



## معرفی تعریف عدد ناسلت مناسب برای جریان سیال در یک لوله با ماده متخلخل جزئی

علیرضا جمارانی<sup>1</sup>، مهدی معرفت<sup>2\*</sup>، مجید اسحق نیموری<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- دکترای تخصصی، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی 14115-143، maerefat@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 24 دی 1393

پذیرش: 26 فروردین 1394

ارائه در سایت: 14 اردیبهشت 1394

کلید واژگان:

انتقال حرارت جابجایی

عدد ناسلت

ماده متخلخل

### چکیده

در مطالعه‌ی حاضر به بررسی تحلیلی و عددی اعتبار دو تعریف متداول عدد ناسلت برای انتقال حرارت جابجایی در یک لوله با ماده متخلخل جزئی پرداخته شده است. تعریف اول عدد ناسلت بصورت  $Nu_1(x) = 2R \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} / (T_w - T_m(x))$  و تعریف دوم عدد ناسلت بصورت  $Nu_2(x) = 2Rq''_{cond} / k_{ref}(T_w - T_m(x))$  بیان شده است. در ابتدا عدد ناسلت حاصل از این دو تعریف در آرایش‌های مختلف ماده متخلخل در یک لوله، بصورت تحلیلی بررسی شده است. نتایج بررسی تحلیلی نشان می‌دهد که در آرایش مرزی ماده متخلخل، مقدار ناسلت محاسبه شده با این دو تعریف، با یکدیگر متفاوت است. در تعریف اول ناسلت، مقدار حرارتی که با عبور جریان سیال از میان ماده متخلخل به سیال منتقل می‌شود، لحاظ نمی‌گردد و در نتیجه ناسلت محاسبه شده از این تعریف فیزیک انتقال حرارت جابجایی را در این مسئله به درستی بیان نمی‌کند. در ادامه آرایش مرزی ماده متخلخل در یک لوله با جریان مغشوش بصورت عددی شبیه‌سازی شده و عدد ناسلت از هر دو تعریف محاسبه می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضریب هدایت ماده متخلخل، عدد ناسلت حاصل از تعریف اول کاهش می‌یابد که این امر بیان درستی از فیزیک مسئله نیست. بنابراین در آرایش مرزی ماده متخلخل در یک لوله، استفاده از تعریف اول ناسلت مناسب نیست. با بررسی تعریف دوم ناسلت، مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب هدایت ماده متخلخل، عدد ناسلت افزایش می‌یابد که این نتیجه فیزیکی بوده و لذا تعریف دوم ناسلت برای آرایش مرزی ماده متخلخل مناسب‌تر به نظر می‌رسد.

## Introducing a proper definition of the Nusselt number for fluid flow in a pipe partially filled with porous media

Alireza Jamarani, Mehdi Maerefat\*, Majid Eshagh Nimvari

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, maerefat@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 January 2015  
Accepted 15 April 2015  
Available Online 04 May 2015

Keywords:  
Convection heat transfer  
Nusselt number  
Porous material

### ABSTRACT

In the present study the validity of two conventional Nusselt number definitions was investigated using analytical and numerical methods for convection heat transfer in a pipe partially filled with porous media. The first definition is denoted as  $Nu_1(x) = 2R \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} / (T_w - T_m(x))$  and the second one as follows:  $Nu_2(x) = 2Rq''_{cond} / k_{ref}(T_w - T_m(x))$ . The Nusselt number resulted from these two definitions was investigated analytically in a pipe for different porous configurations. The results show that the calculated Nusselt numbers using these two definitions, are different in porous media boundary arrangement. In the first definition, the heat transferred to the fluid flowing thorough the porous media is not considered, so the Nusselt number which is calculated via this definition cannot demonstrate the physics of heat transfer phenomenon properly. The boundary arrangement of porous in a pipe with turbulent flow is simulated numerically and the Nusselt number was calculated by the two definitions. The calculated Nusselt from the first definition shows that the Nusselt number increases as the heat conduction coefficient of porous grows, which is not a proper expression of physics of this problem. So, the first definition of the Nusselt number is not proper for porous boundary arrangement in a pipe. However, by investigating the second definition, it is seen that with increasing the porous heat conduction coefficient, the Nusselt number increases, which is physically valid; therefore the second definition is more appropriate for the porous media boundary arrangement.

### 1- مقدمه

عدد ناسلت، پارامتری بی بعد است که برای توصیف انتقال حرارت جابجایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این عدد برای جریان در یک لوله بدون ماده

متخلخل بصورت معادله‌ی (1) تعریف شده است [1]:

$$Nu_1(x) = \frac{2R}{(T_w - T_m(x))} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (1)$$

در این مطالعه از عدد ناسلت تعریف شده در معادله‌ی (1) به عنوان تعریف اول

Please cite this article using:

A.R. Jamarani, M. Maerefat, M. Eshagh Nimvari, Introducing a proper definition of the Nusselt number for fluid flow in a pipe partially filled with porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 278-286, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

$$q''_{conv} = q''_{cond}; h(T_w - T_m(x)) = q''_{cond} \quad (3)$$

$$T_m(x) = \frac{2 \int_0^R uTr dr}{u_m(x)R^2}; u_m(x) = \frac{2 \int_0^R ur dr}{R^2} \quad (4)$$

$$h = \frac{q''_{cond}}{(T_w - T_m(x))} \quad (5)$$

تعریف عدد ناسلت در یک لوله بصورت معادله‌ی (6) است [2]:

$$Nu(x) = \frac{hD}{k_{ref}} \quad (6)$$

در معادله‌ی (6)،  $k_{ref}$  برابر ضریب هدایت متوسط (سیال و یا سیال و جامد) است که بر اساس آرایش ماده متخلخل در لوله تعیین می‌گردد. با جایگذاری ضریب انتقال حرارت جابجایی حاصل از معادله‌ی (5) در رابطه‌ی عدد ناسلت در معادله‌ی (6)، عدد ناسلت در یک لوله حاصل می‌گردد:

$$Nu(x) = \frac{2Rq''_{cond}}{k_{ref}(T_w - T_m(x))} = Nu_2(x) \quad (7)$$

مشاهده می‌شود که عدد ناسلت حاصل با تعریف دوم ناسلت برابر است. بنابراین تعریف دوم عدد ناسلت تعریف کاملی برای محاسبه‌ی عدد ناسلت در یک لوله است.

حال به بررسی ضریب هدایت حرارتی در لوله‌ی با ماده متخلخل پرداخته می‌شود. در یک لوله‌ی متخلخل، ضریب هدایت موثر سیال بصورت معادله‌ی (8) تعریف می‌گردد [16]:

$$k_{fe} = \phi \left( k_f + C_{Pf} \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_T} \right) \quad (8)$$

عبارت  $C_{Pf} \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_T}$  در معادله‌ی (8)، اثرات اغتشاش را برای حالت جریان سیال مغشوش نشان می‌دهد [17] و مقدار آن در جریان آرام برابر با صفر است. ضریب هدایت موثر ماده متخلخل نیز بصورت معادله‌ی (9) بیان می‌گردد [16]:

$$k_{se} = (1 - \phi)k_s \quad (9)$$

ضریب هدایت موثر مجموعه‌ی ماده متخلخل و سیال نیز بصورت معادله‌ی (10) بیان می‌گردد:

$$k_{eff} = k_{fe} + k_{se} = \phi k_f + (1 - \phi)k_s + \phi C_{Pf} \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_T} \quad (10)$$

در این بخش دیده شد که استفاده از تعریف دوم برای محاسبه‌ی عدد ناسلت مناسب است. با تعیین ضریب هدایت متوسط ( $k_{ref}$ ) و شار هدایت حرارتی بر روی دیواره ( $q''_{cond}$ )، عدد ناسلت برای لوله‌ی بدون ماده متخلخل، لوله با آرایش مرزی و یا لوله با آرایش مرکزی ماده متخلخل حاصل می‌گردد که در بخش‌های بعدی بدان پرداخته می‌شود. البته در حالتی که دیواره‌ی لوله در شرایط مرزی شار حرارتی ثابت قرار دارد، می‌توان به راحتی از تعریف دوم ناسلت استفاده نمود و نیازی به تعیین شار حرارتی بر روی دیواره نیست.

## 2-1- عدد ناسلت در لوله‌ی بدون ماده متخلخل

در لوله‌ی بدون ماده متخلخل، ضریب هدایت متوسط ( $k_{ref}$ ) برابر با ضریب هدایت سیال ( $k_f$ ) است [1]. مقدار شار هدایت حرارتی ورودی از دیواره به سیال نیز از معادله‌ی (11) حاصل می‌گردد [1]:

$$q''_{cond} = k_f \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (11)$$

شار حرارتی حاصل از معادله‌ی (11) در تعریف دوم ناسلت جایگزین شده و عدد ناسلت در لوله‌ی بدون ماده‌ی متخلخل حاصل می‌گردد:

$$Nu_2(x) = \frac{2Rk_f \left( \frac{\partial T(x)}{\partial r} \right)_{r=R}}{k_f(T_w - T_m(x))} = \frac{2R}{(T_w - T_m(x))} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = Nu_1(x) \quad (12)$$

در معادله‌ی (12) مشاهده می‌شود که برای لوله‌ی بدون ماده متخلخل، تعریف اول و تعریف دوم عدد ناسلت با یکدیگر برابرند.

ناسلت یاد شده و با علامت  $Nu_1$  نشان داده می‌شود. برای جریان در یک لوله با ماده متخلخل عدد ناسلت بصورت معادله‌ی (2) تعریف می‌گردد [3,2]:

$$Nu_2(x) = \frac{2Rq''_{cond}}{k_{ref}(T_w - T_m(x))} \quad (2)$$

در این مطالعه از عدد ناسلت تعریف شده در معادله‌ی (2) به عنوان تعریف دوم ناسلت ( $Nu_2$ ) یاد می‌شود. در بسیاری از مطالعات پیشین، از تعریف اول برای محاسبه‌ی عدد ناسلت در لوله‌ی متخلخل استفاده شده است. درحالی‌که این تعریف برای محاسبه‌ی عدد ناسلت در لوله‌ی بدون تخلخل ارائه شده است. امیری و وفایی [4] در سال 1994 یک کانال متخلخل را با شرط عدم تعادل حرارتی بین فاز جامد و سیال مورد مطالعه قرار داده و از تعریف اول برای محاسبه‌ی عدد ناسلت استفاده نموده‌اند. وفایی و همکاران در مطالعات بعدی نیز برای بررسی انتقال حرارت در مواد متخلخل از تعریف اول برای محاسبه‌ی ناسلت استفاده نموده‌اند [5-8]. محمودی و همکاران [9] در سال 2011، جریان سیال را در یک لوله در دو حالت آرایش مرزی و مرکزی ماده متخلخل مورد مطالعه قرار داده‌اند. این محققین برای حالت دیواره‌ی دما ثابت از تعریف اول و برای دیواره با شار حرارتی ثابت از تعریف دوم برای محاسبه‌ی عدد ناسلت استفاده نموده‌اند. محمودی و کریمی [10] در سال 2014، آرایش مرکزی ماده متخلخل در یک لوله را با فرض عدم تعادل حرارتی مطالعه نموده و مقدار ناسلت را از تعریف اول بدست آورده‌اند. دهقان و همکاران در سال 2014 بصورت تحلیلی [11] و تقریبی [12] انتقال حرارت با شرط عدم تعادل حرارتی را به ترتیب در یک کانال و لوله مورد بررسی قرار دادند و از ضریب هدایت موثر در تعریف عدد ناسلت استفاده نمودند. در مطالعات مرتبط با جابجایی اجباری در ماده متخلخل با جریان مغشوش نیز یانگ و هوانگ [13] در سال 2009، لوله‌ی با آرایش مرکزی ماده متخلخل و با جریان سیال مغشوش را بررسی نموده‌اند. این محققین برای شرایط مرزی شار حرارتی ثابت از تعریف دوم ناسلت استفاده نموده و افزایش عدد ناسلت را نتیجه گرفتند. برای شرایط مرزی دما ثابت نیز از تعریف اول ناسلت استفاده و کاهش عدد ناسلت را گزارش نموده‌اند. معرفت و همکاران [14,15] در سال‌های 2010 و 2012 هر دو آرایش مرزی و مرکزی ماده متخلخل را در یک کانال با جریان مغشوش مورد مطالعه قرار داده‌اند و با استفاده از تعریف اول ناسلت، در آرایش مرزی ماده متخلخل، کاهش عدد ناسلت را گزارش نموده‌اند.

مشاهده می‌شود که استفاده از تعریف اول ناسلت در مطالعات مرتبط با انتقال حرارت جابجایی در مواد متخلخل بسیار متداول است. این در حالی است که در کتب مرجع همواره از تعریف دوم، برای محاسبه‌ی ناسلت در لوله یا کانال حاوی ماده متخلخل استفاده شده است [2,3,16]. بنابراین هدف از این مطالعه، بررسی شرایط اعتبار استفاده از این دو تعریف برای محاسبه‌ی عدد ناسلت است. بدین منظور، در ابتدا این دو تعریف در آرایش‌های مختلف ماده متخلخل شامل آرایش مرزی (ماده متخلخل در مجاورت دیواره) و یا آرایش مرکزی (ماده متخلخل در مرکز لوله) بصورت تحلیلی بررسی شده و مشخص می‌گردد که عدد ناسلت حاصل از این دو تعریف در چه آرایشی از ماده متخلخل به نتایج یکسان و در چه آرایشی به نتایج متفاوتی خواهد انجامید. در ادامه برای حالتی که ناسلت حاصل از این دو تعریف با یکدیگر متفاوت باشد بررسی عددی صورت می‌گیرد.

## 2- بررسی تحلیلی تعاریف مختلف ناسلت

برای بررسی تحلیلی این دو تعریف، در ابتدا به محاسبه‌ی عدد ناسلت در یک لوله پرداخته می‌شود. با تساوی انتقال حرارت جابجایی و هدایت بر روی دیواره‌ی لوله، ضریب انتقال حرارت جابجایی حاصل می‌گردد [1]:

ظاهر گردند. ضریب تصحیح  $\frac{k_{eff}}{k_{fe}}$  در معادله‌ی (15) این مورد را به خوبی بیان می‌کند در تعریف اول برای محاسبه‌ی عدد ناسلت، عبارت ضریب هدایت موثر سیال وجود ندارد و در نتیجه ناسلت حاصل از آن نیز قادر به بیان فیزیک مسئله نیست.

کوزنتسوف و نیلد برای آرایش مرزی ماده متخلخل، مقدار ضریب هدایت متوسط  $(k_{ref})$  را برابر با ضریب هدایت موثر ماده متخلخل و سیال  $(k_{eff})$  در نظر گرفته‌اند [22,21]. در این حالت عدد ناسلت با فرض تعادل حرارتی بصورت معادله‌ی (16) بیان می‌گردد:

$$Nu(x) = \frac{hD}{k_{eff}} = \frac{2R \left[ k_{eff} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} \right]}{k_{eff}(T_w - T_m(x))} = \frac{2R}{(T_w - T_m(x))} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = Nu_1(x) \quad (16)$$

مشاهده می‌شود که تعریفی که کوزنتسوف و نیلد برای محاسبه‌ی عدد ناسلت استفاده نموده‌اند معادل با تعریف اول عدد ناسلت است و معادله‌ی (16) نشان می‌دهد که این تعریف در آرایش مرزی ماده متخلخل به ضریب هدایت موثر ماده متخلخل و سیال  $(k_{eff})$  وابسته است و می‌تواند با افزایش ضریب هدایت ماده متخلخل کاهش یابد که این امر بیان صحیحی از فیزیک مسئله نیست. در این حالت، تعریف اول ناسلت برای سیالی فرضی با ضریب هدایت موثر ماده متخلخل و سیال بیان می‌شود و با تغییر نسبت هدایت حرارتی ماده متخلخل به سیال، جنس سیال فرضی تغییر می‌کند. در این حالت، استفاده از عدد ناسلت حاصل از تعریف اول برای مقایسه‌ی انتقال حرارت جابجایی، به منزله‌ی مقایسه‌ی عدد ناسلت بین دو سیال فرضی با جنس‌های متفاوت است؛ چنین قیاسی کاملاً بی‌معنی است و نتایج حاصل از آن صحیح نخواهد بود. بنابراین با افزایش نسبت هدایت حرارتی، تغییرات عدد ناسلت تعریف اول نمی‌تواند بیانگر تغییرات ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال باشد.

در این بخش مشخص شد که با آرایش مرزی ماده متخلخل در لوله، دو تعریف متداول عدد ناسلت با یکدیگر برابر نیستند. بنابراین در ادامه آرایش مرزی ماده متخلخل در یک لوله بصورت عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد و نتایج مرتبط با دو تعریف ناسلت با یکدیگر مقایسه می‌گردد.

### 3- بررسی عددی دو تعریف ناسلت در آرایش مرزی ماده متخلخل

#### 3-1- هندسه‌ی مسئله

در شکل 1، طرح‌واره‌ای از مسئله‌ی مورد مطالعه آورده شده است. جریان سیال مغشوش فرض شده و با سرعت و دمای یکنواخت وارد لوله‌ای می‌گردد که در آن مقداری ماده‌ی متخلخل بصورت جزئی در آرایش مرزی قرار گرفته است و دیواره‌ی لوله در شرایط دما ثابت قرار دارد. خواص ترموفیزیکی سیال نیز ثابت در نظر گرفته شده است.

#### 3-2- معادلات حاکم

در این تحقیق از مدل ماکروسکوپی جریان مغشوش  $k-\varepsilon$  در ماده متخلخل که توسط پداس-دلموس ارائه گردید، استفاده شده است [23]. معادلات حاکم بر جریان شامل معادله‌ی پیوستگی، مومنتم، انرژی جنبشی مغشوش، اتلاف انرژی جنبشی مغشوش و معادله دما است. معادله پیوستگی ماکروسکوپی در ماده متخلخل بصورت معادله‌ی (17) است [24]:

$$\nabla \cdot \bar{u}_D = 0 \quad (17)$$

که در این معادله،  $\bar{u}_D = \phi \langle u \rangle^i$  است.  $\langle u \rangle^i$  سرعت میانگین‌گیری شده‌ی مکانی و زمانی و  $\phi$  ضریب تخلخل ماده متخلخل است. معادله مومنتم برای سیال تراکم‌ناپذیر با خواص ثابت بصورت زیر است [24]:

#### 2-2- عدد ناسلت در لوله با آرایش مرکزی ماده متخلخل

در این حالت همانند لوله‌ی بدون ماده متخلخل، مقدار ضریب هدایت حرارتی متوسط  $(k_{ref})$  برابر با ضریب هدایت حرارتی سیال  $(k_f)$  است [18] و مقدار شار هدایت حرارتی ورودی بر روی دیواره از معادله‌ی (11) حاصل می‌گردد. بنابراین عدد ناسلت برای آرایش مرکزی ماده متخلخل مطابق معادله‌ی (12) بدست می‌آید و تعریف اول و دوم عدد ناسلت برای آرایش مرکزی ماده متخلخل با یکدیگر برابرند.

#### 3-2- عدد ناسلت در لوله با آرایش مرزی ماده متخلخل

اگر ماده متخلخل در مجاورت دیواره‌ی لوله قرار بگیرد آنگاه ضریب هدایت متوسط  $(k_{ref})$  برابر با ضریب هدایت موثر سیال در مجاورت دیواره  $(k_{fe})$  در نظر گرفته می‌شود [20,19,16]. مقدار شار هدایت حرارتی نیز بصورت مجموع شار هدایت حرارتی ورودی از دیواره به سیال و شار هدایت حرارتی ورودی از دیواره به ماده متخلخل بیان می‌گردد که در معادله‌ی (13) آمده است [3,2]:

$$q''_{cond} = k_{fe} \left( \frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=R} + k_{se} \left( \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (13)$$

با جایگزین نمودن شار هدایت حرارتی و ضریب هدایت حرارتی متوسط در معادله‌ی (7)، مقدار عدد ناسلت در حالت آرایش مرزی ماده متخلخل حاصل می‌گردد:

$$Nu_2(x) = \frac{2R \left[ k_{fe} \left( \frac{\partial T_f(x)}{\partial r} \right)_{r=R} + k_{se} \left( \frac{\partial T_s(x)}{\partial r} \right)_{r=R} \right]}{k_{fe}(T_w - T_m(x))} = Nu_1(x) + \frac{2Rk_{se} \left( \frac{\partial T_s(x)}{\partial r} \right)_{r=R}}{k_{fe}(T_w - T_m(x))} \quad (14)$$

مشاهده می‌شود که در آرایش مرزی ماده متخلخل، تعریف اول عدد ناسلت با تعریف دوم آن برابر نیست. در عبارت سمت راست معادله‌ی (14)، جمله‌ی اول همان تعریف اول عدد ناسلت است و از شار هدایت حرارتی که مستقیماً از دیواره به سیال منتقل می‌گردد نتیجه می‌شود. جمله‌ی دوم که برابر با  $\frac{2Rk_{se} \left( \frac{\partial T_s(x)}{\partial r} \right)_{r=R}}{k_{fe}(T_w - T_m(x))}$  است، تأثیر حرارتی که از طریق هدایت به ماده متخلخل وارد شده و با عبور جریان سیال از میان ماده متخلخل به سیال منتقل می‌گردد را در عدد ناسلت نشان می‌دهد. در واقع هدف استفاده از ماده متخلخل در مجاورت دیواره لوله این است که سطح انتقال حرارت را افزایش داده و در نتیجه حرارت از دیواره لوله به ماده متخلخل و در ادامه از ماده متخلخل به سیال منتقل گردد. جمله‌ی دوم سمت راست معادله‌ی (14) این مورد را به خوبی نشان می‌دهد. بنابراین تعریف اول ناسلت که برای لوله‌ی بدون متخلخل ارائه شده است نمی‌تواند تعریف مناسبی برای بیان فیزیک انتقال حرارت جابجایی در آرایش مرزی ماده متخلخل باشد. با در نظر گرفتن فرض تعادل حرارتی، دمای ماتریس جامد با سیال برابر فرض می‌گردد ( $T_f = T_s = T$ ) و در نتیجه عدد ناسلت به صورت معادله‌ی (15) است:

$$Nu_2(x) = \frac{2Rk_{eff} \left( \frac{\partial T(x)}{\partial r} \right)_{r=R}}{k_{fe}(T_w - T_m(x))} = \left( \frac{k_{eff}}{k_{fe}} \right) Nu_1(x) \quad (15)$$

در معادله‌ی (15) مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن فرض تعادل حرارتی بین فاز جامد و سیال، رابطه‌ی بین تعریف اول و دوم ناسلت بصورت  $Nu_2(x) = \left( \frac{k_{eff}}{k_{fe}} \right) Nu_1(x)$  بیان می‌گردد و مشخص است که عدد ناسلت در دو تعریف با یکدیگر برابر نیستند. حرارت هدایت منتقل شده از مرز به ضریب هدایت ماده موثر و حرارت جابجایی حمل شده توسط سیال به ضریب هدایت سیال وابسته است. بنابراین در صورت وجود ماده متخلخل در مرز، الزاماً باید هر دو ضریب هدایت موثر در مرز و ضریب هدایت خود سیال در عدد ناسلت

بعد سیال مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بخش‌های قبلی نحوه‌ی محاسبه‌ی عدد ناسلت طبق دو تعریف متداول آورده شده است. دمای میانگین بی بعد سیال نیز از معادله‌ی (25) حاصل می‌شود [28]:

$$\theta_m(x) = \frac{T_m(x) - T_i}{T_w - T_i} \quad (25)$$

### 3-3-3- شرایط مرزی و روش حل عددی

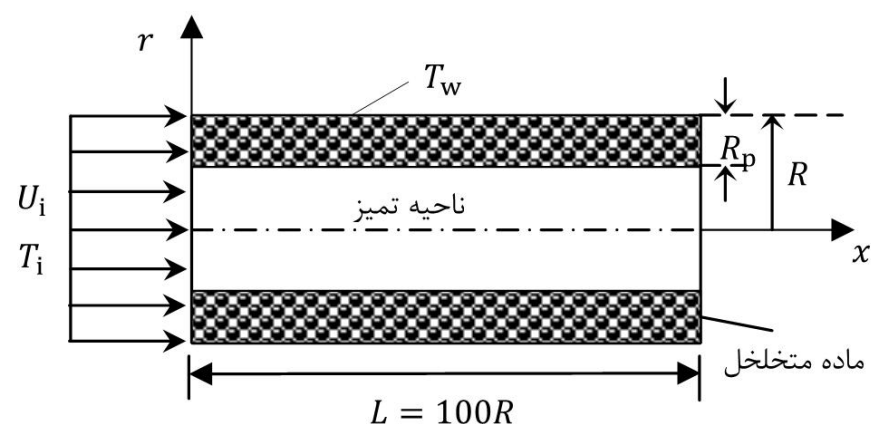
#### 3-3-3-1- شرایط مرزی

بر روی دیواره لوله شرط عدم لغزش رعایت می‌گردد و بدین ترتیب کلیه‌ی متغیرها بجز دما بر روی دیواره برابر صفر و دما نیز برابر با دمای دیواره در نظر گرفته می‌شود. در محور تقارن لوله، سرعت شعاعی و گرادیان بقیه‌ی متغیرها در جهت شعاعی برابر با صفر است. در ورودی لوله جریان با سرعت محوری و دمای یکنواخت و معین وارد می‌گردد و سرعت شعاعی برابر با صفر و سایر متغیرها نیز ثابت‌اند. در خروجی لوله نیز با اعمال شرط توسعه‌یافتگی، گرادیان تمامی متغیرها در جهت محوری برابر با صفر است.

برای شرط سطح مشترک بین ماده متخلخل و سیال تمیز شرط پیوستگی بین تمام متغیرها در نظر گرفته می‌شود. با توجه به معادلات حاکم، چون ناحیه‌ی تمیز و ناحیه متخلخل بصورت یکجا حل می‌گردد، بصورت خودبه‌خود شرط پیوستگی متغیرهای سرعت، فشار، انرژی جنبشی مغشوش، اتلاف انرژی جنبشی مغشوش و دما اعمال می‌گردد و نیازی به تغییرات برای اعمال این شرط وجود ندارد [29].

#### 3-3-3-2- روش حل عددی

حل معادلات حاکم با استفاده از یک برنامه عددی در نرم‌افزار فترن انجام می‌گردد. گسسته‌سازی معادلات حاکم از روش حجم محدود پاتانکار [30] با شبکه‌ی هم‌مکان انجام می‌گردد. در این نوع شبکه برای جلوگیری از نوسانات غیر فیزیکی سرعت و فشار از میانگین‌گیری معادله‌ی مومنتم استفاده می‌گردد و کلیه‌ی معادلات بصورت بعددار حل می‌گردد. به دلیل تفاوت گرادیان متغیرها از شبکه غیریکنواخت با ضریب رشد 1/02 از دیواره تا مرکز لوله و از ورودی تا خروجی لوله استفاده می‌شود. از روش مرکزی برای تقریب شار نفوذ استفاده می‌گردد و ارتباط بین سرعت‌ها و فشار نیز از روش سیمپل<sup>2</sup> کنترل می‌شود. به دلیل جریان سیال مغشوش از تابع دیواره استاندارد<sup>3</sup> برای محاسبه‌ی متغیرها در شبکه‌ی مجاور دیواره‌ی لوله استفاده می‌شود [31]. این توابع به دلیل تصحیح پارامترهای سرعت و اغتشاش جریان در ماده متخلخل، خود به خود تصحیح می‌شوند و نیازی به تصحیح ندارند. از روش ضمنی قوی (SIP4) نیز برای حل دستگاه معادلات جبری استفاده می‌شود [32] و معیار همگرایی برای تمام متغیرها برابر با  $10^{-6}$  در نظر گرفته می‌شود.



شکل 1 لوله‌ای با ماده متخلخل جزئی در آرایش مرزی

$$\rho \nabla \cdot \left( \frac{\bar{u}_D \bar{u}_D}{\phi} \right) = -\nabla \cdot (\phi \langle \bar{P} \rangle^i) + \mu \nabla^2 \bar{u}_D + \nabla \cdot \left( -\rho \phi \langle \bar{u}' \bar{u}' \rangle^i \right) - \left[ \frac{\mu \phi}{K} \bar{u}_D + \frac{C_F \phi \rho |\bar{u}_D| \bar{u}_D}{\sqrt{K}} \right] \quad (18)$$

در معادله (18)،  $C_F$  ضریب فورچیمر و  $K$  برابر با نفوذپذیری ماده متخلخل است و از معادله‌ی (19) محاسبه می‌گردد [23]:

$$K = \frac{\phi^3 d_p^2}{144(1-\phi)^2} \quad (19)$$

عبارت  $\rho \langle \bar{u}' \bar{u}' \rangle^i$  در معادله (19)، تانسور تنش رینولدز ماکروسکوپی است که بصورت زیر مدل می‌گردد [24]:

$$-\rho \langle \bar{u}' \bar{u}' \rangle^i = \mu_{t\phi} 2 \langle \bar{D} \rangle^v - \frac{2}{3} \phi \rho \langle k \rangle^i \quad (20)$$

که در معادله (20):

$$\langle \bar{D} \rangle^v = \frac{1}{2} \left[ \nabla \cdot (\phi \langle \bar{u}' \bar{u}' \rangle^i) + [\nabla \cdot (\phi \langle \bar{u}' \bar{u}' \rangle^i)]^T \right] \quad (21-الف)$$

در معادله‌ی (20) برابر با لزجت مغشوش ماکروسکوپی است که بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mu_{t\phi} = \rho c_\mu \langle k \rangle^i / \langle \varepsilon \rangle^i \quad (21-ب)$$

معادلات انتقال برای انرژی جنبشی اغتشاشی ماکروسکوپی و نرخ اتلاف آن بصورت معادلات (22) و (23) است [24]:

$$\rho \nabla \cdot (\bar{u}_D \langle k \rangle^i) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_k} \right) \nabla (\phi \langle k \rangle^i) \right] + P^i + G^i - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle^i \quad (22)$$

$$\rho \nabla \cdot (\bar{u}_D \langle \varepsilon \rangle^i) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla (\phi \langle \varepsilon \rangle^i) \right] + c_1 P^i \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} + c_2 \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} (G^i - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle^i) \quad (23)$$

در معادلات (22) و (23)،  $P^i = -\rho \langle \bar{u}' \bar{u}' \rangle^i : \nabla \bar{u}_D$ ، نرخ تولید انرژی جنبشی اغتشاشی به واسطه‌ی گرادیان سرعت متوسط بوده و تولید انرژی جنبشی به دلیل وجود ماده متخلخل نیز بصورت  $G^i = C_K \phi \rho |\bar{u}_D| / \sqrt{K}$  تعریف می‌گردد [24,23]. در واقع اثر وجود ماده متخلخل در جریان مغشوش بصورت عبارت  $G^i$  ظاهر می‌گردد.

برای بررسی انتقال حرارت در محیط متخلخل از شرط تعادل حرارتی (LTE<sup>1</sup>) بین فازهای جامد و سیال استفاده می‌شود. محمد و کریم نشان دادند که فرض تعادل حرارتی فاز جامد و سیال در ماده متخلخل، در جریان‌های غیر واکنشی معتبر است [25]. در جریان واکنشی، یا در فاز سیال انرژی آزاد می‌گردد (مانند احتراق) و یا در فاز جامد انرژی آزاد می‌شود. چون در مطالعه‌ی حاضر جریان سیال غیرواکنشی است در نتیجه استفاده از فرض تعادل حرارتی معتبر است. همچنین به دلیل وجود جریان مغشوش در این مسئله، انتقال حرارت جابجایی بین فاز جامد و سیال نسبت به جریان آرام بیشتر است و فرض تعادل حرارتی مناسب‌تر است. بدین ترتیب از فرض تعادل حرارتی استفاده شده و معادله‌ی هر دو فاز جامد و سیال به صورت یکجا و بصورت معادله (24) بیان می‌شود:

$$(\rho c_p)_f \nabla \cdot (\bar{u}_D \langle \bar{T} \rangle^i) = \nabla \cdot \{ k_{eff} \nabla \langle \bar{T} \rangle^i \} \quad (24)$$

معادلات حاکم برای جریان سیال در ناحیه‌ی تمیز با مقداره‌ی میزان تخلخل برابر یک ( $\phi = 1$ ) حاصل می‌شود. برای  $\phi = 1$ ، با توجه به معادله‌ی (3)، مقدار نفوذپذیری به سمت بی‌نهایت میل می‌کند ( $K \rightarrow \infty$ ) و در نتیجه در معادلات حاکم، جمله‌های مرتبط با وجود ماده متخلخل به صفر میل می‌کند [27,26]. همچنین مقدار ضرایب ثابت بکار رفته در معادلات بصورت زیر است [23]:

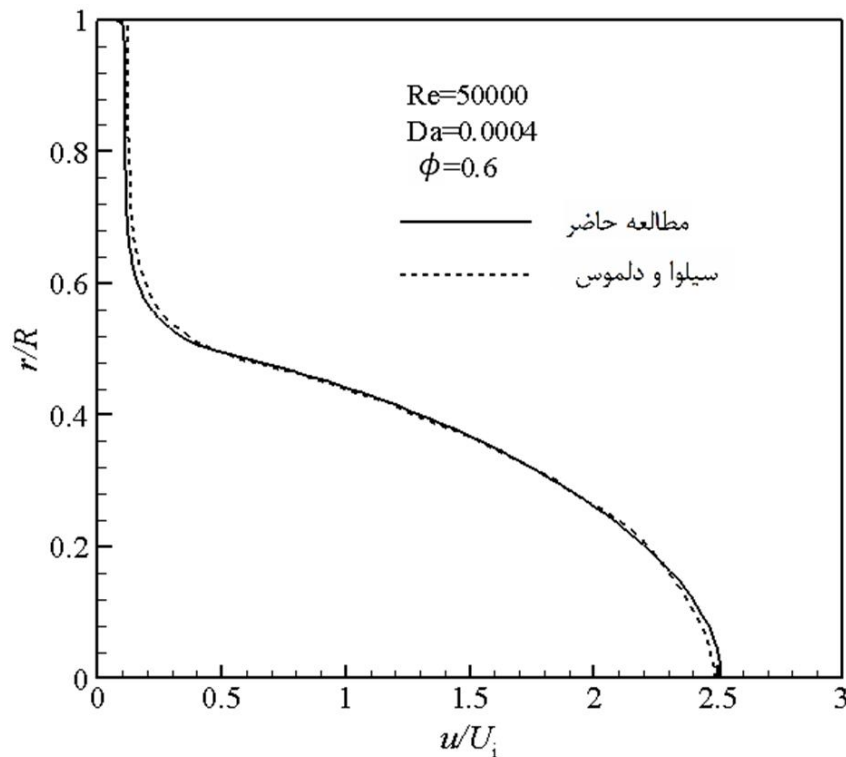
$$c_\mu = 0.09, c_1 = 0.09, c_2 = 1.44, c_k = 0.28,$$

$$\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, \sigma_T = 0.9$$

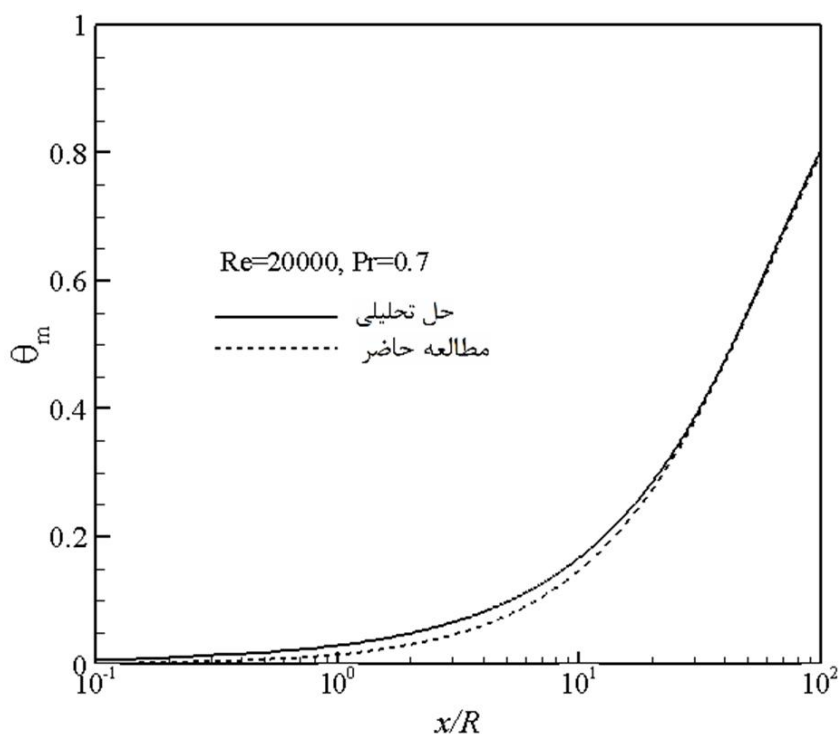
برای تحلیل انتقال حرارت در این مطالعه، عدد ناسلت و دمای میانگین بی

2- Simple  
3- Standard Wall Function  
4- Strongly Implicit Procedure

1- Local Thermal Equilibrium



شکل 3 توزیع سرعت محوری توسعه یافته برای کانال نیمه متخلخل و مقایسه آن با مطالعه سیلوا و دلموس [33]



شکل 4 دمای میانگین بی بعد در طول لوله بدون ماده متخلخل و مقایسه آن با حل تئوری [28]

### 3-5- نتایج حل عددی و بحث

در شکل 6 دمای میانگین بی بعد سیال در طول لوله برای ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل آورده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که با استفاده از ماده متخلخل، دمای سیال خروجی از لوله افزایش می‌یابد. در نمودارهای این شکل نسبت ضریب هدایت حرارتی ماده متخلخل به سیال برابر با 100 در نظر گرفته شده است ( $k_s/k_f = 100$ ). بنابراین گرمای بسیار زیادی از طریق هدایت حرارتی به ماده متخلخل منتقل می‌شود. جریان سیال نیز با عبور از درون ناحیه متخلخل، از طریق انتقال حرارت جابجایی گرم می‌شود.

در شکل 7 نمودار تغییر دمای میانگین بی بعد در طول لوله برای نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی رسم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود در حالتی که این نسبت برابر با یک است، دمای میانگین بی بعد سیال خروجی نسبت به جریان بدون ماده متخلخل اندکی افزایش می‌یابد. در این حالت محیط متخلخل عملاً از نظر هدایت حرارتی تأثیری در انتقال حرارت نداشته و افزایش دمای بی بعد، ناشی از دو عامل افزایش اغتشاش حاصل از وجود

### 3-4- استقلال از شبکه محاسباتی و اعتبارسنجی

در مطالعه حاضر، عدد رینولدز در لوله برابر با 20000 و مقدار تخلخل ماده متخلخل برابر با 0/85 در نظر گرفته شده است. عدد داری پارامتری بی بعد است که بصورت  $Da = K/4R^2$  تعریف می‌گردد و نشان‌دهنده میزان نفوذپذیری ماده متخلخل است. پارامتر بی بعد  $\phi$  نیز نسبت ضخامت محیط متخلخل به شعاع لوله ( $R_p/R$ ) را نشان می‌دهد. برای بررسی عدم وابستگی حل عددی به شبکه محاسباتی، در شکل 2 تغییرات عدد ناسلت (طبق تعریف دوم) در لوله با آرایش مرزی ماده متخلخل برای شبکه‌های مختلف رسم گردیده است. در این شکل مشاهده می‌شود که در شبکه‌ای با تعداد 140 گره در جهت شعاعی و 250 گره در جهت محوری، نتایج مستقل از شبکه محاسباتی می‌گردد و استفاده از این شبکه در مطالعه حاضر مناسب است.

برای اطمینان از صحت عملکرد برنامه عددی نوشته شده، نتایج مطالعه حاضر با نتایج سیلوا و دلموس [33] مقایسه می‌گردد. بدین منظور جریان با رینولدز 50000 در یک کانال متخلخل با طولی 100 برابر عرض کانال حل می‌گردد. ماده متخلخل با خواص معین و با ضخامت نصف فاصله دو صفحه به یکی از صفحات چسبیده شده است. در شکل 3 توزیع سرعت محوری توسعه یافته مطالعه حاضر با مطالعه سیلوا و دلموس مقایسه شده است و دیده می‌شود که تطابق خوبی بین دو نمودار وجود دارد.

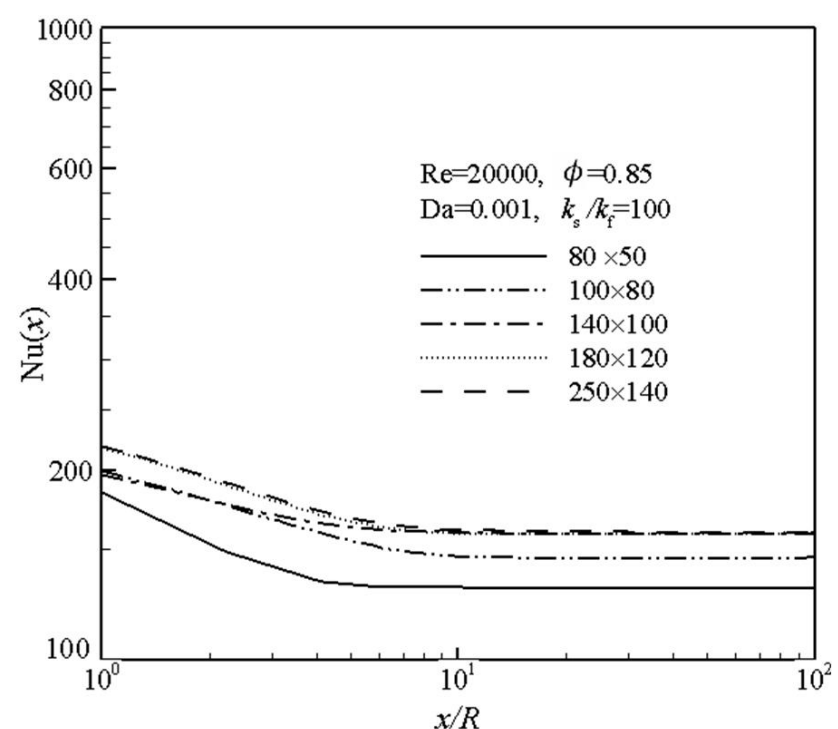
در شکل 4، دمای میانگین بی بعد در طول لوله بدون ماده متخلخل و با شرایط دماتاب در دیواره نشان داده شده است. در این شکل، حل عددی مطالعه حاضر با حل تحلیلی [28] مقایسه شده است. دمای میانگین بی بعد در لوله بدون ماده متخلخل از معادله (26) حاصل می‌گردد:

$$\theta_m(x) = 1 - e^{(-hA_s/mCpT)} \quad (26)$$

نمودار برای طول لوله 100 برابر شعاع لوله در نظر گرفته شده است (تا جریان کاملاً توسعه یافته باشد) و مشاهده می‌شود که تطابق خوبی بین این دو نمودار وجود دارد.

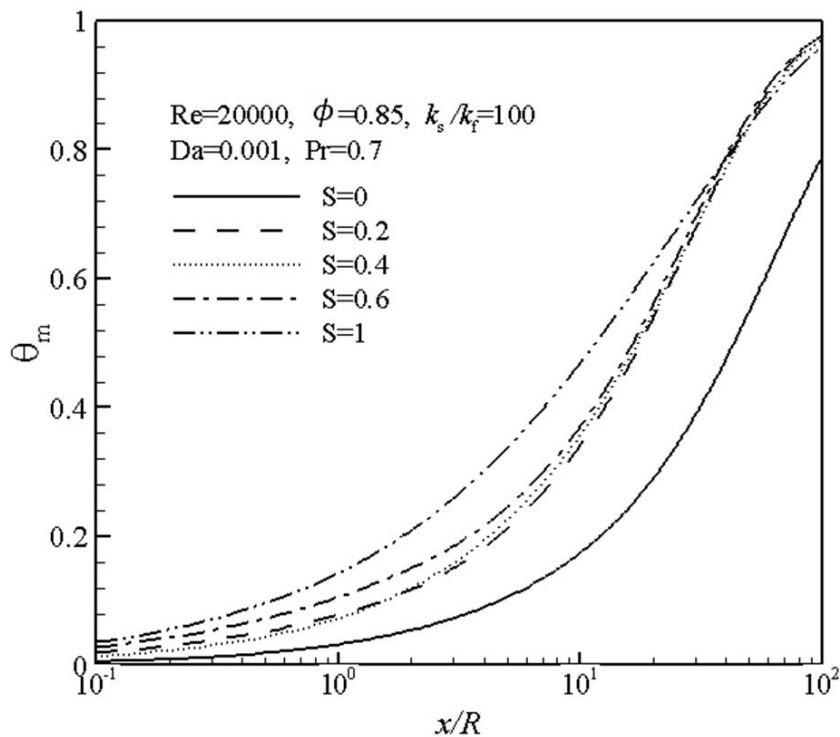
در شکل 5، نتایج عدد ناسلت توسعه یافته برای جریان سیال در مطالعه حاضر با عدد ناسلت محاسبه شده از رابطه کلبرن در رینولدزهای مختلف جریان سیال مقایسه شده است و مشاهده می‌شود که نتایج عدد ناسلت در این مطالعه معتبر است. رابطه کلبرن بصورت معادله (27) است [28]:

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4} \quad (27)$$

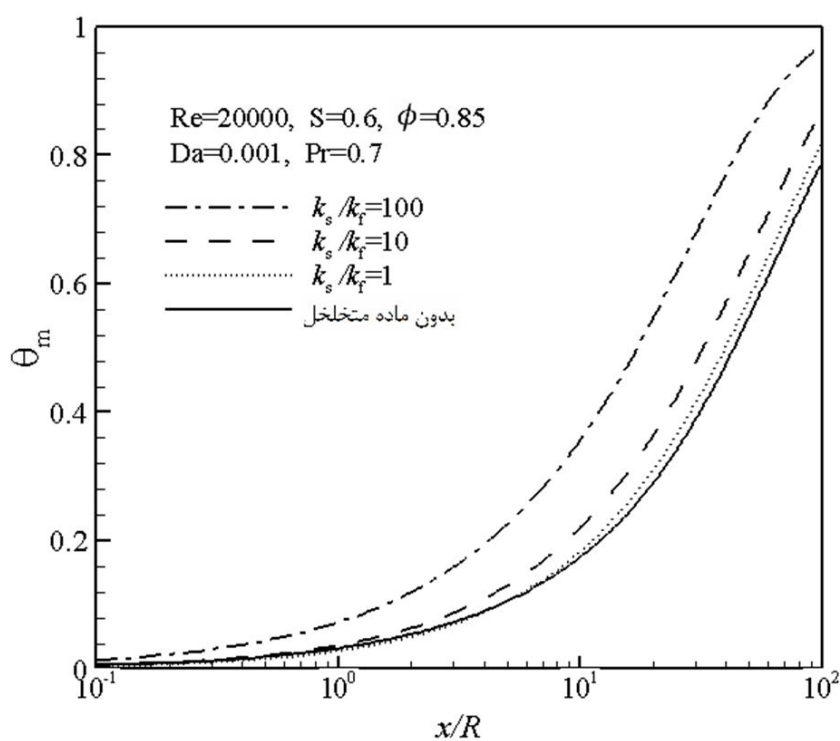


شکل 2 توزیع سرعت محوری در لوله با آرایش مرزی ماده متخلخل در شبکه‌های مختلف





شکل 6 تغییرات دمای میانگین بی‌بعد در طول لوله برای ضخامت‌های مختلف ماده‌ی متخلخل



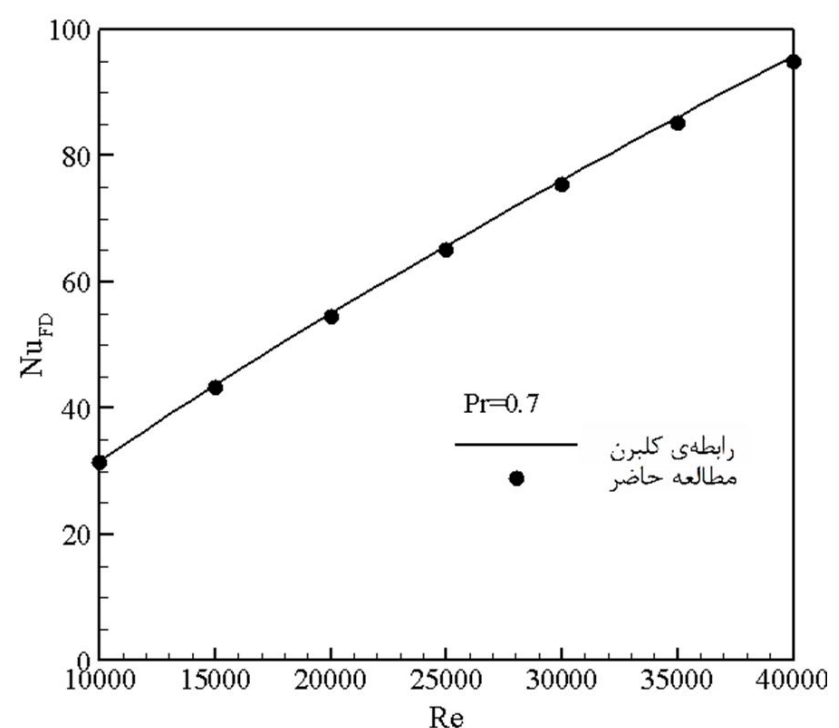
شکل 7 تغییرات دمای میانگین بی‌بعد در طول لوله برای نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی

کاملاً مشخص است که این موضوع نشانگر فیزیک مسئله نیست. در معادله‌ی (16) مشاهده شد که تعریف اول ناسلت در آرایش مرزی ماده متخلخل از رابطه‌ی  $Nu_1(x) = 2Rh/k_{eff}$  حاصل شده است. در این رابطه دیده می‌شود که ناسلت حاصل از تعریف اول با ضریب هدایت موثر ( $k_{eff}$ ) رابطه‌ی معکوس دارد. بنابراین با افزایش ضریب هدایت ماده متخلخل، ضریب هدایت موثر افزایش یافته و عدد ناسلت حاصل از تعریف اول کاهش می‌یابد. در واقع در این حالت عدد ناسلت بیانگر انتقال حرارت جابجایی به سیالی فرضی با ضریب هدایت موثر است. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که استفاده از تعریف اول ناسلت برای بیان مقدار انتقال حرارت جابجایی به سیال مناسب نیست و در دو مورد رفتار تغییرات آن خلاف فیزیک مسئله است. مورد اول زمانی است که مانند شکل 8، انتقال حرارت جابجایی در ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل با یکدیگر مقایسه شوند. برای این حالت، در رابطه‌ی عدد ناسلت برای لوله‌ی بدون ماده متخلخل، اثری از ضریب هدایت جامد نخواهد بود و بنابراین عدد ناسلت این حالت بزرگتر از عدد ناسلت برای یک لوله با ماده متخلخل است. این در حالیست که مطابق شکل 6، میزان انتقال حرارت جابجایی در یک لوله با استفاده از ماده متخلخل افزایش می‌یابد. مورد دوم

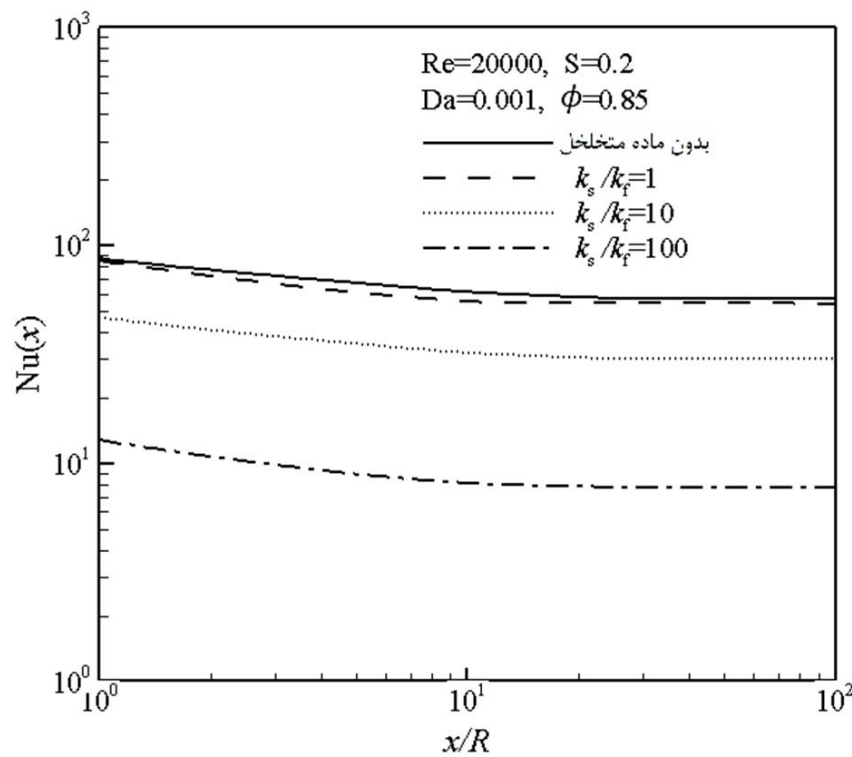
ماده متخلخل در مسیر جریان سیال و تغییر در سرعت جریان سیال در مجاورت دیواره است. مقایسه‌ی نمودارهای مختلف شکل 7 حاکی از آن است که با افزایش نسبت هدایت حرارتی، دمای میانگین بی‌بعد سیال به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. این امر نشان می‌دهد که سهم زیادی از افزایش انتقال حرارت از دیواره‌ی دماثابت به سیال، ناشی از عبور جریان سیال در میان محیط متخلخل با ضریب هدایت بالاست. تا بدین‌جا مشاهده شد که با وجود ماده متخلخل در مجاورت دیواره، دمای میانگین بی‌بعد سیال نسبت به لوله‌ی بدون تخلخل افزایش می‌یابد. در ادامه به بررسی تغییرات عدد ناسلت طبق دو تعریف اول و دوم پرداخته می‌شود.

در شکل 8، عدد ناسلت موضعی طبق تعریف اول برای ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل در طول لوله رسم شده است و نتایج نشان می‌دهد که عدد ناسلت در طول لوله کاهش شدیدی یافته است. این درحالیست که در شکل 6 مشاهده شد که با استفاده از ماده متخلخل، دمای میانگین سیال در طول لوله متخلخل نسبت به لوله بدون ماده متخلخل افزایش می‌یابد. بنابراین مشاهده می‌شود که نتایج استفاده از تعریف اول ناسلت برای آرایش مرزی ماده متخلخل نسبت به نتایج دمای میانگین سیال در طول لوله کاملاً متفاوت است. در بررسی تحلیلی تعریف ناسلت در آرایش مرزی ماده متخلخل در معادله‌ی (14) نشان داده شد که تعریف اول ناسلت، مقدار حرارت منتقل شده از ماده متخلخل به سیال را لحاظ نمی‌کند و بدین سبب با تعریف اول ناسلت نتایج نامطلوبی حاصل می‌گردد. در مطالعات پیشین نیز کاهش عدد ناسلت در آرایش مرزی ماده متخلخل در جریان مغشوش دیده شده است. معرفت و همکاران در سال 2012 به بررسی عددی جریان مغشوش در کانال متخلخل جزئی پرداختند و برای بیان عدد ناسلت از تعریف اول استفاده نمودند. این محققین در آرایش مرزی ماده متخلخل، کاهش شدید عدد ناسلت را گزارش نمودند [15]. یانگ و هوانگ نیز با مطالعه‌ی جریان مغشوش در لوله‌ی کاملاً پر از ماده متخلخل، در شرایط مرزی دیواره‌ی دماثابت، کاهش شدید عدد ناسلت با تعریف اول را مشاهده نمودند [13].

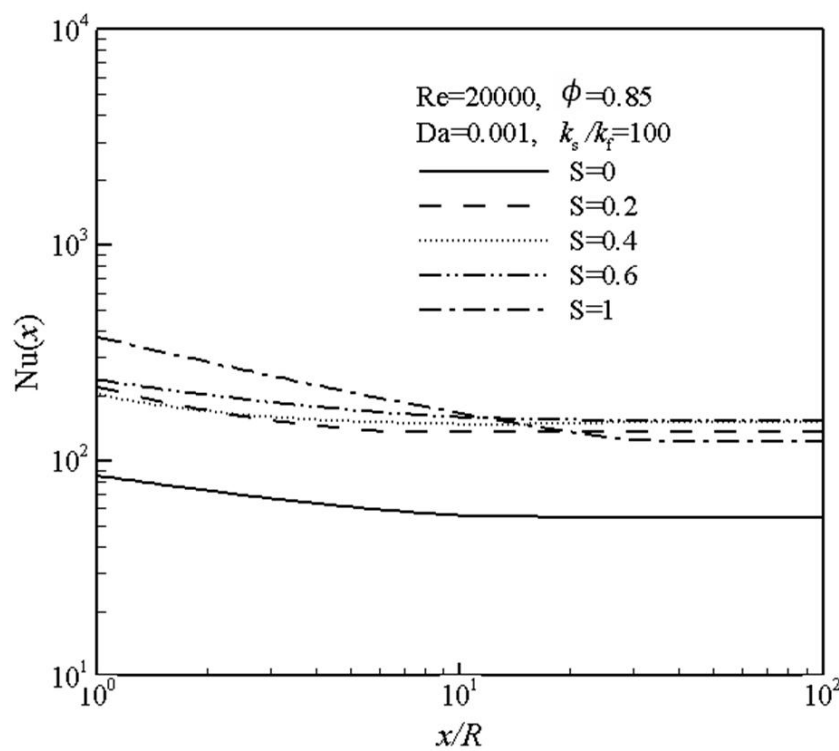
در شکل 9 ناسلت موضعی طبق تعریف اول در طول لوله برای نسبت‌های مختلف ضریب هدایت حرارتی ماده متخلخل به سیال ( $k_s/k_f$ ) آورده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت هدایت حرارتی مقدار ناسلت کاهش می‌یابد.



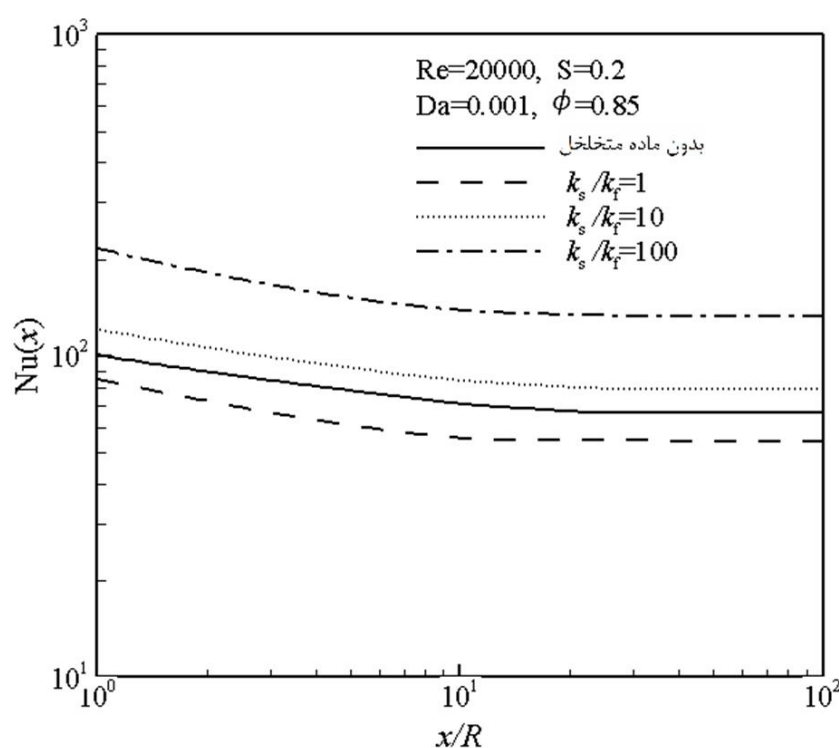
شکل 5 مقدار عدد ناسلت توسعه‌یافته در یک لوله و در رینولدزهای مختلف برای مطالعه‌ی حاضر و مقایسه‌ی آن با رابطه‌ی کلبرن [28]



شکل 9 عدد ناسلت طبق تعریف اول برای نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی



شکل 10 عدد ناسلت طبق تعریف دوم برای ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل



شکل 11 عدد ناسلت طبق تعریف دوم برای نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی

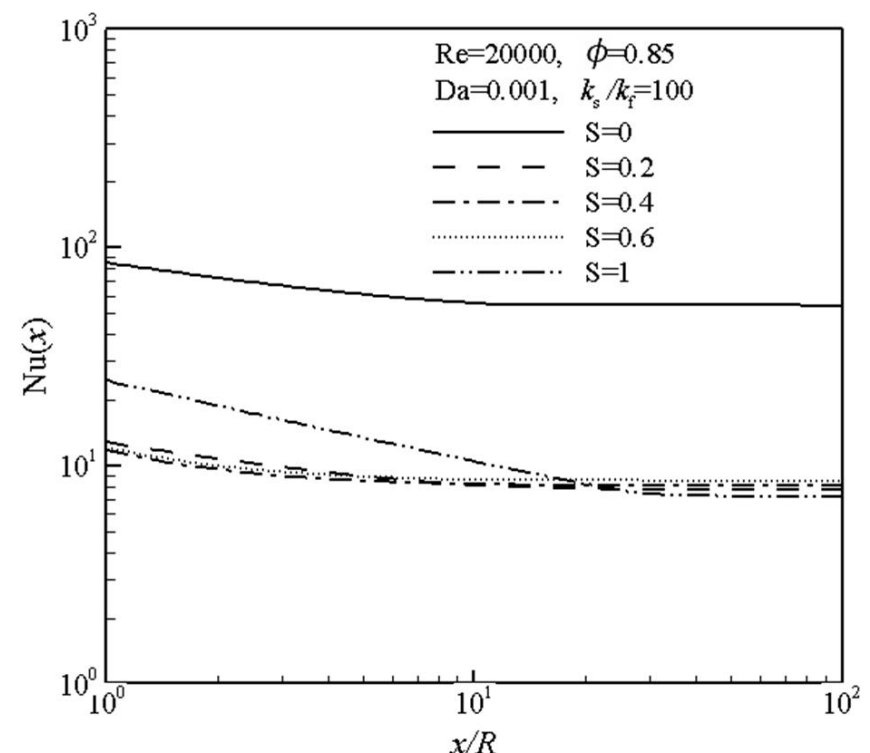
در این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت هدایت حرارتی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. این مورد با نتایج تغییرات دمای بی‌بعد در شکل 7

زمانی است که مانند شکل 9، تعریف اول عدد ناسلت برای بیان تغییرات انتقال حرارت جابجایی در اثر تغییر جنس مورد استفاده قرار گیرد. در این حالت با افزایش ضریب هدایت ماده متخلخل، عدد ناسلت کاهش می‌یابد درحالی‌که مطابق با شکل 7، انتقال حرارت جابجایی از دیواره به سیال افزایش می‌یابد.

نیلد و همکاران [22] در سال 2002 از تعریف اول ناسلت برای جریان سیال در لوله کاملاً پر از ماده متخلخل استفاده نموده‌اند و در نتایج آن‌ها مشاهده می‌شود که عدد ناسلت با افزایش نسبت هدایت حرارتی  $(k_s/k_f)$ ، اندکی کاهش می‌یابد. العزمی و وفایی [6] نیز در سال 2002 به بررسی مدل‌های مختلف تقسیم شار حرارتی در مرز ماده متخلخل در یک لوله پرداختند و از تعریف اول برای محاسبه عدد ناسلت جامد و سیال استفاده نمودند. نتایج این محققین نیز نشان می‌دهد که با افزایش نسبت هدایت حرارتی، هر دو عدد ناسلت جامد و سیال کاهش می‌یابد که کاملاً خلاف فیزیک انتقال حرارت است. دلموس و کاروالهو [34] در سال 2014 از تعریف اول برای محاسبه ناسلت در جریان مغشوش استفاده نمودند و در نمودارهای آن دیده می‌شود که با افزایش نسبت هدایت حرارتی، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. بنابراین دیده می‌شود استفاده از تعریف اول برای محاسبه ناسلت در حالتی که ماده متخلخل در آرایش مرزی قرار دارد در صورت استفاده نادرست می‌تواند منجر به نتایج غیرفیزیکی گردد.

تا بدینجا، جریان سیال در یک لوله با آرایش مرزی ماده متخلخل بصورت عددی بررسی گردید و مشاهده شد که تعریف اول ناسلت نمی‌تواند فیزیک انتقال حرارت جابجایی را برای نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی و همچنین ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل به خوبی بیان کند و نتایج حاصل از آن، رفتاری خلاف تغییرات واقعی انتقال حرارت جابجایی دارد. در ادامه نتایج عدد ناسلت حاصل از تعریف دوم بررسی می‌گردد.

در شکل 10، مقدار عدد ناسلت حاصل از تعریف دوم در طول لوله برای ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل رسم شده است. در نمودارهای این شکل مشخص است که با استفاده از ماده متخلخل در لوله، ناسلت موضعی افزایش می‌یابد. این امر با نتایج حاصل از دمای میانگین بی‌بعد در شکل 6 مطابقت دارد. در شکل 11 مقدار تغییرات عدد ناسلت محاسبه شده از تعریف دوم در طول لوله برای نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی نشان داده شده است.



شکل 8 عدد ناسلت طبق تعریف اول برای ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل

مطابقت دارد. بنابراین بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی در آرایش مرزی ماده متخلخل نشان می‌دهد که تعریف دوم ناسلت فیزیک مسئله را به خوبی بیان می‌کند.

#### 4- نتیجه گیری

در مطالعه‌ی حاضر دو تعریف متداول برای محاسبه‌ی عدد ناسلت در یک لوله با ماده متخلخل مورد بررسی تحلیلی و عددی قرار گرفته است. تعریف اول برای لوله‌ی بدون ماده متخلخل ارائه شده است و توسط محققین بسیاری برای آرایش‌های مختلف ماده متخلخل در یک لوله استفاده شده است. تعریف دوم نیز توسط مراجع مختلف برای انتقال حرارت جابجایی در یک لوله و یا کانال با محیط متخلخل ارائه شده است.

نتایج بررسی تحلیلی نشان داد که برای لوله‌ی بدون ماده متخلخل و یا در لوله‌ای با آرایش مرکزی ماده متخلخل، عدد ناسلت حاصل از این دو تعریف با یکدیگر برابر است ولی در آرایش مرزی ماده متخلخل در لوله، عدد ناسلت حاصل از این دو با یکدیگر متفاوت است. در روابط حاصل مشخص گردید که در تعریف اول ناسلت، مقدار حرارتی که با عبور جریان سیال از میان ماده متخلخل به سیال منتقل می‌شود، لحاظ نمی‌گردد و در نتیجه ناسلت محاسبه شده از این تعریف مقدار صحیحی نیست. این درحالیست که در تعریف دوم، شار حرارتی ورودی از ماده متخلخل به سیال در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه عدد ناسلت حاصل از این تعریف مناسب است.

در ادامه آرایش مرزی ماده متخلخل در یک لوله با جریان مغشوش بصورت عددی شبیه‌سازی گردید و عدد ناسلت طبق هر دو تعریف محاسبه شد. نتایج نشان داد که در ضخامت‌های مختلف ماده متخلخل، عدد ناسلت طبق تعریف اول کاهش می‌یابد. با افزایش ضریب هدایت حرارتی ماده متخلخل نیز عدد ناسلت حاصل از تعریف اول کاهش می‌یابد که این امر کاملاً غیرفیزیکی است. بنابراین تعریف اول برای محاسبه‌ی عدد ناسلت مناسب نیست. نتایج حاصل از تعریف دوم ناسلت، افزایش انتقال حرارت را در لوله با آرایش مرزی ماده متخلخل نشان داده است. این امر کاملاً با فیزیک مسئله سازگاری دارد و در نتیجه استفاده از این تعریف برای محاسبه‌ی عدد ناسلت در آرایش مرزی ماده متخلخل مناسب است.

#### 5- فهرست علائم

$A_s$	مساحت جانبی لوله ( $m^2$ )
$C_F$	ضریب فورچیمر
$c_{\mu}, c_1, c_2$	ضرایب ثابت مدل $k-\epsilon$
$C_{pf}$	گرمای ویژه سیال ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
$D$	تانسور نرخ کرنش ( $s^{-1}$ )
$Da$	عدد دارسی
$d_p$	قطر حفره ( $m$ )
$h$	ضریب انتقال حرارت جابجایی
$K$	نفوذپذیری ( $m^2$ )
$k$	انرژی جنبشی اغتشاش ( $m^2s^{-2}$ )
$k_{eff}$	ضریب هدایت موثر ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$k_f$	ضریب هدایت سیال ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$k_{fe}$	ضریب هدایت موثر سیال ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )

$k_s$	ضریب هدایت ماده متخلخل ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$k_{se}$	ضریب هدایت موثر ماده متخلخل ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$k_{ref}$	ضریب هدایت متوسط ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$Nu$	ناسلت موضعی
$Nu_1$	عدد ناسلت با تعریف اول
$Nu_2$	عدد ناسلت با تعریف دوم
$P$	فشار (Pa)
$q_{cond}$	شار هدایت حرارتی بر روی دیواره ( $W$ )
$q_{conv}$	شار حرارت جابجایی در هر مقطع لوله ( $W$ )
$R$	شعاع لوله ( $m$ )
$R_p$	ضخامت ماده متخلخل ( $m$ )
$Re$	عدد رینولدز
$S$	ضخامت بی‌بعد ماده متخلخل ( $m$ )
$T$	دمای سیال با شرط تعادل حرارتی ( $K$ )
$T_f$	دمای سیال با شرط عدم تعادل حرارتی ( $K$ )
$T_s$	دمای ماده متخلخل ( $K$ )
$T_i$	دمای سیال ورودی ( $K$ )
$T_w$	دمای دیوار ( $K$ )
$u$	بردار سرعت ( $ms^{-1}$ )
$u'$	بردار سرعت نوسانی ( $ms^{-1}$ )
$u_D$	بردار سرعت دارسی ( $ms^{-1}$ )
$u_i$	سرعت سیال ورودی ( $ms^{-1}$ )
$x, r$	محور مختصات استوانه‌ای ( $m$ )

#### علائم یونانی

$\phi$	نسبت تخلخل
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\mu_{t\phi}$	لزجت اغتشاشی ماکروسکوپی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\epsilon$	نرخ اتلاف انرژی جنبشی مغشوش ( $m^2s^{-3}$ )
$\sigma_T$	عدد پرانتل اغتشاشی برای انرژی سیال
$\sigma_\epsilon$	عدد پرانتل اغتشاشی برای $\epsilon$
$\sigma_k$	عدد پرانتل اغتشاشی برای $k$
$\theta_m$	دمای میانگین بی‌بعد سیال

#### 6- مراجع

- [1] F. P. Incropera, *Introduction to heat transfer*: John Wiley & Sons, 2011.
- [2] D. A. Nield, A. Bejan, *Convection in porous media*: Springer, 2006.
- [3] K. Vafai, *Handbook of porous media*: Crc Press, 2010.
- [4] A. Amiri, K. Vafai, Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 6, pp. 939-954, 1994.
- [5] B. Alazmi, K. Vafai, Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, No. 9, pp. 1735-1749, 2001.
- [6] B. Alazmi, K. Vafai, Constant wall heat flux boundary conditions in porous media under local thermal non-equilibrium conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 15, pp. 3071-3087, 2002.
- [7] W. Klinbun, K. Vafai, P. Rattanadecho, Electromagnetic field effects on transport through porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 1, pp. 325-335, 2012.



- [21] D. Nield, A. Kuznetsov, Local thermal nonequilibrium effects in forced convection in a porous medium channel: a conjugate problem, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 17, pp. 3245-3252, 1999.
- [22] D. Nield, A. Kuznetsov, M. Xiong, Effect of local thermal non-equilibrium on thermally developing forced convection in a porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 25, pp. 4949-4955, 2002.
- [23] M. H. Pedras, M. J. de Lemos, Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, No. 6, pp. 1081-1093, 2001.
- [24] M. J. De Lemos, *Turbulence in porous media: modeling and applications*: Elsevier, 2012.
- [25] A. A. Mohamad, G. Karim, Flow and heat transfer within segregated beds of solid particles, *Journal of Porous Media*, Vol. 4, No. 3, 2001.
- [26] C. Y. Choi, P. M. Waller, Momentum transport mechanism for water flow over porous media, *Journal of Environmental Engineering*, Vol. 123, No. 8, pp. 792-799, 1997.
- [27] K. Vafai, S. J. Kim, Forced convection in a channel filled with a porous medium: an exact solution, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, No. 4, pp. 1103-1106, 1989.
- [28] Y. Cengel, *Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer+ EES Software*: New York: McGraw Hill Higher Education Press, 2007.
- [29] H.-C. Chan, W. Huang, J.-M. Leu, C.-J. Lai, Macroscopic modeling of turbulent flow over a porous medium, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 5, pp. 1157-1166, 2007.
- [30] S. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*: CRC Press, 1980.
- [31] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*: Pearson Education, 2007.
- [32] J. H. Ferziger, M. Perić, *Computational methods for fluid dynamics*: Springer Berlin, 2002.
- [33] R. A. Silva, M. J. de Lemos, Turbulent flow in a channel occupied by a porous layer considering the stress jump at the interface, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 26, pp. 5113-5121, 2003.
- [34] P. H. Carvalho, M. J. de Lemos, Turbulent free convection in a porous cavity using the two-temperature model and the high Reynolds closure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 79, pp. 105-115, 2014.
- [8] P. Wang, K. Vafai, D. Liu, C. Xu, Analysis of collimated irradiation under local thermal non-equilibrium condition in a packed bed, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 80, pp. 789-801, 2015.
- [9] M. Maerefat, S. Y. Mahmoudi, K. Mazaheri, Numerical simulation of forced convection enhancement in a pipe by porous inserts, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 32, No. 1, pp. 45-56, 2011.
- [10] Y. Mahmoudi, N. Karimi, Numerical investigation of heat transfer enhancement in a pipe partially filled with a porous material under local thermal non-equilibrium condition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 68, pp. 161-173, 2014.
- [11] M. Dehghan, M. T. Jamal-Abad, S. Rashidi, Analytical interpretation of the local thermal non-equilibrium condition of porous media imbedded in tube heat exchangers, *Energy Conversion and Management*, Vol. 85, pp. 264-271, 2014.
- [12] M. Dehghan, M. S. Valipour, S. Saedodin, Perturbation analysis of the local thermal non-equilibrium condition in a fluid-saturated porous medium bounded by an iso-thermal channel, *Transport in porous media*, Vol. 102, No. 2, pp. 139-152, 2014.
- [13] Y.-T. Yang, M.-L. Hwang, Numerical simulation of turbulent fluid flow and heat transfer characteristics in heat exchangers fitted with porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 13, pp. 2956-2965, 2009.
- [14] M. Maerefat, M. Nikkiah, Numerical simulation of turbulent flow in a pipe partially porous, *Shrift mechanical engineering* Vol. 3-27, pp. 7, 2010. (in Persian)
- [15] M. Nimvari, M. Maerefat, M. El-Hossaini, Numerical simulation of turbulent flow and heat transfer in a channel partially filled with a porous media, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 60, pp. 131-141, 2012.
- [16] M. Kaviany, *Principles of heat transfer in porous media*: Springer-Verlag, 1991.
- [17] S. Kakac, Y. Yener, A. Pramuanjaroenkij, *Convective heat transfer*: CRC press, 2013.
- [18] J. P. H. W.M. Rohsenow, *Handbook of Heat Transfer*, 1998.
- [19] D.-Y. Lee, K. Vafai, Analytical characterization and conceptual assessment of solid and fluid temperature differentials in porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 3, pp. 423-435, 1999.
- [20] Y. Mahmoudi, M. Maerefat, Analytical investigation of heat transfer enhancement in a channel partially filled with a porous material under local thermal non-equilibrium condition, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 12, pp. 2386-2401, 2011.