



## تحلیل ارتعاشات غیرخطی صفحه دوبعدی با اثر نقص هندسی محلی و بررسی آیروترموالاستیسیته در جریان مافوق صوت

حمید موسی‌زاده<sup>1</sup>، بهزاد قدیری دهکردی<sup>2\*</sup>، مسعود راسخ<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تفرش، تفرش

\* تهران، صندوق پستی 143-14115، ghadirib@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 15 آذر 1393

پذیرش: 29 آذر 1393

ارائه در سایت: 04 بهمن 1393

کلید واژگان:

فلاتر صفحه

آیرودینامیک مافوق صوت

نقص هندسی محلی

تنش حرارتی

ارتعاشات غیرخطی

### چکیده

یک صفحه هموزن دوبعدی با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده فرض شده و اثر نقص هندسی محلی کوچک صفحه، به همراه اثر تغییر شکل غیرخطی صفحه، با استفاده از اصل کار مجازی و روابط انرژی کرنشی و جنبشی بر اساس مدل معادلات ردی و مارگوتز تعیین شده است. بررسی ارتعاشات غیرخطی صفحه دوبعدی با اثر نقص محلی در اثر تحریک اولیه برای اولین مرتبه به روش تحلیلی انجام شده است. در این تحلیل رفتار نرم‌شوندگی و سخت‌شوندگی سازه در اثر تغییر اندازه نقص بررسی شده است. تحلیل فلاتر صفحه با اثر نقص هندسی محلی، تحت اثر بارهای ترکیبی آیرودینامیک و نیروی فشاری داخل صفحه و تنش‌های حرارتی، برای اولین بار در حالت دوبعدی، بررسی شده است. تئوری پیستون مرتبه اول و مرتبه سوم برای مدل‌سازی اثر آیرودینامیک مافوق صوت استفاده شده است. معادلات حرکت سیستم با استفاده از اصل کار مجازی و همپلتون استخراج شده است. با استفاده از روش گالرکین بر اساس شکل مودهای فرضی معادلات پاره‌ای مکانی و زمانی به معادلات غیرخطی معمولی تبدیل شده است. این معادلات به روش عددی رانج-کوتای مرتبه 4 و 5 حل شده است. افزایش ارتفاع نقص باعث افزایش فرکانس اصلی سیستم در ناحیه رفتار غیرخطی شده است. همین‌طور، رفتار نرم‌شوندگی صفحه به رفتار سخت‌شونده تبدیل شده و دامنه نوسان صفحه افزایش یافته و سرعت فلاتر کاهش یافته است. با افزایش سرعت جریان، دامنه نوسان صفحه برای نقص‌های کوچک بزرگ شده و برای نقص‌های بزرگ کوچک شده است. افزایش دامنه نقص باعث کاهش سرعت فلاتر و تبدیل سیکل محدود به آشوبناک شده است.

## 2D Local Imperfect plate Non-linear Vibration and Aerothermoelastic analysis in Supersonic Flow

Hamid Moosazadeh<sup>1</sup>, Behzad Ghadiri Dehkordi<sup>2\*</sup>, Masoud Rasekh<sup>3</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran

\* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, ghadirib@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 06 December 2014  
Accepted 20 December 2014  
Available Online 24 January 2015

**Keywords:**  
Panel flutter  
supersonic aerodynamic  
local imperfection  
thermal stress  
non-linear vibration

### ABSTRACT

A homogenous 2D plate with simply supported boundary conditions and local imperfection is assumed. The effect of nonlinear deformation with Reddy and marguerre plate model has been introduced. The effect of local imperfection in non-linear vibration analysis with the effect of thermal and in-plane load has been investigated for the first time. The plate softening and hardening type with the effect of imperfection size is investigated. Flutter boundary of local imperfect plate with the effect of supersonic aerodynamic, thermal and mechanical load has been studied for the first time. First and third order piston theory aerodynamic (PTA) is employed to model supersonic aerodynamic loading. Equations of motion have been derived by use of Hamilton's principle and resultant nonlinear PDEs have been transformed into nonlinear ODEs via Galerkin's method. Fourth and fifth order runge-kutta numerical method has been used to solve ODEs and define panel behavior. Results show that, imperfection amplitude increases structural non-linear frequency, and changes plate softening type to hardening. Also, amplitude of plate vibration increases and flutter speed decreases continuously. Plate amplitude oscillation increases for small imperfections and decreases for larger imperfections versus flow speed.

### 1- مقدمه

سطح خارجی وسیله پرنده به طور کلی توسط عضوهای سازه‌ای داخلی به صفحات جدا از هم تقسیم شده است. این صفحات تحت تأثیر بار داخل صفحه و بارهای آیرودینامیکی عمود بر صفحه هستند و امکان ناپایداری و

پدیده‌ی فلاتر صفحه توسط طراحان هوافضا همواره مورد نظر و اهمیت بوده زیرا امکان تخریب زود هنگام یا تخریب در اثر خستگی را ایجاد می‌نماید.

Please cite this article using:

H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, 2D Local Imperfect plate Non-linear Vibration and Aerothermoelastic analysis in Supersonic Flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 113-124, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

خطی صفحه منحنی شکل تحت اثر جریان زاویه‌دار با خط عمود بر صفحه به روش المان محدود را بررسی کردند [11]. سینگا و مندل (2008)، بررسی فلاتر مافوق صوت پوسته استوانه‌ای مواد مرکب را انجام دادند. مدل پیستون مرتبه اول و مسئله مقدار ویژه به روش المان محدود با استفاده از المان‌های پوسته تحلیل شد. اثر تنش‌های حرارتی و تنش برشی و فشاری در سرعت بحرانی مافوق صوت تأثیرگذار بود [12]. ابراهیم و همکاران (2008)، فلاتر غیرخطی و کماتش حرارتی صفحه FG با خواص وابسته به دما، با اثر حرارت و نیروی آیرودینامیکی به روش المان محدود برای صفحه نازک و با استفاده از رابطه کرنش ون-کارمن برای تغییر شکل‌های بزرگ را بررسی کردند. مدل پیستون مرتبه اول برای جریان مافوق صوت شبه پایا استفاده شد [13]. آروز (2009)، اثرات زاویه جریان بر فلاتر مافوق صوت در صفحات خمیده گیردار را بررسی کرد. با استفاده از روش المان محدود غیرخطی در حوزه فرکانس برای بررسی اثرات زاویه دلخواه جریان بر پاسخ فلاتر پوسته خمیده ایزوتروپیک با تکیه‌گاه ساده و گیردار تحت جریان مافوق صوت ارائه داد [14]. عباس و همکاران (2011)، مطالعه فلاتر فوق صوتی و رفتار آیروترموالاستیک صفحه منحنی شکل خطی را انجام دادند. اثر مخرب حرارتی مورد توجه قرار گرفت و مدل دمینگ سازه‌های کلون به صورت غیر وابسته به دما و زمان در مدل‌سازی در نظر گرفته شد [15]. قدیمی و دردل (2011)، اثرات نقص هندسی بر روی رفتار آیروالاستیک بال FG در جریان مافوق صوت را بررسی نمودند. بررسی شاخص‌های فلاتر صفحه تحت اثر حرارت با اثر نقص هندسی انجام شد. صفحه مربعی با تغییر شکل برشی مرتبه اول و اثر غیرخطی کرنش-جابجایی ون کارمن مدل‌سازی شده است. تئوری پیستون مرتبه اول برای جریان آیرودینامیک استفاده شد [16]. لی، ژانگ و مئی (2012)، بررسی فلاتر آیروترموالاستیک صفحه با اعمال اثرات زمانی حرارت بر روی صفحه ایزوتروپ را انجام دادند. رفتار پیچیده دینامیکی صفحه در جریان مافوق صوت بررسی شد. اثرات نیرو و گشتاور حاصل از بارهای حرارتی داخل صفحه به صورت ریاضی فرض شد [17].

در این تحقیق، ارتعاشات غیرخطی صفحه تخت دوبعدی با طول مشخص و عرض نامحدود تحت اثر تنش‌های حرارتی و نیروی داخل صفحه مکانیکی با اثر نقص هندسی محلی برای اولین بار بررسی شده است. همین طور، تحلیل فلاتر غیرخطی صفحه دارای نقص هندسی محلی، با استفاده از آیرودینامیک پیستون مرتبه اول و سوم، تحت اثر بارهای حرارتی و مکانیکی نیز برای اولین بار، انجام شده است. بعد از تشکیل معادلات غیرخطی حاکم، با استفاده از روش مودهای فرضی و روش گالرکین، (با استفاده از 6 مود فرضی اول)، معادلات حوزه زمان به روش رانگ-کوتای مرتبه 4 و 5 حل شده است. شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده فرض شده است. نتایج شامل؛ تحلیل ارتعاشات و کماتش صفحه دارای انواع نقص، مرز فلاتر تحت اثر تنش‌های حرارتی و تغییرات رفتار صفحه با تغییر اندازه و ابعاد نقص است.

## 2- مدل‌سازی ریاضی

مدل صفحه دارای نقص هندسی محلی (که تغییر شکل هندسی در صفحه کاملاً تخت در اثر نیروهای محیطی یا نقص در اثر ضربه و ... است)، تحت اثر جریان آیرودینامیکی مافوق صوت، نیروی فشاری داخل صفحه و تنش‌های حرارتی آیرودینامیکی، در شکل 1 نشان داده شده است.

$U_\infty$ ، سرعت جریان آزاد روی صفحه،  $R_x$ ، نیروی داخل صفحه،  $P^d$ ، فشار دینامیکی جریان بالای صفحه،  $P^s$ ، فشار استاتیکی پایین صفحه،  $T$ ،

نوسانات ناپایای صفحه در اثر ترکیب نیروهای آیرودینامیکی، اینرسی و الاستیک وجود دارد. از موارد مهم دیگر در ناپایداری فلاتر صفحه اثر حرارتی بر روی سازه‌ی صفحه در سرعت‌های مافوق صوت است. اثر تنش‌های حرارتی بالا به همراه اثر نیروهای فشاری داخل صفحه، امکان وقوع فلاتر را زیاد نموده و مرز پایداری صفحه را کاهش می‌دهد. تغییر شکل الاستیک بر حرارت آیرودینامیکی و حرارت آیرودینامیکی بر سفتی سازه تأثیرگذار است. نقص محلی در سازه‌های هوایی در اثر تغییر شکل و کماتش سازه تحت بارهای حرارتی و مکانیکی ایجاد می‌شود که بعد از حذف بار امکان باقی ماندن اثر نقص وجود دارد. نقص از دیدگاه دینامیک سازه و ارتعاشات بر روی صفحه بررسی شده است اما تاکنون بر روی پدیده آیروالاستیسیته با اثر نقص تمرکز ویژه‌ای نشده است. بنابراین با توجه به اهمیت اثر نقص در رفتار دینامیکی و غیرخطی سازه هدف تمرکز بر اثر نقص سازه‌ای در رفتار آیروالاستیک صفحه است.

از جمله فعالیت‌هایی که در زمینه بررسی اثر نقص در کماتش و ارتعاشات صفحه و پوسته منتشر شده به موارد زیر می‌توان اشاره نمود. سینگا (1974)، ارتعاشات دامنه بزرگ صفحه نسبتاً ضخیم ایزوتروپ به صورت تخت و منحنی شکل را بررسی نمود و اثرات برش و اینرسی دورانی را در نظر گرفت. رابطه بین ارتفاع نقص و فرکانس سازه، رفتار کماتش و تغییر رفتار صفحه با نقص کوچک به نقص‌های بزرگ‌تر را بررسی نمود [1]. کاپانیا و یانگ (1987)، نقص هندسی را با استفاده از تابع چند جمله‌ای شبیه‌سازی کردند و اثر بار تراکمی را بر رفتار پس از کماتش صفحه مربعی ایزوتروپ بررسی کردند [2]. لین و چن (1989)، اثرات نقص هندسی اولیه در ارتعاشات غیرخطی صفحه ایزوتروپ نسبتاً ضخیم را بررسی نمودند. اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی را در نظر گرفتند. بر اساس مدل شکل مدهای فرضی برای صفحه با تکیه‌گاه ساده با استفاده از روش گالرکین تحلیل را انجام دادند. اثر نقص در فرکانس سازه و رفتار نرم شوندگی و سخت شوندگی آن را نشان دادند [3]. لیبرسکو (1996)، بررسی ارتعاشات صفحه تخت با نقص هندسی تحت اثر بار حرارتی و مکانیکی، همین طور برای صفحه منحنی شکل با اثر نقص تقابل بار و فرکانس سیستم را بررسی نمود [4]. فیدرستون (2001)، حساسیت به نقص هندسی صفحه تخت تحت اثر بار تراکمی و برشی را به روش المان محدود بررسی نمود [5]. گیریش و رامچاندرا (2005)، رفتار پس از کماتش صفحه مواد مرکب لایه‌چینی شده با اثر نقص هندسی را بررسی کردند. توزیع دمای یکسان در راستای ضخامت فرض شد و نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالا با روابط کرنش-جابجایی غیرخطی ون کارمن و عیوب هندسی اولیه استفاده شد [6]. یانگ و هوانگ (2007)، پاسخ گذرای غیر خطی صفحه با خواص مواد وابسته به ضخامت FG با نقص هندسی تحت اثر حرارت را بررسی نمود. صفحه با تکیه‌گاه ساده و نقص هندسی کلی و محلی فرض شد. روابط نظریه بر اساس مدل تغییر شکل برشی مرتبه بالا و اثر سینماتیک غیرخطی ون کارمن و خواص مواد وابسته به دما فرض شد [7].

از جمله فعالیت‌هایی که در زمینه فلاتر صفحه با اثر نقص یا انحنای صفحه یا پوسته استوانه‌ای انجام شده است به شرح زیر است. بولوتین (1963)، معادلات صفحه منحنی شکل را بدون نتایج کمی تعیین و ارائه نمود و به بررسی مسئله ناپایستار بر اساس نظریه پایداری الاستیک پرداخت [8]. بین (1993)، فلاتر ماوراء صوت صفحه منحنی شکل را با اثر حرارت آیرودینامیکی تحلیل کرد [9]. نایدیک، فریدمن و ژانگ (1995)، فلاتر ماوراء صوت صفحه منحنی شکل را بررسی نمودند [10]. آروز (2005)، فلاتر غیر

جهت طولی  $(x)$  داخل صفحه فرض شده است. این تنش در اثر وجود قیدها در مرزهای صفحه تولید شده است.  $N_x$  بر اساس بار کلی داخل صفحه در جهت  $x$  تعیین شده است [18]. طبق رابطه (7) داریم:

$$N_x = N_x^m + N_x^g + N_x^T \quad (7)$$

در روابط (10-8)،  $N_x^m$ ، اثر بار مکانیکی کششی یا فشاری داخل صفحه،  $N_x^g$ ، اثر تغییر شکل‌های هندسی غیرخطی صفحه و  $N_x^T$ ، اثر بارهای حرارتی داخل صفحه است.

$$N_x^m = \frac{ah}{(1-\nu^2)} \frac{1}{\int_0^a E(x)^{-1} dx} \eta \quad (8)$$

$$N_x^g = \frac{h}{(1-\nu^2)} \frac{1}{\int_0^a E(x)^{-1} dx} \times \left( \frac{1}{2} \int_0^a (w_{0,x})^2 dx + \int_0^a w_{0,x} \dot{w}_{0,x} dx \right) \quad (9)$$

$$N_x^T = -\frac{1}{(1-\nu^2)} \frac{1}{\int_0^a E(x)^{-1} dx} \left( (1+\nu) \int_0^a \alpha(x) \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \Delta T dz dx \right) \quad (10)$$

$\eta$  ضریب اثر نیروی کششی یا فشاری اعمالی در مرزهای صفحه بر واحد سطح و  $\alpha(x)$ ، ضریب انبساط حرارتی است.  $\Delta T$ ، افزایش دمای صفحه از حالت بدون تنش در دمای مرجع  $T_{ref}$  است، در واقع یک گستره دمایی خطی در ضخامت صفحه فرض شده و به صورت رابطه (11) تعریف شده است [20,15].

$$\Delta T(x,z) = T - T_{ref} = T_0(x) + zT_1(x) \quad (11)$$

در این فعالیت شرایط گستره دمایی حالت پایا<sup>2</sup> برای وسیله پروازی سرعت بالا فرض شده و از تغییرات دما در ضخامت صفحه صرف نظر شده است بنابراین  $\Delta T(x) = T_0(x)$  و در نتیجه گشتاور حرارتی تولیدی داخل صفحه صرف نظر شده است. رابطه مربوط به دمای صفحه به صورت رابطه (12) تعریف شده است.

$$T_0(x) = T \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right) \quad (12)$$

$T$  بیشینه دما در  $x=a/2$ ، داخل صفحه است. شرایط مرزی صفحه برای حالت تکیه‌گاه ساده به صورت رابطه (13) تعریف شده است [20].

$$\begin{aligned} w_0(x,t) &= 0 \\ w_{0,xx}(x,t) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

خواص مواد وابسته به دما فرض شده است که شامل مدول الاستیک  $E$  و ضریب انبساط حرارتی  $\alpha$  است [15] و به صورت رابطه (14) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} E &= E_0 + E_1 T_0 = E_0(1 + e_T T_0), e_T = \frac{E_1}{E_0} < 0 \\ \alpha &= \alpha_0 + \alpha_1 T_0 = \alpha_0(1 + \alpha_T T_0), \alpha_T = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} > 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$e_T$  و  $\alpha_T$ ، ضرایب مربوط به تغییرات حرارتی مدول الاستیک و انبساط حرارتی هستند.  $E_1, E_0$ ، ضرایب درجه صفر و یک مدول الاستیک و  $\alpha_1, \alpha_0$ ، ضرایب درجه صفر و یک ضریب انبساط حرارتی، بر حسب دما هستند. مدول الاستیک بر حسب دما با توجه به وابستگی دمایی خواص مواد ترموالاستیک صفحه و وابستگی مکانی گستره دما بر روی صفحه مشخص

دمای جریان بر روی صفحه،  $H$ ، ارتفاع نقص هندسی،  $h$ ، ضخامت صفحه و  $a$  طول صفحه است.

معادلات حاکم با استفاده از اصل کار مجازی تعیین شده است. اصل کار مجازی در شکل دینامیکی به صورت رابطه (1) تعریف شده است [19].

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (1)$$

که  $\delta U$  انرژی کرنشی مجازی،  $\delta V$  کار مجازی انجام شده توسط نیروی اعمالی و  $\delta K$  انرژی جنبشی مجازی است و به صورت رابطه (2) تعریف شده‌اند.

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \bar{\sigma} : \delta \bar{\epsilon} dV \\ \delta V &= \int_{\Omega_0} \bar{p} \cdot \delta \bar{u} dx dy \\ \delta K &= \int_V \rho \bar{u}_t \cdot \delta \bar{u}_t dV \end{aligned} \quad (2)$$

در روابط بالا  $\bar{\sigma}$ ،  $\bar{\epsilon}$ ،  $\bar{p}$ ،  $\bar{u}$  و  $\bar{u}_t$  به ترتیب تانسور تنش، تانسور کرنش، بردار نیروهای گسترده خارجی، بردار جابجایی و بردار سرعت هستند.  $\Omega_0$  سطح میانی است.

با قرار دادن رابطه (2) در رابطه (1) و انتگرال‌گیری در طول ضخامت، همین طور با استفاده از رابطه کرنش-جابجایی برای مدل صفحه کلاسیک و انتگرال‌گیری جزء به جزء در نهایت معادلات اولر-لاگرانژ تعیین شده است.

با توجه به نامحدود فرض کردن عرض صفحه، ارتعاشات عرضی سازه با رابطه (3) تعریف شده است [18,15].

$$Dw_{0,xxxx} - N_x(w_{0,xx}) + \Delta P_a + M_{x,xx}^T + \rho_m h w_{0,tt} = 0 \quad (3)$$

$w_0(x,t)$  جابجایی عمودی صفحه،  $N_x$  تنش محوری،  $M_x$  گشتاور خمشی،  $M_x^T$  گشتاور حرارتی صفحه،  $\Delta P_a$  فشار آیرودینامیکی و عبارت آخر اینرسی انتقالی<sup>1</sup> صفحه است. که طبق رابطه (4) و (5) داریم:

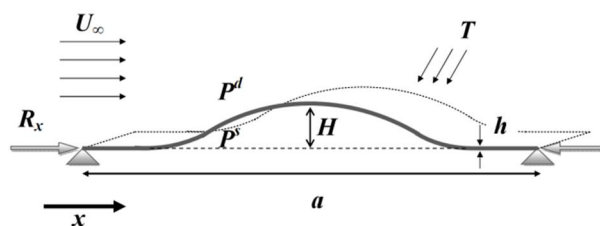
$$M_x \equiv Dw_{0,xx} \quad (4)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5)$$

$D$  سفتی صفحه،  $E$  مدول الاستیک،  $\nu$  ضریب پواسون و  $w_{0,xx}$  تغییرات انحنا<sup>ی</sup> صفحه میانی است. کرنش صفحه بر اساس رابطه غیرخطی ون‌کارمن با رابطه (6) تعریف شده است [19].

$$\epsilon_x = u_{0,x} + \frac{1}{2}(w_{0,x})^2 \quad (6)$$

صفحه در کاربردهای هوافضایی مانند بخشی از بدنه یا بال یا دم هواپیما به صورت ثابت و محکم به سازه هواپیما متصل شده است. بنابراین تنش در



شکل 1 هندسه صفحه دوبعدی تحت اثر بارهای خارجی

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{w}{a}, \dot{W} = \frac{\dot{w}}{h}, \xi = \frac{x}{a}, \bar{T} = t\Omega_0, \Omega_0 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{D_0}{\rho_m h}}, \\
 \bar{\Omega} &= \Omega_0 \frac{a}{c_\infty}, \bar{h} = \frac{h}{a}, \bar{P}^s(x) = P^s(x) \frac{a^4}{D_0 h}, T_{cr} = \frac{D_0}{E h a^2 \alpha_0}, \\
 \tau &= \frac{T}{T_{cr}}, \bar{T} = \tau \sin(\pi \xi), \bar{\rho} = \frac{\rho_m}{\rho_\infty}, \mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho_m h}, \beta = \sqrt{M^2 - 1}, \\
 \lambda &= \frac{2qa^3}{\beta D_0}, R_x = \frac{E_0 h a^2 \eta}{D_0 (1 - \nu^2)} = C_r \pi^2, K = \frac{\omega}{\Omega_0} \quad (21)
 \end{aligned}$$

$\Omega_0$ ، فرکانس اول صفحه،  $\bar{\Omega}$ ، فرکانس بی‌بعد و  $K$ ، فرکانس‌های بی‌بعد صفحه بر حسب فرکانس اول است.  $C_r$ ، ضریب نیروی داخل صفحه است.

قابلیت ایجاد انواع مدل نقص بر روی صفحه تخت یا پوسته توسط بسط تیلور یا بسط توابع هایپربولیک قابل انجام است. مدل نقص توسط رابطه‌ی (23.22) مشخص شده است [20].

$$\hat{w}_0 = \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_0 &= C_1 h \sec h \left[ \delta_1 \left( \frac{x}{a} - \psi_1 \right) \right] \cos \left[ \mu_1 \pi \left( \frac{x}{a} - \psi_1 \right) \right] \times \\
 &\quad \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (23)
 \end{aligned}$$

$C_1$  ضریب تعیین ارتفاع نقص نسبت به ضخامت صفحه است. دو مدل نقص که با استفاده از روابط (23.22) مورد تحلیل قرار گرفته است توسط شکل 2 نشان داده شده است. برای دامنه نقص 0/9 از رابطه‌ی (22) و برای دامنه‌ی نقص‌های کوچک‌تر، از رابطه‌ی (23) استفاده شده است.

دامنه‌ی نقص در ارتفاع 0/1 و مکان نقص، فاصله قله نقص از محور افقی فرض شده است. با جایگذاری رابطه‌ی (22) و (23) در رابطه‌ی (9) و (19) و رابطه‌ی (19) در (18)، همین‌طور، جایگذاری رابطه‌ی (18) در (15) و جایگذاری رابطه‌ی (11) در (10) و جایگذاری رابطه (8) و (9) و (10) در (7) و قرار دادن رابطه‌ی (7) و (15) در (3) و با استفاده از روابط بی‌بعد سازی، رابطه‌ی غیرخطی نهایی آیرودرموالاستیسیته حاصل برای صفحه دوبعدی، به صورت رابطه‌ی (24) بیان شده است.

$\delta_e$ ، وابستگی دمایی مدول الاستیسیته و  $\delta_\alpha$ ، وابستگی دمایی ضریب انبساط حرارتی، با عدد صفر یا یک مشخص می‌شود.

$$\begin{aligned}
 &\left(1 + \delta_e e_T T_{cr} \tau \sin(\pi \xi)\right) W_{\xi\xi\xi\xi} - \\
 &\quad \frac{\pi \sqrt{\delta_e^2 e_T^2 T_{cr}^2 \tau^2 - 1}}{\left[ \text{icsgn} \left( \frac{i}{\sqrt{\delta_e^2 e_T^2 T_{cr}^2 \tau^2 - 1}} \right) \pi + 2 \arctan h \left( \frac{\delta_e e_T T_{cr} \tau}{\sqrt{\delta_e^2 e_T^2 T_{cr}^2 \tau^2 - 1}} \right) \right]} \times \\
 &\quad \left[ \frac{12}{h^2} \left( \eta + \frac{1}{2} \int_0^1 (W_\xi)^2 d\xi + \bar{h} \int_0^1 W_\xi \dot{W}_\xi d\xi \right) - \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{1 - \nu} \int_0^1 \left( 1 + \delta_\alpha \alpha_T T_{cr} \tau \sin(\pi \xi) \right) \tau \sin(\pi \xi) d\xi \right] \times \\
 &\quad \left( \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} W W(\xi, t) \right) + \pi^4 W_{,TT} +
 \end{aligned}$$

شده است و ضرایب ترموالاستیک مواد تابعی از متغیرهای دمایی و مکانی هستند (یعنی  $E = E(x, T)$  و  $\alpha = \alpha(x, T)$ ).

### 1-2- بارگذاری آیرودینامیکی

جریان آیرودینامیک بر اساس نظریه پیستون غیرخطی در نظر گرفته شده است.  $\Delta P_a$ ، فشار گسترده بر روی صفحه در اثر جریان آیرودینامیک بالای صفحه به صورت رابطه‌ی (15) تعریف شده است،

$$\Delta P_a = P^d(x, t) + P^s(x) \quad (15)$$

$P^d(x, t)$ ، اثر نیروی آیرودینامیکی ناپایا و  $P^s(x)$ ، نیروی استاتیکی اولیه در نظر گرفته شده است. رابطه فشار ایزنتروپیک بر روی صفحه با استفاده از نظریه پیستون بر اساس سرعت عمودی جریان بر روی صفحه  $V_z$  (سرعت فروریزش<sup>1</sup>)، در یک بعد به صورت رابطه‌ی (16) نشان داده شده است [21].

$$P^d(x, t) = P_\infty \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{V_z}{c_\infty} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (16)$$

مدل پیستون مرتبه اول و سوم، به صورت روابط (17) و (18) تعیین شده است،

$$P^d(x, t) = P_\infty \left( 1 + \gamma \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) \right) \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 P^d(x, t) &= P_\infty \left( 1 + \gamma \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) + \left[ \frac{\gamma(\gamma + 1)}{4} \right] \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\gamma(\gamma + 1)}{12} \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right)^3 \right) \quad (18)
 \end{aligned}$$

$\eta_1 = \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}}$ ، تعریف شده است. برای تعیین فشار آیرودینامیکی

روی صفحه، براساس رابطه  $V_z$ ، در اثر جریان سیال بالای صفحه و تغییر شکل عمودی صفحه تعریف شده است [22.15].

$$V_z = (\beta_2 W_{0,t} + U_\infty (W_{0,x} + \dot{W}_{0,x})) \quad (19)$$

$c_\infty$ ، سرعت صوت و رابطه  $c_\infty^2 = \frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}$ ، برقرار است.  $\rho_\infty$  و  $\gamma$ ، به

ترتیب، فشار اتمسفر، چگالی هوا و ضریب ثابت گاز ایزنتروپیک  $\gamma = 1.4$ ، تعریف شده‌اند.  $\dot{W}_{0,x}$  اثر نقص یا انحنای اولیه در صفحه است. نظریه پیستون، یک روش معمول و مورد استفاده برای تحلیل آیروالاستیک سیستم در جریان‌های مافوق صوت و ماوراء صوت بشمار رفته است. برای عدد ماخ  $M$ ، فشار دینامیکی  $q_\infty$  و ضریب  $\beta_1$  و  $\beta_2$  تعاریف رابطه (20) فرض شده است.

$$M = \frac{U_\infty}{c_\infty}, q_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{2}, \beta_1 = \sqrt{M^2 - 1}, \beta_2 = \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \quad (20)$$

برای اعداد ماخ بزرگ  $\beta_1 = M$  و  $\beta_2 = 1$  فرض شده است.

### 2-2- معادلات غیرخطی آیرودرموالاستیک صفحه

ابتدا متغیرهای بی‌بعد سیستم تعریف شده است.

1- Downwash velocity

3-2- روش حل

با استفاده از روش مودهای فرضی در روش گالرکین، جابجایی عمودی صفحه را به صورت یک سری از مودهای سیستم سازه فرض نموده‌ایم. با توجه به شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده تابع شکل مودها به گونه‌ای تعریف شده تا شرایط مرزی را ارضاء کند. طبق روابط (25) و (26) داریم:

$$W = W_{\xi\xi} = 0, \xi = 0, 1 \quad (25)$$

$$W(\xi, \bar{t}) = \sum_{i=1}^n a_i(\bar{t}) \phi_i(\xi) \quad (26)$$

$$\phi_i(\xi) = \sin(\lambda_i \xi), \lambda_i = i\pi$$

حل تقریبی حاصل برابر حل دقیق نیست و مقداری باقی‌مانده دارد. با ضرب باقی‌مانده یا خطا در تابع پایه مورد استفاده برای شکل مودهای سیستم،  $\phi_r(\xi) = \sin(r\pi\xi)$ ، و انتگرال‌گیری در طول صفحه و برابر صفر قرار دادن حاصل، یک دسته رابطه دیفرانسیلی معمولی با توجه به تعداد جملات بسط داده شده به دست آمده است. این معادلات وابسته به زمان بوده و رفتار سیستم را در حوزه زمان نشان می‌دهند. معادلات غیرخطی معمولی حاصل، با استفاده از روش‌های عددی قابل حل است. مدل رانگ-کوتای مرتبه 4 و 5 مورد استفاده قرار گرفته است [23-25].

3- نتایج

3-1- تحلیل ارتعاشات غیر خطی صفحه دوبعدی با اثر نقص محلی

در شکل 3 الف به ترتیب تغییرات فرکانس اول سازه برای اثر نقص با دامنه‌ی 0/9 با نسبت ارتفاع 0/4، 0/8 و 1 بر حسب تغییر مقدار حرارت داخل صفحه ترسیم شده است. با افزایش اثر حرارت، ابتدا فرکانس اول سازه کاهش یافته و برای ارتفاع نقص 0/4 و 0/8 در نزدیک مرز صفر کماتش ایجاد شده (بخش خطی رفتار سازه) و سپس رفتار پس از کماتش مشاهده شده (بخش غیرخطی رفتار سازه) و فرکانس اول افزایش یافته است. با افزایش ارتفاع نقص در بخش خطی، فرکانس کاهش یافته و در بخش غیر خطی فرکانس افزایش داشته است.

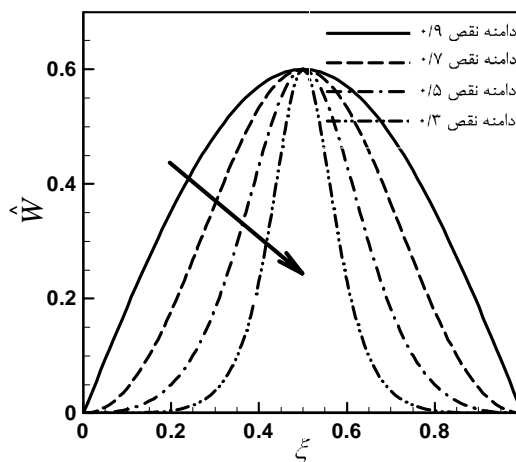
شکل 3 ب تغییر فرکانس اول سازه با نقص را بر حسب افزایش حرارت صفحه برای ارتفاع 0/2، 0/4 و 0/6 و دامنه نقص 0/5 نشان داده است. با افزایش ارتفاع نقص فرکانس در بخش تغییرات خطی (دمای صفر تا حدود 15) کاهش یافته است و در بخش تغییرات غیرخطی فرکانس، افزایش فرکانس اول را با افزایش ارتفاع نقص مشاهده نموده‌ایم.

در شکل 4 اثر نیروی خارجی کششی و فشاری بر روی فرکانس اول سازه دوبعدی با اثر نقص مشاهده شده است. با افزایش نیروی فشاری به 1-، صفحه دچار کماتش شده و با افزایش بیشتر نیروی فشاری، رفتار پس از کماتش از خود نشان داده است. ارتفاع نقص 0/6 و دامنه نقص 0/3 و 0/7 فرض شده است. با افزایش دامنه نقص فرکانس اول در حالت تغییرات خطی، کاهش داشته و در حالت غیرخطی افزایش داشته است. در مقایسه شکل 3 و 4، اثر نیروی داخل صفحه در تغییر فرکانس با تغییر دامنه نقص، کمتر از اثر بار حرارتی مشاهده شده است.

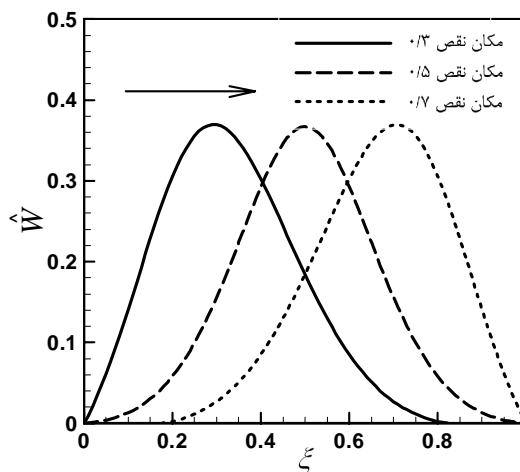
3-2- تحلیل آیروالاستیک غیرخطی صفحه دوبعدی با اثر نقص محلی

در شکل 5 الف و ب نمودار فازی صفحه برای نقص با دامنه‌ی 0/9 و ارتفاع 0/8 ترسیم شده است. با افزایش فشار دینامیکی از 173 به 201، رفتار سیستم از سیکل محدود به آشوبناک تبدیل شده و با افزایش بیشتر فشار دینامیکی به مقدار 347، به سیکل چند دوره‌ای تبدیل شده است. بنابراین، با

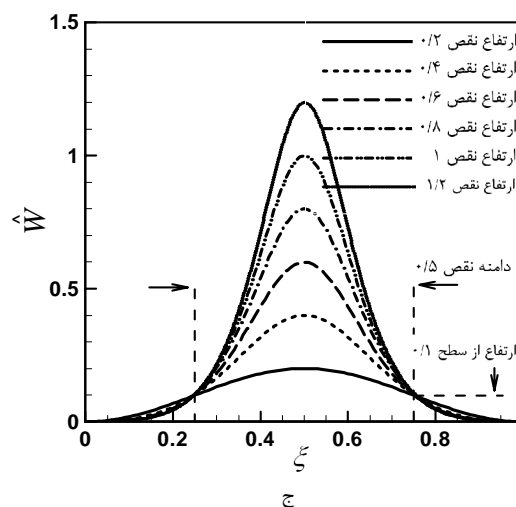
$$\frac{M^2 \pi^4}{h \rho \Omega^2 \beta_1} \eta_1 \left( C_{a1} \left( \beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{\bar{t}} + W_{\xi} + \bar{h} \hat{W}_{\xi} \right) \right) + \frac{1}{4} C_{a3} (\gamma_1 + 1) \eta_1 M \left( \beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{\bar{t}} + W_{\xi} + \bar{h} \hat{W}_{\xi} \right)^2 + \frac{1}{12} C_{a3} (\gamma_1 + 1) \eta_1^2 M^2 \left( \beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{\bar{t}} + W_{\xi} + \bar{h} \hat{W}_{\xi} \right)^3 = \bar{P}^s(x) \quad (24)$$



الف تغییر دامنه نقص



ب تغییر مکان نقص

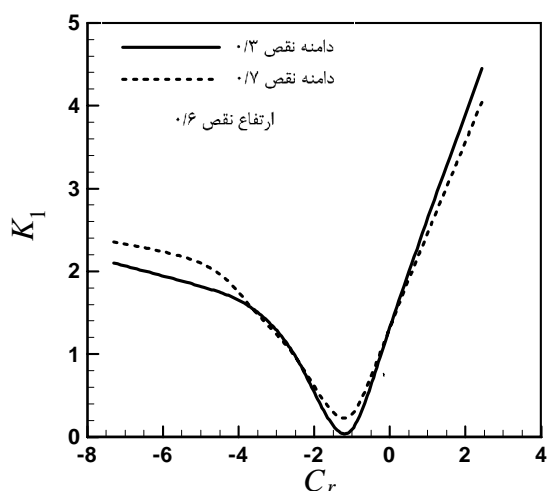
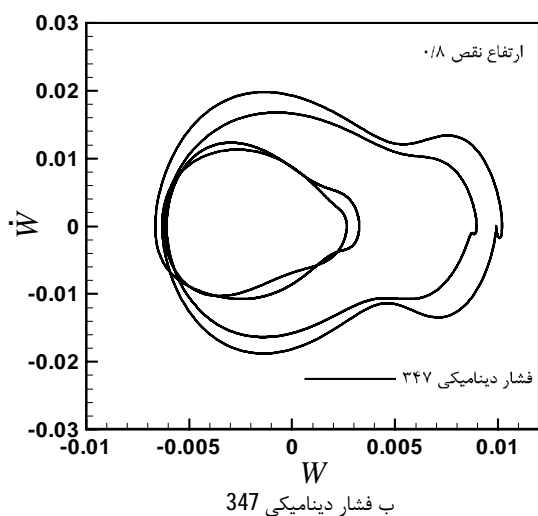
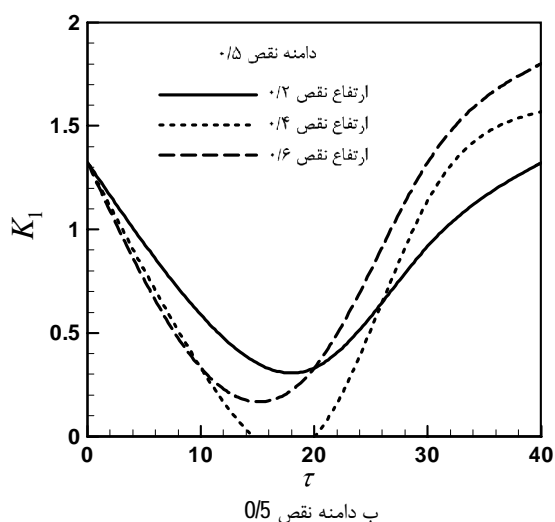
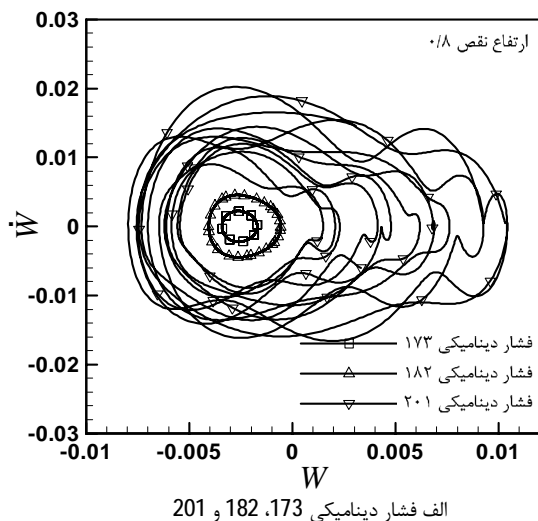
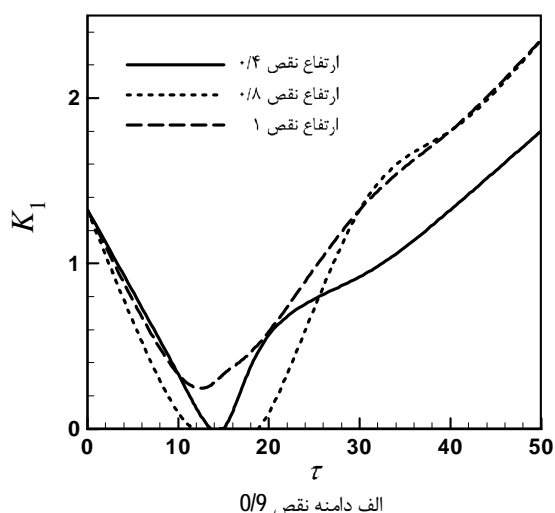


شکل 2 تغییر دامنه، مکان و ارتفاع نقص در تحلیل آیروالاستیک صفحه

در شکل 6 الف و ب دامنه نوسانات صفحه با اثر نقص با دامنه 0/9 برای ارتفاع نقص 0 تا 1 برابر ضخامت بر حسب فشار دینامیکی اعمالی بر روی صفحه ترسیم شده است. با افزایش فشار دینامیکی افزایش دامنه نوسان در جهت مثبت و منفی صفحه به صورت سیکل محدود مشاهده شده است. مرز ناپایداری یا فلاتر صفحه (مربوط به دامنه نوسان صفر) با افزایش ارتفاع نقص کاهش و دامنه نوسان مربوط به آن افزایش یافته است. برای صفحه بدون اثر نقص، دامنه نوسان مثبت و منفی کاملاً متقارن هستند، اما با افزایش ارتفاع نقص این تقارن از بین رفته و دامنه در جهت مثبت افزایش داشته است. با تغییر ارتفاع نقص از 0/2 به 0/4 افزایش و کاهش زیادی در دامنه نوسان و سرعت فلاتر صفحه مشاهده شده است. با افزایش بیشتر ارتفاع نقص به 0/8 و 1، رفتار سیکل محدود به آشوبناک تبدیل شده (که در نمودار ب فقط دامنه نوسان نشان داده شده است) و دامنه نوسان و سرعت فلاتر به ترتیب افزایش و کاهش داشته است.

شکل 7 الف و ب برای فشار دینامیکی ثابت 219، 237، 255، 329 و 365، دامنه نوسان مثبت و منفی و فرکانس ارتعاش غیرخطی صفحه را بر حسب ارتفاع نقص با دامنه‌ی 0/9 نشان داده است. با افزایش ارتفاع نقص

افزایش ارتفاع نقص رفتار سیستم از سیکل محدود تک دوره‌ای دایروی ساده پیچیده‌تر شده و در نهایت رفتار آشوبناک نشان داده است.



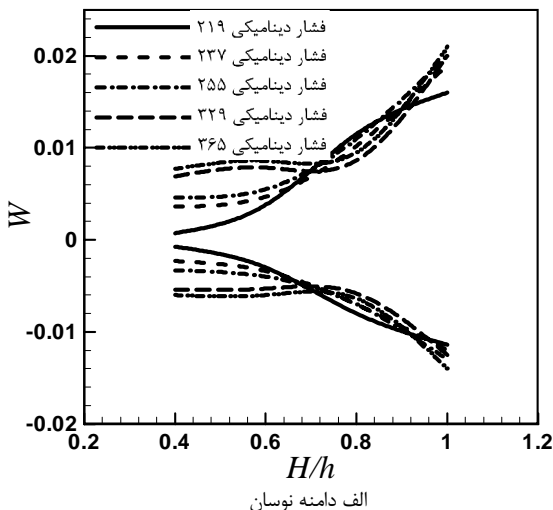
شکل 3 فرکانس اول صفحه بر حسب حرارت برای ارتفاع نقص مختلف

شکل 5 نمودار فازی صفحه برای نقص با دامنه 0/9 و ارتفاع 0/8

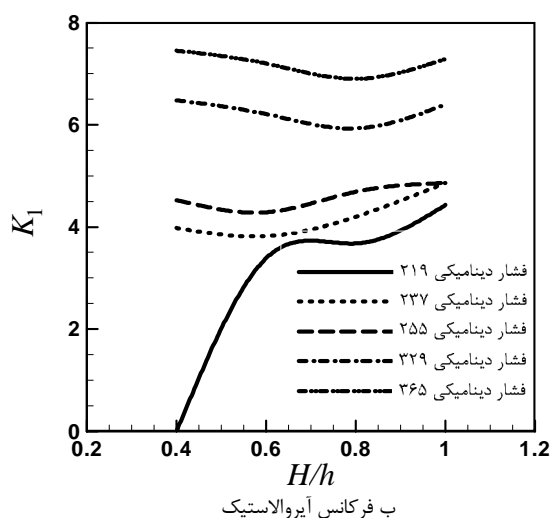
شکل 4 اثر نیروی خارجی بر روی فرکانس اول سازه با دامنه 0/3 و 0/7

برای فشار دینامیکی 237 و 365 با استفاده نظریه پیستون مرتبه اول خطی و مرتبه سوم غیرخطی انجام شده است. همان طور که مشاهده شده است، برای فشار دینامیکی 237، دامنه نوسان بین حالت خطی و غیر خطی تشابه زیادی دارند و با افزایش ارتفاع نقص مشاهده شده است. اما با افزایش فشار دینامیکی به مقادیر بزرگ‌تر و سرعت جریان بالاتر، دامنه نوسان برای ارتفاع نقص بیش از 0/4، برای نظریه مرتبه سه افزایش زیادی نشان داده است.

بنابراین هرچه سرعت جریان افزایش یابد نتایج نظریه پیستون مرتبه اول و سوم فاصله گرفته است و نظریه مرتبه سه پیستون پاسخ مناسبی در سرعت‌های بسیار بالا برای اثرات نقص نشان نداده است. شکل 8 ج مقایسه تغییرات فرکانس آیروالاستیک صفحه برای فشار دینامیکی 365 را با نظریه پیستون مرتبه اول و سوم نشان داده است. برای نظریه پیستون مرتبه اول با افزایش ارتفاع نقص، کاهش ممتد فرکانس آیروالاستیک صفحه مشاهده شده است و صفحه رفتار نرم‌شونده نشان داده است اما برای نظریه پیستون مرتبه سه تغییرات فرکانس ابتدا کاهشی و سپس افزایشی است یعنی رفتار صفحه ابتدا نرم شونده و سپس سخت شونده است.

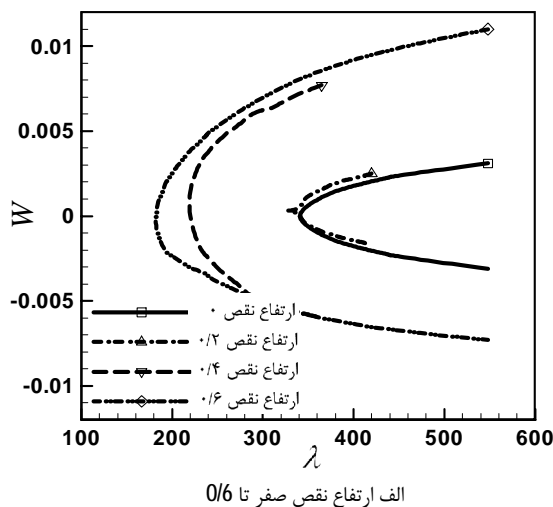


الف دامنه نوسان

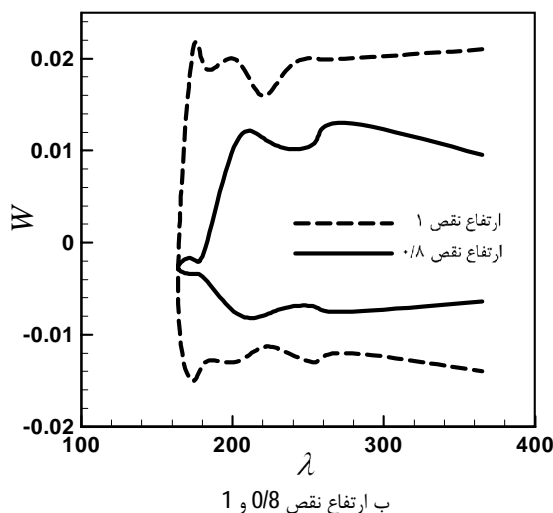


ب فرکانس آیروالاستیک

شکل 7 دامنه نوسان و فرکانس ارتعاش غیرخطی صفحه بر حسب ارتفاع نقص



الف ارتفاع نقص صفر تا 0/6



ب ارتفاع نقص 0/8 و 1

شکل 6 دامنه نوسان فلاتر صفحه در ارتفاع نقص متغیر

دامنه نوسان صفحه در جهت مثبت و منفی در حال افزایش است. با افزایش فشار دینامیکی دامنه نوسان صفحه برای ارتفاع نقص کمتر از 0/7 در حال افزایش است. با افزایش ارتفاع نقص بیش از 0/7 تا 0/9، برای  $\lambda$  کوچک‌تر، دامنه نوسان بیشتر است. بنابراین دامنه نوسان صفحه دارای نقص و رفتار پس از فلاتر، بستگی به فشار دینامیکی و ارتفاع نقص مربوطه دارد.

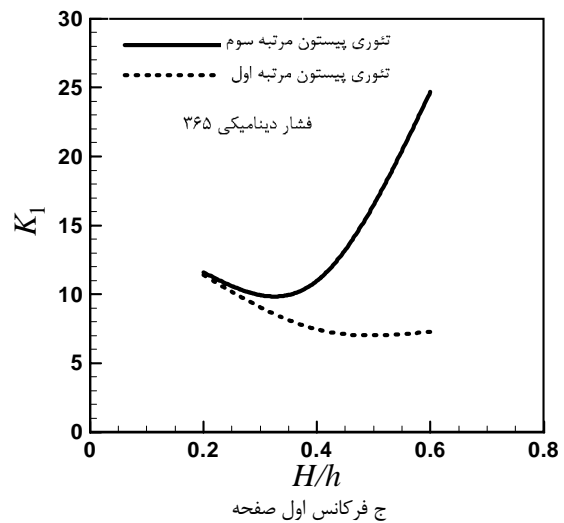
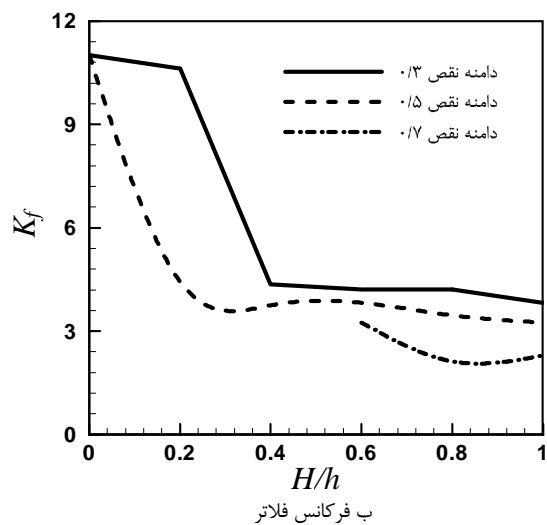
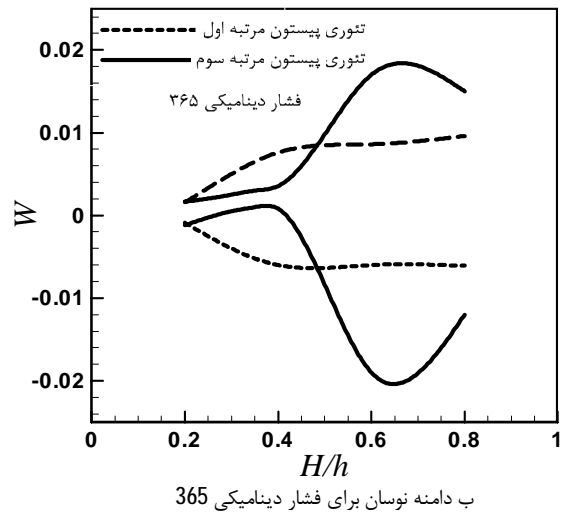
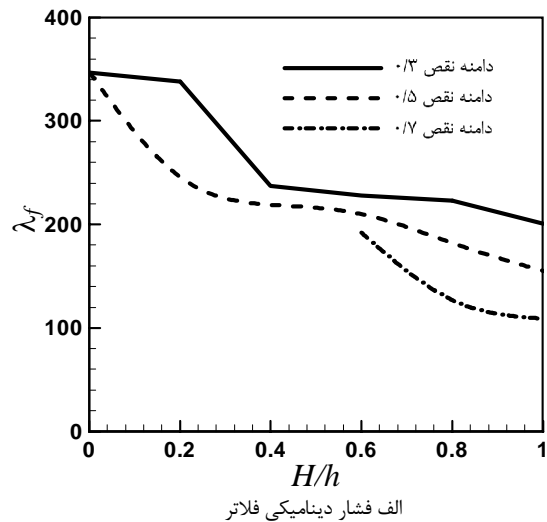
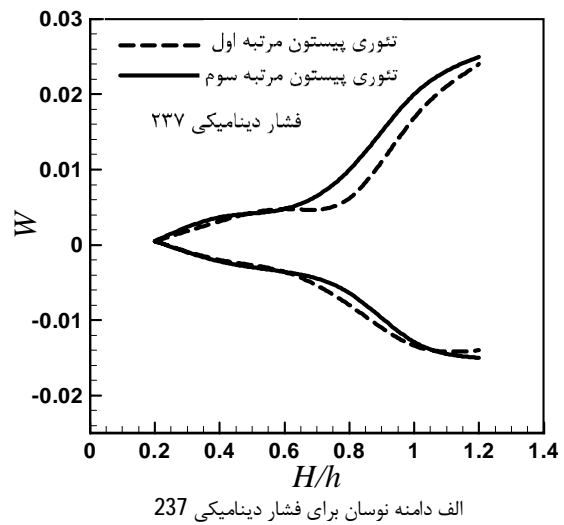
برای فشار دینامیکی 219، فرکانس اول آیروالاستیک سازه با افزایش ارتفاع نقص افزایش یافته است و از صفر به 4 رسیده است. برای فشار دینامیکی 237 و 255، با افزایش ارتفاع نقص تا 0/6 و 0/6 تا 1، به ترتیب فرکانس کاهش و افزایش یافته و صفحه رفتار نرم شونده و سخت شونده نشان داده است. با افزایش فشار دینامیکی به 329 و 365، برای ارتفاع نقص 0/4 تا 0/8 و 0/8 تا 1، به ترتیب فرکانس کاهش و افزایش یافته و صفحه رفتار نرم شونده و سخت شونده نشان داده است. بنابراین با افزایش فشار دینامیکی، رفتار نرم شونده تا ارتفاعات بالاتری از نقص وجود دارد. فرکانس آیروالاستیک صفحه با افزایش فشار دینامیکی بر روی صفحه در حال افزایش است.

در شکل 8 الف و ب مقایسه دامنه نوسان صفحه بر حسب ارتفاع نقص

با افزایش ارتفاع نقص در نظریه پیستون مرتبه اول کاهش فرکانس ارتعاشی سازه و با استفاده از نظریه پیستون مرتبه سوم ابتدا کاهش و سپس افزایش فرکانس مشاهده شده است. با استفاده از نظریه پیستون مرتبه اول سیستم رفتار نرم‌شونده نشان داده است و با نظریه پیستون مرتبه سوم با افزایش ارتفاع نقص ابتدا رفتار نرم‌شونده و سپس سخت‌شونده نشان داده است.

شکل 9 الف و ب تغییرات فشار دینامیکی فلاتر و فرکانس فلاتر صفحه دارای نقص با دامنه‌ی متغیر  $0/3$  و  $0/5$  و  $0/7$  را نشان داده است. با افزایش ارتفاع نقص کاهش سرعت فلاتر برای دامنه‌های نقص متفاوت مشاهده شده است. همین‌طور فرکانس فلاتر برای دامنه‌ی نقص  $0/3$  و  $0/5$  با افزایش ارتفاع نقص همواره در حال کاهش است. با افزایش دامنه‌ی نقص سرعت و فرکانس فلاتر کاهش یافته است. بنابراین با افزایش دامنه‌ی نقص روی صفحه سرعت ناپایداری بحرانی‌تر شده است.

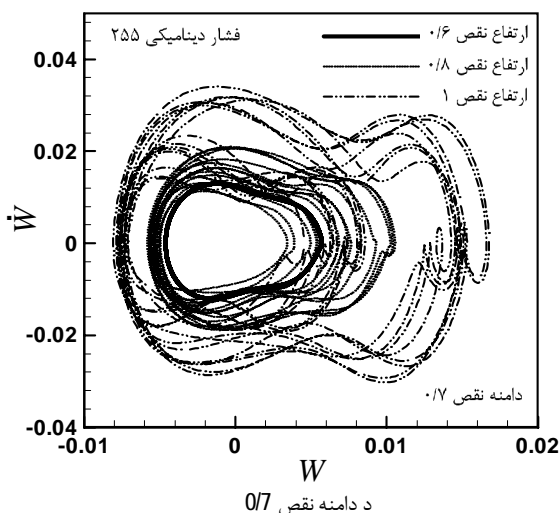
در شکل 10 الف و ب و ج و د نمودار فازی صفحه با دامنه‌ی نقص  $0/3$ ،  $0/5$  و  $0/7$  برای فشار دینامیکی 255 در ارتفاعات نقص متفاوت ترسیم شده است. در دامنه‌ی  $0/3$ ، برای ارتفاع نقص  $0/4$  و  $0/8$  سیکل محدود تک



شکل 8 دامنه و فرکانس صفحه در فشار دینامیکی 237 و 365 بر حسب ارتفاع نقص

شکل 9 سرعت و فرکانس فلاتر بر حسب ارتفاع نقص برای دامنه نقص متفاوت





شکل 10 نمودار فازی با دامنه‌ی نقص 0/3، 0/5 و 0/7 در ارتفاع نقص متفاوت

صفحه به طرف مثبت صفحه افزایش یافته است. برای ارتفاع نقص 0/8، 1 و 1/2 سیکل محدود دو حلقه ایجاد شده که نشان دهنده‌ی رفتار پیچیده‌تر صفحه با افزایش ارتفاع نقص است. با افزایش دامنه‌ی نقص به 0/7، برای ارتفاع نقص 0/6 سیکل محدود تک حلقه‌ای مشاهده شده و برای ارتفاع نقص 0/8 و 1، رفتار آشوبناک با افزایش دامنه نوسان صفحه مشاهده شده است. شکل 11 الف برای نقص با ارتفاع 0/4 و 0/8، برای دامنه‌ی نقص 0/5، با افزایش ضریب حرارتی روی صفحه فشار دینامیکی فلاتر را تعیین کرده است.

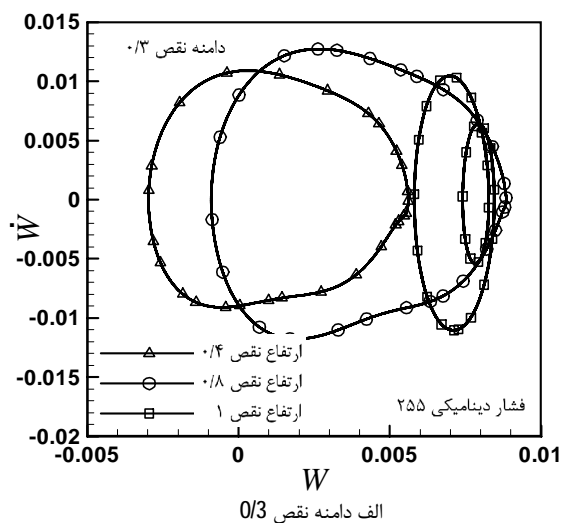
با افزایش ارتفاع نقص به طور کلی کاهش فشار دینامیکی فلاتر مشاهده شده است. درحالی‌که برای صفحه بدون نقص کاهش ممتد سرعت فلاتر با افزایش ضریب حرارتی تعیین شده، با افزایش ضریب حرارتی بر روی صفحه دارای نقص از 0 تا 40، کاهش سرعت فلاتر و بعد از آن افزایش سرعت فلاتر را داریم. این افزایش سرعت فلاتر با افزایش ارتفاع نقص (از 0/4 به 0/8) بیشتر شده است. همان طور که در شکل 3 نشان داده شد، با افزایش ضریب بار حرارتی بیش از 20، فرکانس صفحه در حال افزایش است که مطابق شکل 11 الف در ضریب بار حرارتی حدود 40 به میرایی آیرودینامیکی منفی غلبه کرده و افزایش سرعت فلاتر مشاهده شده است. در شکل 11 ب اثر نیروی مکانیکی در مرزهای صفحه باعث کاهش سرعت فلاتر شده است. با افزایش ارتفاع نقص، (اثر نیروی کششی مثبت)، کاهش قابل توجهی در فشار دینامیکی فلاتر صفحه مشاهده شده است. اما با افزایش نیروی فشاری، سرعت فلاتر روند کاهشی داشته و برای هر دو نقص یکسان است.

در شکل 12 الف به بررسی تغییر مکان نقص در طول صفحه پرداخته شده است. یک نقص با ارتفاع 0/367 و دامنه‌ی 0/5 فرض شده است. با افزایش فاصله نقص از مکان 0/3 از ابتدای صفحه به 0/5 و 0/7، به ترتیب کاهش و سپس افزایش فشار دینامیکی و فرکانس فلاتر دیده شده است. بنابراین با انتقال مکان نقص از میانه صفحه به جلو و عقب، به افزایش سرعت فلاتر و پایداری صفحه رسیده‌ایم. با انتقال مکان نقص به فاصله 0/7 بیش‌ترین پایداری مشاهده شده است.

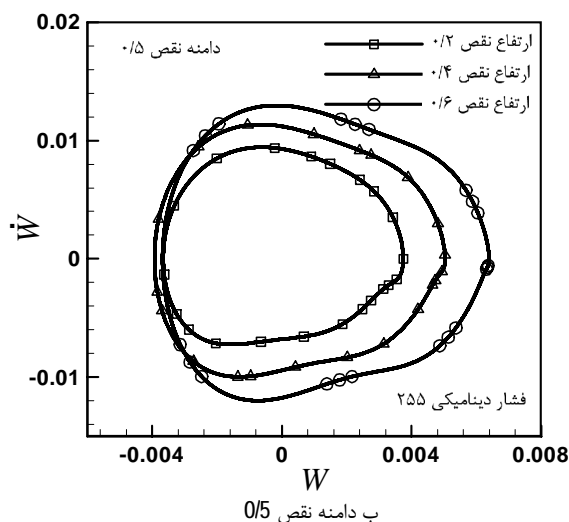
### 3-3- راستی‌آزمایی

شکل 13 الف نمودار فازی صفحه غیرخطی تخت تحت اثر نیروی داخل

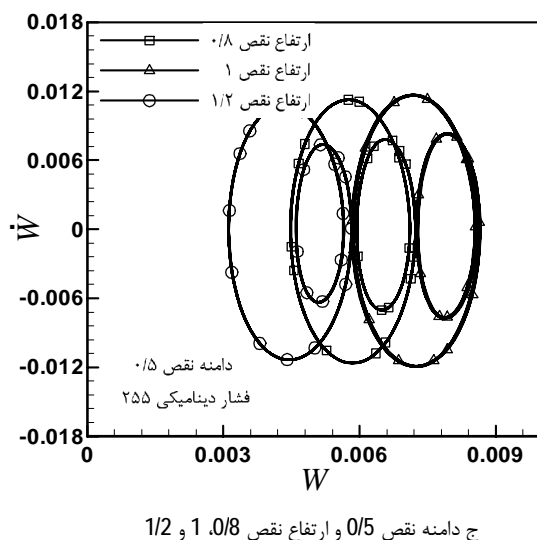
حلقه‌ای مشاهده شده و برای ارتفاع نقص 1، سیکل محدود دو حلقه‌ای مشاهده شده است. در دامنه‌ی 0/5، برای ارتفاع نقص 0/2، 0/4 و 0/6 سیکل محدود تک حلقه‌ای مشاهده شده است. با افزایش ارتفاع نقص مرکز نوسان



الف دامنه نقص 0/3



ب دامنه نقص 0/5



ج دامنه نقص 0/5 و ارتفاع نقص 0/8، 1 و 0/8

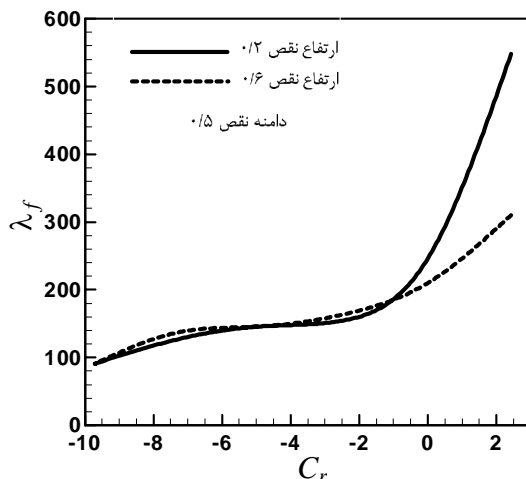
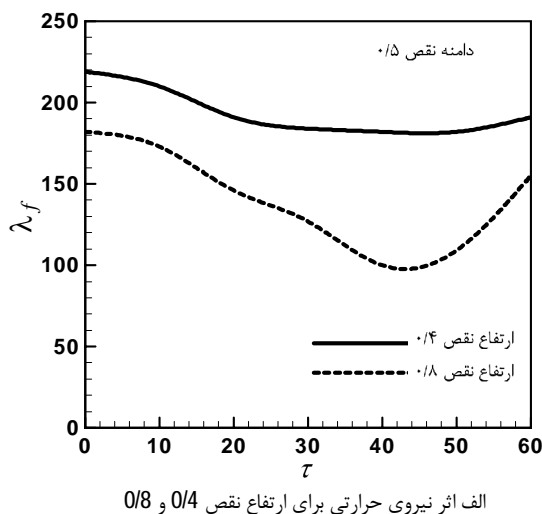
تغییرات عدد ماخ فلاتر برای صفحه با اثرات حرارت سطح صفحه، برای خواص مواد وابسته به دما ( $\delta\alpha=1, \delta e=1$ ) و غیر وابسته به دما ( $\delta\alpha=0, \delta e=0$ ) با فعالیت عباس در شکل 13 ب مقایسه شده است که نتایج مطابقت خوبی را نشان داده است [15].

با افزایش ضریب حرارتی سطح صفحه با خواص غیروابسته به دما، عدد ماخ فلاتر سیستم کاهش یافته است و از مقدار 6/6 برای  $\tau=0$ ؛ به 3 برای  $\tau=10$  رسیده است.

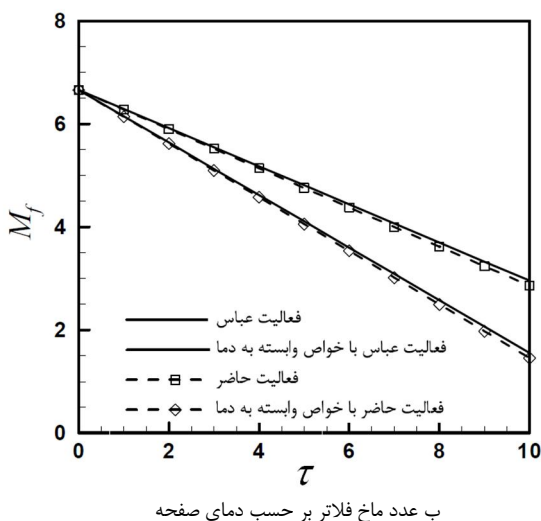
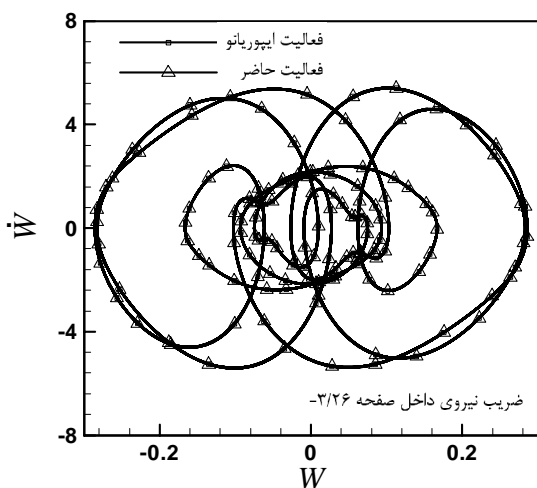
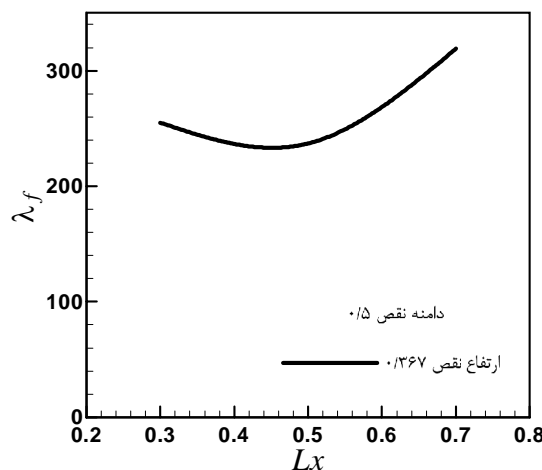
شکل 14 الف مقایسه نتایج مربوط به فلاتر پوسته غیرخطی دوبعدی با انحنا دایروی بزرگ بر روی صفحه است که اثر انحنای دایروی بزرگ در معادلات پوسته دوبعدی فرض شده و با فعالیت داوول [22]، مقایسه شده است. این راستی‌آزمایی از جهت بررسی درستی شبیه‌سازی اثر انحنای صفحه در نظریه آیرودینامیک پیستون دارای اهمیت زیادی است. اما با توجه به اینکه این مقاله از پایان‌نامه دکتری استخراج شده است، هنوز هیچ مقاله داخلی و خارجی بر روی اثر نقص کوچک در پدیده فلاتر صفحه دوبعدی ارائه نشده است.

بنابراین راستی‌آزمایی اثر نقص کوچک در معادلات سازه‌ای غیرخطی صفحه را با شبیه‌سازی المان محدود غیرخطی، توسط نرم‌افزار آباکوس انجام

صفحه با ضریب  $3/26$  است که رفتار سیکل محدود چند دوره‌ای نشان داده شده است. تحلیل کد حاضر با نتایج مقاله ایپوریانو [21] همخوانی کامل دارد.



شکل 11 فشار دینامیکی فلاتر بر حسب دمای سطح و نیروی مکانیکی برای دامنه نقص 0/5 و ارتفاع نقص 0/4، 0/6، 0/8



شکل 13 مقایسه نتایج با مرجع [21] و [15]

- افزایش ارتفاع نقص باعث افزایش فرکانس پس از کماتش صفحه و کاهش فرکانس پیش از کماتش شده است.
- اثر نیروی فشاری مکانیکی یا حرارتی باعث کاهش فرکانس سازه به مقدار صفر یا نزدیک صفر شده و بعد افزایش فرکانس سازه در حوزه رفتار غیرخطی مشاهده شده است که ارتفاع نقص در روند این رفتار موثر است.
- با افزایش ارتفاع نقص، دامنه نوسان صفحه افزایش یافته و سرعت فلاتر کاهش یافته است.
- با افزایش ارتفاع نقص رفتار نرم‌شوندگی صفحه به سخت شونده تبدیل شده و با افزایش فشار دینامیکی، رفتار نرم‌شونده صفحه تقویت شده است.
- با افزایش دامنه‌ی نقص، سرعت فلاتر کاهش یافته است.
- با افزایش فاصله نقص از ابتدای صفحه به انتهای آن، سرعت فلاتر ابتدا کاهش و سپس افزایش داشته است بنابراین با توجه به ارتفاع نقص، اگر نقص در میانه صفحه قرار گیرد پایداری بیشتری حاصل خواهد شد.

#### 5- فهرست علائم

$a$	طول صفحه (m)
$c_\infty$	سرعت صوت
$C_r$	ضریب نیروی فشاری
$D$	سفتی صفحه
$h, \bar{h}$	ضخامت صفحه، ضخامت بی‌بعد
$H$	ارتفاع نقص هندسی
$K$	فرکانس بی‌بعد بر حسب فرکانس اول
$M$	عدد ماخ
$N_x, M_x$	نیروی داخل صفحه و گشتاور نیروی صفحه
$P^d, P^s$	فشار دینامیکی و استاتیکی بالا و پایین صفحه
$\Delta P_a$	فشار آیرودینامیکی اعمالی به صفحه
$q_\infty$	فشار دینامیکی
$R_x$	نیروی فشاری داخل صفحه و
$U_\infty$	سرعت جریان آزاد ( $\text{ms}^{-1}$ )
$w_0, \hat{w}_0$	جابجایی عمودی و تغییر شکل اولیه صفحه
$\rho_\infty$	چگالی جریان
$\Omega_0, \bar{\Omega}$	فرکانس اول، فرکانس بی‌بعد اول
$\mu$	نسبت جرمی

#### 6- مراجع

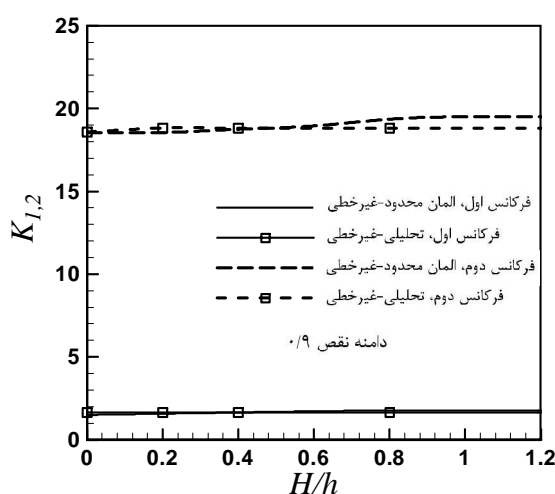
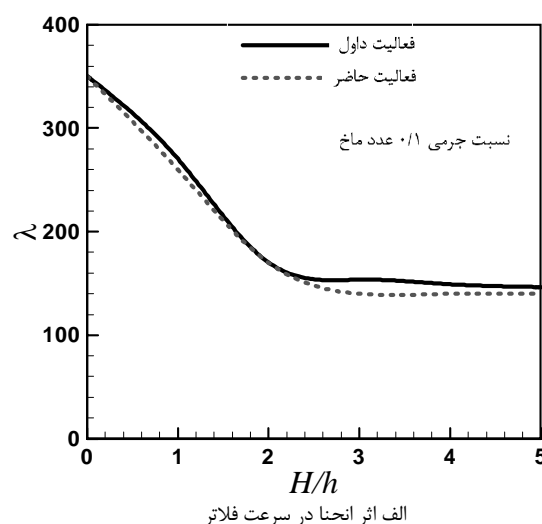
- [1] P.N. Singh, V. Sundararajan, Y.C. Das, Large amplitude vibration of some moderately thick structural elements, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 36, No. 3, pp. 375-387, 1974.
- [2] R.K. Kapania, T.Y. Yang, Buckling, post-buckling and nonlinear vibrations of imperfect plates, *AIAA Journal*, Vol. 25, pp. 1338-1346, 1987.
- [3] C. C. LIN, L. W. CHEN, Large-amplitude vibration of an initially imperfect moderately thick plate, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 135, pp. 213-224, 1989.
- [4] L. LIBRESCU, W. LIN, Thermomechanical Postbuckling of Plates and Shells Incorporating Non- Classical Effects, In: HETNARSKI, R. B. (ed.) *Thermal Stresses IV*. Amsterdam: North-Holland, 1996.
- [5] C.A. Featherston, Imperfection sensitivity of flat plates under combined compression and shear, *International Journal of Non- Linear Mechanics*, Vol. 36, pp. 249-259, 2001.
- [6] J. GIRISH, L. S. RAMACHANDRA, Thermal postbuckled vibrations of symmetrically laminated composite plates with initial geometric

داده‌ایم. باید توجه داشت شبیه‌سازی المان محدود غیرخطی صفحه بسیار زمان‌بر و دارای پیچیدگی‌های عددی زیادی است و با تحلیل مودال خطی قابل مقایسه نیست.

تحلیل مودال خطی به روش تحلیلی و المان محدود بسیار به تغییر انحنای صفحه حساس است و با افزایش انحنای صفحه افزایش فرکانس‌ها را مشاهده می‌نماییم. اما در مدل غیرخطی صفحه با تغییر اندازه نقص کوچک، فرکانس اول و دوم در شبیه‌سازی تحلیلی و المان محدود تقریباً یکنواخت است و حساسیت به اندازه نقص بسیار کم است که در شکل 14 ب نشان داده شده است.

#### 4- نتیجه‌گیری نهایی

اثر نقص بر روی صفحه از نظر تحلیل آیروالاستیک بسیار جالب توجه است. نقص قابلیت تغییر سرعت ناپایداری آیروالاستیک صفحه و تغییر فرکانس فلاتر را دارد. رفتار آیروترموالاستیک صفحه تحت اثر وجود نقص محلی به شرح زیر بیان شده است.



ب مقایسه تغییرات فرکانس سازه با اثر نقص کوچک به روش تحلیلی و المان محدود

شکل 14 راستی آزمایشی اثر نقص در بررسی فلاتر صفحه با مرجع [22]

- [16] M. GHADIMI, M. DARDEL, M. H. PASHAEI, M. M. BARZEGARI, Effects of geometric imperfections on the aeroelastic behavior of functionally graded wings in supersonic flow, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 23, pp. 492-504, 2012.
- [17] K. LI, J. ZHANG, G. MEI, Aerothermoelastic model of panel flutter with consideration of the history effects of aerodynamic heating, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 4, 2012.
- [18] C. YANG, G. LI, Z. WAN, Aerothermal-aeroelastic two-way coupling method for hypersonic curved panel flutter, *Science China Technological Sciences*, Vol. 55, pp. 831-840, 2012.
- [19] J.N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells :Theory and Analysis*, 2nd ed. USA: CRC Press, 2003.
- [20] B. A. Miller, J. J. Mcnamara, S. M. Spottswood, A. J. Culler, The Impact of Flow Induced Loads on Snap-Through Behavior of Acoustically Excited, Thermally Buckled Panels, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, pp. 5736-5752, 2011.
- [21] B. I. Epureanu, L. S. Tang, M. P. Paidoussis, Coherent structures and their influence on the dynamics of aeroelastic panels, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 39, pp. 977-991, 2004.
- [22] E.H. Dowell, Nonlinear flutter of curved plate, part 1, *AIAA Journal*, Vol. 7, pp. 424-431, 1969.
- [23] B. Ghadiri Dehkordi, M. Razi, S. Hamidi, Sweep wing Dynamic instability analysis in time domain, *Mechanics Journal of Tarbiat modares*, No. 37, pp. 93-106, 2009. (In Persian).
- [24] H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, 2D Curved plate Non-linear Frequency and Aeroelastic analysis with in-plane and Supersonic Aerodynamic load in Time domain, *Mechanics Journal of Tarbiat modares*, New Accepted, 2014. (In Persian)
- [25] M.A. Kouchakzadeh, M. Rasekh, H. Haddadpour, Panel flutter analysis of general laminated composite plates, *J. Composite Structures*, 92, 2906-2915, 2010.
- imperfections, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, pp. 1137-1153, 2005.
- [7] J. YANG, X. L. HUANG, Nonlinear transient response of functionally graded plates with general imperfections in thermal environments, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, pp. 2619-2630, 2007.
- [8] V.V. Bolotin, *nonconservative problem of the theory of elastic stability*, new york, pp. 274-312, 1963.
- [9] T. Bein, P.P. Friedmann, and X. Zhong, Hypersonic flutter of a curved shallow panel with aerodynamic heating, *AIAA paper* No. 93-1318, Proceeding 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC/Structures Structural Dynamics and Materials Conference, April 19-22, 1993.
- [10] I.Nydick, P.P. Friedmann, X. Zhong, Hypersonic Panel flutter studies on curved Panels, *NASA Dryden Flight Research Center*, Report Number H-2298, April 1995, Edwards, CA.
- [11] M.S. Azzouz, *Nonlinear flutter of curved panels under Yawed Supersonic Flow Using Finite Elements*, PHD Thesis, Old Dominion University, Norfolk, Virginia, 2005.
- [12] M. K. SINGHA, M. MANDAL, Supersonic flutter characteristics of composite cylindrical panels, *Composite Structures*, Vol. 82, pp. 295-301, 2008.
- [13] H. H. IBRAHIM, M. TAWFIK, M. AL-AJMI, Non-linear panel flutter for temperature-dependent functionally graded material panels, *Computational Mechanics*, Vol. 41, pp. 325-334, 2008.
- [14] M. S. AZZOUZ, *Flow angle effects on supersonic flutter of clamped curved panels*, Palm Springs, CA, 2009.
- [15] L.K. Abbas, X. Rui, P. Marzocca, M. Abdalla, R.D. Breuker, A parametric study on supersonic/hypersonic flutter behavior of aero-thermo-elastic geometrically imperfect curved skin panel, *Acta Mech*, Vol. 222, pp. 41-57, 2011.