مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1395، دوره 16، شماره 7، ص‌ص 317-326

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی استراتژیک سیستم‌های مکانیکی در فضای غیر همکارانه با استفاده از نظریه بازی

بهمن احمدی[1]، نادر نریمان‌زاده[2*]، علی جمالی[3]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت
3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت
* رشت، صندوق پستی 3756، nnzadeh@guilan.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 12 خرداد 1395
پذیرش: 03 تیر 1395
ارائه در سایت: 06 مرداد 1395

کلید واژگان:
طراحی مکانیکی
بهینه‌سازی
برنامه‌ریزی ژنتیکی
نظریه بازی
تصمیم‌گیری

چکیده

طراحی سیستم‌های مکانیکی پیچیده معمولا شامل جنبه‌های متعدد وابسته به هم و همچنین توابع هدف متعارض می‌باشد که مستلزم تحلیل پیچیده و زمان‌بری در طول روند طراحی خواهد بود. طراحی بهینه چند جنبه‌ای یک روش طراحی سیستماتیک برای افزایش کارایی روند طراحی سیستم‌های مکانیکی پیچیده به ویژه در فضای طراحی غیر همکارانه می‌باشد. از طرف دیگر، نظریه بازی عبارت است از مجموعه ساختارهای ریاضی که به مطالعه تعاملات بین تصمیم‌گیرندگان منطقی و هوشمند می‌پردازد. در این تحقیق با توجه به شباهت و تناظر بین نظریه بازی و طراحی بهینه چند جنبه‌ای، یک رهیافت جدید مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفی در فضای غیر همکارانه پیشنهاد و به کار برده می‌شود. در موقعیت‌هایی که حل دقیق مجموعه پاسخ منطقی بازیگران امکان‌پذیر نمی‌باشد، از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده شده است. علاوه بر این، روند یافتن نقطه یا نقاط تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در بازی‌های غیر همکارانه نش، در قالب یک روند کمینه‌سازی بیان شده است. کارایی چارچوب پیشنهادی با طراحی سه نمونه مطالعاتی در زمینه طراحی بهینه در فضای غیر همکارانه نشان داده شده است. نتایج به دست آمده بیانگر آن است که روش پیشنهادی توانایی تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران را داشته و همچنین امکان یافتن نقاط تعادل نش متعدد را زمانی که بیشتر از یک نقطه تعادل نش وجود دارد، فراهم می‌کند. همچنین روش پیشنهادی در تحقیق حاضر نتایج بهتری را در مقایسه با تحقیقات قبلی ارائه می‌کند.

Strategic design of mechanical systems in the non-cooperative environment using the game theory

Bahman Ahmadi, Nader Nariman-zadeh*, Ali Jamali

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran
* P.O.B. 3756, Rasht, Iran, nnzadeh@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 June 2016
Accepted 23 June 2016
Available Online 27 July 2016

Keywords:
Mechanical design
Optimization
Genetic programming
Game theory
Decision making

ABSTRACT

The design of complex mechanical systems usually involves multiple mutually coupled disciplines and competing objectives which require complicated and time-consuming interactive analysis during the design process. Multidisciplinary design optimization (MDO) is a systematic design methodology to improve the design efficiency of complex mechanical systems, specifically in non-cooperative design environments. On the other hand, game theory is a set of mathematical constructs that study the interaction between multiple intelligent rational decision makers. In this paper, a new game theoretic approach is proposed and applied for multi-objective MDO problems in non-cooperative design environments, considering the intrinsic similarity between the MDO and game theory. In this way, genetic programming is used as a surrogate to construct the approximate rational reaction sets (RRS) of players. Furthermore, in order to find the intersection of RRS of players in Nash game models, an objective function is proposed which should be minimized. The effectiveness of the proposed framework is demonstrated by the design of three case studies in the field of engineering design optimization in non-cooperative environment. The results show that the presented approach is able to approximate complicated RRS, and, in addition has the ability to find multiple Nash solutions when the Nash solution is not a singleton and generally found solutions better than those reported in the literature.

1- مقدمه

طراحی سیستم‌های پیچیده مهندسی از قبیل هواپیما، اتومبیل و کشتی دارای جنبه‌های متعدد جفت‌شده[1] نسبت به هم می‌باشند. معمولا این جفت‌شدگی جنبه‌های مختلف طراحی و اثر پذیرفتن از یکدیگر، تحلیل پیچیده و زمان‌بری را در روند طراحی بهینه موجب خواهد شد. در سال‌های اخیر طراحی بهینه چند جنبه‌ای[2](MDO) به عنوان یک راهکار طراحی سیستماتیک برای ساختارهای پیچیده و سیستم‌های مهندسی مقیاس بزرگ مورد توجه طراحان قرار گرفته است [1]. MDO به طراحان امکان اتخاذ

[1] Coupled

[2] Multidisciplinary Design Optimization

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
B. Ahmadi, N. Nariman-zadeh, A. Jamali, Strategic design of mechanical systems in the non-cooperative environment using the game theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 317-326, 2016 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.18.3]

تصمیمات مصالحه‌ای را می‌دهد که در بردارنده تعامل موجود بین تمام طراحان (با نقطه نظرهای مختلف طراحی) در یک سیستم یکپارچه طراحی[1] می‌باشند.

بکارگیری رهیافت MDO با استفاده هم‌زمان از ابزارهای تحلیل محاسباتی و بهینه‌سازی عددی در روند طراحی، این امکان را به طراح می‌دهد که با حداقل هزینه (از نقطه نظر اقتصادی، زمانی، محاسباتی و ...) به یک طرح بهتر و بهینه‌تر دست یابد، به‌طوری که طرح بهینه بدست آمده از رهیافت MDO نسبت به طرح‌های بهینه از دید هر یک از جنبه‌های مجزای طراحی، برتری کمی و کیفی قابل ملاحظه‌ای داشته باشد. از طرف دیگر در نظر گرفتن هم‌زمان همه جنبه‌های طراحی بر پیچیدگی مسئله طراحی می‌افزاید [2]. یکی از اولین کاربردهای MDO در طراحی مهندسی، مسئله طراحی بال هواپیما بود که در آن سه جنبه طراحی ایرودینامیکی، طراحی سازه و طراحی کنترلی به شدت نسبت به هم وابسته می‌باشند [4,3]. پس از آن کاربرد MDO به طراحی کامل هواپیما و همچنین گستره وسیعی از دیگر سیستم‌های پیچیده مهندسی از قبیل پل‌ها، ساختمان‌سازی، لوکوموتیو سازی، صنعت خودرو، کشتی‌سازی، پیشرانه‌ها، توربین‌های بادی و فضاپیماها توسعه پیدا کرد [5].

در دنیای واقعی بیشتر مسائل طراحی مهندسی شامل چندین تابع هدف می‌باشند که مستلزم ترکیب روش‌های بهینه‌سازی چند هدفی است که در آن توابع هدف معمولا دارای رویکرد رقابتی و متضاد با هم می‌باشند. بنابراین ارائه روش‌هایی برای توسعه ساختاربندی سیستم‌های چند هدفی MDO مورد نیاز است. از طرفی به دلیل جفت‌شدگی و وابستگی ذاتی جنبه‌های مختلف طراحی و همچنین وجود رویکرد رقابتی و متعارض توابع هدف در یک مسئله چند هدفی MDO، تبادل و اشتراک اطلاعات بین زیرسیستم‌ها اجتناب ناپذیر خواهد بود [6]. این در حالی است که در دنیای واقعی در بسیاری از فضای‌های طراحی مهندسی، طراحان ملزم به تصمیم‌گیری بدون تبادل و اشتراک اطلاعات می‌باشند (به دلیل محدودیت‌های سازمانی، برنامه زمان‌بندی، گستردگی جغرافیایی و غیره). بنابراین هر یک از طراحان به عنوان افراد و یا تیم‌های طراحی، ناگزیر از حل مسئله چند هدفی MDO در یک فضای غیر همکارانه[2] هستند.

در سال‌های اخیر نظریه بازی به عنوان یک ابزار قدرتمند در حوزه ریاضیات کاربردی برای حل مسائل چند هدفی MDO به ویژه در فضای‌های غیر همکارانه مورد توجه محققین قرار گرفته است. مایرسون[3] نظریه بازی را به صورت زیر تعریف می‌کند: نظریه بازی عبارت است از مطالعه مدل‌های ریاضی برای بیان تعارض و تعاون بین تصمیم‌گیرندگان منطقی و هوشمند [7]. یک مدل کامل از نظریه بازی شامل سه المان اصلی بازیگران، استراتژی‌های بازیگران و توابع مطلوبیت بازیگران می‌باشد. یک بازی موقعیتی است که در آن مجموعه‌ای از تصمیمات هوشمند و منطقی اتخاذ می‌شود به طوری که این تصمیمات الزاما وابسته بهم می‌باشند. موقعیتی که در آن تابع سود یا مطلوبیت هر بازیگر نه تنها تابع تصمیمات خودش می‌باشد، بلکه وابسته به تصمیمات سایر بازیگران نیز هست [8]. در نظریه بازی، بازیگران و تصمیمات و استراتژی‌هایشان منطقی فرض می‌شوند. به عبارت دیگر هر بازیگر در طول بازی همواره به دنبال حداکثر کردن مطلوبیت خود (کمینه یا بیشینه کردن تابع هدف) می‌باشد.

[1] Integrated Design System
[2] Non-cooperative Environment
[3] Myerson

به طور کلی سه نوع بازی شامل بازی‌های همکارانه یا پارتو[4]، بازی‌های غیر همکارانه یا نش[5] و بازی‌های پیشرو – دنباله‌رو یا استاکلبرگ[6] در رهیافت نظریه بازی مطرح می‌شود. در بازی‌های همکارانه، بازیگران از استراتژی‌های اتخاذ شده از جانب دیگر بازیگران آگاهی داشته و برای رسیدن به یک حل بهینه پارتو به تشریک مساعی می‌پردازند. اگر به هر دلیل، همکاری بین بازیگران امکان‌پذیر نباشد، در این حالت بازیگران با توجه به فرض‌ها و پیش‌بینی‌های خود در مورد استراتژی‌های نامعلوم سایر بازیگران به اتخاذ استراتژی می‌پردازند. در این حالت خروجی بازی به نقطه یا نقاط تعادل نش منتج می‌شود که از تقاطع مجموعه پاسخ منطقی[7] هر یک از بازیگران به دست می‌آید. در بازی‌های استاکلبرگ، بازیگران متوالیا به اتخاذ استراتژی می‌پردازند. تعامل بین بازیگران پیشرو و دنباله‌رو در این نوع بازی معمولا با رویکرد غیر همکارانه در نظر گرفته می‌شود. بنابراین محاسبه مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و در پی آن محاسبه نقاط تعادل نش و تعادل استاکلبرگ، شرط لازم و کافی در حل بازی‌های با رویکرد غیر همکارانه می‌باشد [7].

اساسا تعارض و همکاری بین بازیگران در نظریه بازی مشابه و متناظر با جفت‌شدگی و ارتباط متقابل بین زیرسیستم‌ها در رهیافت MDO می‌باشد. به عبارت دیگر اگر یک زیر سیستم در رهیافت MDO مشابه و متناظر یک بازیگر در رهیافت نظریه بازی در نظر گرفته شود، در این صورت اصول نظری و ریاضی حاکم بر نظریه بازی می‌تواند بر مسائل MDO نیز اعمال شود. بنابراین با بکارگیری نظریه بازی در حوزه MDO، روند طراحی یک سیستم مهندسی را می‌توان به عنوان یک روند تصمیم‌گیری و به طور کلی به عنوان یک بازی در نظر گرفت [9]. زیرسیستم‌ها، متغیرهای طراحی و توابع هدف در MDO به ترتیب متناظر با بازیگران، استراتژی بازیگران و مقدار مطلوبیت بازیگران می‌باشند.

در این پژوهش، یک رهیافت جدید مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل چند هدفی MDO در فضای غیر همکارانه ارائه شده است. روند یافتن نقطه یا نقاط تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در بازی‌های غیر همکارانه نش، در قالب یک روند کمینه‌سازی بیان می‌شود. علاوه بر این، در موقعیت‌هایی که حل دقیق مجموعه پاسخ منطقی بازیگران امکان‌پذیر نمی‌باشد، از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده می‌شود. کارایی روش پیشنهادی در حل سه نمونه مطالعاتی شامل طراحی مخزن جدار نازک (مدل بازی نش)، طراحی بهینه مکانیزم چهار میله‌ای (مدل بازی استاکلبرگ) و حل مسئله بهینه‌سازی توزیع شده و سلسله مراتبی (مدل بازی نش-استاکلبرگ) نشان داده شده است. در نهایت نتایج به دست آمده در این پژوهش با نتایج گزارش شده در تحقیقات قبلی مقایسه شده‌اند.

2- بهینه‌سازی چند هدفی و نظریه بازی

بطور کلی یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفی را می‌توان به صورت انتخاب مقادیر هر یک از n متغیر طراحی $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ تعریف کرد که در آن k تابع هدف $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ تحت بعضی از قیود طراحی بهینه می‌شوند. بدون از دست دادن عمومیت مسئله، فرض می‌کنیم مسئله کمینه‌سازی توابع هدف مد نظر می‌باشد. بنابراین شکل ریاضی مسئله بهینه‌سازی چند هدفی به صورت رابطه (1) قابل بیان است

[4] Pareto
[5] Nash
[6] Stackelberg
[7] Rational Reaction Set

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.18.3]

$$\min F(x) = [f_1(x), f_2(x), \ldots, f_k(x)]^{\mathrm{T}}, \qquad x \in U$$
$$U = \{x \in \Re^n |\ g_i(x) \le 0, h_j(x) = 0, i = 1,2,\ldots,m, j = 1,2,\ldots,p\} \qquad (1)$$

که در آن $g_i(x)$ تعداد m قید نامساوی، $h_j(x)$ تعداد p قید مساوی و U مجموعه حل‌های در دسترس مسئله می‌باشند. دو بازیگر P1 و P2 را در نظر بگیرید که می‌توانند به ترتیب استراتژی‌های x_1 و x_2 را انتخاب کنند، که در آن $x_1 \in X_1 \subset \Re^{n1}$ و $x_2 \in X_2 \subset \Re^{n2}$ می‌باشد. در اینجا X_1 و X_2 مجموعه تمام استرتژی‌های ممکن هریک از بازیگران و توابع $f_1(x_1,x_2)$ و $f_2(x_1,x_2)$ به ترتیب بیانگر توابع هدف بازیگرانP1 و P2 می‌باشند. در مدل‌های مبتنی بر نظریه بازی تلاش می‌شود استراتژی(ها) بهینه برای کمینه‌سازی توابع هدف هر بازیگر متناظر با ساختار و مدل بازی تعیین شود. یک نمایه استراتژی بهینه (x_1^*, x_2^*) استراتژی پایدار خوانده می‌شود اگر هیچ یک از بازیگران انگیزه‌ای برای تخطی و یا انحراف از آن را نداشته باشند. اگر این پایدار بودن در بین بازیگران از دید انفرادی باشد حل نش (یا حل غیر همکارانه) و اگر از دید گروهی باشد حل پارتو (یا حل همکارانه) بدست می‌آید.

2-1- حل نش

در مدل بازی غیر همکارانه یا بازی نش، هر یک از بازیگران با در اختیار داشتن مجموعه‌ای از استراتژی‌ها (متغیرهای طراحی) سعی در کمینه کردن تابع هدف خود در یک رویکرد منفرد و غیر همکارانه دارند. حل نهایی بازی، اصطلاحا تعادل نش نامیده می‌شود که در آن هیچ کدام از بازیگران با تغییر استراتژی خود در حالی که دیگر بازیگران استراتژی‌های خود را تغییر نمی-دهند، نمی‌تواند مطلوبیت بیشتری کسب کند. بیان ریاضی حل نش (x_1^N, x_2^N) در روابط (2) تا (4) آورده شده است [8]

$$f_1(x_1^N, x_2^N) = \min_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2^N) \qquad (2)$$
$$f_2(x_1^N, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1^N, x_2) \qquad (3)$$
$$(x_1^N, x_2^N) \in X_1^N(x_2^N) \times X_2^N(x_1^N) \qquad (4)$$

که در آن $X_1^N(x_2)$ و $X_2^N(x_1)$ به ترتیب بیانگر مجموعه پاسخ منطقی بازیگران P1 و P2 می‌باشد.

$$X_1^N(x_2) = \left\{x_1^N \in X_1 | f_1(x_1^N, x_2) = \min_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2)\right\} \qquad (5)$$
$$X_2^N(x_1) = \left\{x_2^N \in X_2 | f_2(x_1, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1, x_2)\right\} \qquad (6)$$

2-2- حل استاکلبرگ

بازی استاکلبرگ حالت خاصی از بازی‌های غیر همکارانه دو مرتبه‌ای می‌باشد که در آن یک بازیگر بر دیگری از نظر زمان تصمیم‌گیری غلبه و برتری دارد، فرض کنید بازیگر P1 بازیگر پیشرو و بازیگر P2 بازیگر دنباله‌رو باشد. ابتدا بازیگر پیشرو استراتژی خود را اتخاذ می‌کند. سپس بازیگر دنباله‌رو با مشاهده استراتژی بازیگر پیشرو، به حل مسئله بهینه‌سازی خود برای به دست آوردن استراتژی بهینه می‌پردازد. مجموعه این استراتژی‌های بهینه همان مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو را تشکیل می‌دهند. در نهایت بازیگر پیشرو با قرار دادن مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو در مسئله بهینه‌سازی خود، استراتژی بهینه را با توجه به استراتژی اتخاذ شده از جانب بازیگر دنباله‌رو، تنظیم می‌کند. با فرض اینکه بازیگران پیشرو و دنباله‌رو به ترتیب متغیرهای طراحی x_1 و x_2 را تحت کنترل دارند، مدل ریاضی حل استاکلبرگ به صورت رابطه (7) قابل بیان است [8]

$$\min_{(x_1,x_2)\in U} f_1(x_1, x_2)$$
$$x_2 \in X_2^N(x_1) \qquad (7)$$

2-3- حل پارتو

در بازی‌های همکارانه، بازیگران از استراتژی‌های یکدیگر آگاه بوده و اشتراک و تبادل کامل اطلاعات بین بازیگران میسر می‌باشد. بازیگران با رویکرد همکارانه سعی در رسیدن به حل پارتو دارند. در بیشتر موارد انتظار می‌رود که حل پارتو یا همکارانه نسبت به حل‌های غیر همکارانه نش و استاکلبرگ نتایج بهتری را ارائه دهد. دلیل این امر را می‌توان این طور بیان کرد که بازیگران می‌توانند حل غیر همکارانه را با همکاری با یکدیگر بهبود ببخشند [8]. یک نمایه استراتژی (x_1^p, x_2^p)، یک حل پارتو است اگر هیچ نمایه استراتژی (x_1, x_2) وجود نداشته باشد که در آن

$$f_1(x_1, x_2) < f_1(x_1^p, x_2^p)$$
$$f_2(x_1, x_2) < f_2(x_1^p, x_2^p) \qquad (8)$$

3- مجموعه پاسخ منطقی بازیگران

استفاده از رهیافت مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل چند هدفی MDO در فضای طراحی غیر همکارانه مستلزم تعیین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران می‌باشد (در مدل بازی نش، نقطه تعادل نش از تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران به دست می‌آید و در مدل بازی استاکلبرگ مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو در مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو لحاظ می-شود). بنابراین محاسبه مجموعه پاسخ منطقی بازیگران شرط لازم برای حل بازی‌های با رویکرد غیر همکارانه است. در بیان ریاضیاتی، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر بیانگر استراتژی بازیگر به صورت تابعی از متغیرهای طراحی تحت کنترل سایر بازیگران می‌باشد. در مسائل غیر پیچیده طراحی مهندسی، مجموعه پاسخ منطقی را می‌توان به صورت تحلیلی تعیین کرد [10]. با حل دستگاه معادلات جبری تشکیل شده از مجموعه پاسخ منطقی بازیگران، حل دقیق نش امکان‌پذیر خواهد بود. روش تحلیلی مانند سایر حل‌های تحلیلی در مسایل مختلف طراحی مهندسی دارای محدودیت‌هایی می‌باشد. از جمله اینکه برای ساختن مجموعه پاسخ منطقی باید توابع هدف بازیگران به شکل صریح ریاضی در دسترس باشد. همچنین مشتق‌پذیر بودن توابع هدف برای حل تحلیلی، شرط لازم محسوب می‌شود. در حالت کلی محاسبه مجموعه پاسخ منطقی ممکن است با مشکلاتی همراه باشد. به عنوان مثال در مسائل پیچیده طراحی مهندسی که شامل حجم بزرگی از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری و محاسبات عددی می‌باشند، تعیین ضابطه صریح مجموعه پاسخ منطقی بازیگران بسیار سخت و در بعضی موارد غیر ممکن خواهد بود. در سال‌های اخیر، روش‌های مختلفی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران پیشنهاد شده است. در ادامه به بعضی از مهم‌ترین این روش‌ها و نقاط قوت و ضعف آن‌ها پرداخته می‌شود.

روش طراحی آزمایش[1]- پاسخ سطح[2] (DOE-RSM) که یک روش آماری است به طور گسترده در مسایل مختلف از جمله در زمینه طراحی مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است. در روش DOE-RSM به منظور ساختن یک مدل تخمینی از مجموعه پاسخ منطقی بازیگران، روش‌های رگرسیونی از

[1] Design of Experiment
[2] Response Surface Methodology

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.18.3]

مراتب مختلف (عمدتا مرتبه اول یا دوم) مورد استفاده قرار می‌گیرد. هرناندز [11] و مارستون [12] از جمله اولین محققینی بودند که از DOE-RSM برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و یافتن نقطه تعادل نش در بازی‌های غیر همکارانه استفاده کردند. مزیت این روش آن است که بر خلاف روش تحلیلی نیازی به شکل صریح ریاضیاتی توابع هدف ندارد. در مقابل دقت آن نسبتا کم است، این دقت کم به ویژه زمانی مشکل ساز می‌شود که مجموعه پاسخ منطقی بازیگران ساختار غیرخطی و پیچیده داشته باشند. روش DOE-RSM برای ساختن مدل تخمینی سیستم اصلی از توابع چند جمله‌ای استفاده می‌کند. بنابراین با افزایش پیچیدگی مدل اصلی، مقدار خطای مدل به صورت تصاعدی کاهش می‌یابد؛ به‌طور کلی می‌توان گفت روش DOE-RSM مرتبه پایین برای مسایل با درجه بالایی از غیرخطی بودن دارای خطای قابل توجه بوده و از طرف دیگر DOE-RSM مرتبه بالا ممکن است به ناپایداری عددی[1] منجر شود.

در روش نش–الگوریتم ژنتیک از الگوریتم‌های تکاملی برای یافتن مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و رسیدن به نقطه تعادل نش استفاده می‌شود. نمونه‌هایی از کاربردهای مختلف این روش در طراحی مهندسی در فضای غیر همکارانه در مرجع [13] گزارش شده است. در روش نش – الگوریتم ژنتیک در هر مرحله زمانی برای تولید مجموعه پاسخ منطقی از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله بهینه‌سازی بازیگران استفاده می‌شود. روند بهینه‌سازی تا جایی که هیچ یک از بازیگران مطلوبیت بیشتری به دست نیاورد یا به عبارت دیگر در نقطه تعادل نش به حالت پایدار برسند، ادامه می‌یابد. این روش مانند روش ترکیبی طراحی آزمایش- پاسخ سطح نیازی به تابع صریح ریاضیاتی توابع هدف و مشتق پذیر بودن آن‌ها ندارد. یکی از نقاط ضعف این روش هزینه محاسباتی بالا می‌باشد. برای حل بازی و بدست آوردن نقطه تعادل نش لازم است که به تعداد $2n$ بار الگوریتم ژنتیک اجرا شود (n تعداد نقاط تخمین زده شده از مجموعه پاسخ منطقی بازیگران می‌باشد). همچنین همگرا نشدن الگوریتم هنگامی که نقطه تعادل نش پایدار مجانبی نیست، از دیگر مشکلات این روش می باشد.

قطبی و دینگرا [15,14] از یک رهیافت مبتنی بر حساسیت حل بهینه توابع هدف بازیگران نسبت به متغیرهای طراحی، برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران و یافتن نقاط تعادل نش و استاکلبرگ استفاده کردند. روش پیشنهادی از بسط سری تیلور برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده می‌کند. رهیافت مبتنی بر حساسیت هزینه محاسباتی و خطای تخمین کمتری نسبت به دو روش قبلی ارائه می‌کند. این رهیافت با داشتن توابع هدف و توابع قیدی و نیز با اعمال شرایط لازم بهینگی KKT [2] سعی در تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران دارد. بنابراین شرط لازم و کافی در اجرای این روش، وجود توابع هدف و توابع قیدی به صورت صریح (با داشتن شرط پیوستگی و مشتق‌پذیری) و همچنین شناسایی قیود فعال مسئله بهینه‌سازی بازیگران می‌باشد. همچنین انتخاب نقطه شروع جستجو از دیگر مشکلات این روش به شمار می‌رود.

خیائو و همکاران [9] از برنامه‌ریزی بیان ژن[3](Nash-GEP) برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در حل بازی‌های غیر همکارانه نش استفاده کردند. در روش Nash-GEP پس از تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران با استفاده از الگوریتم GEP، باید از یک روش تکرار شونده[4] برای حل دستگاه

[1] Numerical Instability
[2] Karush-Kuhn-Tucker necessary conditions
[3] Gene Expression Programming
[4] Iterative

معادلات جبری و به تبع آن به دست آوردن نقطه تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده شود. در بسیاری از روش‌های تکرار شونده عملا هیچ تضمینی برای شرط همگرایی و رسیدن به حل دستگاه معادلات جبری وجود ندارد [16]. همچنین در صورتی که چندین نقطه تعادل نش وجود داشته باشد، روش Nash-GEP منحصرا یکی از نقاط تعادل را به دست خواهد داد.

برنامه‌ریزی ژنتیکی به دلیل ارائه روابط ساده و دقیق بین مقادیر ورودی و خروجی و ایجاد روابط ریاضی حاکم بر سیستم، یکی از روش‌های جدید و کارآمد برای مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده بر اساس داده‌های ورودی– خروجی محسوب می‌شود. برنامه‌ریزی ژنتیکی[5]، حالت خاصی از الگوریتم ژنتیک می‌باشد که تفاوت اصلی آن با الگوریتم ژنتیک در نحوهٔ پردازش و نمایش جواب‌ها می‌باشد. برنامه‌ریزی ژنتیکی، برنامه‌های کامپیوتری ایجاد می‌کند، درحالی‌که الگوریتم ژنتیک یک رشته از اعداد را به عنوان جواب نمایش می‌دهد. در این پژوهش از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگران استفاده می‌شود. بر خلاف روش نش- الگوریتم ژنتیک [13] که نیازمند اجرای الگوریتم ژنتیک به دفعات متعدد می‌باشد، در روش پیشنهادی تحقیق حاضر حل نش بازی‌های غیر همکارانه تنها با یک بار اجرای یک مسئله کمینه‌سازی قابل حصول می‌باشد.

4- مثال‌های عددی، نتایج و بحث

با استفاده از تعریف ریاضی مدل بازی نش در بخش 2-1 و با توجه به روابط (2) تا (6) نقطه یا نقاط تعادل نش از حل دستگاه معادلات جبری رابطه (9) به دست می‌آید

$$x_i = x_i^N(x_{-i}) \qquad , \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{9}$$

که در آن n تعداد بازیگران، اندیس i مربوط به بازیگر i و اندیس $i-$ مربوط به سایر بازیگران (بجز بازیگر i) می‌باشند. حل دستگاه معادلات جبری فوق را می‌توان با مسئله کمینه‌سازی رابطه (10) به دست آورد

$$\min_x \varepsilon = \sum_{i=1}^{m} \left\| x_i - x_i^N(x_{-i}) \right\| \tag{10}$$

که در آن m تعداد بازیگران می‌باشد. بدیهی است که $\varepsilon = 0$ مقدار دقیق تعادل نش را به دست می‌دهد. به عنوان مثال رابطه (10) برای بازی نش با دو بازیگر به صورت رابطه (11) در می‌آید

$$\varepsilon = \sqrt{\left(x_1 - x_1^N(x_2)\right)^2 + \left(x_2 - x_2^N(x_1)\right)^2} \tag{11}$$

با توجه به بخش 2-2 حل بازی استاکلبرگ مستلزم ایجاد مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو به ازای استراتژی‌های بازیگر پیشرو می‌باشد. همانطور که قبلا هم ذکر شد در بسیاری از مواقع حل دقیق مجموعه پاسخ منطقی بازیگران امکان‌پذیر نمی‌باشد. در این پژوهش برای اولین بار از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین پاسخ منطقی بازیگر(ان) دنباله‌رو در مدل بازی استاکلبرگ استفاده می‌شود. در فضای استراتژی (متغیرهای طراحی) بازیگر پیشرو نمونه‌برداری انجام شده و به عنوان داده‌های ورودی در نظر گرفته می‌شوند. استراتژی بهینه بازیگر دنباله‌رو به ازای هر یک از استراتژی‌های بازیگر پیشرو، داده‌های خروجی را تشکیل می‌دهند. در نهایت با در دست داشتن داده‌های ورودی- خروجی و با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی به عنوان مدل‌ساز، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو به صورت توابع صریح ریاضی به دست می‌آیند. مدل‌سازی با استفاده از بهینه‌سازی چند هدفی با در نظر

[5] Genetic Programming

گرفتن همزمان دو تابع هدف خطای آموزش و خطای پیش‌بینی انجام می‌شود.

4-1- طراحی مخزن جدار نازک تحت فشار با استفاده از مدل بازی نش

طراحی مخزن جدار نازک تحت فشار با سه متغیر طراحی شامل شعاع R، طول L و ضخامت T را در نظر بگیرید (شکل 1).

دو تابع هدف برای بیشینه کردن حجم (V) و کمینه کردن وزن مخزن (W) تعریف می‌شوند. مخزن تحت فشار داخلی P قرار دارد. قیود مسئله شامل موارد زیر می‌باشد:

(1) تنش جانبی نباید از مقدار تنش کششی بیشتر شود،

(2) قیود هندسی که به دلیل محدودیت های فضای نگه‌داری مخازن باید رعایت شوند.

مسئله طراحی چند هدفی MDO در رابطه (12) بیان شده است [17]

$$\begin{aligned}
&\text{Find: } R, L, T\\
&\max_{R,L} V(R,L) = \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L\\
&\min_{T,R,L} W(R,L,T) = \rho\Big[\frac{4}{3}\pi(R+T)^3 + \pi(R+T)^2 L\\
&\qquad - \Big(\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L\Big)\Big]\\
&g_1: \sigma_{\mathrm{circ}} = \frac{PR}{T} \le S_t\\
&g_2: 5T - R \le 0\\
&g_3: R + T - 40 \le 0\\
&g_4: L + 2R + 2T - 150 \le 0\\
&R_l \le R \le R_u\\
&L_l \le L \le L_u\\
&T_l \le T \le T_u
\end{aligned} \tag{12}$$

که در آن ρ چگالی مخزن و $R_l, R_u, L_l, L_u, T_l, T_u$ به ترتیب حدود بالا و پایین ضخامت، طول و شعاع مخزن می‌باشند. در جدول 1 ثابت‌های مسئله آورده شده‌اند [17].

بازیگر اول (V) به دنبال بیشینه کردن حجم مخزن با متغیرهای طراحی در دسترس R و L است، در حالی که بازیگر دوم (W) مسئول کمینه کردن وزن مخزن با متغیر طراحی در دسترس T می باشد. توابع هدف بازیگران V و W به ترتیب در روابط (13) و (14) آورده شده است.

حل تحلیلی مدل نش این مسئله توسط رائو و همکاران [17] به صورت رابطه (15) گزارش شده است. با توجه به رابطه (15)، نتیجه بازی منحصرا به یک نقطه تعادل نش منجر نشده و نقاط تعادل نش متعددی برای این مسئله وجود دارند.

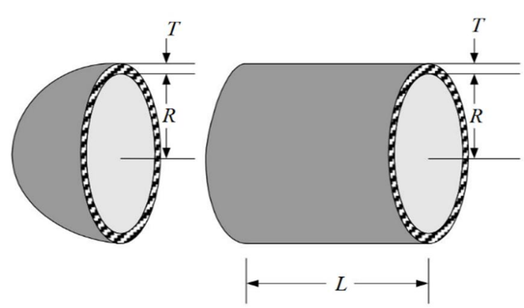

Fig. 1 Cylindrical pressure vessel [12]

شکل 1 مخزن استوانه ای جدار نازک تحت فشار [12]

جدول 1 مقادیر پارامترهای مسئله مخزن جدار نازک تحت فشار

Table 1 Pressure vessel problem parameters

پارامتر (واحد)	توضیح	مقدار
P [lb]	فشار داخلی مخزن	3890
S_t [lb]	تنش تسلیم	35000
ρ [$\frac{\text{lbs}}{\text{in}^3}$]	جرم حجمی	0.283
L_l [in]	حد پایین طول مخزن	0.1
L_u [in]	حد بالای طول مخزن	140
R_l [in]	حد پایین شعاع مخزن	0.1
R_u [in]	حد بالای شعاع مخزن	36
T_l [in]	حد پایین ضخامت مخزن	0.5
T_u [in]	حد بالای ضخامت مخزن	6

$$\begin{aligned}
&\min_{R,L} f_1 = -V(R,L) = -\left[\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L\right]\\
&g_1, g_2, g_3, g_4\\
&R_l \le R \le R_u\\
&L_l \le L \le L_u
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
&\min_{T} f_2 = W(R,L,T) = \rho\Big[\frac{4}{3}\pi(R+T)^3 + \pi(R+T)^2 L\\
&\qquad - \Big(\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 L\Big)\Big]\\
&g_1, g_2, g_3, g_4\\
&T_l \le T \le T_u
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{S_t(150 - L_u)}{2(P + S_t)} \le R^N \le \frac{40 S_t}{P + S_t}\\
&L^N = 150 - 2R^N\left[\frac{P}{S_t} + 1\right]\\
&T^N = \frac{PR^N}{S_t}
\end{aligned} \tag{15}$$

در سیستم‌های طراحی چند هدفی MDO در فضای غیر همکارانه که بیش از یک نقطه تعادل نش وجود دارد، حل نهایی بازیگران توسط یک مدیر طراحی[1] نظارت می‌شود. بنابر ملاحظات طراحی، حل گزارش شده توسط بازیگران ممکن است از نظر مدیر طراحی رد شده و یا مورد تایید قرار گیرد. در این راستا مرجع [18] مقادیر توابع هدف بازیگران را به سه محدوده فازی تحت عنوان بسیار مطلوب، قابل قبول و غیر قابل قبول تقسیم‌بندی کرده است. در جدول 2 این تقسیم‌بندی آورده شده است. در رهیافت استخراج داده[2] [18] نتایج گزارش شده به مدیر طراحی در مجموعه‌های فازی رتبه-بندی شده و حل‌های غیر قابل قبول به طراحان برگشت داده می‌شود.

در رهیافت پیشنهاد شده در این تحقیق، مدیر طراحی می‌تواند با اعمال قیود مختلف بر توابع هدف مسئله بهینه‌سازی رابطه (10) شرایط مورد نظر خود را بر بازیگران تحمیل نماید. بنابراین، با توجه به نظر مدیر طراحی

جدول 2 محدوده فازی توابع هدف حجم و وزن مخزن [18]

Table 2 Weight and volume fuzzy objective function ranges [18]

محدوده فازی	حجم مخزن (in^3)	وزن مخزن (lbs)
بسیار مطلوب	>200000	<4000
قابل قبول	75000-200000	4000-12000
غیرقابل قبول	<75000	>12000

[1] Design Manager
[2] Data Fusion

حالت‌های مختلفی از قیود را می‌توان برای مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفت. برای نمونه در اینجا برای چهار حالت مختلف، شرایط اعمال شده توسط مدیر طراحی در قالب چهار قید نامساوی بر توابع هدف بازیگران در جدول 3 آورده شده است. بدیهی است که هر حالت در نظر گرفته شده (به شرطی که فضای جستجو ایجاد شده توسط قیود، شامل نقاط تعادل نش مسئله باشد) به یک جواب متمایز منجر خواهد شد.

در عمل در هر سناریو طراحی، مدیر طراحی قیود مورد نظر خود را به بازیگران اعمال کرده و بازیگران با در نظر گرفتن قیود به تعامل با هم می‌پردازند. تعامل بازیگران در قالب رابطه (10) انجام می‌گیرد. نتایج به دست آمده برای حل نش مسئله طراحی مخزن جدار نازک در هر چهار حالت قیود اعمالی از طرف مدیر طراحی در جدول 4 آورده شده است.

همان‌طور که در جدول 4 دیده می‌شود، به ازای هر یک از حالت‌ها طراحی یک نقطه تعادل نش به دست می‌آید. بنابراین هر یک از نقاط طراحی A، B، C و D که همگی حل نش مسئله بهینه‌سازی مخزن در فضای طراحی غیر همکارانه می‌باشند، با توجه به خواسته‌های مدیر طراحی (که قبلا در قالب قیود اعمال شده بود) می‌تواند به عنوان جواب نهایی گزارش شود. قابل ذکر است که این نقاط طراحی بدون در نظر گرفتن شرایط و قیود مدیر طراحی در یک درجه از اهمیت و برتری قرار دارند.

شکل 2 شرایط و قیود اعمالی از طرف مدیر طراحی در تحقیق حاضر را نمایش می‌دهد. همچنین نتایج به دست آمده در این تحقیق در مقایسه با تحقیقات قبلی (روش ترکیبی نش-برنامه‌ریزی بیان ژن [9]، روش طراحی آزمایش-پاسخ سطح [12]، روش نش-الگوریتم ژنتیک [13] و روش استخراج داده [18]) در شکل 3 نشان داده شده است. ناحیه قرمز رنگ نشان داده شده در شکل‌های 2 و 3 بیانگر محدوده قابل قبول تعریف شده در مرجع [18] برای دو تابع هدف وزن و حجم مخزن می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های 2 و 3 مشاهده می‌شود، نتایج بدست آمده در تحقیق حاضر بر روی نقاط تعادل نش بدست آمده از حل تحلیلی قرار گرفته‌اند. علاوه بر این رهیافت پیشنهادی قابلیت جستجوی کامل فضای توابع هدف بازیگران و پیدا کردن همه نقاط تعادل نش را دارا می‌باشد.

جدول 3 قیود اعمال شده از طرف مدیر طراحی

Table 3 Represented constraints by design manager

قید	تابع هدف	
	حجم مخزن (in^3)	وزن مخزن (Ibs)
حالت 1	>75000	<6000
حالت 2	>100000	<8000
حالت 3	>125000	<10000
حالت 4	>150000	<12000

جدول 4 حل نش مسئله طراحی مخزن برای چهار حالت قیود اعمالی

Table 4 Nash solution of pressure vessel problem for four types of constraints

قید	حالت 1	حالت 2	حالت 3	حالت 4
نقطه طراحی	A	B	C	D
شعاع مخزن (in)	13.21	15.36	17.61	19.33
طول مخزن (in)	119.69	114.33	110.18	106.23
ضخامت مخزن (in)	1.47	1.73	1.96	2.15
وزن مخزن (Ibs)	5376	7510	9540	11470
حجم مخزن (in^3)	75306	103750	130290	155050

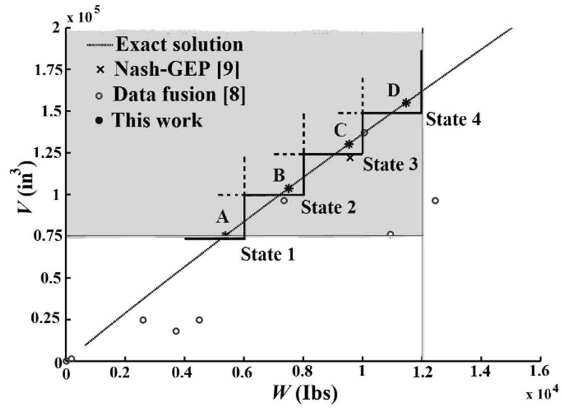

Fig. 2 Acceptable region of objectives: weight and volume

شکل 2 محدوده قابل قبول توابع هدف وزن و حجم مخزن

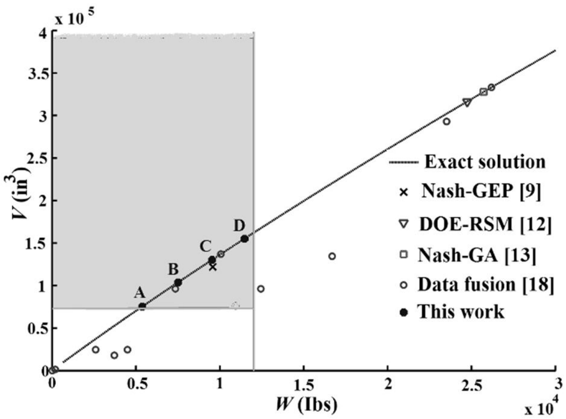

Fig. 3 Solutions obtained from the method based on data fusion [18] and present work

شکل 3 مقایسه حل‌های به دست آمده از رهیافت استخراج داده [18] و تحقیق حاضر

4-2- طراحی مکانیزم چهار میله‌ای با استفاده از مدل بازی استاکلبرگ

مکانیزم‌های چهار میله‌ای یکی از متداول‌ترین و پرکاربردترین سازوکارهای صفحه‌ای می‌باشند که بطور گسترده در کاربردهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در سال‌های اخیر روش‌های مختلف بهینه‌سازی تک هدفی با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی [20,19] مانند الگوریتم ژنتیک[1] (GA)، الگوریتم تجمعی ذرات[2] (PSO) و تکامل دیفرانسیلی[3] (DE) و همچنین روش‌های ابتکاری [21] مانند الگوریتم رقابت استعماری[4] (ICA) و تبرید شبیه‌سازی شده[5] (SA) برای تلفیق بهینه مکانیزم‌های چهار میله‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در حوزه بهینه‌سازی چند هدفی برای تلفیق بهینه مکانیزم‌های چهار میله‌ای، رهیافت بهینه‌سازی چند هدفی پارتو با استفاده از الگوریتم تجمعی ذرات [22] و رهیافت بهینه‌سازی چند هدفی پارتو با استفاده از الگوریتم ژنتیک [24,23] توسعه یافته است. یک طرح شماتیک از مکانیزم چهار میله‌ای صفحه‌ای در شکل 4 نشان داده شده است. در این پژوهش، مسئله بهینه‌سازی دو هدفی از نوع تلفیق ابعـادی مکانیزم چهار

[1] Genetic Algorithm
[2] Particle Swarm Optimization
[3] Differential Evolution
[4] Imperialist Competitive Algorithm
[5] Simulated Annealing

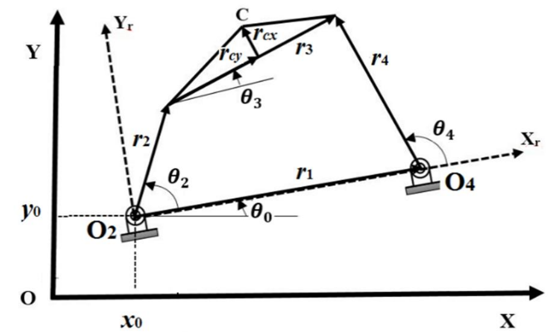

Fig. 4 The planar four-bar mechanism

شکل 4 مکانیزم چهار میله‌ای صفحه‌ای

میله‌ای مد نظر می‌باشد. توابع هدف شامل کمینه‌سازی خطای پیمایش (TE) و کمینه‌سازی انحراف زاویه انتقال از مقدار ایده‌آل (TA) می‌باشند.

تلفیق بهینه مکانیزم شامل یافتن بردار متغیرهای طراحی $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^i]$ می‌باشد به طوری که دو تابع هدف TE و TA در تعقیب نقاط دقت تعیین شده توسط طراح، کمینه شوند. متغیرهای طراحی و پارامترهای هندسی مکانیزم چهار میله‌ای در چارچوب مرجع XY در شکل 4 نشان داده شده است. معادله برداری مکانیزم چهار میله‌ای به صورت رابطه (16) قابل بیان است

$$\bar{r}_2 + \bar{r}_3 - \bar{r}_4 - \bar{r}_1 = \bar{0} \tag{16}$$

رابطه (16) را می‌توان به صورت بخش‌های حقیقی و موهومی نسبت به دستگاه مختصات X_rY_r به صورت رابطه (17) بیان کرد

$$r_2\cos\theta_2 + r_3\cos\theta_3 - r_4\cos\theta_4 - r_1 = 0 \tag{17a}$$
$$r_2\sin\theta_2 + r_3\sin\theta_3 - r_4\sin\theta_4 = 0 \tag{17b}$$

زاویه‌های θ_3 و θ_4 بر حسب زاویه ورودی θ_2 توسط معادله فرودنشتاین به دست می‌آیند. با توجه به شکل 4 مولفه‌های بردار مکان نقطه کاپلر C در چارچوب مرجع OXY به صورت رابطه (18) بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + r_2\begin{bmatrix} \cos\varphi_2 \\ \sin\varphi_2 \end{bmatrix} + r_{cx}\begin{bmatrix} \cos\varphi_3 \\ \sin\varphi_3 \end{bmatrix} + r_{cy}\begin{bmatrix} -\sin\varphi_3 \\ \cos\varphi_3 \end{bmatrix} \tag{18}$$

که در آن $\varphi_2 = \theta_2 + \theta_0$ و $\varphi_3 = \theta_3 + \theta_0$ می‌باشد.

مسیر دلخواه با استفاده از یک مجموعه از نقاط دقت (یا نقاط هدف) $C_d^i = \left[C_{xd}^i,\ C_{yd}^i\right]^{\mathrm{T}}$ تعیین می‌شوند که باید توسط نقطه کاپلر C مکانیزم طی شوند. تابع هدف خطای پیمایش به صورت مجموع مربعات خطا بین نقاط دقت C_d^i و نقاط واقعی طی شده توسط نقطه کاپلر C تعریف می‌شود. برای تابع هدف خطای پیمایش داریم:

$$TE = \sum_{i=1}^{N}\left[\left(C_{xd}^i - C_x^i\right)^2 + \left(C_{yd}^i - C_y^i\right)^2\right] \tag{19}$$

که در آن $\left[C_x^i,\ C_y^i\right]$ مولفه‌های دکارتی نقاط طی شده توسط نقطه کاپلر در چارچوب مرجع OXY و N تعداد نقاط دقت می‌باشد. تابع هدف TA به منظور کمینه‌سازی انحراف زاویه انتقال مکانیزم (γ) از مقدار ایده‌آل 90^0 در یک دور کامل چرخش لینک ورودی مکانیزم تعریف می‌شود. داریم:

$$TA = \left[\left(\gamma_{\max} - 90^{o}\right)^2 + \left(\gamma_{\min} - 90^{o}\right)^2\right] \tag{20}$$

که در آن مقادیر بیشینه و کمینه زاویه انتقال به صورت رابطه‌های (21) بیان می‌شود. قیدهای موجود در طراحی مکانیزم شامل قید گراشف و محدودیت‌های موجود در اندازه متغیرهای طراحی می‌باشد.

$$\gamma_{\max} = \cos^{-1}\left[\frac{r_4^2 - (r_1 + r_2)^2 + r_3^2}{2r_4r_3}\right] \tag{21a}$$
$$\gamma_{\min} = \cos^{-1}\left[\frac{r_4^2 - (r_1 - r_2)^2 + r_3^2}{2r_4r_3}\right] \tag{21b}$$

بهینه‌سازی چند هدفی مکانیزم چهار میله‌ای به صورت بازی استاکلبرگ مدل می‌شود. تابع هدف خطای پیمایش به عنوان بازیگر پیشرو و تابع هدف زاویه انتقال به عنوان بازیگر دنباله‌رو در نظر گرفته می‌شود. همچنین قید اندازه متغیرهای طراحی به بازیگر پیشرو و قید گراشف به بازیگر دنباله‌رو اعمال می‌شود. از آنجایی که زاویه انتقال مکانیزم چهار میله‌ای به صورت زاویه بین عضوهای r_3 و r_4 تعریف می‌شود، بنابراین کنترل متغیرهای طراحی r_3 و r_4 به بازیگر دنباله‌رو واگذار شده و بازیگر پیشرو دیگر متغیرهای طراحی را در اختیار دارد. تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو (رابطه (7)) با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی انجام می‌گیرد. بدین منظور از روش نمونه‌برداری شبه مونت کارلو یا همرسلی[1] برای نمونه‌برداری در فضای متغیرهای طراحی بازیگر پیشرو (فضای متغیرهای r_1 و r_2) استفاده می‌شود. به ازای هر یک از نمونه‌های تولید شده، مسئله بهینه‌سازی تک هدفی TA با اعمال قید گراشف انجام شده و مقادیر بهینه متناظر r_3 و r_4 به دست می‌آیند. در ادامه با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو به صورت توابع صریحی از متغیرهای طراحی r_3 و r_4 بر حسب متغیرهای طراحی r_1 و r_2 ارائه می‌شوند. پارامترهای در نظر گرفته شده برای اجرای برنامه‌ریزی ژنتیکی شامل تعداد جمعیت 100 واحد، تعداد نسل 300 و احتمال پیوند و احتمال جهش به ترتیب %90 و %10 می‌باشند. همچنین عملگرهای + و − و / و × و ^ به عنوان تابع‌ها در نظر گرفته شده‌اند. نتایج به دست آمده برای مجموعه پاسخ منطقی بازیگر دنباله‌رو در روابط (22) و (23) آورده شده است.

$$r_3 = \frac{\sqrt{r_1^2 + r_2^2} + 1.6817 \times 10^{-6}\,(r_1 + r_2)}{1.3497} \tag{22}$$
$$r_4 = \frac{\sqrt{r_1^2 + r_2^2} + 0.8903 \times 10^{-7}\,r_1r_2}{1.3511} \tag{23}$$

روابط (22) و (23) در مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو قرار داده شده و با حل مسئله بهینه‌سازی تک هدفی TE مقادیر بهینه متغیرهای طراحی بازیگر پیشرو به دست می‌آیند. برای حل مسئله بهینه‌سازی بازیگر پیشرو از الگوریتم ژنتیک با جمعیت 70، احتمال پیوند 0.95، احتمال جهش 0.05 و تعداد نسل 300 استفاده شده است. در نهایت با قرار دادن مقادیر بهینه r_1 و r_2 در روابط (22) و (23)، مقادیر بهینه متناظر r_3 و r_4 نیز به دست آمده و مسئله بهینه‌سازی چند هدفی مکانیزم چهار میله‌ای در مدل بازی استاکلبرگ تکمیل می‌شود. در مسئله طراحی مکانیزم حاضر، بردار متغیرهای طراحی شامل $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0]$ می‌باشد. نقاط هدف به صورت رابطه (24) تعریف می‌شوند [19]. همچنین محدوده متغیرهای طراحی در رابطه (25) آورده شده است.

$$\left\{C_d^i\right\} = \left\{\begin{matrix}(0,0), (1.9098, 5.8779), (6.9098, 9.5106), \\ (13.09, 9.5106), (18.09, 5.8779), (20, 0)\end{matrix}\right\} \tag{24a}$$
$$\left\{\theta_2^i\right\} = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi\right\} \tag{24b}$$

[1] Hammersely Sequence Sampling

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0{,}50], r_{cx}, r_{cy}, x_0, y_0 \in [-50, 50], \quad \theta_0 = [0, 2\pi] \tag{25}$$

پیکربندی مکانیزم چهار میله‌ای طراحی شده از حل استاکلبرگ در شکل 5 نشان داده شده است.

شکل 6 منحنی‌های کاپلر مکانیزم تحقیق حاضر را در مقایسه با تحقیقات قبلی نشان می‌دهد. در شکل 7 انحراف زاویه انتقال مکانیزم‌ها از حالت ایده‌آل 90^0 در طول یک دور کامل چرخش مکانیزم مقایسه شده‌اند. همچنین نتایج به دست آمده در این تحقیق و سایر مراجع در جدول 5 آورده شده است.

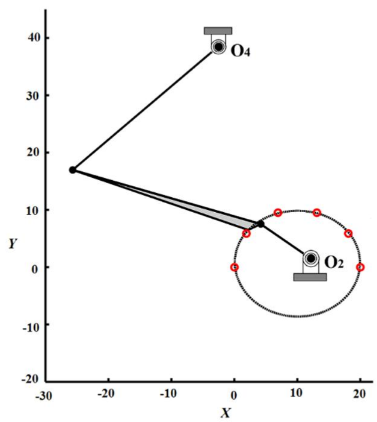

Fig. 5 The optimal mechanism's configuration

شکل 5 پیکربندی مکانیزم چهار میله‌ای بهینه

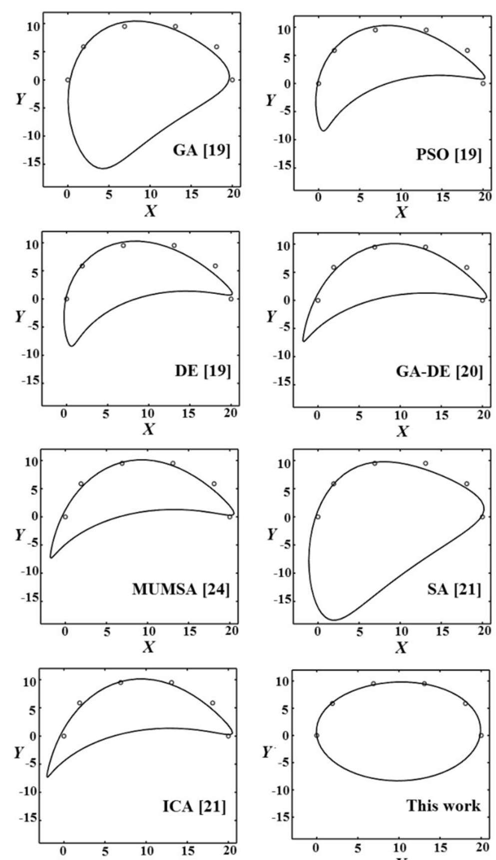

Fig. 6 Desired points and generated path by coupler of mechanisms

شکل 6 نقاط مطلوب و مسیر تولید شده توسط نقطه کاپلر مکانیزم‌ها

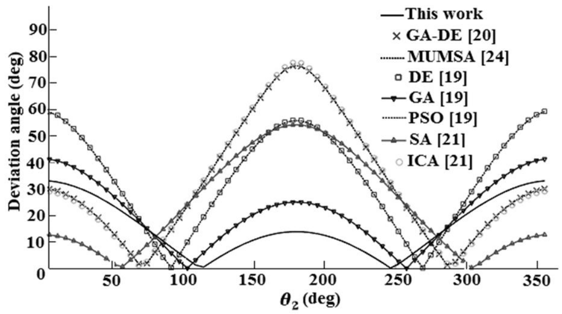

Fig. 7 Deviation of transmission angle from 90^0

شکل 7 انحراف زاویه انتقال از مقدار 90^0

در تمام تحقیقات قبلی منحصرا به بهینه‌سازی تک هدفی مکانیزم چهار میله‌ای برای تولید مسیر معین با روش‌ها و الگوریتم‌های مختلف پرداخته شده است. همان‌طور که در شکل 7 دیده می‌شود در نظر نگرفتن زاویه انتقال مکانیزم در طول روند طراحی باعث می‌شود که زاویه انتقال مکانیزم چهار میله‌ای از مقدار ایده‌آل انحراف زیادی داشته باشد. در این تحقیق با تلفیق الگوریتم برنامه‌ریزی ژنتیکی و رهیافت بازی استاکلبرگ، بهینه‌سازی دو هدفی مکانیزم چهار میله‌ای به یک مسئله بهینه‌سازی تک هدفی تولید مسیر تبدیل شده است. همانطور که از جدول 5 و شکل‌های 6 و 7 بر می‌آید، حل استاکلبرگ مکانیزم چهارمیله‌ای نسبت به تحقیقات قبلی از دید هر دو تابع هدف TE و TA برتری قابل توجهی دارد.

4-3- بهینه‌سازی چهار هدفی با استفاده از مدل بازی نش-استاکلبرگ

یک مدل بازی استاکلبرگ با یک بازیگر پیشرو و سه بازیگر دنباله‌رو را در نظر بگیرید که با رویکرد غیر همکارانه نسبت به هم به تعامل می‌پردازند. بازیگر پیشرو متغیرهای $x = (x_1, x_2)$ و بازیگرهای دنباله‌رو به ترتیب متغیرهای $y_1 = (y_{11}, y_{12})$، $y_2 = (y_{21}, y_{22})$ و $y_3 = (y_{31}, y_{32})$ را تحت کنترل دارند. مسئله نش- استاکلبرگ بصورت زیر مدل می‌شود [16]

$$\begin{aligned}
&\min_x f_{\text{lead}}(x, y_1, y_2, y_3) = \frac{3(y_{11} + y_{12})^2 + 5(y_{21} + y_{22})^2 + 10(y_{31} + y_{32})^2}{2x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2} \\
&x_1 + 2x_2 \le 10 \\
&x_1, x_2 > 0 \\[1em]
&\min_{y_1} f_1(y_1) = {y_{11}}^2 + {y_{12}}^2 \\
&y_{11} + y_{21} + y_{31} \ge x_1 \\
&y_{12} + y_{22} + y_{32} \ge x_2 \\
&y_{11} \ge 1, y_{12} \ge 2 \\[1em]
&\min_{y_2} f_2(y_2) = y_{21} + y_{22} + \frac{y_{11}}{y_{21}} + \frac{y_{12}}{y_{22}} \\
&y_{21}, y_{22} > 0 \\[1em]
&\min_{y_3} f_3(y_3) = \frac{(y_{31} - y_{21})^2}{y_{31}} + \frac{(y_{32} - y_{22})^2}{y_{32}} \\
&2y_{31} + 3y_{32} = 5 \\
&y_{31}, y_{32} > 0
\end{aligned} \tag{26}$$

به ازای هر مقدار از متغیر طراحی بازیگر پیشرو سایر بازیگران دنباله‌رو

جدول 5 متغیرهای طراحی و توابع هدف بهینه مکانیزم‌ها

Table 5 Optimal design variables and objective functions of mechanisms

تحقیق حاضر	GA [19]	PSO [19]	DE [19]	GA-DE [20]	MUMSA [24]	SA [21]	ICA [21]	پارامتر
39.5647	50	49.994859	50	50	50	50	50	r_1
9.7996	9.164414	5	5	5	5	9.438	5	r_2
31.3167	16.858082	5.915643	5.905345	7.03102	7.031047	23.50764	7.08248	r_3
31.3167	50	49.994867	50	48.1342	48.134183	38.741	48.05733	r_4
1.5826	38.458872	18.925715	18.819312	16.9767	16.976687	-45.3612	16.4257	r_{cx}
1.5826	0.090117	0	0	12.952	12.952139	-28.5915	13.7121	r_{cy}
12.0047	32.328282	14.472475	14.373772	12.1975	12.197494	39.6016	11.88034	x_0
1.6234	-29.53705	-12.49441	-12.44429	-15.9981	-15.99820	-43.660	-16.0876	y_0
1.9533	0.877212	0.467287	0.463633	0.042828	0.0428247	0.86983	6.283185	θ_0
0.0854	3.171063	2.35529	2.349649	2.58036	2.58035	4.6545	2.5998	TE
1302.38	2352.85	6674.54	6711.02	6797.36	6797.29	3117.71	6918.47	TA

وارد بازی نش می‌شوند. حل نش بازیگران دنباله‌رو به ازای هر استراتژی بازیگر پیشرو با استفاده از رابطه (10) به دست می‌آید. استراتژی‌های بازیگر پیشرو به عنوان داده‌های ورودی و حل نش متناظر به عنوان داده‌های خروجی در مدل‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیکی در نظر گرفته می-شوند. بدین ترتیب مجموعه پاسخ منطقی بازیگران دنباله‌رو به استراتژی‌های بازیگر پیشرو به دست آمده و به صورت رابطه (27) ارائه می‌شوند.

$$y_{11} = x_1 - 0.545\, x_2^2 \tag{27a}$$

$$y_{12} = 0.188\, x_1 x_2 - 0.793\, \frac{x_2}{x_1} \tag{27b}$$

$$y_{21} = \frac{0.443\, x_1 x_2^2}{x_1 + x_2} \tag{27c}$$

$$y_{22} = 0.083\, x_1^3 - 3.017\sqrt{x_1^2 - 5.7\, x_2} \tag{27d}$$

$$y_{31} = \frac{x_1 + 3.408\, x_1^2}{0.317\, x_2^2} - 2.31\, x_1 x_2 \tag{27e}$$

$$y_{32} = \frac{1.904\, (x_1 + x_2)^2}{\sqrt{x_1 x_2}} - \frac{160.58}{x_2^2} \tag{27f}$$

با گزارش رابطه (27) به بازیگر پیشرو و در نهایت با حل مسئله بهینه-سازی بازیگر پیشرو، مدل بازی نش-استاکلبرگ تکمیل می‌شود. این مسئله توسط محققین دیگری با استفاده از رهیافت برنامه‌نویسی چند سطحی [16] و رهیافت مبتنی بر حساسیت [25] ارائه شده است. نتایج در جدول 6 نشان داده شده است.

جدول 6 مقایسه نتایج برای مسئله بهینه‌سازی چهار هدفی نش- استاکلبرگ

Table 6 Comparison of results for Nash- Stackelberg problem

تحقیق حاضر	Liu [16]	Ghotbi et al. [25]	پارامتر
1.449	1.510	1.510	f_{lead}
11.365	12.323	10.821	f_1
6.015	6.225	6.061	f_2
0.273	0.835	0.483	f_3
(5.490, 2.255)	(5.768, 2.116)	(5.379, 2.310)	$x^* = (x_1^*, x_2^*)$
(2.714,2.000)	(2.885, 2.000)	(2.612, 2.000)	$y_1^* = (y_{11}^*, y_{12}^*)$
(1.5975, 1.212)	(1.699, 1.414)	(1.616, 1.414)	$y_2^* = (y_{21}^*, y_{22}^*)$
(1.1785, 0.881)	(1.183, 0.878)	(1.149, 0.900)	$y_3^* = (y_{31}^*, y_{32}^*)$

همان‌طور که در جدول 6 دیده می‌شود، نتایج تحقیق حاضر برای سه تابع هدف f_{lead}، f_2 و f_3 مقادیر کمتری را به دست می‌دهند. این امر بیانگر توانایی بالای روش پیشنهادی برای حل مسایل طراحی سلسله مراتبی و توزیع شده می‌باشد.

5- جمع‌بندی

در این مقاله یک رهیافت جدید مبتنی بر نظریه بازی برای حل مسائل بهینه-سازی چند هدفی در فضای غیر همکارانه پیشنهاد و به کار برده شده است. برای مدل‌سازی مسایل بهینه‌سازی توزیع شده از مدل بازی نش و برای مدل-سازی مسایل سلسله مراتبی از مدل بازی استاکلبرگ استفاده شده است. روند یافتن نقطه یا نقاط تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران در بازی‌های غیر همکارانه نش، در قالب یک روند کمینه‌سازی بیان شده و از برنامه‌ریزی ژنتیکی برای تخمین مجموعه پاسخ منطقی بازیگر(ان) دنباله‌رو در مدل بازی استاکلبرگ استفاده شده است. کارایی روش پیشنهادی در حل سه نمونه مطالعاتی شامل طراحی مخزن جدار نازک (مدل بازی نش)، طراحی بهینه مکانیزم چهار میله‌ای (مدل بازی استاکلبرگ) و حل مسئله بهینه‌سازی توزیع شده و سلسله مراتبی (مدل بازی نش-استاکلبرگ) نشان داده شد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که روش پیشنهادی توانایی جستجوی همه فضای توابع هدف را داشته و همچنین امکان یافتن نقاط تعادل نش متعدد را زمانی که بیشتر از یک نقطه تعادل نش وجود دارد، فراهم می‌کند.

6- مراجع

[1] J. F. Gerhard, S. J. Duncan, Y. Chen, J. K. Allen, D. Rosen, F. Mistree, Towards a decision-based distributed product realization environment for engineering systems, *Proceeding of The ASME Computers in Engineering Conference*, Las Vegas, USA, September 13-15, 1999.

[2] E. Livne, Integrated aeroservoelastic optimization: status and direction, *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No.1, pp. 122-145, 1999.

[3] P. W. Jansen, R. E. Perez, J. R. RA Martins, Aerostructural optimization of nonplanar lifting surfaces, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 5, pp. 1490-1503, 2010.

[4] A. Ning, I. Kroo, Multidisciplinary considerations in the design of wings and wing tip devices, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 2, pp. 534-543, 2010.

[5] N. M. Alexandrov, R. M. Lewis, Analytical and computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design, *AIAA journal*, Vol. 40, No.2, pp. 301-309, 2002.

[6] S. Tosserams, L. P. Etman, J. Rooda, A classification of methods for distributed system optimization based on formulation structure, *Structural and Multidisciplinary Optimization,* Vol. 39, No. 5, pp. 503-517, 2009.
[7] R. B. Myerson, *Game theory: analysis of conflict*, First Edittion, pp. 55-125, Cambridge: Harvard University, 1991.
[8] M. J. Osborne, A. Rubinstein, *A course in game theory*, First Edittion, pp. 70-130, Cambridge: MIT press, 1994.
[9] M. Xiao, X. Shao, L. Gao,, Z. Luo, A new methodology for multi-objective multidisciplinary design optimization problems based on game theory, *Expert Systems with Applications,* Vol. 42, No. 3, pp. 1602-1612, 2015.
[10] T. L. Vincent, Game theory as a design tool, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 105, No. 2, pp. 165-170, 1983.
[11] G. Hernandez, F. Mistree, Integrating product design and manufacturing: a game theoretic approach, *Engineering Optimization,* Vol. 32, No. 6, pp. 749-775, 2000.
[12] M. C. Marston, *Game based design: a game theory based approach to engineering design*, PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2000.
[13] L. Castillo, C. Dorao, Decision-making in the oil and gas projects based on game theory: Conceptual process design, *Energy Conversion and Management,* Vol. 66, No. 1, pp. 48-55, 2013.
[14] E. Ghotbi, A. K. Dhingra, A bilevel game theoretic approach to optimum design of flywheels, *Engineering Optimization*, Vol. 44, No. 11, pp. 1337-1350, 2012.
[15] E. Ghotbi, A. K. Dhingra, Optimum design of high-speed 4-bar mechanisms using a bi-level game theoretic approach, *Proceeding of The ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition,* Houston, USA, November 9-15, 2012.
[16] B. Liu, Stackelberg-Nash equilibrium for multilevel programming with multiple followers using genetic algorithms, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 36, No. 7, pp. 79-89, 1998.
[17] J. Jagannatha Rao, K. Badhrinath, R. Pakala, F. Mistree, A study of optimal design under conflict using models of multi-player games, *Engineering Optimization+ A35,* Vol. 28, No. 1, pp. 63-94, 1997.
[18] A. R. Nair, K. E. Lewis, An efficient design strategy for solving MDO problems in non-cooperative environments, *Proceedings of The 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO symposium on multidisciplinary analysis and optimization*, Long Beach, USA, September 6-8, 2000.
[19] S. Acharyya, M. Mandal, Performance of EAs for four-bar linkage synthesis, *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 44, No. 9, pp. 1784-1794, 2009.
[20] W.-Y. Lin, A GA–DE hybrid evolutionary algorithm for path synthesis of four-bar linkage, *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 45, No. 8, pp. 1096-1107, 2010.
[21] S. Ebrahimi, P. Payvandy, Efficient constrained synthesis of path generating four-bar mechanisms based on the heuristic optimization algorithms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 85, No. 2, pp. 189-204, 2015.
[22] R. McDougall, S. Nokleby, Grashof mechanism synthesis using multi-objective parallel asynchronous particle swarm optimization, *Proceedings of The Canadian Society for Mechanical Engineering Forum* 2010, Victoria, Canada, June 7-9, 2010.
[23] N. Nariman-Zadeh, M. Felezi, A. Jamali, M. Ganji, Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, No. 1, pp. 180-191, 2009.
[24] J. Cabrera, A. Ortiz, F. Nadal, J. Castillo, An evolutionary algorithm for path synthesis of mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, No. 2, pp. 127-141, 2011.
[25] E. Ghotbi, W. A. Otieno, A. K. Dhingra, Determination of Stackelberg–Nash equilibria using a sensitivity based approach, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 38, No. 21, pp. 4972-4984, 2014.