

## طراحی بهینه هسته در سازه‌های لانه زنبوری تحت بار فشاری

غلامحسین لیاقت<sup>۱\*</sup>، حبیب‌اله سرایلو<sup>۲</sup>

۱- استاد بخش مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس  
۲- کارشناس ارشد، بخش مکانیک، گروه هوافضا، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

\*تهران، صندوق پستی ۲۱۷-۱۴۱۱۵

Ghlia530@modares.ac.ir

(دریافت مقاله: شهریور ۱۳۸۵، پذیرش مقاله: شهریور ۱۳۸۷)

**چکیده-** ساختار پانل‌های لانه زنبوری متشکل از سلول‌های شش ضلعی میان تهی است که دیوار آنها به‌خلاف سایر پانل‌های ساندویچی، عمود بر صفحات پوسته قرار می‌گیرد و طراحی آنها اغلب بر مبنای وزن کمینه انجام می‌شود. در این مقاله، ابعاد هسته لانه زنبوری به‌گونه‌ای محاسبه شده تا کمترین وزن را داشته باشد. بهینه‌سازی وزن نسبت به بارگذاری از دو روش تحلیلی و عددی انجام شده است. بهینه‌سازی عددی به روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی انجام شده است. پارامترهای هندسی و وزن بهینه برای دو مقطع شش ضلعی و چهارضلعی محاسبه و وزن بهینه ناشی از آنها مقایسه شده است.

**کلید واژگان:** سازه لانه‌زنبوری، وزن کمینه، پانل ساندویچی، بهینه‌سازی عددی، برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی.

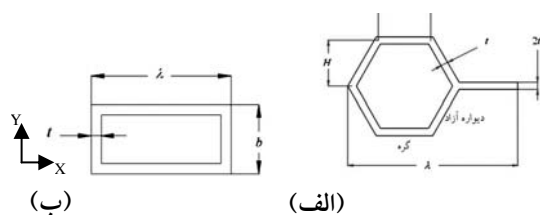
### ۱- مقدمه

در این مقاله وزن بهینه سلول لانه زنبوری محاسبه شده است. این کار برای شکل‌های مختلف شش ضلعی و چهارضلعی - که تحت بارگذاری محوری فشاری قرار دارد - انجام شده است (شکل ۱). بهینه‌سازی عددی با روشی مبتنی بر الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی<sup>۱</sup> انجام شده است. به تازگی از این روش بهینه‌سازی توسط تیان<sup>۲</sup> و لیو<sup>۳</sup> برای طراحی بهینه پانل‌های کرکراهی<sup>۴</sup> استفاده شده است [۵].

حداقل وزن هسته به هندسه آن بستگی دارد به‌گونه‌ای که در هیچ جای آن تسلیم، کمانش موضعی و کمانش

لانه زنبوری به سازه‌ای گفته می‌شود که از چیده شدن سلول‌های باز (میان تهی) در کنار هم به‌وجود می‌آید. این سلول‌ها از اتصال ورق‌های بسیار نازکی از ماده‌ای خاص به یکدیگر تشکیل شده و شکل‌های مختلفی دارند. معروف‌ترین آنها عبارتند از شش ضلعی، مستطیلی و دایره‌ای [۱-۳]. در طی سال‌های بسیاری سازه‌های ساندویچی با هسته سبک، پیشنهادی متداول برای سازه‌های تحت فشار بوده است [۴]. به دلیل صرفه‌جویی در هزینه تولید یا داشتن وزن مناسب در سازه پانل‌های ساندویچی، طراحی آنها بر اساس حداقل وزن اهمیت ویژه‌ای دارد [۵].

1. Sequential Quadratic Programming (SQP)
2. Tian
3. Lu
4. Corrugated Panels



شکل ۲ پارامترهای هندسی ابعاد مقاطع: الف) مقطع شش ضلعی؛ ب) مقطع چهارضلعی

ممان اینرسی هسته موردنظر حول محور X از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\gamma t H^3}{3\lambda} \sqrt{4H^2 + (\lambda - \gamma b)^2} + \frac{\gamma b t H^3}{\lambda} \quad (1)$$

مساحت سطح مقطع بر واحد عرض به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A = \frac{\gamma t \sqrt{4H^2 + (\lambda - \gamma b)^2}}{\lambda} + \frac{\gamma b t}{\lambda} \quad (2)$$

و وزن کل هسته بر واحد عرض عبارت است از:

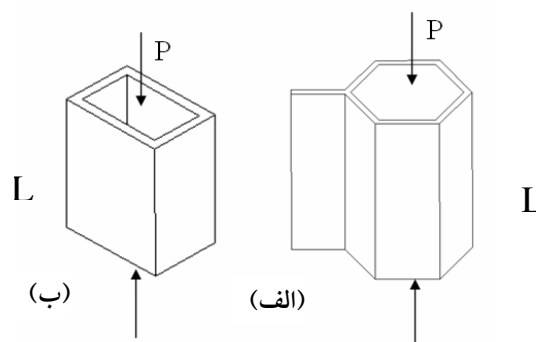
$$W = \rho L \left( \frac{\gamma t \sqrt{4H^2 + (\lambda - \gamma b)^2}}{\lambda} + \frac{\gamma b t}{\lambda} \right) \quad (3)$$

در طراحی بهینه شرایط تکیه‌گاهی دو طرف هسته (در جهت ارتفاع L) به صورت غلتکی<sup>۲</sup> در نظر گرفته شده است. وزن هسته با توجه به شرایط مرزی و با تنش حداکثر  $\sigma = \frac{P}{A}$  باید کمینه شود، به نحوی که هیچ‌یک از چهار حالت واماندگی<sup>۳</sup> که در زیر آورده شده اتفاق نیفتد.

## ۲-۱- کماتش کلی

جایی از هسته دچار کماتش کلی<sup>۴</sup> نمی‌شود، اگر [۶، ۷]:

کلی اتفاق نیفتد. در این مقاله پارامترهای هندسی بهینه متناظر با حداقل وزن هسته محاسبه و نتایج به دست آمده از روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی با نتایج روش تحلیلی مقایسه شده است. روش تحلیلی اولین بار توسط جرارد ارائه شد<sup>۱</sup> [۴] که در اینجا برای استفاده در هسته‌های لانه زنبوری تغییراتی در آن ایجاد شده است.



شکل ۱ شکل‌های مختلف هسته لانه زنبوری با ارتفاع L، تحت فشار یکنواخت: الف) هسته شش ضلعی؛ ب) هسته چهارضلعی

## ۲- روش طراحی

در شکل ۲ پارامترهای هندسی که مقاطع موردنظر را به طور کامل تعریف می‌کنند، مشخص شده است. در این بخش بهینه‌سازی و معادلات مربوط به مقطع شش ضلعی آورده شده است (شکل ۲- الف).

فرض شده که سلول لانه زنبوری تحت بارگذاری فشاری P (بر واحد عرض) قرار دارد.  $\lambda$  به عنوان عرض هسته در نظر گرفته شده است. هسته از ماده‌ای با چگالی و زنی  $\rho$ ، مدول الاستیسیته E، ضریب پواسون  $\nu$  و تنش تسلیم  $\sigma_y$  ساخته شده است.

2. Simply Supported  
3. Failure  
4. Overall Buckling

1. Gerard

### ۳- روش بهینه‌سازی

بار محوری  $P$  و ارتفاع هسته  $L$ ، مقادیر مشخصی فرض شده است. بار بی‌بُعد به صورت  $\bar{p} = \frac{P}{EL}$  و ابعاد هندسی بی‌بُعد به صورت  $\bar{t} = \frac{t}{L}$ ،  $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{L}$ ،  $\bar{H} = \frac{H}{L}$ ،  $\bar{b} = \frac{b}{L}$  تعریف شده است. وزن بی‌بُعد نیز با رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\bar{W} = \frac{W}{\rho L^3} = \bar{t} \sqrt{4\left(\frac{H}{\lambda}\right)^2 + (1-2\frac{b}{\lambda})^2} + 4\bar{t} \frac{b}{\lambda} \quad (۸)$$

### ۱-۳- بهینه‌سازی تحلیلی

در بهینه‌سازی تحلیلی، وزن سازه با در نظر گرفتن تمامی مودهای واماندگی به‌طور همزمان باید کمینه شود [۴]. تنش کمناش کلی  $\sigma_1$ ، کمناش موضعی دیوار آزاد  $\sigma_2$  و کمناش موضعی گره  $\sigma_3$  مودهای واماندگی را برای طراحی بهینه این روش در محدوده الاستیک تشکیل می‌دهند. در روش تحلیلی، معادله‌های زیر برای بهینه‌سازی وزن باید حل شود:

$$\sigma_1 = \frac{\pi^2 EI}{Al^2} \quad (۹ - الف)$$

$$\sigma_2 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{\frac{1}{4}\sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2}} \right)^2 K_c^2 \quad (۹ - ب)$$

$$\sigma_3 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 K_c^2 \quad (۹ - ج)$$

با توجه به دستگاه معادلات فوق باید پارامترهای هندسی بر حسب بارگذاری بی‌بُعد و یکی از پارامترهای ابعادی محاسبه شده و با جاگذاری در رابطه (۸) و کمینه‌سازی آن، مقدار بهینه وزن و پارامترهای هندسی به‌دست آید. برای قابل حل بودن

دستگاه فوق باید  $\frac{H}{\lambda}$  و  $\frac{b}{\lambda}$  به‌طور مستقل تعریف شود. معادلات (۱۰) رابطه  $\bar{t}$  و  $\bar{\lambda}$  بر حسب  $\frac{H}{\lambda}$  و  $\frac{b}{\lambda}$  و

همچنین رابطه بین  $\frac{b}{\lambda}$  و  $\frac{H}{\lambda}$  را نشان می‌دهند:

$$\sigma \leq \sigma_1 = \frac{\pi^2 EI}{Al^2} \quad (۴)$$

### ۲-۲- کمناش موضعی در دیوار آزاد

با برقراری رابطه زیر برای تنش در دیوار آزاد، کمناش موضعی<sup>۱</sup> اتفاق نمی‌افتد [۶]:

$$\sigma \leq \sigma_2 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{\frac{1}{4}\sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2}} \right)^2 K_c^2 \quad (۵)$$

ضریب  $K_c$  به شرایط تکیه‌گاهی دیوار آزاد سلول بستگی دارد. در پانل‌های کرکره‌ای برای ورقه‌هایی از هسته - که دارای گوشه هستند و از یک نقطه با پوسته در تماس هستند - شرایط مرزی دوطرف ورق به‌صورت غلتکی در نظر گرفته شده است. بنابراین در محاسبات حاضر  $K_c^2 = 4$  قرار داده می‌شود. تأثیر شرایط مرزی اعمال شده بر نتایج بهینه‌سازی معمولاً کوچک است [۵].

### ۳-۲- کمناش موضعی در گره

با برقراری رابطه زیر برای تنش در گره سلول کمناش موضعی اتفاق نمی‌افتد [۶]:

$$\sigma \leq \sigma_3 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 K_c^2 \quad (۶)$$

### ۲-۴- تنش تسلیم

تنش تسلیم در هیچ جایی از هسته رخ نمی‌دهد، اگر:

$$\sigma \leq \sigma_f \equiv \sigma_y \quad (۷)$$

در بهینه‌سازی حاضر کمناش در محدوده غیرالاستیک<sup>۲</sup> ملحوظ نشده است.

1. Local Buckling  
2. Inelastic

$$\bar{t}^r = \frac{(\frac{H}{\lambda})^r + (1-\nu^r) \frac{b}{\lambda}}{4\pi^r K_c^r} \times \frac{9(1-\nu^r)}{4\pi^r K_c^r} \times \bar{p}^r \quad (10-f)$$

$$\left( \frac{H}{\lambda} \right)^r \left( \sqrt{4 \left( \frac{H}{\lambda} \right)^r + (1-\nu^r) \frac{b}{\lambda}} + \frac{b}{\lambda} \right) \left( \sqrt{4 \left( \frac{H}{\lambda} \right)^r + (1-\nu^r) \frac{b}{\lambda}} + 3 \frac{b}{\lambda} \right)$$

$$\bar{\lambda} = \left[ \frac{1/\nu^{2r} \sqrt{K_c}}{\pi(1-\nu^r)^{\frac{1}{2}}} \times \frac{\left( \sqrt{4 \left( \frac{H}{\lambda} \right)^r + (1-\nu^r) \frac{b}{\lambda}} + \frac{b}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left( \frac{H}{\lambda} \right)^r \left( \sqrt{4 \left( \frac{H}{\lambda} \right)^r + (1-\nu^r) \frac{b}{\lambda}} + \frac{b}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 4 \left( \frac{H}{\lambda} \right)^r + (1-\nu^r) \frac{b}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{r}} \sqrt[4]{\bar{p}} \quad (10-b)$$

$$\left( \frac{H}{\lambda} \right)^r = \left( \frac{b}{\lambda} \right) - \frac{1}{4} \quad (10-c)$$

### ۲-۳- بهینه‌سازی عددی

در این روش تنش  $\sigma$  باید در حدی باشد که تمامی معیارهای واماندگی شامل کماتش کلی، کماتش موضعی دیوار آزاد، کماتش موضعی گره و تنش تسلیم در محدوده امن قرار گیرند. در این روش بهینه‌سازی با تابع هدف وزن و توابع قید (۴) تا (۷) انجام شده است. حالت بی‌بُعد قیود در اینجا آورده می‌شود:

$$\frac{1}{\pi^r} \frac{p}{EL} \frac{I^r}{I} - 1 \leq 0 \quad \text{حالت ۱-۲ (الف-۱۵)}$$

$$\frac{p}{EL} \frac{1}{\pi^r K_c^r} \frac{A}{L} \left( \frac{\sqrt{4\bar{H}^r + (\bar{\lambda} - \nu\bar{b})^r}}{\bar{t}^r} \right)^r \leq 1 \quad \text{حالت ۲-۲ (ب-۱۵)}$$

$$\frac{p}{EL} \frac{1}{\pi^r K_c^r} \frac{A}{L} \left( \frac{\bar{b}}{\bar{t}^r} \right)^r \leq 1 \quad \text{حالت ۳-۲ (ج-۱۵)}$$

$$\frac{p}{EL} \times \frac{E}{\sigma_y} \times \frac{1}{A} - 1 \leq 0 \quad \text{حالت ۴-۲ (د-۱۵)}$$

مسئله بهینه‌سازی فوق مسأله‌ای با تابع هدف و قیود غیرخطی است [۸] تا [۱۰]. برای حل این مسأله از روش تقریب درجه دوم متوالی، با نرم‌افزار متلب<sup>۱</sup> استفاده شده است. باید توجه داشت که این روش بهینه‌سازی نیز مانند

با جاگذاری روابط فوق در رابطه (۸) تابع وزن به صورت تابعی از بارگذاری بی‌بُعد و  $\frac{b}{\lambda}$  به دست می‌آید.

$$\bar{W} = f\left(\frac{b}{\lambda}, \bar{p}\right) \quad (11)$$

با فرض مشخص بودن  $\bar{p}$  و کمینه‌سازی  $\bar{W}$  مقدار بهینه  $\frac{b}{\lambda}$  به دست می‌آید و سپس می‌توان نسبت بهینه را برای  $\frac{H}{\lambda}$  محاسبه کرد:

$$\frac{b}{\lambda} = \frac{1}{3} \quad (12)$$

$$\frac{H}{\lambda} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (13)$$

با توجه به روابط (۱۲)، (۱۳) و جاگذاری آنها در روابط (۱۰) مقدار کمینه برای وزن هسته را می‌توان به صورت تابعی از بار بی‌بُعد به دست آورد:

$$\frac{W}{\rho L^3} = \alpha \sqrt{\frac{p}{EL}} \quad (14)$$

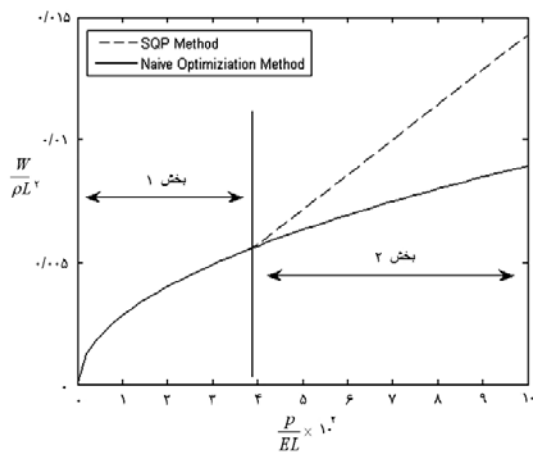
در رابطه فوق برای مقطع شش ضلعی،  $\alpha = 0.894$  به دست می‌آید. با جاگذاری (۱۲) و (۱۳) در روابط (۱۰) مقادیر بهینه ابعاد هسته به دست می‌آید.

$$\frac{p}{EL} \times \frac{1}{\varepsilon_y} \times \frac{1}{\left(2\bar{t}\left(1 + \frac{\bar{b}}{\lambda}\right)\right)} - 1 \leq 0 \quad \text{تسلیم (د-۱۷)}$$

### ۵- نتایج و بحث

برای هسته‌ای با مقطع شش ضلعی وزن کمینه بی‌بُعد، حاصل از روش‌های تحلیلی و عددی در شکل ۳ بر حسب بار بی‌بُعد نشان داده شده است. فرض شده که

$$\text{کرنش تسلیم ماده } \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = 0.007 \text{ است.}$$



شکل ۳ تغییرات  $\bar{W}$  بر حسب بار وارد شده بی‌بُعد، از

روش تحلیلی و روش SQP

قبل از اینکه بارگذاری به حد تنش تسلیم برسد، وزن کمینه بر طبق رابطه (۱۴) با بارگذاری بی‌بُعد در ارتباط است. به دلیل دقت خوبی که در روش عددی وجود داشت، در هر دو روش  $\alpha = 0.894$  به دست آمده است. لازم است ذکر شود که در [۵] این روش با نرم‌افزار IMSL پیاده‌سازی شده و مقدار این ضریب بین دو روش در حدود ۳/۵ درصد اختلاف دارد.

سایر روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک، جواب‌های محلی را تضمین می‌کند [۸]. بنابراین باید حدس اولیه را تا حد ممکن نزدیک به جواب واقعی در نظر گرفت.

### ۴- مقطع چهارضلعی

برای بهینه‌سازی وزن و ابعاد مقطع چهارضلعی فقط از روش برنامه‌ریزی درجه دوم استفاده شده است.

خواص مقطع چهارضلعی عبارتند از:

$$A = 2t\left(1 + \frac{b}{\lambda}\right) \quad \text{(الف - ۱۶)}$$

$$I = 2\left[\frac{1}{12}tb^2\left(\frac{b}{\lambda}\right) + \frac{1}{4}tb^2\right] \quad \text{(ب - ۱۶)}$$

$$W = \rho LA = 2\rho Lt\left(1 + \frac{b}{\lambda}\right) \quad \text{(ج - ۱۶)}$$

معیارهای طراحی عبارتند از:

(الف - ۱۷) کمانش کلی

$$\frac{1}{\pi^2} \times \frac{p}{EL} \times \frac{1}{\left[2\bar{t}\bar{b}^2\left(\frac{\bar{b}}{\lambda}\right) + \frac{1}{4}\bar{t}\bar{b}^2\right]} - 1 \leq 0$$

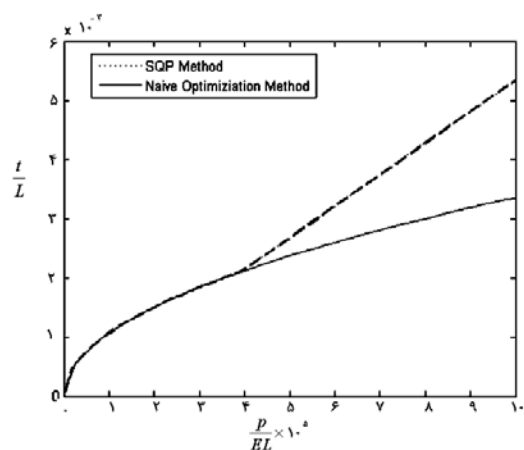
(ب - ۱۷) کمانش موضعی طول چهارضلعی

$$\frac{p}{EL} \times \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_c^2 \left(2\bar{t}\left(1 + \frac{\bar{b}}{\lambda}\right)\right)} \times \left(\frac{\bar{b}}{\bar{t}}\right)^2 - 1 \leq 0$$

(ج - ۱۷) کمانش موضعی عرض چهارضلعی

$$\frac{p}{EL} \times \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_c^2 \left(2\bar{t}\left(1 + \frac{\bar{b}}{\lambda}\right)\right)} \times \left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{t}}\right)^2 - 1 \leq 0$$

باید توجه داشت که نتایج ارائه شده با فرض استقلال در مودهای واماندگی حاصل شده در حالی که در حضور عیوب هندسی کوچک، ممکن است مودهای تخریب واقعاً مستقل نبوده و به آثار متقابل<sup>۱</sup> غیرخطی منجر شوند. در نتیجه ممکن است هندسه بهینه به درستی پیش‌بینی نشود و مهم‌تر آنکه به دلیل حساسیت ناخالصی چندحالتی<sup>۲</sup>، استحکام سازه کاهش یابد. یکی از روش‌های قابل قبول برای وارد کردن تقریبی اثر مود متقابل، قرار دادن بار تقویت شده  $\frac{P}{\gamma}$  به جای بار  $P$ ، در محاسبات مربوط به بهینه‌سازی است. اگر مقدار ضریب  $\gamma$  مقدار واقعی آن باشد، سازه باید استحکام واقعی خود را داشته و به مقدار بهینه نزدیک باشد. مطالعات کویتر<sup>۳</sup> و همکاران در سال ۱۹۷۶ اشاره دارد به اینکه اغلب برای اطمینان باید  $\gamma \approx 0.9$  در مواقع مود اثر متقابل در نظر گرفته شود [۴].



شکل ۴ منحنی تغییرات  $\bar{t}$  مقطع شش ضلعی بر حسب بار بی‌بعد، از روش تحلیلی و روش SQP

وقتی بارگذاری به حد تنش تسلیم برسد یعنی وقتی  $(\alpha \varepsilon_y)^2 > \frac{P}{EL}$ ، منحنی وزن - بار به خط مستقیم تبدیل می‌شود. معادله این خط عبارت است از:

$$\frac{W}{\rho L} = \frac{1}{\varepsilon_y} \times \frac{P}{EL} \quad (16)$$

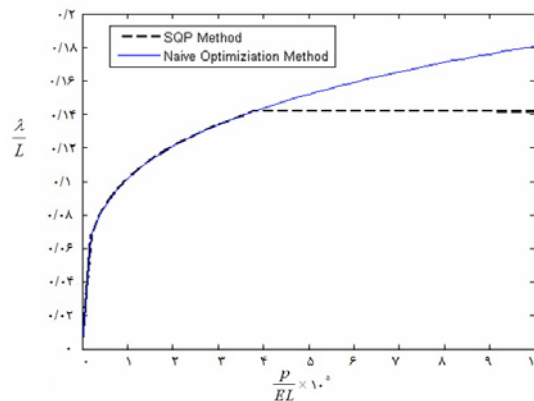
در بهینه‌سازی تحلیلی فقط از قیود کماتش سراسری و کماتش موضعی استفاده شده در حالی که در روش برنامه‌ریزی درجه دوم، علاوه بر قیود ذکر شده، قیود تنش تسلیم نیز در نظر گرفته شده است. در محدوده بارگذاری  $(\alpha \varepsilon_y)^2 < \frac{P}{EL}$  تنش‌های واماندگی کمتر از تنش تسلیم و در محدوده الاستیک تغییر می‌کنند. بنابراین نتایج به دست آمده از دو روش با یکدیگر تطابق دارند. اما برای بارگذاری در محدوده  $(\alpha \varepsilon_y)^2 \geq \frac{P}{EL}$ ، بار اعمال شده در محدوده تنش تسلیم است و این در روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی در نظر گرفته شده است؛ در حالی که در روش تحلیلی چنین حالتی پیش‌بینی نشده. تفاوت در نمودارهای دو روش نیز به همین دلیل است. در محدوده دوم نتایج حاصل از روش عددی قابل قبول است. شکل ۴ تغییرات  $\bar{t}$  را بر حسب بار بی‌بعد، شکل ۵ تغییرات  $\bar{h}$  را بر حسب بار بی‌بعد، شکل ۶ تغییرات  $\bar{H}$  را بر حسب بار بی‌بعد و شکل ۷ تغییرات  $\bar{b}$  را بر حسب بار بی‌بعد نشان می‌دهد.

نتایج بهینه را می‌توان به صورت دیگری نیز ارائه کرد. در این معادله می‌توان بین تنش (با مقادیر بهینه پارامترها) و بارگذاری بی‌بعد ارتباط برقرار کرد. رابطه (۱۷) این ارتباط را نشان می‌دهد:

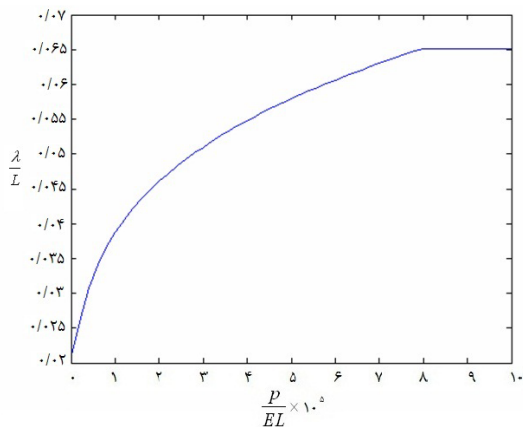
$$\frac{\sigma_{opt}}{E} = \beta \sqrt{\frac{P}{EL}} \quad , \quad \beta = \frac{1}{\alpha} \quad (17)$$

1. Interaction
2. Multi-Mode Imperfection-Sensitivity
3. Koiter

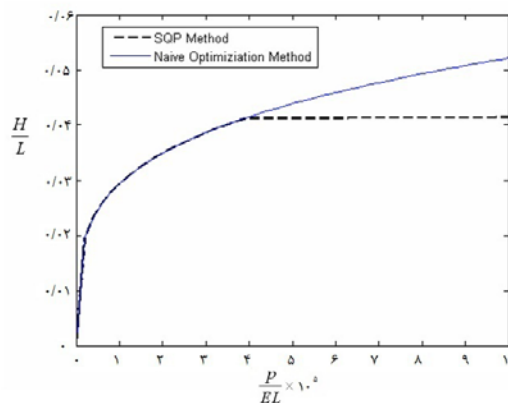
در شکل ۸ منحنی بهینه شده عرض مقطع چهار ضلعی و در شکل ۹ نمودار بهینه شده طول مقطع چهارضلعی که به روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی به دست آمده، نشان داده شده است. از طرفی دیگر مقادیری که بین دو هندسه بحث شده قابل قیاس هستند، ضخامت تیغه و وزن بهینه آنها است. در شکل ۱۰ نمودار بهینه شده ضخامت تیغه و در شکل ۱۱ نمودار وزن بهینه برای دو مقطع چهارضلعی و مقطع شش ضلعی آورده شده است.



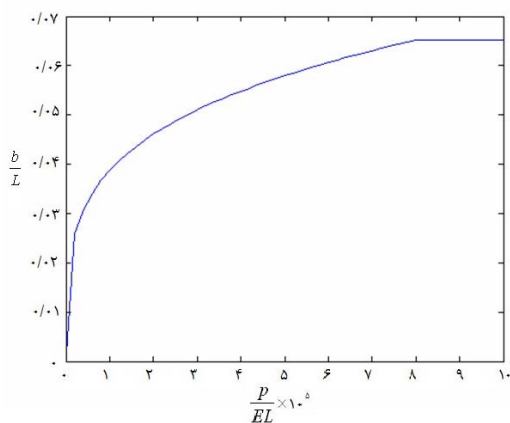
شکل ۵ منحنی تغییرات  $\bar{\lambda}$  مقطع شش ضلعی بر حسب بار بی‌بُعد، از روش تحلیلی و روش SQP



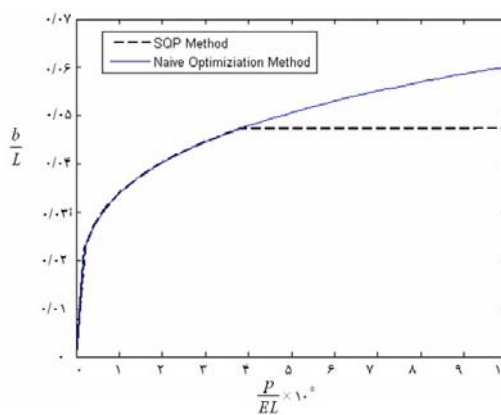
شکل ۸ منحنی تغییرات  $\bar{\lambda}$  بر حسب بار وارده بی‌بُعد در مقطع چهارضلعی از روش PQS



شکل ۶ منحنی تغییرات  $\bar{H}$  مقطع شش ضلعی بر حسب بار بی‌بُعد، از روش تحلیلی و روش SQP



شکل ۹ منحنی تغییرات  $\bar{b}$  بر حسب بار وارده بی‌بُعد در مقطع چهارضلعی از روش SQP



شکل ۷ منحنی تغییرات  $\bar{b}$  مقطع شش ضلعی بر حسب بار بی‌بُعد، از روش تحلیلی و روش SQP

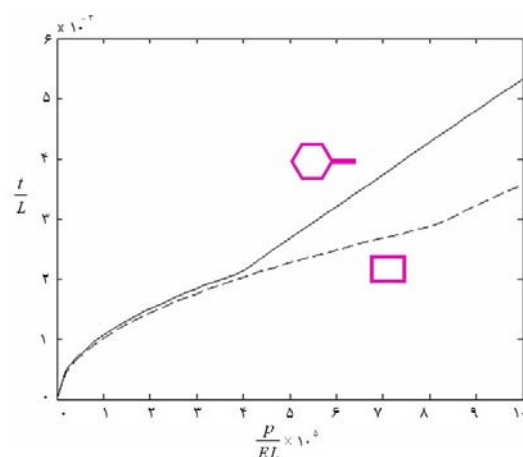
و همچنین مرز تنش تسلیم برای دو نوع مقطع ذکر شده آورده شده است.

جدول ۱ ضرایب و مقادیر بهینه برای مقاطع شش‌ضلعی و چهارضلعی

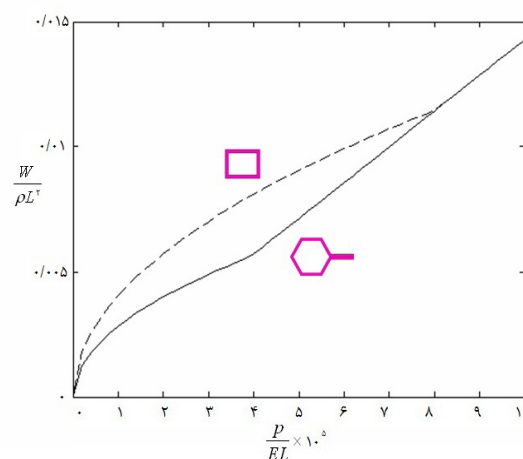
مقطع هسته	ضریب $\alpha$	ضریب $\beta$	مرز تنش تسلیم $(\alpha \varepsilon_y)^2$
شش‌ضلعی	۰/۸۹۴	۱/۱۱۸	$۳/۹ \times ۱۰^{-۵}$
چهارضلعی	۱/۲۸۰۷	۰/۷۸۰۸	$۸/۰۴ \times ۱۰^{-۵}$

## ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، بهینه‌سازی وزن با دو روش تحلیلی و عددی (بر مبنای برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی)، برای بارگذاری فشاری یکنواخت، انجام شده است. نتایج دو روش بهینه‌سازی تطابق بسیار خوبی دارند. یکی از امتیازهای روش تحلیلی، فرمول‌بندی ساده و مشخص برای طراحی است اگرچه فقط در محدوده بارگذاری الاستیک قابل استفاده بوده و پیچیدگی مقاطع باید به حدی باشد که پارامترهای طراحی از تعداد قیود، تجاوز نکنند. اما در روش برنامه‌ریزی درجه دوم محدودیتی از نظر پیچیدگی شکل مقطع وجود ندارد و در تمام نواحی بارگذاری نیز مقادیر قابل قبولی را ارائه می‌دهد. نتایج بهینه‌سازی وزن برای دو شکل متفاوت هسته لانه زنبوری، نشانگر آن است که مقطع شش‌ضلعی نسبت به مقطع چهارضلعی بهینه‌تر است. یعنی به‌ازای بارگذاری یکسان، وزن کمتری دارد. همچنین با افزایش تعداد اضلاع در مقطع نسبت استحکام به وزن هسته نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰ منحنی تغییرات  $\bar{t}$  بر حسب بار وارد شده بی‌بعد برای دو هندسه چهارضلعی و شش‌ضلعی



شکل ۱۱ منحنی تغییرات وزن بهینه بی‌بعد بر حسب بار وارد شده بی‌بعد برای دو هندسه چهارضلعی و شش‌ضلعی

همان‌طور که در شکل ۱۱ نشان داده شده، وزن بهینه هسته به‌ازای بارگذاری برابر، برای مقطع شش‌ضلعی کمتر از مقطع چهارضلعی است. در عین حال ضخامت تیغه در مقطع شش‌ضلعی بیشتر از مقطع چهارضلعی است. در جدول ۱ ضریب  $\alpha$  که ضریب ثابت در رابطه بین وزن بهینه و بارگذاری و ضریب  $\beta$  که ضریب ثابت بین تنش بهینه و بارگذاری است



## ۷- منابع

- [6] Allen, H. G, 1980, Background to Buckling, McGraw Hill, Press NewYork:
- [7] Timoshenko S P, Gere J M, 1961, Theory of elastic stability, McGraw-Hill, NewYork.
- [8] David G, Luenberger, 1989, Linear and nonlinear programming, Addison – Wesley.
- [9] Rao S S, 1984, Optimization: Theory and applications, 2nd Edition, Halsted Press NewYork.
- [۱۰] پیغامی محمدرضا، پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۸، الگوریتم دستگاه معادلات خطی متوالی برای حل مسایل بهینه‌سازی غیرخطی با قيود کلی، دانشکده ریاضی کاربردی.
- [1] Tom Bitzer, 1997, Honeycomb Technology, California, Chapman & Hall.
- [۲] زمانی جمال، پایان‌نامه دکترای دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۱، آنالیز و بررسی تحلیل و تجربی رفتار سازه‌های لانه زنبوری شکل فلزی تحت بارهای محوری ناشی از انفجار تا مرحله مچالگی کامل، دانشکده فنی و مهندسی.
- [۳] علوی‌نیا علی، پایان‌نامه دکترای دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۱، بررسی تأثیر پارامترهای لانه زنبوری بر روی مقاومت به نفوذ آن، دانشکده فنی و مهندسی.
- [4] Budiansky B, 1999, on the minimum weights of compression structures, Int. J. Solids Struct.; 36: 3677–708.
- [5] YS Tian, TJ Lu, 2005, Optimal design of compression corrugated panels, J. Thin-Walled Structures; 43: 477-498.