

Numerical Investigation of Miscible Viscous Fingering Instability in Darcian and Non-Darcian Porous Media

ARTICLE INFO

Article Type Original Research

Authors Miri H.¹ BSc, Zare Vamarzani B.¹ PhD, Saffari H.^{*1} PhD, Hoseinalipour S.M.¹ PhD, Nemati A.¹ MSc

How to cite this article

Miri H, Zare Vamarzani B, Saffari H, Hoseinalipour S.M, Nemati A. Numerical Investigation of Miscible Viscous Fingering Instability in Darcian and Non-Darcian Porous Media. Modares Mechanical Engineering. 2020;20(10):2471-2482.

A B S T R A C T

In this paper, miscible viscous fingering instability in a Darcy and non-Darcy porous media was studied through numerical solution and the formation and growth of finger patterns were discussed. According to the porosity coefficient, the media can be divided into Darcy and non-Darcy categories. Also, flow velocity and fluid used (Newtonian or non-Newtonian) are the factors that limit the use of Darcy's relation. In this simulation, against most previous studies which had been used the two-phase Darcy's structural equation to approximate examination of instabilities, a two-dimensional model was used. This model was based on coupling flow equations in porous media (Darcy or Brinkman) and transport of diluted species. The effects of increasing injection rates and viscosity changes were investigated based on Peclet non-dimensional number and viscous ratio on instabilities. Besides, a comparison was done between the results of Darcy's and Brinkman's solution at different porosity coefficient and viscosity ratio. Image processing techniques were performed to measure the break through time, perimeter of the interface, fractal dimension and sweep efficiency. With increasing viscosity in Darcy and Brinkman solution, the perimeter of the interface and fractal dimension were increased and more complex fingers generated. As a result, the sweep efficiency of the porous media reduces. In addition, the growth of the media porosity led to sweep efficiency. Finally, it was observed that with increasing injection velocity in Brinkman's solution, the fingers complexity and perimeter of the interface increased and sweep efficiency decreased. Keywords Viscous Fingering; Brinkman Equation; Darcy Low; Miscible; Numerical Solution

CITATION LINKS

[1] Experimental study of the growth of mixing zone in miscible viscous fingering [2] Numerical calculation of multidimensional miscible displacement [3] A comprehensive numerical study of immiscible and miscible viscous fingers during chemical enhanced oil recovery [4] A phase field model of unsaturated flow [5] Determination of finger shape using the dynamic capillary pressure [6] Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix [7] Linear stability of radial displacements in porous media: influence of velocity-induced dispersion and concentration-dependent diffusion [8] Simulation of EOR processes in stochastically generated permeable media [9] Three-dimensional viscous fingering: A numerical study [10] A parametric study of viscous fingering in miscible displacement by numerical simulation [11] Fingering instability in immiscible displacement [12] A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media [13] Convection in porous media [14] Analysis of the Brinkman equation as a model for flow in porous media [15] Geometric multigrid for darcy and brinkman models of flows in highly heterogeneous porous media: A numerical study [16] Miscible flow through porous media [17] Moderate-Reynolds-number flow in a wall-bounded porous medium [18] Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium [19] A hydrodynamic mechanosensory hypothesis for brush border microvilli [20] Lubrication theory in highly compressible porous media: The mechanics of skiing, from red cells to humans [21] Stability of miscible displacements in porous media: Rectilinear flow [22] Viscous fingering of miscible slices [23] Viscous fingering in porous media [24] Nonlinear simulations of miscible viscous fingering with gradient stresses in porous media [25] Miscible displacements in hele-shaw cells: Two-dimensional base states and their linear stability [26] Aqueous solutions and body fluids [27] Experimental study of finger behavior due to miscible viscous and gravity contrast in a porous model [28] Reservoir simulation: Mathematical techniques in oil recovery

¹School of Mechanical Engineering Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: School of Mechanical Engineering Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran. Postal Code: 13114-16846 *Phone*: +98 (21) 77491228 *Fax*: +98 (21) 77240488 saffari@iust.ac.ir

Article History

Received: August 25, 2019 Accepted: August 4, 2020 ePublished: October 21, 2020

Copyright© 2020, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

بررسی عددی ناپایداری انگشتیشدن جریان لزج امتزاجی در محیط متخلخل دارسی و غیردارسی

حامد میری BSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران **بهروز زارع وامرزانی MSc**

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

حمید صفاری^{*} PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

سيدمصطفى حسينعلىپور PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران **آرش نعمتی MSc**

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیدہ

در این مقاله ناپایداری انگشتی مخلوطشدنی در یک محیط متخلخل دارسی-غیردارسی از طریق حل عددی مطالعه شد و در مورد چگونگی شکلگیری و رشد الگوهای انگشتی بحث شده است. براساس ضریب تخلخل، محیط میتواند به دو دسته دارسی و غیردارسی تقسیمبندی شود. همچنین سرعت جریان و سیال مورد استفاده (نیوتونی یا غیرنیوتونی) عواملی هستند که استفاده از رابطه دارسی را محدود میکنند. در این شبیهسازی برخلاف بیشتر پژوهشهای پیشین که در آنها از معادله دارسی دوفاز برای بررسی ناپایداریها استفاده شده، از یک مدل دوبعدی براساس زوجکردن معادلات جریان در محیط متخلخل (دارسی یا برینکمن) و انتقال گونههای آبکی استفاده شده است. اثرات افزایش نرخ تزريق و تغييرات لزجت براساس نرخ تزريق و نسبت لزجت بر روى ناپایداریها بررسی شده است. همچنین مقایسهای بین نتایج حاصل از حل دارسی و برینکمن در ضریب تخلخلهای مختلف و نسبت گرانرویهای متفاوت انجام پذیرفته است. جهت اندازهگیری پارامترهای زمان گشایش، طول مرز مشترک، بعد فراکتالی و بازده جاروب از تکنیکهای پردازش تصویر استفاده شده است. با افزایش گرانروی در حلهای دارسی و برینکمن طول مرز مشترک و بعد فراکتالی افزایش یافته و انگشتیهای پیچیدهتری تشکیل میشود. در نتيجه بازده جاروب محيط متخلخل كاهش مىيابد. همچنين، ضريب تخلخل محیط افزایش بازده جاروب را به دنبال خواهد داشت. در نهایت مشاهده شده است که با افزایش سرعت تزریق در حلهای برینکمن، پیچیدگی انگشتیها و عرض اختلاط افزایش یافته و بازده جاروب کاهش مییابد.

کلیدواژهها: انگشتیشدن لزج، معادله برینکمن، قانون دارسی، مخلوطشدنی، حل عددی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۱۴ ^{*}نویسنده مسئول: saffari@iust.ac.ir

مقدمه

ناپایداری انگشتی لزج در مرز مشترک دو سیال با گرانروی مختلف، یکی از شناختهشدهترین ناپایداریهای هیدرودینامیکی در محیط متخلخل است. جابهجایی سیال با گرانروی بیشتر توسط سیالی با گرانروی کمتر منجر به ناپایداری در سطح مشترک دو سیال و درنتیجه شکلگیری الگوهایی شبیه به انگشت میشود که از آن با نام ناپایداری انگشتی لزج و یا هدایتشدن جریان یاد میشود^[1]. این ناپایداری هم در حالت امتزاجی (عدم وجود نیروهای مویینگی) و هم غیرامتزاجی که دو سیال سطح مشترک

کاملاً مشخصی دارند، رخ میدهد^[2]. بهعبارت دیگر، وابستگی گرانروی سیال به غلظت حلشونده (گونههای موجود در سیال) منجر به ناپایداری امتزاجی خواهد شد^[3]. جابهجایی سیالات و انتقال گونهها در محیط متخلخل هنگاهی که گرانروی در جهت جریان افزایش مییابد بهشدت تحت تاثیر این پدیده قرار میگیرد. از اینرو، انگشتیشدن جریان به موضوعی مورد توجه در رشتههای مهندسی مخزن، برداشت ثانویه از مخازن نفت، هیدرولوژی آبهای زیرزمینی و آبیاری و نفوذ تبدیل شده است^[5].^{4]}. موچنین این ناپایداری در زمینههای بهبود برداشت نفت، لولههای کروماتوگرافی و انتقال آلودگی و موارد مشابه کاربردهای وسیعی

پیسمن و *راشفورد*^[2] جابهجاییهای امتزاجی در محیط متخلخل را مطالعه نمودند. آنها از روشهای تفاضل محدود برای محاسبه جابهجایی نفت توسط یک محلول استفاده کردند و نتایج را با دادههای آزمایشگاهی جهت اعتبارسنجی مقایسه نمودند. *واگونر* همکاران^[8] انگشتی شدن جریان در حالت امتزاجی را از طریق شبیهسازی عددی جابهجاییهای با نسبت تحرک واحد، بررسی کردند و نشان دادند که چگونه تغییرات تحرکپذیری بر الگوهای جریان اثر میگذارد. *زیمرمن* و *هومسی^[9]* با مطالعه دوبعدی انگشتیها نشان دادند که مکانیزمها مستقل از میدان غلظت هستند و اساساً، تحت تاثیر میدان فشار است. *مویسیس* و همکاران^[10] براساس شبیهسازیهای عددی یک روش المان محدود بهینهشده برای معادلات غلظت و فشار استفاده کردند. *بابچین* و همکاران^[11] جریان دو فاز آب- نفت را برای بررسی تولید انگشتیها مورد مطالعه قرار دادند. این رابطه بهخوبی دینامیک مطالعهشده در شبیهسازیهای عددی مربوط به شکلگیری انگشتیها را بازتولید میکند. *نوروزی* و *شوقی*^[12] به مطالعه عددی نایایداری انگشتی لزج در جابهجاییهای امتزاجی در محیط متخلخلی با خواص ناهمسانگرد پرداختند و دریافتند که با افزایش نسبت ناهمگونی، تراوایی طولی به عرضی و نیز کاهش نسبت ناهمگونی، پخششوندگی طولی به عرضی، جریان پایدارتری مشاهده می شود. یک تجزیه و تحلیل فوریه از کانتورهای اشباع و غلظت پلیمر در سطح مشترک آب- نفت برای استخراج یک نمودار طیفی از ناپایداریها انجام گرفته است^[3]. در این تحلیل جذر میانگین انگشتیها و تغییراتشان با زمان محاسبه و بیان شده است که آنالیز فوریه و محاسبه در زمانهای متفاوت برای تعیین تحول تدریجی نرخ رشد اسپکتورم در ناپایداریهای امتزاجی و غیرامتزاجی بسیار مفید است.

تابه حال در طیف وسیعی از مطالعات صورت گرفته در زمینه انگشتی شدن جریان از قانون دارسی استفاده شده است. محیطهای متخلخلی که بقای مومنتوم در آنها از قانون دارسی تبعیت می کند محیط دارسی نامیده می شوند. اما قانون دارسی دارای محدودیت هایی است. سرعت های بالا^[13]، اثرات برشی گرانروی^[14]، ضریب تخلخل بالاتر از ۲/۰ را نمی توان توسط قانون

دارسی در محیط متخلخل توصیف کرد. در بسیاری از محیطهای متخلخل با درصد حجم ماتریس کم و یا ضریب تخلخل زیاد مانند شکافها، مخازن حفرهای و فومهای صنعتی، ضریب تخلخل در محدوده ۹۵ تا ۹۸% است^[15]. بنابراین در محیطهای غیردارسی نیاز به معادلهای است که بتواند با دقتی بالا نتایج را استخراج نماید. در این محیطها با مشخصه ضریب تخلخل بالاتر از ۰/۷ معادله مومنتوم توسط قانون برينكمن توصيف مىشود^[16]. از طرفی با افزایش تخلخل محیط یا نزدیکشدن به مرزهای جامد اثرات گرانروی افزایش مییابد. بهعبارت دیگر زمانی که مقیاس زمانی مشخص کننده جریان مورد نظر کوتاه است، اثرات لختی ناشی از شتاب محلی سیال اهمیت مییابد. همین طور زمانی که عدد رینولدز براساس حفرههای محیط بزرگتر از یک باشد، اثرات لختی ناشی از شتاب جابهجایی سیال مورد توجه و اهمیت قرار خواهد گرفت^[17, 18]. در نتیجه درنظرگرفتن قانون دارسی برای یک جریان با این مشخصات نتایج نادرستی را درپی خواهد داشت. از اینرو معادله برینکمن بهطور گستردهای برای تخمینزدن اثرات گرانروی ناشی از مرزهای جامد استفاده میشود^[19, 20].

در این مقاله، تاثیرات نرخ تزریق و تغییرات لزجت سیال جابهجاشونده را در یک محیط متخلخل همسان گرد با کمک اعداد بیبعد یکلت و نسبت لزجت مطالعه شده است. برای این منظور از معادلات دارسی و برینکمن برای حل مساله استفاده شد و تاثیر معادلات و یارامترهای بیبعد، بر رشد و گسترش انگشتیها بهصورت کمی و کیفی تجزیه و تحلیل شده است. عمده توجه بر مقایسه نتایج حاصل از حل دارسی و برینکمن و امکانسنجی استفاده از معادله برینکمن بهعنوان تعمیمی از قانون دارسی در محیطهای غیردارسی و رفع موانع آن است. از آنجایی که تمرکز بر جابهجاییهای امتزاجی است، لذا، گرانروی را تابعی از غلظت درنظر گرفته و از فشار مویینگی صرف نظر شده است. سیس یک محيط متخلخل غير دارسي با ضريب تخلخل بالا درنظر گرفته و مقایسه نتایج حاصل از حلهای دارسی و برینکمن با یکدیگر ارایه شده است. در هر بخش با استفاده از الگوریتم پردازش تصویر، اطلاعات کمی نتایج مانند طول مرز مشترک، بازده جاروب و بعد فراكتالى (Fractal Dimension) استخراج شده است.

مدل ریاضی

هر چند که روش ریاضیاتی حاکم بر طیف وسیعی از مقالات و پژوهشهای صورتگرفته در زمینه شبیهسازی جریان سیالات امتزاجپذیر یا غیرامتزاجپذیر دوفازی در یک محیط متخلخل بهخصوص در مدلسازی عددی پدیده انگشتیشدن جریان لزج، معادله دارسی دوفاز است و این معادله قانون دارسی را برای فشار کل و انتقال ذرات سیال در یکفاز حل میکند. اما از آنجایی که معادله دارسی دوفاز فقط در سرعتهای کم و یا زمانی که محیط متخلخل نفوذپذیری یا ضریب تخلخل کمی دارد، دارای نتایج قابل قبول است و در شکافها و نواحی پر حفره و تخلخل این روش

Volume 20, Issue 10, October 2020

بررسی عددی ناپایداری انگشتیشدن جریان لزج امتزاجی در محیط متخلخل دارسی و غیردارسی ۲۴۷۳

کارآمد نخواهد بود لذا ترکیبی از معادله هدایت- جابهجایی برای یک نمونه حلال و قانون دارسی تکفاز و معادله برینکمن برای سرعت جریان به خدمت گرفته شده است.

حرکت سیال در یک محیط متخلخل دارسی (ضریب تخلخل کم) توسط ترمهای قانون دارسی نشاندهنده معادله اندازه حرکت برای جریان در محیط نفوذپذیر توصیف میشود:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = \mathbf{0} \tag{1}$$

$$\nabla p = -\frac{\mu}{k} U \tag{(Y)}$$

در این معادله U = (u.v) نشاندهنده بردار سرعت دوبعدی دارسی و p, μ بهترتیب فشار هیدرودینامیکی و گرانروی سیال هستند. در محیطهای غیردارسی با ضریب تخلخل و اعداد رینولدز بالا برای توصیف جریان بهجای قانون دارسی، برای بقای مومنتوم از تعمیم دارسی^[14,16] یعنی معادله برینکمن استفاده میشود^[13]:

$$\nabla p = -\frac{\mu}{k}U + \frac{\mu}{\varepsilon_p}\nabla^2 U \tag{(4)}$$

در این معادله p_p ضریب تخلخل محیط است. با توجه به اینکه هدف، بررسی این پدیده در حالت امتزاجی است، لذا گرانروی دینامیکی سیال در معادلات دارسی و برینکمن بهعنوان تابعی از غلظت حلشونده درنظر گرفته میشود. بنابراین در شبیهسازی بایستی رابطه بین غلظت و گرانروی بهصورت رابطه ۴ باشد^[12]: $\mu = \mu(c)$ (۴)

در این معادله *C* نشانگر غلظت است. معادله انتقال گونهها که گرانروی سیالات را از طریق غلظت کنترل و مکانیزمهای حرکت و پیشروی سیال را از طریق جابهجایی و پخش، مدلسازی میکند بهصورت معادله زیر تعریف میشود:

غلظت و گرانروی درنظر گرفته شده است^[22-24]: $\mu(c) = \mu_1 e^{\frac{c}{c_2}}$ (۶) پارامتر بیبعد R در این معادله نسبت تحرک که بهصورت زیر

$$R = \ln \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right) \tag{V}$$
 شرایط مرزی

از آنجا که معادله حاکم بر غلظت حلشونده از مرتبه دو است لذا برای حل آن به چهار شرط مرزی و یک شرط اولیه نیاز است^[24]. به این صورت که برای هر کدام از متغییرهای x و y به دو شرط مرزی و برای حل کامل به یک شرط اولیه نیاز است.

$$c = 0 \qquad at \qquad x = 0 \tag{(A)}$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad \text{at} \qquad x = L_x \tag{9}$$

$$\frac{\partial c}{\partial y} = 0$$
 at $x =$ (1.)

Modares Mechanical Engineering

0 and $x = L_x$

با توجه به اینکه یک ناحیه گذار بین دو سیال ایجاد میشود. از اینرو شرط اولیه برای غلظت بهصورت رابطه زیر درنظر گرفته شده است^[25]:

 $c(x, y, t = 0) = \frac{c_2}{2} [1 + f(x, y)]$ at t = 0 (۱۱) در اینجا (f(x, y) یک تابع تصادفی است. همچنین از ترکیب معادلات ۱ و ۲ با محدودنمودن ترم فشار به یک معادله دیفرانسیل جزیی مرتبه دو با متغیرهای فضایی حاصل میشود. بنابراین در اینجا هم به چهار شرط مرزی و یک شرط اولیه برای بخش سرعت نیازاست:

u(x, y, t) = U at x = 0 (17)

 $\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ and } v = 0 \text{ at } y = 0 \text{ and } y = L_y$ (19) $p = 0 \text{ at } x = L_x$ (19)

شرط اوليه:

u(x, y, 0) = (U, 0) at t = 0 (1 Δ)

فضای محاسباتی و روش حل

جابهجایی سیالات امتزاجی در یک محیط متخلخل با ضریب تخلخل یکنواخت و نفوذپذیری ثابت مطابق شکل ۱ درنظر گرفته شده است. محیط محاسباتی یک سطح مستطیل شکل دوبعدی به ابعاد ۳۵×۲۰سانتیمتر است. در ابتدا فرض شده است که محیط از دو سیال جابهجاکننده و جابهجاشونده با گرانرویهای متفاوت پر شده است. گرانروی سیال در ناحیه سمت چپ μ_1 و در قسمت سمت راست μ_2 است. البته μ_1 و μ_2 مقادیر اولیه هستند و پس از تزریق سیال و مخلوطشدن مایعات، این لزجتها بهعنوان تابعی از غلظت براساس رابطه ٦ در طول محیط تغییر میکنند. برای جلوگیری از ناپایداری ناشی از گرادیان چگالی، سیالات، غیرقابل تراکم و با شناوری بالا درنظر گرفته می شوند. سیال جابه جاکننده که در اینجا آب خالص است از تمام ضلع سمت چپ با سرعت یکنواخت u (در جهت طولی) به محیط متخلخل وارد می شود و سیال جابهجاشونده یعنی محلول آب- گلیسرین را جابهجا میکند. گرانروی $\mu(c)$ سیالات وابسته به مقدار غلظت نمونه حلال است که این مقدار از جداول ویژگی محلولهای آبی قابل استخراج c=0 است. در اینجا غلظت آب خالص c=0 و غلظت سیال دوم درنظر گفته میشود. سایر پارامترهای استفادهشده این $c_{
m 2}$ شبیهسازی در جدول ۱ ارایه شده است. مساله مورد نظر با استفاده از نرمافزار کامسول شبیهسازی شده است. در این نرمافزار از سه رابطه دارسی تکفاز، معادله برینکمن و انتقال گونههای آبکی در محيط متخلخل استفاده مىشود. اين نرمافزار امكان زوجكردن و برقراری ارتباط بین معادلات مورد نظر را بهخوبی فراهم میکند. جهت شبیهسازی دقیق و نزدیک به واقعیت، مساله با حل گرههای مختلف نرمافزار همچون، SPOOLES ،PARDISO ،MUMPS و DENSE MATRIX مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و بهترین نتایج از حلگر MUMPS بهدست آمد. معیار مورد استفاده، برای انتخاب بهترین نوع شبکه نزدیکی حل با نمونههای آزمایشگاهی

است. با توجه به ماهیت پدیده انگشتیشدن جریان و وقوع آن که به عدم توازن بین نیروهای بین دو سیال بستگی دارد، شبکهبندی بهصورت نامنظم انجام گرفته است. این امر احتمالاً با دو مکانیزم نامتوازنترکردن اغتشاش اولیه و تقریب داخل شبکهای، عدم توازن را تشدید و جواب را به واقعیت نزدیکتر میسازد. برای حداکثرکردن شباهت نتایج با یافتههای آزمایشگاهی، شبکه بندیهای مختلف، اعم از مثلثی منظم، مثلثی نامنظم، مربعی بررسیشده و در نهایت مش یگانه مثلثی نامنظم بهعنوان شبکهبندی مطلوب انتخاب شد. نمونه این شبکهبندی در شکل ۲ نمایش داده شده است .



شکل ۱) طرح شماتیک جابهجایی سیالات امتزاجی در محیط متخلخل دوبعدی (خط بریده نشاندهنده سطح مشترک دو سیال در لحظه اولیه است)

تخلخل شبيهسازى شده	به سیالات و محیط م	ت پارامترهای مربوط	جدول ۱) مشخصا
--------------------	--------------------	--------------------	----------------------

مقدار	نماد	پارامتر
۳۵	L_x	طول محیط (cm)
۲۰	L_y	عرض محیط (cm)
۴/۲۲ و ۳/۷۵	R	نسبت ضريب تحرک
∘/۱۵	μ_1	گرانروی سیال جابهجاکننده (MPa.s)
۶۰ و ۳۷	μ_2	گرانروی سیال جابهجاشونده (MPa.s)
4000	k	نفوذپذیری (md)
۸/۰ و ۵/۰ و ۲/۰	Φ	ضريب تخلخل
۲۹۲	ρ_1	چگالی سیال جابهجاکننده (kg/m³)
۱۱۸۶	ρ_2	چگالی سیال جابهجاشونده (kg/m³)
<i>٩/٧۶×</i> ١° ^{~-} १	D	ضريب پخش (m ²)



شکل ۲) گسستهسازی محیط محاسباتی براساس مش یگانه مثلثی نامنظم

بحث و نتایج

در این بخش تجزیه و تحلیل کمی و کیفی نتایج بهدست آمده از حلهای عددی برینکمن و دارسی ارایه شده است. برای این منظور اثرات پارامترهای سرعت تزریق، نسبت لزجت و ضریب تخلخل محیط بر روند کلی شکل گیری، ادغام و پیشروی انگشتیها بررسی و توصیف شده است. از طرف دیگر با استفاده از نمودارهای متنوع زمان گشایش، طول مرز مشترک، بازده جاروب و بعد فراکتالی، پدیده انگشتیشدن جریان به صورت کمی مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین در هر قسمت بین نتایج دارسی و برینکمن مقایسه جامعی صورت گرفته و جزییات ذکر شده است.

اثر نسبت گرانروی

لزجت یکی از پارامترهای مهم تاثیرگذار بر روی پدیده ناپایداری انگشتی است. در واقع اختلاف لزجت بین سیال جابهجاشده و جابهجاکننده باعث بهوجودآمدن این ناپایداری در مرز مشترک دو سیال میشود. برای بررسی این فاکتور از سه لزجت مختلف برای سیال جابهجاشده استفاده شده است و سیال جابهجاکننده در همه حلها با خواص ثابت درنظر گرفته شده است. برای ایجاد این لزجتها، از تغییر نسبت ترکیب گلیسیرین و آب برحسب جداول نحصوصیات محلولهای آبکی *ولف*^[62] استفاده شده است. این ترکیبات بهترتیب دارای لزجتهایی به اندازه ۱۵، ۲۳، جابهجاکننده در همه حلها (۵۴،میلیپاسکال ثانیه)، این اعداد متناظر با نسبتهای لزجتهای ۲۷/۷۸، ۴۲/۵۹، ۲۵/۵۲ هستند. تعدادی از تصاویر ثبتشده ضمن افزایش لزجت در دو حالت حل



شکل ۳) تصاویر ضبطشده در نسبت گرانرویهای مختلف در حلهای دارسی و برینکمن؛ الف) برینکمن *vf*=۳/۷۵، ب) دارسی *vf*=۳/۷۵، ج) برینکمن vf=۴/۲۲، د) دارسی vf=۴/۲۲

توصيف كيفى

در حلهای دارسی و برینکمن در ابتدای ورود سیال به سلول تعداد زیادی انگشتی بهوجود میآید. این تعداد در همه نسبتهای گرانروی یکسان است. انگشتیهای اولیه تولیدشده در

بررسی عددی ناپایداری انگشتیشدن جریان لزج امتزاجی در محیط متخلخل دارسی و غیردارسی ۲۴۷۵

ابتدای تزریق سیال به سلول در حل برینکمن تقریباً از نظر تعداد در یک نسبت گرانروی، برابر انگشتیهای ایجادشده در حل دارسی هستند اما شکل انگشتیها با هم تفاوت داشته بهطوری که حل برینکمن انگشتیهای کشیده و باریکتری را ایجاد خواهد کرد که این کشیدگی، شکل غالب انگشتیهای اولیه تا لحظه تقسیمشدن آنها خواهد بود. اما در حل دارسی نوکانگشتیها گرد شده و دنباله پشت آن کمتر خواهد بود. در شکل ۴ انگشتیهای اولیه در ۵/۰ و یک ثانیه پس از تزریق در نسبت لزجتهای ۴۲/۵۹ و ۶۸/۵۲ در حلهای دارسی و برینکمن نشان داده شده است. در ادامه تعدادی از انگشتیهای اولیه تقویت شده و گسترش مییابند در حالی که بیشتر این انگشتیها به مرور زمان از بین رفته و با استفاده از پدیدههای بههمپیوستگی و حرکت غالب با انگشتیهای بزرگتر ادغام میشوند و تشکیل انگشتیهای غالب میدهند. انگشتیهای ادغامشده در ادامه مسیر خود تقسیم می شوند و این روند تا انتهای سلول تکرار میشود. در حل برینکمن انگشتیها تقریباً در مسیرهای مستقیم حرکت کرده و با توجه به باریک و کشیدهبودن، پدیده تقسیم در آن ضعیفتر رخ داده و سریعاً با انگشتیهای اطراف امتزاج یافته و از بین می روند. در حل دارسی انگشتیها انحراف زاویهای بیشتری داشته و با توجه به شکل گرد انگشتیهای اولیه پس از تقسیم نوکانگشتی، انگشتیهای ثانویه قویتری ایجاد شده و در سلول به پیشروی ادامه خواهند داد. تفاوت پدیده تقسیم در حلهای دارسی و برینکمن در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ٤) شکلگیری انگشتیهای اولیه در ۵/۰ و یک ثانیه پس از تزریق در نسبت لزجتهای ۴۲/۵۹ و ۶۸/۵۲؛ الف) برینکمن *vf=۳/*۷۵، ب) دارسی vf=۳/۷۵، ج) برینکمن vf=۴/۲۲، د) دارسی vf=۴/۲۲

۲۴۷۶ حامد میری و همکاران ـــ





شکل 0) تفاوت پدیده تقسیم در حلهای دارسی و برینکمن در نسبت لزجت برابر (۳/۷۵)؛ الف) دارسی در زمان ۳ثانیه، ب) دارسی در زمان ۵ ثانیه، ج) برینکمن در زمان ۳ثانیه، د) برینکمن در زمان ۲/۵ثانیه

باید دقت شود در شرایط سیال و مخزن ارایهشده در جدول ۱، حل دارسی مطابقت بیشتری را با نتایج استخراجشده در حلهای آزمایشگاهی حسینعلیپور و همکاران^[27] نشان میدهد. در لزجتهای پایین سیال جابهجاشده، تعداد انگشتیهای تولیدشده کمتر از مقدار آن نسبت به حالت لزجت بالا است و تقسیم انگشتیها به مرور زمان کاهش مییابد. در حالت لزجت زیاد، نرخ تولید انگشتیهای جدید افزایش مییابد و انگشتیهای جدید با استفاده از روشهای متنوع و در جهتها و زاویههای مختلفی به صورت نامنظمتر شروع به تقسیم میکنند.

در شکل ۶ روند افزایش انگشتیها در حل برینکمن و در لزجت ۴/۲۲ نسبت به شکل ۵- د در لزجت ۳/۷۵ نشان داده شده است. از طرفی در تمام حلها کاهش تقسیم انگشتیها با پیشروی سیال در انتهای محیط مشاهده میشود. در نتیجه فارغ از روش حل (دارسی یا برینکمن) ناپایداری انگشتیها تحت الگوهای حل (دارسی یا برینکمن) ناپایداری انگشتیها تحت الگوهای مکل گرفته در طول حرکت و پیشروی سیال در سلول کاهش یافته و به تدریج انگشتیهای غالب با پیچیدگیهای کمتری را شاهد خواهیم بود.

توصيف كمى

زمان گشایش با افزایش لزجت سیال جابهجاشده و در نتیجه نسبت تحرک کاهش مییابد. این روند نشان میدهد با افزایش اختلاف لزجت بین دو سیال، با درنظرگرفتن ثابتماندن سرعت تزریق، نرخ رشد انگشتیها افزایش یافته و ضمن افزایش پدیده تقسیم اولین انگشتی در زمان کوتاهتری به انتهای سلول میرسد. کاهش زمان گشایش از نسبت گرانروی ۲/۲۵ به ۲/۲۲ در حل دارسی ۱/۵نایه بیشتر از حل برینکمن است. این موضوع به علت مدل سازی دقیق و با جزییات انگشتیها در حل دارسی است. در



شکل ٦) روند افزایش رشد و تقسیم انگشتیها در حل برینکمن در لز*ج*ت ۴/۲۲ و در زمان ۲/۵ثانیه

ی و برینکمن	حلهای دارس	لزجت در	افزایش نسبت	گشایش با	۲) زمان	جدول
-------------	------------	---------	-------------	----------	----------------	------

زمان گشایش	نسبت گرانروی	نوع حل
١٢	٣/٧۵	دارسی
٨/۵	٣/٧۵	برينكمن
١٠	۴/۲۲	دارسی
٨	4144	برينكمن

برای سنجش میزان پیچیدگی الگوهای ایجادشده و تعیین میزان ناپایداریها، از پارامتر طول مرز مشترک و یا محیط شکل انگشتیهای بهوجودآمده استفاده میشود. با افزایش اختلاف لزجت بین سیالات، الگوهای انگشتی بهوجودآمده پیچیدهتر میشوند و در نتیجه طول مرز مشترک دو سیال نیز افزایش مییابد. افزایش طول مرز مشترک یا محیط الگوهای ایجادشده در نمودار ۱ دیده میشود.

بُعد فراکتالی ایجادشده در هر تصویر برحسب مکان پیشروی سیال تزریقی برای نسبت لزجتهای مختلف در نمودار ۲ رسم شده است. در اینجا نیز دیده میشود با افزایش اختلاف لزجت الگوهای انگشتی ایجادشده پیچیدهتر میشود و بعد فراکتالی عدد بزرگتری را نشان میدهد. ملاحضه میشود که بعد فراکتالی بهدستآمده در حلهای دارسی در مرتبه بالاتری قرار میگیرد و در این شرایط نتایج دارسی تقسیم انگشتیها و در نتیجه پیچیدگی را بیشتر نشان میدهد.

بازده جاروب یا عرض موثر انگشتیها در نمودار ۳ نشان داده شده است. مشاهده میشود که با افزایش نسبت لزجت بازده جاروب کاهش مییابد که خود نشاندهنده این موضوع است که این عمل نتیجه عکس در ازدیاد برداشت از مخازن خواهد داشت.



نمودار ۱) طول مرز مشترک بین دو سیال برحسب پیشروی سیال در سلول در نسبت گرانرویهای ۳/۷۵ و ۴/۲۲ برای حلهای دارسی و برینکمن



نمودار ۲) بعد فراکتالی برحسب پیشروی سیال در سلول در نسبت گرانرویهای مختلف برای حلهای دارسی و برینکمن



نمودار ۳) بازده جاروب برحسب پیشروی سیال در سلول در نسبت گرانرویهای مختلف برای حلهای دارسی و برینکمن

بررسی عددی ناپایداری انگشتیشدن جریان لزج امتزاجی در محیط متخلخل دارسی و غیردارسی ۲۴۷۷

اثر ضريب تخلخل

ضريب تخلخل بهصورت نسبت حجم خلل و فرج محيط به كل حجم تشکیلدهنده آن تعریف می شود. این مقدار معمولاً از ۲۵/۰ برای سنگ با نفوذپذیری قوی تا ۰٬۱ برای محیط متخلخل با نفوذیذیری ضعیف متغیر است^[28]. در بعضی از محیطهای متخلخل مانند شکافها و فومهای صنعتی بخش کمی از محیط را قسمت جامد تشکیل داده و در نتیجه ضریب تخلخل از مقادیر ذکرشده تجاوز نموده و در محدودههای بالاتر قرار خواهد گرفت. با توجه به آنکه یکی از محدودیتهای قانون دارسی در ضریب تخلخلهای بالاتر از ۷/۰ است، بنابراین در این موارد از معادله برينكمن استفاده مىشود. جهت بررسى اثرات افزايش ضريب تخلخل در محیط متخلخل و مطالعه تفاوتهای نتایج ناشی از حل مساله انگشتیشدن جریان با استفاده از روشهای دارسی و برینکمن از سه ضریب تخلخل ۰/۱، ۵/۵ و ۰/۸ استفاده شده است. در تمام حلها نسبت لزجت برابر ۴۲٬۵ و سرعت ورودی ۱۰میلیمتر بر ثانیه درنظر گرفته شده است. تعدادی از تصاویر بهدستآمده با افزایش ضریب تخلخل در حلهای دارسی و برینکمن در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۲) شماری از تصاویر استخراجشده ضمن تغییر ضریب تخلخل محیط؛ الف و ب) دارسی با تخلخلهای ۵/۵ و ۰/۵، ج و د) برینکمن با تخلخلهای ۵/۵ و ۰/۸

توصيف كيفى

تغییرات ضریب تخلخل اثرات قابل ملاحضهای بر روند شکل گیری و رشد انگشتیها دارد. این اثرات تا حدودی متفاوت با اثرات ناشی از تغییرات گرانروی و سرعت تزریق است. چنان چه حلهای دارسی و برینکمن بهصورت جداگانه مورد بررسی قرار گیرند، مشاهده میشود که با افزایش ضریب تخلخل از ۰/۰ تا ۸/۰ در روش برینکمن سرعت رشد انگشتیها کاهش مییابد و پدیده

۲۴۷۸ حامد میری و همکاران ــــ

تقسیم نوکانگشتی و تقسیم از کنار در تخلخلهای پایین بیشتر ديده مىشود. نتايج برينكمن يا افزايش ضريب تخلخل تغييرات محسوسی را در شکل انگشتیها ایجاد نخواهند کرد و همان شکل باریک و کشیده در تمام ضریب تخلخلها تکرار می شود. در شکل ۸ در حلهای دارسی با افزایش ضریب تخلخل شاهد کاهش چشمگیری در پدیده تقسیم نوکانگشتی هستیم. بهطوری که در ضریب تخلخل ۰/۵ تقریباً تمامی انگشتیهای غالب دچار پدیده تقسیم شدهاند. همچنین مشاهده می شود که در حل دارسی با تغییر ضریب تخلخل نسبت به حل برینکمن تغییر کمتری در سرعت رشد انگشتیها ایجاد می شود و بیشتر شکل ظاهری انگشتیها تغییر میکند. در شکل ۹ نتایج مربوط به حل دارسی در ضریب تخلخلهای ۰/۵ و ۰/۸ در ثانیه دوم از تزریق سیال نشان داده شده است. از مقایسه نتایج حاصل از دارسی و برینکمن میتوان نتیجه گرفت که شباهت بیشتری بین حلها در ضریب تخلخلهای پایین (کمتر از ۰/۷) وجود دارد و عمده تفاوتها در محیطهای غیردارسی است. این مساله را میتوان ناشی از این دانست که در واقع برینکمن بهعنوان تعمیمی از قانون دارسی معرفی میشود^[13]. در حلهای دارسی دیده میشود که در ضریب تخلخلهای پایین، انگشتیهای غالب شکلگرفته، دچار کشیدگی بیشتری میشوند و عموماً پدیده تقسیم در این انگشتیها رخ میدهد. در حالی که در تخلخلهای بالا بهعلت بیشتربودن خلل و فرج، زمان بیشتری جهت اشباع کردن محیط و گذر از منافذ لازم است. در نتیجه هم حرکت سیال کندتر می شود و هم تقسیم انگشتیها با سرعت کمتری صورت میپذیرد. در حل برینکمن پدیده تقسیم انگشتیها در تخلخلهای پایین با وضوح بیشری قابل رویت است و دیده می شود که تقریباً تمام انگشتی ها با سهمی برابر در تقسیم و انتشار سیال در سلول شرکت می کنند.



(لف) شکل ۸) تغییرات شکل انگشتیها با افزایش ضریب تخلخل از؛ الف) ۵/۰، تا ب) ۸/۰ در ثانیه دوم از تزریق سیال در حل برینکمن



شکل ۹) تغییرات شکل انگشتیها با افزایش ضریب تخلخل از؛ الف) ۸/۵، تا ب) ۸/۵ در ثانیه دوم از تزریق سیال در حل دارسی

توصيف كمى

زمان گشایش برای ضرایب تخلخل ۵/۰ و ۸/۰ در حلهای دارسی و برینکمن در جدول ۳ نمایش داده شده است که نشان میدهد، در هر یک از روشها با افزایش ضریب تخلخل زمان رسیدن اولین انگشتی به انتهای سلول افزایش مییابد و سرعت متوسط نوکانگشتی روندی نزولی خواهد داشت. از طرفی مقایسه نتایج دارسی و برینکمن در یک ضریب تخلخل نشان میدهد که اختلاف زمان گشایش بین حلهای دارسی و برینکمن برای ضریب تخلخلهای پایین، کمتر است.

بلهای دارسی و برینکمن	ضریب تخلخل در ۰	گشایش با افزایش	جدول ۳) زمان [†]
-----------------------	-----------------	-----------------	----------------------------------

زمان گشایش	ضريب تخلخل	نوع حل
٩/٨	۰/۵	دارسی
۷٫۳	۰/۵	برينكمن
14/0	∘/٨	دارسی
11/0	۰/٨	برينكمن

پیچیدگی الگوهای انگشتی بهدستآمده در هر حل با استفاده از طول مرز مشترک سیال، محاسبه شده و در نمودار ٤ نمایش داده شده است. در استفاده از روشهای دارسی و برینکمن مشاهده میشود که با پیشروی سیال در سلول، طول مرز مشترک افزایش مییابد. همچنین با افزایش ضریب تخلخل بهعلت وجود منافذ بیشتر، سیال فضای بیشتری جهت حرکت داشته و با پیشروی در تمام حفرهها طول مرز مشترک کاهش یافته در نتیجه انگشتیهایی با پیچیدگی کمتر خواهیم داشت. نتایج حاصل نشان میدهد که در ضریب تخلخلهای بالا، پیچیدگی انگشتیها در حلهای دارسی و برینکمن شباهت بیشتری با یکدیگر دارد. همچنین، در نمودار ۵ بعد فراکتالی برحسب میزان پیشروی سیال تزریقی در ضرایب تخلخل متفاوت رسم شده است. در اینجا نیز با افزایش ضریب تخلخل سیال تزریقی راحتتر میتواند مسیر خود را

فراکتالی کاهش مییابد. با سادهشدن الگوهای انگشتی نسبت به افزایش ضریب تخلخل، قسمتهای کمتری از سیال جابهجاشده در میان انگشتیها به تله میافتد و شکل منظمتری تشکیل میشود که باعث افزایش بازده جاروب سیال خواهد شد. این نتیجه در نمودار ۶ نشان داده شده است.



نمودار ٤) طول مرز مشترک بین دو سیال برحسب پیشروی سیال در سلول در ضریب تخلخلهای ۵/۰ و ۸/۰ در حلهای دارسی و برینکمن



نمودار ۵) بعد فراکتالی برحسب پیشروی سیال در سلول در ضریب تخلخلهای مختلف در حلهای دارسی و برینکمن



نمودار ۴) بازده جاروب برحسب پیشروی سیال در سلول در ضریب تخلخلهای مختلف در حلهای دارسی و برینکمن

ــ بررسی عددی ناپایداری انگشتیشدن جریان لزج امتزاجی در محیط متخلخل دارسی و غیردارسی ۲۴۷۹

اثر نرخ تزریق در حل برینکمن

سرعت تزریق یکی از مهمترین یارامترهای موثر بر مساله است که موجب تغییرات محسوسی بر ناپایداری انگشتی شده و در کاربردهای این پدیده خصوصاً در ازدیاد برداشت نفت، یکی از فاکتورهای موثر بر بازده مخزن است. افزایش سرعت تزریق یا نرخ تزریق میتواند افزایش حجمی برداشت ثانویه را به دنبال داشته باشد این در حالی است که بازده جاروبشدن مخزن نیز باید مد نظر قرار گیرد و یک نرخ تزریق بهینه برای رسیدن به بالاترین بازده جاروب با بهترین دبی برداشت را فراهم آورد. از طرفی با توجه به اینکه یکی از محدودیتهای رابطه دارسی سرعت بالا است لذا جهت مدلسازی جریان در محیطهایی که احتمال افزایش سرعت در آنها وجود دارد بایستی از معادله برینکمن استفاده شود. در قسمتهای قبل اثرات نسبت لزجت و ضریب تخلخل در حلهای دارسی و برینکمن مورد بررسی قرار گرفته است و در این بخش براساس روندهای استتنتاجشده از حلهای صورتگرفته در بخشهای قبل، در سه سرعت ۷/۵، ۱۰ و ۱۲/۵میلیمتر بر ثانیه نتایج در حل برینکمن استخراج شده است و درستی آن مورد بحث قرار گرفته است. تعدادی از تصاویر استخراجشده از حلهای برینکمن در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰) تعدادی از تصاویر ضبطشده با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن در نسبت گرانروی ۴/۲۲ و زمان و سرعت؛ الف) ۳/۷ و ۲/۵، ب) ۲/۹ و ۱۰، ج) ۲/۵ثانیه و ۱۲/۵میلیمتر بر ثانیه

توصيف كيفى

در اینجا نیز در ابتدای ورود سیال به سلول تفاوت واضحی در شکل گیری انگشتیها بین سرعتهای مختلف تزریق دیده نمیشود و همان طور که در بخش پیش اشاره شد، انگشتیهای زیادی با اندازه کوچک در تمام عرض سلول و در همه حلها ایجاد

۲۴۸۰ حامد میری و همکاران ــ

میشود که تعدادی از آنها تقویت شده و بقیه آنها کمکم به انگشتیهای مجاور پیوسته و از بین میروند. در ادامه دیده میشود که هر چه سرعت تزریق بالاتر رود، تولید و رشد انگشتیها بیشتر خواهد شد. در سرعتهای تزریق بالاتر علاوهبر فرآیند تقسیم نوکانگشتی، که در سرعتهای پایین نیز قابل مشاهده است (به تعداد خیلی کم)، فرآیند تقسیم از کنار نیز دیده میشود. تقسیم شوکانگشتیها ضمن افزایش سرعت تزریق در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در سرعتهای تزریق بالا، پس از تزریق، نوکانگشتیها آنها شروع به گردشدن میکنند و شکلی شبیه به تورم در نوک آنها شروع به رشد خواهد کرد. نام این پدیده، پدیده متورمشدن آنها شروع به رشد خواهد کرد. نام این پدیده، پدیده متورمشدن آنها شروع به رشد خواهد کرد. نام این پدیده بدیده متورمشدن آنها شروع به رشد خواهد کرد. انم این پدیده، نوکانگشتیها ینیده در حل عددی برینکمن و اتفاق میافتد. در شکل ۱۲ این پدیده در حل عددی برینکمن و نتایج آزمایشگاهی که توسط حسینعلی پور و همکاران^[27] صورت نتایج آزمایشگاهی که توسط حسینعلی پور



شکل ۱۱) پدیده تقسیم انگشتی با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن در نسبت گرانروی ۴/۲۲ و زمان و سرعت؛ الف) ۱/۵ و ۲/۵، ب) یک و ۲/۵، ج) ۱/۵ و ۱۲/۵، د) یک ثانیه و ۱۲/۵میلیمتر بر ثانیه



شکل ۱۲) پدیده متورمشدن در؛ الف) حل عددی برینکمن در سرعت ۱۲/۵میلیمتر بر ثانیه، ب) حل تجربی مطالعه *حسینعلیپور* و همکاران^[27]

توصيف كمى

مطابق پیش بینی، زمان گشایش با افزایش نرخ تزریق کاهش مییابد. این به معنای افزایش سرعت متوسط نوکانگشتیها است. در نتیجه اولین انگشتی در زمان کوتاهتری به انتهای سلول میرسد. این روند در آزمونهای تجربی *حسینعلیپور* و همکاران^[27] نیز مشاهده شده است. نمودار زمان گشایش برحسب سرعت تزریق سیال در نمودار ۷ رسم شده است. طول مرز مشترک یا محیط شکل بهدستآمده با افزایش نرخ تزریق روندی صعودی داشته است. بهعبارت دیگر با افزایش سرعت ورودی، در عین ثابتماندن تقریبی تعداد انگشتیهای اولیه، به مرور انگشتیهای ثانویه بیشتری تشکیل میشود و پیچیدگی بیشتر الگوی شکلگرفته منجر به افزایش مرز مشترک خواهد شد. این مساله در نمودار ۸ نشان داده شده است. روش دیگری که برای ارزیابی پیچیدگی انگشتیها استفاده میشود، بعد فراکتالی است. در نمودار ۹ بعد فراکتالی هر کدام از حلها در زمانهای مختلف بهدست آمده و برای چند سرعت تزریق مختلف برحسب پیشروی سیال تزریقی در سلول، ترسیم شده است. در این نمودار کاهش بعد فراكتالي با افزايش سرعت تزريق مشخص است. مطابق نمودار ۱۰ بازده جاروب یا عرض موثر انگشتی روندی کاهشی را نشان میدهد که به معنای کاهش بازده جاروب شدن محیط متخلخل محاسباتی با افزایس سرعت تزریقی است.



نمودار ۲) زمان گشایش برحسب سرعت ورودی سیال در حل برینکمن



نمودار ۸) طول مرز مشترک بین دو سیال برحسب پیشروی سیال در سلول با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن



نمودار ۹) بعد فراکتالی برحسب پیشروی سیال در سلول با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن



نمودار ۱۰) بازده جاروب برحسب پیشروی سیال در سلول با افزایش سرعت تزریق مختلف در حل برینکمن

نتيجەگىرى

شبیهسازی عددی نایایداری انگشتی مخلوطشدنی در یک محیط متخلخل دوبعدی با خواص دارسی و غیردارسی بهمنظور درک بهتر چگونگی شکلگیری و گسترش انگشتیها بررسی شده است. برای شبیهسازی از روش عددی شامل ترکیب معادلات جریان در محیط متخلخل و انتقال گونهها در محیط متخلخل بهصورت همزمان استفاده شده بهطوری که حرکت جریان در سلول توسط قانون دارسی یا برینکمن شبیهسازی میشود و سرعت بهدستآمده در هر نقطه بهعنوان ورودی در معادله انتقال گونهها جایگذاری میشود. اثرات افزایش سرعت تزریق، تغییرات گرانروی و ضرایب تخلخل مختلف بر عوامل مشخص کننده نایایداری مانند زمان گشایش، طول مرز مشترک، بعد فراکتالی و بازده جاروبشدن محیط متخلخل بررسی شده است. تصاویر بهدستآمده با استفاده از الگوریتمهای پردازش تصویر برای استخراج نتایج کمی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. نتایج حاصله نشان میدهد که با افزایش گرانروی در حلهای دارسی و برینکمن طول مرز مشترک و بعد فراکتالی عدد بزرگتری را نشان داده و انگشتیهای پیچیدهتری تشکیل میشوند. در نتیجه بازده جاروب کاهش مییابد. همچنین، با افزایش ضریب تخلخل طول اختلاط و بعد فراکتالی کاهش

یافته و بازده جاروب افزایش پیدا میکند. از سوی دیگر، مشاهده می شود با افزایش سرعت تزریق در حل های برینکمن پیچیدگی انگشتیها و عرض اختلاط افزایش یافته و بازده جاروب کاهش مییابد. مطالعات مشابهی در این زمینه صورت پذیرفته است. اما مقایسه نتایج حاصل از دارسی و برینکمن بهصورت کمی و کیفی برای نخستین بار در پژوهش حاضر انجام شده است. نتایج نشان میدهد که میتوان از معادله برینکمن جهت مدلسازی یدیده انگشتیشدن جریان در شکافها و محیطهایی با تخلخل بالا و همچنین سیالات غیرنیوتونی بهره گرفت.

تشکر و قدردانی: از همکاری کارکنان آزمایشگاه گاز مایع و کرایوجنیک و همچنین مسئولین مرکز تحقیقات دینامیک سیالات محاسباتی واقع در دانشگاه علم و صنعت و همچنین از حسن همکاری مهندس *علیرضا عزیزی* مراتب قدردانی خودمان را اعلام مینماییم.

تاییدیه اخلاقی: نویسندگان متعهد می شوند که نتایج در مجله دیگری چاپ نشده است یا در حال داوری نیست.

تعارض منافع: به نسبت درصد مشارکتها، منافع مابین نویسندگان تقسيم شده است.

سهم نویسندگان: حامد میری (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی (۳۰%)؛ بهروز زارع وامرزقانی (نویسنده دوم)، یژوهشگر اصلی (۲۰%)؛ حمید صفاری (نویسنده سوم)، پژوهشگر اصلی (۲۰%)؛ سیدمصطفی حسینعلیپور (نویسنده چهارم)، پژوهشگر اصلی (۱۵%)؛ آرش نعمتی (نویسنده پنجم)، پژوهشگر اصلی(۱۵%).

منابع مالی: موردی توسط نویسندگان ذکر نشده است.

فهرست علايم

تخلخل	¢
تراوایی (md)	К
لزجت (mPa.s)	μ
دبی (ml/min)	q
چگالی (m³/Kg)	ρ
ضريب نفوذ (m²/s)	D
سرعت تزريق (m/s)	U
چگالی (kg/m³)	Р
عرض سلول (m)	L
طول سلول (m)	Х
نسبت لزجت	$VR = \frac{\mu_2}{\mu_1}$
دارسی	D
برينكمن	В

منابع

1- Malhotra S, Sharma MM, Lehman ER. Experimental study of the growth of mixing zone in miscible viscous fingering. Physics of Fluids. 2015;27(1):014105.

(m

2- Peaceman DW, Rachford Jr HH. Numerical calculation of multidimensional miscible displacement. Society of Petroleum Engineers Journal. 1962;2(4):327-339.

3- Vishnudas R, Chaudhuri A. A comprehensive numerical study of immiscible and miscible viscous

2017;310:174-185.

16- Booth R. Miscible flow through porous media [dissertation]. Oxford: University of Oxford; 2008.

17- Hill RJ, Koch DL. Moderate-Reynolds-number flow in a wall-bounded porous medium. Journal of Fluid Mechanics. 2002;453:315-344.

18- Joseph DD, Nield DA, Papanicolaou G. Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium. Water Resources Research. 1982;18(4):1049-1052.

19- Guo P, Weinstein A, Weinbaum S. A hydrodynamic mechanosensory hypothesis for brush border microvilli. American Journal of Physiology-Renal Physiology. 2000;279(4):698-712.

20- Feng J, Weinbaum S. Lubrication theory in highly compressible porous media: The mechanics of skiing, from red cells to humans. Journal of Fluid Mechanics. 2000;422:281-317.

21- Tan CT, Homsy GM. Stability of miscible displacements in porous media: Rectilinear flow. The Physics of Fluids. 1986;29(11):3549-3556.

22- De Wit A, Bertho Y, Martin M. Viscous fingering of miscible slices. Physics of Fluids. 2005;17(5):054114.

23- Homsy GM. Viscous fingering in porous media. Annual Review of Fluid Mechanics. 2003;19(1):271-311. 24- Pramanik S, Mishra M. Nonlinear simulations of miscible viscous fingering with gradient stresses in porous media. Chemical Engineering Science. 2015;122:523-532.

25- Goyal N, Meiburg E. Miscible displacements in heleshaw cells: Two-dimensional base states and their linear stability. Journal of Fluid Mechanics. 2006;558:329-355.

26- Wolf AV. Aqueous solutions and body fluids. New York: Hoeber Medical Division, Harper & Row; 1966.

27- Hosseinalipoor SM, Nemati A, Zare Vamerzani B, Saffari H. Experimental study of finger behavior due to miscible viscous and gravity contrast in a porous model. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects. 2019;42(19):2434-2447.

28- Chen Z. Reservoir simulation: Mathematical techniques in oil recovery. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics; 2007.

fingers during chemical enhanced oil recovery. Fuel. 2017;194:480-490.

4- Cueto-Felgueroso L, Juanes R. A phase field model of unsaturated flow. Water Resources Research. 2009;45(10):

5- Dicarlo D, Blunt MJ. Determination of finger shape using the dynamic capillary pressure. Water Resources Research. 2000;36(9):2781-2785.

6- Mishra M, Martin M, De Wit A. Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix. Physics of Fluids. 2007;19(7):073101.

7- Riaz A, Pankiewitz C, Meiburg E. Linear stability of radial displacements in porous media: influence of velocity-induced dispersion and concentration-dependent diffusion. Physics of Fluids. 2004;16(10):3592-3598.

8- Waggoner JR, Castillo JL, Lake LW. Simulation of EOR processes in stochastically generated permeable media. SPE Formation Evaluation. 1992;7(2):173-180.

9- Zimmerman WB, Homsy GM. Three-dimensional viscous fingering: A numerical study. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics. 1992;4(9):1901-1914.

10- Moissis DE, Miller CA, Wheeler MF. A parametric study of viscous fingering in miscible displacement by numerical simulation. Numerical Simulation in Oil Recovery. 1988;11:227-247.

11- Babchin AJ, Brailovsky I, Gordon P, Sivashinsky G. Fingering instability in immiscible displacement. Physical Review E. 2008;77(2):026301.

12- Norouzi M, Shoghi MR. A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media. Physics of Fluids. 2014;26(8):084102.

13- Nield DA, Bejan A. Convection in porous media. New York: Springer; 2006.

14- Durlofsky L, Brady JF. Analysis of the Brinkman equation as a model for flow in porous media. The Physics of Fluids. 1987;30(11):3329-3341.

15- Kanschat G, Lazarov R, Mao Y. Geometric multigrid for darcy and brinkman models of flows in highly heterogeneous porous media: A numerical study. Journal of Computational and Applied Mathematics.