یافته در تعیین اشباع‌های بزرگ و نامتقارنی را افزایش داده است. پارامترهای این مدل‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک در داده‌های ورودی و خروجی مربوط به دو فرکانس 0.05 و 0.2 هرتز شناسایی شده است. برای صحت‌سنجی مدل‌ها از لوپ‌های هیستریزسی در فرکانس‌های 0.1، 0.3 و 0.4 هرتز استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل اصلاح شده توسط نویسندگان این مقاله، بهتر می‌تواند رفتار هیستریزس نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ در آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند.

## 2- مدلسازی

### 2-1- مقدمه

مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ برای آلیاژهایی کاربرد دارد که تحت فرکانس ورودی، شکل هیستریزس موجود در آنها تغییر می‌کند. این مدل با در نظر گرفتن اپراتور بازی وابسته به نرخ، اثر فرکانس تحریک را در نظر می‌گیرد. در حالیکه در مدل‌های مستقل از نرخ، اپراتور بازی<sup>4</sup> نمی‌تواند از فرکانس تحریک تاثیر بگیرد.

### 2-2- مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ

در این پژوهش، فضای  $AC(0, T)$  از توابع کاملاً پیوسته حقیقی در بازه  $[0, T]$  تعریف شده است. برای هر ورودی  $u(t) \in AC(0, T)$ ، خروجی مدل وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی بر اساس سرعت ورودی اعمال شده  $\dot{u}(t)$  و تاثیر آن در اپراتور بازی بدست می‌آید. این رابطه به صورت معادله (1) معرفی می‌شود [23]:

$$\Psi[u](t) = a_0 u(t) + \sum_{i=1}^n a_i \Phi_{r_i(\dot{u}(t))} [u, x_i](t) \quad (1)$$

در حالیکه  $n$  تعداد اپراتورهای بازی مدل را نشان می‌دهد.  $a_i$  و  $a_0$  ها ثوابت وزنی توابع هستند. به منظور حفظ یکنواختی و وجود معکوس تحلیلی برای مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ، مجموع وزن‌ها باید مثبت باشد ( $\sum_{i=0}^n a_i > 0$ ) [23]. مطابق با این شرط مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ می‌تواند ضرایب منفی را نیز شامل شود.

خروجی اپراتور بازی وابسته به زمان به صورت معادله (2) تعریف می‌شود [24]:

$$z_i(t) = \Phi_{r_i(\dot{u}(t))} [u, x_i](t) \quad (2)$$

در حالیکه  $x_i$  از شرایط اولیه برای  $i = 1, 2, \dots, n$  مشخص شده است، به طوریکه برای  $i = 1, 2, \dots, n$  روابط (3) برقرار می‌باشد [24]:

$$\begin{aligned} |x_1| &\leq r_1(\dot{u}(0)) \\ |x_{i+1} - x_i| &\leq r_{i+1}(\dot{u}(0) - r_i(\dot{u}(0))) \end{aligned} \quad (3)$$

آستانه دینامیکی<sup>5</sup>  $r_i(t)$  برای  $t \in [0, T]$  به صورت نامساوی (4) تعریف می‌شود [25]:

$$0 \leq r_1(\dot{u}(t)) \leq r_2(\dot{u}(t)) \leq \dots \leq r_n(\dot{u}(t)) \quad (4)$$

در اپراتور بازی وابسته به زمان، افزایش در ورودی  $u(t)$  باعث افزایش خروجی

هیستریزس در این آلیاژها یک چالش اساسی در استفاده از آنها می‌باشد. تاکنون دو روش عمده برای مدلسازی این مواد ارائه شده است. روش اول مبتنی بر مدل‌های ساختاری این مواد است [2,1]. این روش بدلیل پیچیدگی که دارد، برای کاربردهای کنترلی مناسب نمی‌باشد. پژوهش‌هایی توسط کيفر و لاگوداس در [3] برای این نوع مدلسازی انجام شده است. روش دوم مبتنی بر مدلسازی رفتار هیستریزس موجود در این مواد بدون در نظر گرفتن روابط ساختاری است. این روش صرفنظر از دینامیک‌های مدل نشده در عملگر، رفتار هیستریزس موجود در آلیاژ مغناطیسی را مدلسازی می‌کند. مدل‌هایی همچون پریسا<sup>1</sup> [4]، کراسنوسلسکی-پوکروفسکی<sup>2</sup> [6,5] و پرنتل-ایشلینسکی<sup>3</sup> [10-7] جزء این روش می‌باشند. معروف‌ترین این مدل‌ها، مدل پرنتل-ایشلینسکی می‌باشد که بدلیل سادگی و دارا بودن معکوس تحلیلی از کاربرد بیشتری برخوردار است.

نسخه اولیه مدل پرنتل-ایشلینسکی ابتدا برای رفتار هیستریزسی متقارن معرفی شد [11]. کارهایی در این زمینه برای موادی که دارای رفتار هیستریزس متقارن بودند، انجام شده است [12]. اما بسیاری از مواد هوشمند، هیستریزس نامتقارن و اشباع دارند و مدل اولیه پرنتل-ایشلینسکی توانایی مدلسازی رفتار این نوع مواد را ندارد. بنابراین مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی معرفی شده است [8]. استفاده از این مدل برای مدلسازی بسیاری از موادی که دارای رفتار هیستریزسی نامتقارن و اشباع هستند، مورد استفاده قرار گرفته است [13-16].

نسخه‌های پرنتل-ایشلینسکی مذکور از یک اپراتور بازی مستقل از نرخ ورودی تحریک، بهره می‌برد. از این رو توانایی مدلسازی رفتار هیستریزس ماده تنها در یک فرکانس خاص را داشته و نمی‌توانستند اثر فرکانس تحریک را در نظر بگیرند. از این رو نسخه‌های وابسته به نرخ مدل پرنتل-ایشلینسکی مطرح شدند [17-19]. اولین باری که از این نسخه مدل برای توصیف رفتار هیستریزسی استفاده شد، برای مدلسازی مواد با ساختار متقارن بدون اشباع بود، که اثر فرکانس را به خوبی در نظر می‌گرفت و توانایی مدلسازی در فرکانس‌های مختلف را داشت [17]. سپس برای موادی که رفتار هیستریزسی نامتقارن و اشباع داشتند، مدل‌های تعمیم یافته آن ارائه شدند [21,20]. این مدل هرچند مشکل نامتقارنی و اشباع در رفتار هیستریزس‌های وابسته به نرخ را حل کرده اما برای تعیین هیستریزس‌های بسیار اشباع با خطاهای قابل توجهی همراه است.

آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی گونه‌ای از مواد هوشمند هستند که رفتار هیستریزس نامتقارن همراه با اشباع بسیار بزرگ دارند. تاکنون تلاش‌هایی برای مدلسازی رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی با استفاده از مدل‌های مستقل از نرخ انجام شده است. از جمله می‌توان به استفاده از روش‌های کراسنوسلسکی-پوکروفسکی [5] و پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته [22] برای مدلسازی این مواد در یک فرکانس ثابت اشاره کرد. اما با توجه به اینکه هیستریزس‌های موجود در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی شدیداً به فرکانس تحریک وابسته هستند، استفاده از این مدل‌ها کارایی ندارد. بنابراین باید از مدل‌های وابسته به نرخ استفاده کرد که توانایی توصیف هیستریزس‌های وابسته به نرخ نامتقارن و اشباع را داشته باشد. تاکنون تحقیقات مدلسازی رفتار این مواد با مدل‌های وابسته به نرخ انجام نشده است.

<sup>1</sup> Preisach

<sup>2</sup> Krasnoselskii-Pokrovskii

<sup>3</sup> Prandtl-Ishlinskii

<sup>4</sup> Play operator

<sup>5</sup> Dynamic threshold

متناسب با ویژگی‌های هیستریزیس آلیاژهای مغناطیسی، توابع پوش چند جمله‌ای برای تعیین هیستریزیس‌های نامتقارن مناسب می‌باشد. این توابع به صورت معادله (13) مشخص می‌شود [28]:

$$\gamma_l = \sum_{n=1}^{s_l} l_n u^n + l_0$$

$$\gamma_r = \sum_{n=1}^{s_m} m_n u^n + m_0 \quad (13)$$

که  $s_l$  و  $s_r$  درجه توابع پوش هستند. معمولاً ثوابت تابع پوش متناسب با درجه نامتقارنی در هیستریزیس تعیین می‌شوند [28].

بنابراین برای پیش بینی رفتار مواد با استفاده از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته، ابتدا باید ثوابت مدل با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای داده‌های آزمایش بدست آید تا بتواند رفتار سیستم مورد نظر را پیش‌بینی کند.

## 2-4- اصلاح مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ تعمیم یافته<sup>5</sup>

در این بخش مدلی ارائه خواهد شد که بتواند لوپ‌های هیستریزیس‌های نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ آلیاژهای مغناطیسی را که به سرعت ورودی نیز وابسته هستند، تعیین کند. برای اینکه مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ در حالت کلاسیک (که تنها قادر است لوپ‌های هیستریزیس-های متقارن و غیراشباع را توصیف کند) بتواند وجود اشباع را پیش‌بینی کند، در مرجع [30] راهکارهایی ارائه شده است. در مرجع [7] با استفاده از توابع بی‌حافظه<sup>6</sup> در مدل کلاسیک پرنتل-ایشلینسکی مستقل از نرخ، مدل تعمیم یافته آن معرفی شده است تا بتواند تنها اشباع را در هیستریزیس‌های متقارن توصیف کند. در مراجع قبلی، ایده به کارگیری از توابع بی‌حافظه برای اصلاح مدل کلاسیک وابسته به نرخ و مدل کلاسیک مستقل از نرخ استفاده شده است. در این پژوهش، با توجه به وجود اشباع‌های بزرگ در رفتار هیستریزیس آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی، باید مدلی برای رفتار این مواد در نظر گرفته شود، که توانایی توصیف اشباع‌های بزرگ را داشته باشد. با توجه به شکل توابع تانژانت هیپربولیک، از این توابع برای توصیف لوپ‌های هیستریزیس نامتقارن با اشباع‌های بزرگ استفاده شده است. بنابراین در این پژوهش با توجه به ایده‌های مراجع قبلی، برای اولین بار از این ایده کلی برای اصلاح ساختار مدل تعمیم یافته وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی استفاده شده است. ساختار معادله (14) ساختار مدل اصلاح شده را نشان می‌دهد [30]:

$$\theta_{\xi\eta}[u](t) = (\eta \circ \Psi \circ \xi)[u](t) \quad (14)$$

درحالی‌که  $\Psi$  در معادله (11) داده شده و  $\xi$  و  $\eta$  توابع بی‌حافظه، پیوسته و کاملاً یکنواخت می‌باشند که بایستی با توجه به رفتار مواد تعیین شوند. این توابع  $\xi$  و  $\eta$  می‌توانند اشباع، غیرمحدوب<sup>7</sup> و نامتقارنی حلقه‌های هیستریزیس وابسته به زمان را تعیین کنند. با توجه به رفتار هیستریزیس غیرخطی همراه با اشباع بزرگ در آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی، توابع بی‌حافظه در این پژوهش به صورت رابطه (15) در نظر گرفته شده‌اند:

$$\eta = c_1 u(t)$$

$$\xi = c_2 \tanh(c_3 u(t) + c_4) + c_5 \quad (15)$$

تابع  $\eta$  برای مقیاس کردن ورودی و تابع  $\xi$  برای افزایش توانایی مدل در توصیف اشباع‌های بزرگ هیستریزیس در نظر گرفته شده است.

اپراتور بازی در امتداد منحنی  $r_i(\dot{u}(t)) - u(t)$  می‌شود. در حالیکه یک کاهش در ورودی  $u(t)$  باعث کاهش خروجی اپراتور در امتداد منحنی  $u(t) + r_i(\dot{u}(t))$  می‌شود. نتیجه این رفتار، یک حلقه هیستریزیس متقارن می‌باشد [24]. در [23] تابع آستانه دینامیکی<sup>1</sup> به صورت معادله (5) در نظر گرفته شده است:

$$r_i(\dot{u}(t)) = \alpha_i + \kappa(\dot{u}(t)) \quad (5)$$

ساختار آستانه دینامیکی به طور ریاضی مشابه یک مدل تشابهی<sup>2</sup> با عناصر الاستیک-پلاستیک ویسکوز می‌باشد [26]. بنابراین رابطه (6) برای تابع آستانه برقرار می‌باشد [23]:

$$\alpha_{i+1} - \alpha_i \geq \sigma \quad (6)$$

که در آن  $\sigma$  یک ثابت مثبت می‌باشد. در صورتی که تابع  $\kappa(\dot{u}(t))$  برای تعیین اثرات هیستریزیس وابسته به نرخ در نظر گرفته شده است ثوابت  $\alpha_i$  در معادله (6) اثرات هیستریزیس مستقل از نرخ را معرفی می‌کند. بنابراین با توجه به روابط گفته شده، آستانه دینامیکی برای اپراتور بازی وابسته به نرخ به صورت معادله (7) تعیین می‌شود [24]:

$$\alpha_i = \zeta i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\kappa(\dot{u}(t)) = \beta |\dot{u}(t)| \quad (7)$$

که در این معادله  $\zeta$  و  $\beta$  ثوابت مثبت هستند و معادله  $\zeta$  به صورت رابطه (8) می‌باشد [23]:

$$\zeta = r_{i+1}(\dot{u}(t)) - r_i(\dot{u}(t)) \quad (8)$$

با تعریف آستانه دینامیکی در معادله (7) می‌توان اپراتور بازی وابسته به نرخ را برای ورودی‌های مختلف تعیین کرد. برای هر ورودی  $u(t) \in AC(0, T)$  تابع  $u$  برای هر زیر بازه  $[t_{i-1}, t_i]$  یکنواخت در نظر گرفته شده است. در حالیکه  $t_n < \dots < t_2 < t_1 < 0 < t_n$  بازه‌ها را تعیین می‌کند. خروجی اپراتور بازی وابسته به نرخ تحت یک بازه گسسته  $t \in (t_{j-1}, t_j]$  به صورت معادله (9) تعریف می‌شود [25]:

$$z_i(t_j) = \max\{u(t_j) - r_i(\dot{u}(t_j)), \min\{u(t_j) + r_i(\dot{u}(t_j)), z_i(t_{j-1})\}\} \quad (9)$$

که شرط اولیه برای این تابع به صورت رابطه (10) می‌باشد:

$$z_i(0) = \max\{u(0) - r_i(\dot{u}(0)), \min\{u(0) + r_i(\dot{u}(0)), 0\}\} \quad (10)$$

با توجه به فرمول‌های مطرح شده، خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ، در اثر ورودی  $u(t)$  به صورت معادله (11) می‌باشد [27]:

$$y(t) = \Psi[u](t) = a_0 u(t) + \sum_{i=1}^n a_i \Phi_{r_i(\dot{u}(t))}[u, x_i](t) \quad (11)$$

## 2-3- مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ تعمیم یافته<sup>3</sup>

با توجه به ویژگی‌های متقارن اپراتور بازی وابسته به نرخ، مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ توانایی توصیف رفتار هیستریزیس وابسته به نرخ نامتقارن و همراه با اشباع را ندارد [28]. بنابراین مدل تعمیم یافته اپراتور بازی وابسته به نرخ، با در نظر گرفتن توابع پوش<sup>4</sup> معرفی شده است [28]. این اپراتور به صورت معادله (12) نمایش داده می‌شود [29]:

$$z_i(t_j) = \max\{\gamma_l(u(t_j)) - r_i(\dot{u}(t_j)), \min\{\gamma_r(u(t_j)) + r_i(\dot{u}(t_j)), z_i(t_{j-1})\}\} \quad (12)$$

<sup>1</sup> Dynamic threshold

<sup>2</sup> Analogical

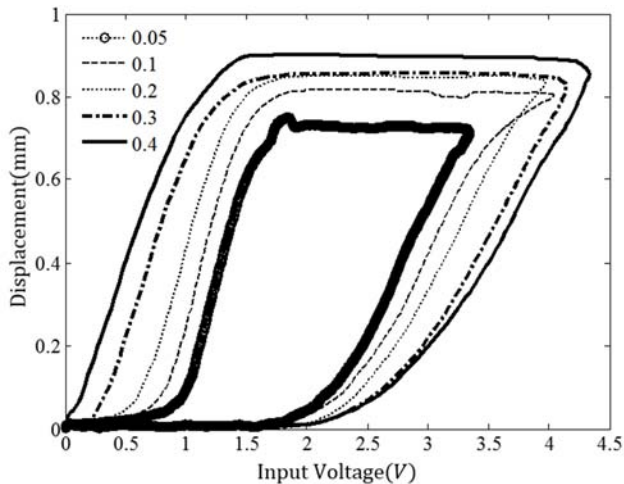
<sup>3</sup> Generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii (GRDPI)

<sup>4</sup> Envelop Function

<sup>5</sup> Modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii (MGRDPI)

<sup>6</sup> Memoryless

<sup>7</sup> Nonconvex



**Fig. 3** Measured hysteresis loops of MSMA actuator under different actuation inputs: (a)  $v(t) = 2.25 \sin(2\pi ft) + 2.25$ ,  $f = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$  and  $0.4$  Hz

شکل 3 حلقه های هیستریزس اندازه‌گیری شده عملگر آلیاژ حافظه دار مغناطیسی در ورودی های متفاوت  $v(t) = 2.25 \sin(2\pi ft) + 2.25$  با فرکانس های 0.05، 0.1 و 0.2 هرترز

آموزش نامیده می‌شوند، برای شناسایی پارامترهای مدل‌ها استفاده شده‌اند. در این پژوهش حلقه های هیستریزسی مربوط به فرکانس های 0.05 و 0.2 هرترز برای این کار در نظر گرفته شده است. دسته دوم داده‌های صحت‌سنجی نامیده می‌شوند، که همانطور که از نام آن مشخص است، از این داده‌ها برای صحت‌سنجی رفتار مدل‌ها استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن میانگین مربعات خطای بین خروجی مدل و نتایج تجربی به عنوان تابع هدف، پارامترهای بهینه برای هر یک از مدل‌ها بدست آمده است. معادله (16) رابطه تابع هدف را نشان می‌دهد:

$$\Pi(X) = \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^{K_s} W_s (\Psi^s[u](k) - y_{\text{exp}}^s(k))^2 \quad (16)$$

که در آن  $X = \{\zeta, \beta, a_0, a_1, \dots, a_n, l_0, \dots, l_s, \tau_0, \dots, \tau_s\}$  بردار پارامترهای مدل،  $S$  تعداد فرکانس های سینوسی،  $K_s$  تعداد داده‌ها با فرکانس سینوسی  $s$  ام،  $y_{\text{exp}}^s(k)$  معرف جابجایی اندازه‌گیری شده برای عملگر آلیاژ حافظه دار مغناطیسی است، زمانی که یک ولتاژ ورودی در یک فرکانس خاص به عملگر اعمال می‌شود،  $\Psi^s[u](k)$  خروجی مدل وابسته به نرخ به ازای همان ولتاژ اعمال شده به عملگر در داده  $k$  ام و فرکانس سینوسی  $s$  ام می‌باشد.

جدول 1 پارامترهای بدست آمده از الگوریتم ژنتیک، به ازای ورودی آموزش برای هر یک از مدل‌ها را نشان می‌دهد. شکل 4 و 5 مقایسه دو مدل با خروجی‌های آزمایش در داده‌های آموزش را نشان می‌دهد. با توجه به این نمودارها، مشخص می‌شود که مدل وابسته به نرخ تعمیم‌یافته نتوانسته به درستی رفتار هیستریزس همراه با اشباع‌های بزرگ این عملگر را بخوبی توصیف کند. در حالیکه مدل اصلاح شده با دقت مناسبی این کار را انجام داده است. خطای مطلق مدل‌ها در فرکانس‌های 0.05 و 0.2 هرترز به ترتیب در شکل‌های 6 و 7 نشان داده شده است. در شکل‌های 8 تا 12 خروجی دو مدل با خروجی تست‌های تجربی در داده صحت‌سنجی مقایسه شده‌اند. از نتایج مشخص است که مدل اصلاح شده تعمیم‌یافته در داده‌های صحت‌سنجی نیز بهتر توانسته رفتار هیستریزس همراه با اشباع‌های بزرگ در آلیاژهای حافظه-دار مغناطیسی را توصیف کند، این مطلب با توجه به میانگین مربعات خطای مدل‌ها نیز مشخص است. این برتری در مدل اصلاح شده بدلیل نوآوری در

### 3- ستاپ تست تجربی

یک عملگر آلیاژ حافظه دار مغناطیسی ساخت شرکت ادپتامت برای تست‌های تجربی این پژوهش در نظر گرفته شده است. از این ستاپ برای اندازه‌گیری خروجی موقعیت عملگر در فرکانس‌های مختلف ولتاژ تحریک ورودی استفاده شده است. شکل 1 تجهیزات ستاپ آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. شکل 2، حلقه ارتباط بین اجزای آزمایش با یکدیگر، به صورت یک حلقه کنترلی را نشان می‌دهد. جابجایی خروجی عملگر با استفاده از سنسور القایی ساخت شرکت بی دی سی<sup>1</sup> الکترونیک ایتالیا اندازه‌گیری شده است.

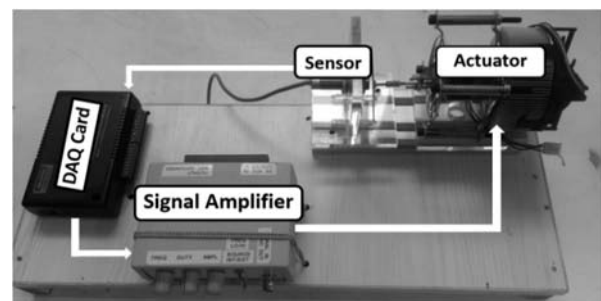
محدوده عملکرد سنسور فاصله 0 تا 4 میلی‌متر و پهنای باند آن 250 هرترز است. ولتاژ ورودی و موقعیت خروجی سنسور بوسیله کارت داده برداری شرکت ادونتک<sup>2</sup> ضبط و در کامپیوتر ذخیره می‌شود.

یک ولتاژ سینوسی با دامنه 4.5 ولت در فرکانس های مختلف به عملگر اعمال شده است. با توجه به تقویت کننده سیگنالی که بواسطه شرکت ادپتا مت بهینه‌سازی شده، تنها ورودی‌های سینوسی برای مدلسازی رفتاری عملگر می‌تواند استفاده شود. حلقه‌های هیستریزسی بین ولتاژ ورودی و موقعیت خروجی عملگر در شکل 3 نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی، رفتار هیستریزسی وابسته به نرخ نامتقارن و همراه با اشباع بزرگ دارند.

همچنین با توجه به این شکل واضح است که با افزایش فرکانس تحریک، حلقه‌های هیستریزسی بین رفتار ورودی و خروجی عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی و همچنین دامنه خروجی افزایش می‌یابد.

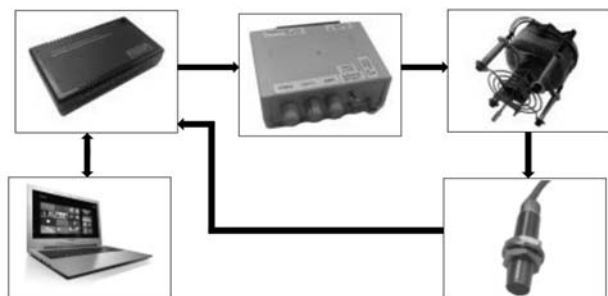
### 4- بحث و نتایج

در این پژوهش داده‌ها به دو دسته تقسیم شده‌اند. دسته اول که داده‌های



**Fig. 1** Furniture of the experimental setup on fixture

شکل 1 تجهیزات ستاپ آزمایشگاهی روی فیکسچر

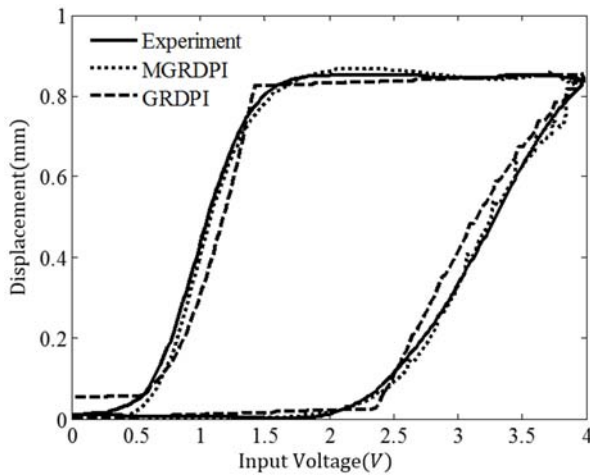


**Fig. 2** Structure of the experimental setup for characterization of hysteresis nonlinearities of a MSMA actuator

شکل 2 ساختار ستاپ آزمایشگاهی برای توصیف غیرخطی‌های هیستریزس عملگر

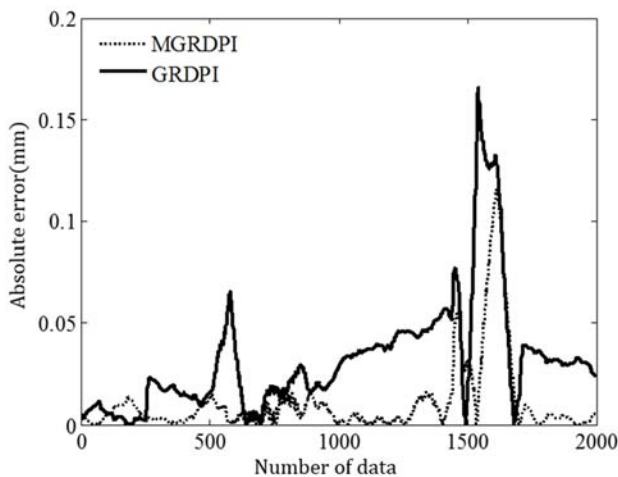
<sup>1</sup> BDC electronic

<sup>2</sup> Advantech



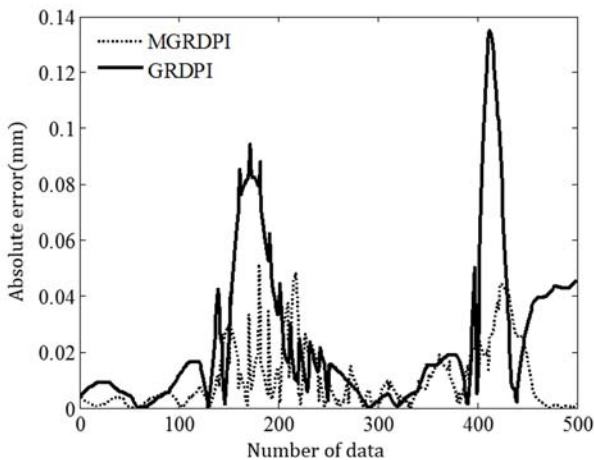
**Fig. 5** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.2 Hz (training process)

شکل 5 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.2 هرتز (فرایند آموزش)



**Fig. 6** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.05 Hz

شکل 6 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعمیم یافته و اصلاح شده تعمیم یافته در فرکانس 0.05 هرتز



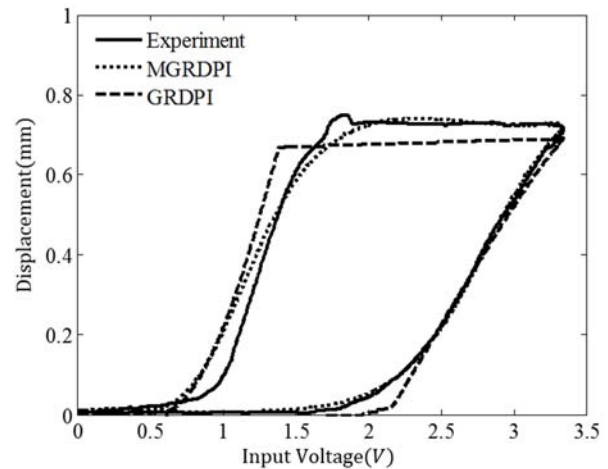
**Fig. 7** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.2 Hz

شکل 7 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعمیم یافته و اصلاح شده تعمیم یافته در فرکانس 0.2 هرتز

جدول 1 پارامترهای شناسایی شده مدل‌های پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ

**Table 1** Identified Parameters of rate-dependent Prandtl-Ishlinskii models

| متغیرها | مدل تعمیم یافته وابسته به نرخ | اصلاح شده مدل تعمیم یافته وابسته به نرخ |
|---------|-------------------------------|---|
| $N$     | 7                             | 7                                       |
| $s_1$   | 3                             | 3                                       |
| $s_m$   | 3                             | 3                                       |
| $\zeta$ | 3.8061                        | 0.3178                                  |
| $\beta$ | 5.8270                        | 7.4497                                  |
| $a_0$   | 0.0112                        | -1.9510                                 |
| $a_1$   | 1.8742                        | 1.9115                                  |
| $a_2$   | 1.8741                        | 4.9253                                  |
| $a_3$   | -0.5567                       | 4.9285                                  |
| $a_4$   | 1.8742                        | 6.5700                                  |
| $a_5$   | 1.8735                        | 7.4962                                  |
| $a_6$   | 1.8739                        | 7.8387                                  |
| $a_7$   | 1.8748                        | 3.3392                                  |
| $l_0$   | 3.6771                        | 0.3330                                  |
| $l_1$   | 0.4800                        | 0.0685                                  |
| $l_2$   | -0.4949                       | 0.1275                                  |
| $l_3$   | 0.0930                        | 0.0876                                  |
| $m_0$   | -3.8006                       | -0.2592                                 |
| $m_1$   | 0.0298                        | -0.1412                                 |
| $m_2$   | -0.0212                       | -0.6947                                 |
| $m_3$   | 0.0029                        | -0.5316                                 |
| $c_1$   |                               | -0.1807                                 |
| $c_2$   |                               | 0.4802                                  |
| $c_3$   |                               | -2.1901                                 |
| $c_4$   |                               | 3.7547                                  |
| $c_5$   |                               | 0.4773                                  |



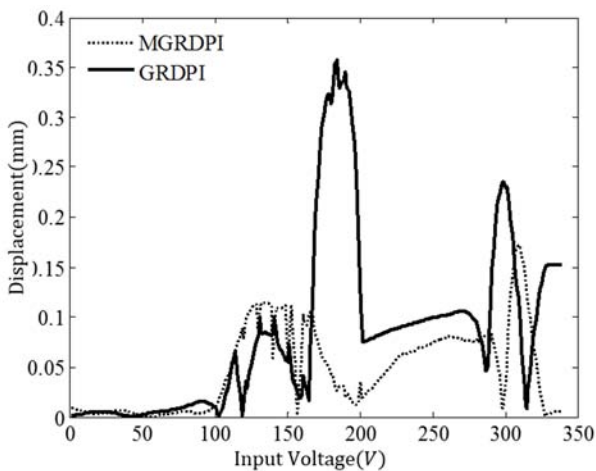
**Fig. 4** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.05 Hz (training process)

شکل 4 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.05 هرتز (فرایند آموزش)

استفاده از تابع تانژانت هیپربولیک در این مدل می‌باشد که توانایی مدل در مدلسازی اشباع را افزایش داده است. جدول 2 میانگین مربعات خطا را برای هر دو مدل، در دو دسته داده آموزش و داده اعتبارسنجی، نشان می‌دهد.

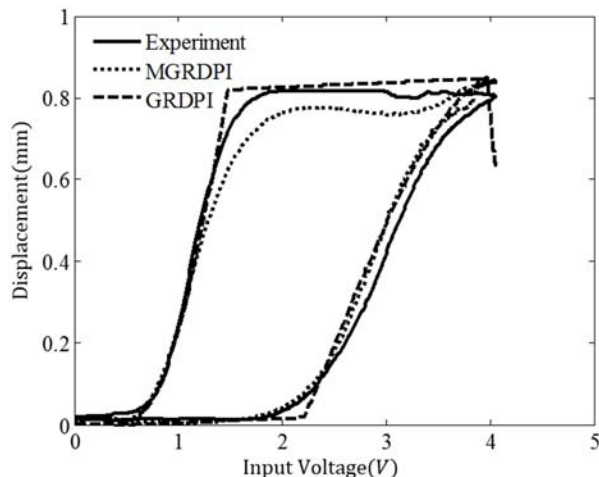
### 5- نتیجه گیری

یکی از مهمترین چالش‌ها در استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی وجود هیستریزس‌های وابسته به نرخ نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ می‌باشد.



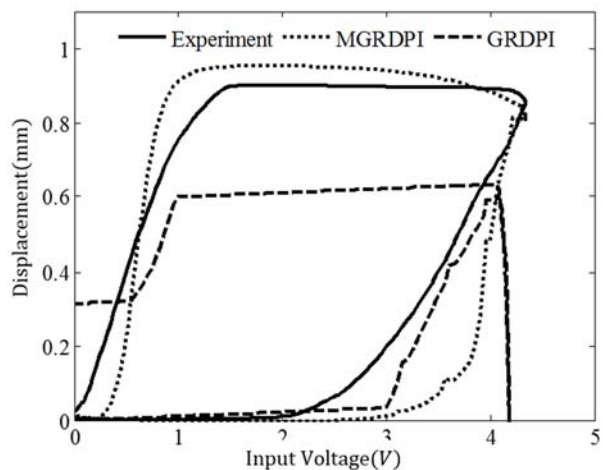
**Fig. 11** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.3Hz(validation)

شکل 11 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعمیم یافته و اصلاح شده تعمیم یافته در فرکانس 0.3 هرتز (صحت‌سنجی)



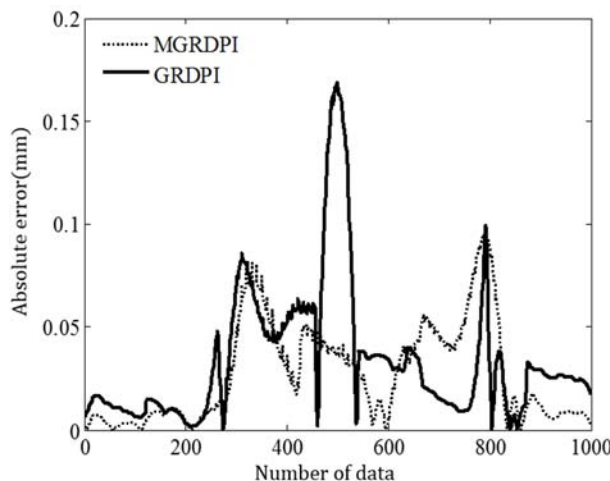
**Fig. 8** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.1Hz(validation)

شکل 8 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.1 هرتز (صحت‌سنجی)



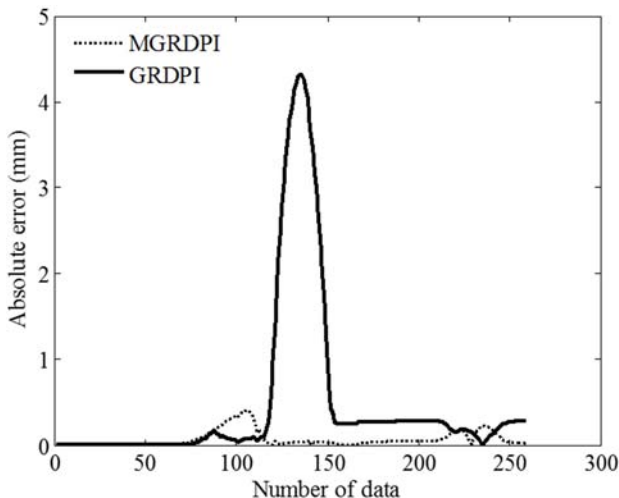
**Fig. 12** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.4Hz(validation)

شکل 12 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.4 هرتز (صحت‌سنجی)



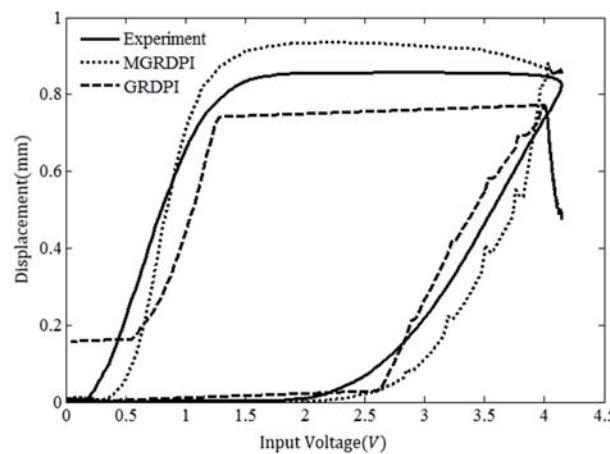
**Fig. 9** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.1Hz(validation)

شکل 9 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعمیم یافته و اصلاح شده تعمیم یافته در فرکانس 0.1 هرتز (صحت‌سنجی)



**Fig. 13** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.4Hz (validation)

شکل 13 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعمیم یافته و اصلاح شده تعمیم یافته در فرکانس 0.4 هرتز (صحت‌سنجی)



**Fig. 10** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.3Hz(validation)

شکل 10 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.3 هرتز (صحت‌سنجی)

در فرکانس‌های 0.05 و 0.2 هرتز بوسیله الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک بدست آمده و اعتبارسنجی مدل‌ها در فرکانس 0.1 تا 0.4 هرتز صورت گرفته است.

جدول 2 میانگین مربعات خطای بین خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرآیندهای آموزش و صحت‌سنجی (میلی‌متر)

Table 2 Mean square error between models output and experimental data in the training and validation processes (mm)

| فرکانس              | مدل پرنتل -<br>ایشلینسکی وابسته به<br>نرخ تعمیم یافته | اصلاح شده مدل پرنتل -<br>ایشلینسکی وابسته به<br>نرخ تعمیم یافته |
|---------------------|---|---|
| 0.05 هرتز (آموزش)   | 0.0019  | 4.9558e-04  |
| 0.1 هرتز (صحت‌سنجی) | 0.0023  | 0.0013  |
| 0.2 هرتز (آموزش)    | 0.0014  | 2.2795e-04  |
| 0.3 هرتز (صحت‌سنجی) | 0.0149  | 0.004   |
| 0.4 هرتز (صحت‌سنجی) | 1.29  | 0.0133  |

مدل‌های تعمیم یافته مستقل از نرخ پرنتل-ایشلینسکی هرچند توانایی خوبی در توصیف لوپ‌های نامتقارن و اشباع دارند اما ضعف آنها در نظر نگرفتن وابستگی هیستریزیس به فرکانس تحریک می‌باشد، زیرا با افزایش فرکانس تحریک، هیستریزیس موجود در رفتار آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی افزایش می‌یابد و به اپراتور بازی نیاز است تا بتواند این تغییرات را در نظر بگیرد. اپراتورهای بازی وابسته به نرخ ارائه شده در مقالات قبلی تنها برای هیستریزیس‌های متقارن و غیراشباع کاربرد دارد.

با توجه به بررسی‌های انجام شده، مشخص شد که مدل وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته اصلاح شده، هرچند عملکرد بهتری نسبت به مدل اولیه‌اش دارد، اما در مقابل تغییرات بزرگ هیستریزیس مقاوم نیست و تا محدوده‌ای توانایی در نظر گرفتن هیستریزیس‌های وابسته به نرخ را دارد. مقدار خطای قابل قبول برای مدل، به کاربردی که برای آن در نظر گرفته شده بستگی دارد و مقدار مشخص و دقیقی را نمی‌توان به آن اختصاص داد. ولی این نکته مشخص است که هرچه تغییرات حلقه‌های هیستریزیس بزرگتر شود، ناکارآمدی مدل نیز افزایش می‌یابد. بنابراین توانایی مدل به فرکانس و تغییرات آن در مواد مختلف، ارتباطی ندارد، بلکه به تغییرات حلقه‌های هیستریزیس نسبت به تغییر فرکانس مربوط می‌شود.

با توجه به رفتار هیستریزیس وابسته به نرخ نامتقارن و همراه با اشباع در برخی مواد، مدل تعمیم یافته آن نیز ارائه شد. این مدل تعمیم یافته تا حد خوبی می‌توانست این گونه رفتارها را توصیف کند. اما بدلیل وجود اشباع‌های بسیار بزرگ در رفتار هیستریزیس آلیاژهای مغناطیسی، استفاده از این مدل -ها مناسب نمی‌باشد.

در این پژوهش با استفاده از ایده به کارگیری توابع بی‌حافظه در افزایش قابلیت مدل‌ها، برای اولین بار توسط نویسندگان مقاله از این ایده برای افزایش قابلیت مدل تعمیم یافته وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی استفاده شده است که "مدل اصلاح شده تعمیم یافته وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی" نامیده می‌شود. دو مدل تعمیم یافته و اصلاح شده تعمیم یافته برای توصیف رفتار هیستریزیس وابسته به نرخ آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی به کار گرفته شده و با هم مقایسه شده‌اند. مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل اصلاح شده بهتر می‌تواند رفتار هیستریزیس‌های وابسته به نرخ عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند. این بهبود با استفاده از تابع تانژانت هیپربولیک در خروجی مدل و افزایش قابلیت مدل در توصیف اشباع‌های بزرگ بدست آمده است. پارامترهای مربوط به هریک از مدل‌ها با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی

## 6- فهرست علائم

|           |   |
|-----------|---|
| $a_0$     | ضریب وزنی ورودی مدل                     |
| $a_i$     | ضریب وزنی اپراتور بازی                  |
| $c_i$     | ضرایب توابع بی‌حافظه مورد استفاده       |
| $l_n$     | ضریب وزنی تابع پوش در حال افزایش        |
| $n$       | تعداد اپراتور بازی                      |
| $r$       | تابع آستانه                             |
| $s_i$     | درجه چند جمله‌ای تابع پوش در حال افزایش |
| $s_m$     | درجه چند جمله‌ای تابع پوش در حال کاهش   |
| $t$       | زمان                                    |
| $u$       | ورودی مدل                               |
| $y$       | خروجی مدل                               |
| $y_{exp}$ | خروجی آزمایش                            |

## علائم یونانی

|          |                              |
|----------|------------------------------|
| $\beta$  | ضریب وزنی سرعت               |
| $\gamma$ | تابع پوش در جهت              |
| $\zeta$  | ضریب ثابت حد آستانه          |
| $\eta$   | تابع بی‌حافظه برای اصلاح مدل |
| $\xi$    | تابع بی‌حافظه برای اصلاح مدل |
| $\Pi$    | تابع هدف                     |
| $\Phi$   | اپراتور بازی                 |
| $X$      | تابع پارامترهای مدل          |
| $\Psi$   | خروجی مدل                    |

## زیر نویس‌ها

|     |                 |
|-----|-----------------|
| exp | داده‌های آزمایش |
| $l$ | جهت افزایش      |
| $r$ | جهت کاهش        |

## 7- مراجع

- [1] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, H. Salehi, A comparative analysis of some one-dimensional shape memory alloy constitutive models based on experimental tests, *Scientia Iranica*, Vol. 19, No. 2, pp. 249-257, 2012.
- [2] M. R. Zakerzadeh, H. Sayyaadi, Experimental comparison of some phenomenological hysteresis models in characterizing hysteresis behavior of shape memory alloy actuators, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 23, No. 2, pp. 1287-1309, 2012.
- [3] B. Kiefer, D. C. Lagoudas, Modeling of the Stress-and Magnetic Field-Induced Variant Reorientation in MSMAs, *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Newport, Island, May 1-4, 2006.
- [4] D. Hughes, J. T. Wen, Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hysteresis, *Smart Materials and Structures*, Vol. 6, No. 3, pp. 287-300, 1997.
- [5] M. Zhou, S. Wang, W. Gao, Hysteresis modeling of magnetic shape memory alloy actuator based on Krasnosel'skii-Pokrovskii model, *The Scientific World Journal*, Vol. 9, No. 5, pp. 1-7, 2013.
- [6] M. Zakerzadeh, H. Sayyaadi, M. V. Zanjani, Characterizing hysteresis nonlinearity behavior of SMA actuators by Krasnosel'skii-Pokrovskii model, *Applied Mathematics*, Vol. 1, No. 1, pp. 28-38, 2011.

- Mechatronic*, Vol. 12, No. 2, pp. 134-142, 2007.
- [20] H. Jiang, H. Ji, J. Qiu, Y. Chen, A modified prandtl-ishlinskii model for modeling asymmetric hysteresis of piezoelectric actuators, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 57, No. 5, pp. 1200-1210, 2010.
- [21] M. Al Janaideh, S. Rakheja, C.-Y. Su, A generalized Prandtl-Ishlinskii model for characterizing the hysteresis and saturation nonlinearities of smart actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 4, pp. 045001-045010, 2009.
- [22] O. Jeddinia, M. R. Zakerzadeh, M. Mahjob, Hysteresis behavior investigation of magnetic shape memory alloy actuator using generalized prandtl-Ishlinskii model and experimental validation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 303-310, 2016. (in persian فارسی)
- [23] O. Aljanaideh, M. Al Janaideh, S. Rakheja, C.-Y. Su, Compensation of rate-dependent hysteresis nonlinearities in a magnetostrictive actuator using an inverse Prandtl-Ishlinskii model, *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 2, pp. 025027-025037, 2013.
- [24] O. Aljanaideh, M. Al Janaideh, M. Rakotondrabe, Enhancement of micro-positioning accuracy of a piezoelectric positioner by suppressing the rate-dependant hysteresis nonlinearities, (*AIM*), 2014 *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Besançon, France, July 8-11, pp. 1683-1688, 2014.
- [25] M. Al Janaideh, P. Krejci, Inverse rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for feedforward compensation of hysteresis in a piezomicropositioning actuator, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 18, No. 5, pp. 1498-1507, 2013.
- [26] P. Krejčí, M. Al Janaideh, F. Deasy, Inversion of hysteresis and creep operators, *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 407, No. 9, pp. 1354-1356, 2012.
- [27] O. Aljanaideh, M. Al Janaideh, M. Rakotondrabe, Inversion-free feedforward dynamic compensation of hysteresis nonlinearities in piezoelectric micro/nano-positioning actuators, 2015 *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Washington, USA, May 26-30, pp. 2673-2678, 2015.
- [28] A. Janaideh, M. Farhan, *Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model and its analytical inverse for compensation of hysteresis in smart actuators*, PhD Thesis, University of Concordia, Montreal, 2009.
- [29] O. Aljanaideh, M. D. AL-Tahat, M. Al Janaideh, Rate-bias-dependent hysteresis modeling of a magnetostrictive transducer, *Microsystem Technologies*, Vol. 29, No. 4, pp. 883-892, 2015.
- [30] M. Al Janaideh, P. Krejčí, Prandtl-Ishlinskii hysteresis models for complex time dependent hysteresis nonlinearities, *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 407, No. 9, pp. 1365-1367, 2012.
- [7] K. Kuhnen, Modeling, identification, compensation of complex hysteretic nonlinearities: A modified Prandtl-Ishlinskii approach, *European journal of control*, Vol. 9, No. 4, pp. 407-418, 2003.
- [8] M. A. Janaideh, J. Mao, S. Rakheja, W. Xie, C.-Y. Su, Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model: Hysteresis modeling and its inverse for compensation in smart actuators, 47th *IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun, Mexico, December 9-11, pp. 5182-5187, 2008.
- [9] M. Janaideh, C.-Y. Su, S. Rakheja, Compensation of symmetric and asymmetric hysteresis nonlinearities in smart actuators with a generalized Prandtl-Ishlinskii presentation, 2010 *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Montreal, Canada, July 6-9, pp. 890-895, 2010.
- [10] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, M. A. V. Zanjani, Accuracy evaluation of generalized Prandtl-Ishlinskii model in characterizing asymmetric saturated hysteresis nonlinearity behavior of shape memory alloy actuators, *International Journal of Research and Reviews in Mechatronic Design and Simulation (IJRRMDS)*, Vol. 1, No. 3, pp. 59-68, 2011.
- [11] P. Krejčí, V. Lovicar, Continuity of hysteresis operators in Sobolev spaces, *Aplikace matematiky*, Vol. 35, No. 1, pp. 60-66, 1990.
- [12] M. Rakotondrabe, Classical Prandtl-Ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators, *American Control Conference (ACC) 2012*, Montreal, Canada, June 27-29, pp. 1646-1651, 2012.
- [13] S. Bobbio, G. Milano, C. Serpico, C. Visone, Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysterons, *Magnetics, IEEE Transactions on*, Vol. 33, No. 6, pp. 4417-4426, 1997.
- [14] M.-J. Yang, G.-Y. Gu, L.-M. Zhu, Parameter identification of the generalized Prandtl-Ishlinskii model for piezoelectric actuators using modified particle swarm optimization, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 189, No. 2013, pp. 254-265, 2013.
- [15] J. Zhang, E. Merced, N. Sepúlveda, X. Tan, Optimal compression of generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis models, *Automatica*, Vol. 57, No. 2015, pp. 170-179, 2015.
- [16] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, Position control of shape memory alloy actuator based on the generalized Prandtl-Ishlinskii inverse model, *Mechatronics*, Vol. 22, No. 7, pp. 945-957, 2012.
- [17] M. Al Janaideh, C.-Y. Su, S. Rakheja, Development of the rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for smart actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 3, pp. 1-11, 2008.
- [18] M. Al Janaideh, S. Rakheja, C.-Y. Su, Experimental characterization and modeling of rate-dependent hysteresis of a piezoceramic actuator, *Mechatronics*, Vol. 19, No. 5, pp. 656-670, 2009.
- [19] W. T. Ang, P. K. Khosla, C. N. Riviere, Feedforward controller with inverse rate-dependent model for piezoelectric actuators in trajectory-tracking applications, *IEEE/ASME Transactions on*