



## مدل سازی دینامیکی، شبیه سازی کنترل کوادروتور با استفاده از کنترل کننده های فیدبک خطی ساز و پی آی دی بر پایه داده های آزمایشگاهی سنسورهای ممز

مسعود نوری مطلق<sup>1</sup>، پدram صفرپور<sup>2\*</sup>، مهدی پورقلی<sup>3</sup>

1- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

3- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 1719-19765، p\_safarpour@sbu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 29 اردیبهشت 1395

پذیرش: 31 شهریور 1395

ارائه در سایت: 21 آذر 1395

کلید واژگان:

کوادروتور

سنسورهای ممز

کنترل کننده پی آی دی

فیدبک خطی سازی شده

فیلتر کالمن

### چکیده

هدف از این مقاله مدل سازی و کنترل زاویه رول و پیچ یک کوادروتور براساس تخمین وضعیت به دست آمده از سنسورهای ممز است. از این رو پس از استخراج معادلات دینامیک کوادروتور با اعمال کنترل کننده های تناسبی - انتگرالی - مشتقی و خطی سازی فیدبک به بررسی نتایج وضعیت زاویه ای کوادروتور پرداخته شده است. به جهت کاربرد گسترده سنسورهای ممز در اندازه گیری وضعیت سیستم های مختلف و همچنین تطابق نتایج حاصل از شبیه سازی های کوادروتور با واقعیت بیرونی در این مقاله از داده های این نوع سنسورها در شبیه سازی کنترل کننده ها استفاده شده است. با توجه به خطاهای ذاتی سنسورهای ممز تأثیرپذیری آن ها از ارتعاشات بدنه و موتورها و نویزی بودن اطلاعات خروجی آن ها از فیلتر کالمن برای تخمین زوایا به طور مستقیم و سرعت های زاویه ای به طور غیرمستقیم بهره گرفته شد. از آن جایی که یکی از اهداف این مقاله استفاده از نتایج آن در عملیاتی کردن کنترل یک کوادروتور است از مدل موتور برای تعیین سیگنال های کنترلی پی - دیلیو - ام نیز استفاده شده و این سیگنال های کنترلی در هر دو نوع کنترل بررسی شد. نتایج حاصل از شبیه سازی مدل کوادروتور در نرم افزار سیمولینک نشان از عملکرد مطلوب هر دو کنترل کننده در کنترل زوایای رول و پیچ دارد.

## Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data

Masoud Nourimotlagh<sup>1</sup>, Pedram Safarpour<sup>1\*</sup>, Mahdi Pourgholi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

2- Department of Electrical and Computer Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

\*P.O.B. 1719-19765, Tehran, Iran, p\_safarpour@sbu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 May 2016

Accepted 21 September 2016

Available Online 11 December 2016

### Keywords:

Quadrotor

MEMS Sensor

PID Control

Kalman

linearization feedback

### ABSTRACT

The purpose of this article is dynamic modeling of a quadrotor and control of its Roll and Pitch angles based on the experimentally measured sensors data. So, after driving nonlinear model of quadrotor equations, the control of the quadrotor's angular situation was simulated using PID and feedback linearization algorithms. Due to the widespread application of MEMS sensors in measuring the status of various systems and to have a more realistic simulation, sensors data was measured and used in simulation of controllers. Due to errors of MEMS sensors, vibration of motors and airframe, and noise on outputs, Kalman filter was used for estimation of angular situation. As one of the purposes of this paper was the use of its results in actual control of a quadrotor, motor model was used to determine PWM control signals. The results obtained from simulation in Simulink showed good performance of both controllers in controlling roll and pitch angles.

### 1- مقدمه

برپایه برخاستن و فرود عمودی بنا شده و سعی می کند با رسیدن به یک وضعیت پایداری ایستا موقعیت خود را ثابت نگاه داشته و با موازنه نیروهای تولیدی توسط 4 روتور خود عملیات پروازی و مانورهای مختلفی را انجام دهد. این وسایل پرنده از نظر کنترلی رفتاری کاملاً غیرخطی داشته و به دلیل این که دارای 6 درجه آزادی حرکت و 4 ورودی کنترلی هستند یک سیستم زیرفعال محسوب می شوند. دینامیک غیرخطی، چند متغیره و کاملاً کوپل شده این وسیله آن را به لحاظ اعمال کنترلرهای مختلف مورد توجه قرار داده است.

کوادروتورها وسایل پرنده ای با قابلیت نشست و برخاست عمودی هستند که در مقایسه با وسایل پرنده کلاسیکی مانند هلیکوپترها از مکانیزم مکانیکی ساده تری برخوردار بوده و توانایی انجام مانورهای پیچیده تری را دارند. کوادروتور از ترکیب دو جزء کواد به معنای 4-تایی و روتور تشکیل شده که در کل به معنای 4 روتور یا 4 ملخ است. کوادروتور نوعی یو-ای-یو است که به جهت برخی مزایا و ویژگی ها مورد توجه قرار گرفته است. یو-ای-یو ها در کاربردهای نظامی و غیرنظامی مورد استفاده قرار می گیرند. کوادروتور

Please cite this article using:

M. Nourimotlagh, P. Safarpour, M. Pourgholi, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 175-185, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Nourimotlagh, P. Safarpour, M. Pourgholi, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 175-185, 2016 (in Persian)

در سال‌های اخیر پژوهش‌های فراوانی بر کنترل کوادروتور انجام گرفته است، در مراجع [3-1] از روش پی‌آی‌دی برای پایداری‌سازی وضعیت کوادروتور مورد بررسی و تحقیق قرار گرفته شده است. در مرجع [4] به رهگیری مسیر مستقیم با استفاده از کنترل کننده کلاسیک پی‌آی‌دی برای کنترل وضعیت و کنترل کننده پی‌آی‌دی برای کنترل زوایای رول و پیچ پرداخته شده است. روش تناسبی - مشتقی به سبب خاصیت همگرایی نمایشی با جبران ترم‌های کریولیس و ژيروسکوپ و روش تناسبی - مشتقی - انتگرالی به دلیل عدم احتیاج به پارامترهای خاص مدل و سادگی اجرای آن کنترلرهای مناسبی محسوب می‌شوند. کنترل کننده بهینه خطی وابسته حالت در یک سیستم حلقه بسته برای پایداری‌سازی وضعیت زوایای کوادروتور مورد استفاده قرار گرفته است [5-7]. در مرجع [8] نیز یک کنترل کننده معادله ریگاتی وابسته حالت به کار گرفته شده است. در این نوع کنترل بهینه، ماتریس  $K$  در هر لحظه، از حل معادله ریگاتی به دست می‌آید که ماتریس  $A$  در هر لحظه وابسته به متغیرهای وضعیت همان لحظه است. در مرجع [9]، کنترل کننده  $H$  بی‌نهایت را بر یک سیستم حلقه بسته برای کنترل موقعیت مورد بررسی قرار داده است. شبیه‌سازی‌ها بر مدل غیرخطی بنا نهاده شده است که نتایج رضایت بخشی را در برداشت. در مرجع [10]، ترکیب کنترل پیش‌گویانه مدل پایه را با یک کنترل کننده  $H$  بی‌نهایت دو درجه آزادی مورد بررسی قرار داده، دلایل استفاده این است که این کنترل کننده‌ها به‌طور طبیعی مسائل کنترلی چند متغیره را کنترل می‌نمایند و این روش ترکیبی، مقاومت کنترل کننده  $H$  بی‌نهایت را برای کنترل پایداری، کامل می‌نماید. در مرجع [11]، تأثیرات خطی‌سازی فیدبک مقاوم و کنترل کننده  $G_{H\infty}$  را بر کوادروتور بررسی کرده است، همچنین جهت اجتناب از مشتق‌گیری نوبز در حلقه خارجی، یک مشاهده‌گر به سیستم اضافه شده است، مانند مراجع [12-14]. این سبب می‌شود که خروجی‌ها بدون وجود سنسور، تخمین زده شده و به دست آیند. کنترل بهینه غیرخطی به روش برنامه‌ریزی دینامیکی در مرجع [15] برای کنترل کوادروتور به کار گرفته شده است. هدف این شبیه‌سازی‌ها شدن کوادروتور از یک شرایط اولیه که نزدیک به مبدأ مختصات و حرکت به سمت مبدأ حرکت، استقرار و ایستادگی در آن است. در مراجع [7,16] کنترل کننده مد لغزشی برای کنترل ارتفاع به کار گرفته شده و بر مدل واقعی کوادروتور در محیط آزاد تست شده است. در مراجع [16,17] کنترل کننده مد لغزشی برای کنترل موقعیت نیز استفاده شده است. در مرجع [18] کنترل کننده گام به عقب برای پایداری‌سازی وضعیت پرنده به کار گرفته شده و نتایج شبیه‌سازی و تست واقعی نشان دادند که این کنترل کننده در مقایسه با کنترل کننده مد لغزشی نتایج بهتری دارد و در مدت زمان کمتر و با اغتشاشات کمتری سیستم را پایدار می‌سازد. در مرجع [19] کنترل کننده گام به عقب برای رهگیری یک مسیر از پیش تعیین شده بر یک پنج ضلعی مورد استفاده قرار گرفته است. در مرجع [7] روش کنترل غیرخطی اشباع‌سازی تو در تو به کار گرفته شده است. از این کنترل کننده برای پایداری‌سازی موقعیت و وضعیت پرنده استفاده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این کنترل کننده توانایی پایداری‌سازی وضعیت پرنده را دارد، حتی اگر موقعیت و وضعیت پرنده بسیار دور از مبدأ باشد. مرجع [20] نیز از روش کنترل کننده غیرخطی اشباع‌سازی تو در تو برای پایداری‌سازی کوادروتور به کار گرفته است. این روش کنترلی اطمینان می‌دهد که سیستم از پایداری مجانبی کامل برخوردار است و نیز کارایی سیستم حلقه بسته را بهبود می‌بخشد. مدل‌سازی دینامیک و کنترل زاویه رول و پیچ یک کوادروتور بدون

هدایت دستی با استفاده از نتایج کارهای عملی از اهداف اصلی این مقاله است، به طوری که در نهایت وضعیت زوایای آن با کنترل کننده طراحی شده کنترل گردد. برخی متغیرهای حالت از طریق سنسورهای ممز اندازه گرفته شده و زاویه و سرعت زوایای مجموعه با استفاده از فیلتر کالمن تخمین زده می‌شوند. سنسورهای ممز با وجود مزیت‌های بسیار به دلیل ماهیت خود دارای نقاط ضعف و محدودیت‌هایی است که استفاده از آن‌ها را با چالش‌هایی روبه‌رو می‌کند. این سنسورها معمولاً دارای خطاهایی چون بایوس، عدم تنظیم محور، خطای مقیاس‌گذاری است. همچنین خروجی این سنسورها نویزی بوده و می‌تواند در خروجی پایدارکننده‌ها و کنترل کننده‌ها تأثیر بسزایی داشته باشد. مطالعات مشابه پیشین کمتر به بررسی سنسورها و تخمین وضعیت سیستم با استفاده از فیلتر کالمن پرداخته و الگوریتم کنترلی مهم‌ترین بخش را شامل می‌شده، و کارهای عملی انجام گرفته نیز صرفاً با هدف تست کارایی کنترلر در پایداری سیستم و بهتر کردن نتایج آن مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله نخست مدل دینامیکی کوادروتور با استفاده از روش نیوتن-اوپلر استخراج شده و سپس براساس تخمین وضعیت به دست آمده از سنسورهای ممز، به شبیه‌سازی کنترل کوادروتور با استفاده از روش‌های پی‌آی‌دی معکوس و خطی‌سازی پس‌خورد پرداخته شده است. از آنجایی که داده‌های آزمایشگاهی سنسورها نشان از خطا و نویزی بودن آن‌ها داشت، از یک فیلتر کالمن برای کاهش نویز سنسورها استفاده و نتایج عملکرد کنترل کننده‌ها با استفاده از خروجی سنسورها و خروجی فیلتر کالمن با یکدیگر مقایسه شد.

## 2- مدل‌سازی دینامیکی

در این نوع سیستم‌ها عوامل بسیاری به دلیل وجود قطعات دوران کننده بر حرکت آن‌ها تأثیرگذار است که مانع کارکرد درست پرنده می‌شود و به صورت نیروی مقاوم خود را نشان می‌دهند. در جدول 1 این عوامل تأثیرگذار به اختصار مشاهده می‌شود [21].

برای نوشتن معادلات دینامیکی معمولاً نمی‌توان تمام پارامترهای دخیل در یک پدیده را با هم در نظر گرفت. سیستم‌های واقعی و به ویژه کوادروتور سیستم‌های پروازی پیچیده‌ای هستند و پارامترهای فراوانی در دینامیک و رفتار حرکتی آن‌ها تأثیرگذار است؛ بنابراین برای سادگی تحلیل و کنترل سیستم موردنظر یک سری از پارامترها در نظر گرفته نمی‌شود. البته با این

جدول 1 نیروها و گشتاورهای تأثیرگذار بر حرکت کوادروتور

اثر	منبع
اثرات آیرودینامیکی	ناشی از حرکت دورانی پروانه‌ها و نیروهایی که به آن‌ها حکم یک ایرفویل را دارند اثر می‌کند.
گشتاور اینرسی	تغییر در سرعت دورانی پروانه‌ها
اثر جاذبه	موقعیت مرکز جرم
اثرات ژيروسکوپ	تغییر در جهت‌گیری کل سیستم
اصطکاک	تغییر در جهت‌گیری سطح پروانه‌ها
اثر کریولیس	اصطکاک ناشی از قطعات دوار و همچنین حرکت پرنده هنگام حرکت و دوران اجزای سیستم

## 1-2- اثرات جاذبه

نیروی جاذبه همیشه به سمت مرکز زمین است و این تنها نیروی مستقیم وارده در فریم اینرسی است. نیروی گرانش برای فریم محلی (بدنی) جهت ساده‌سازی معادلات نوشته می‌شود. رابطه (3) اثرات جاذبه بر کوادروتور در دستگاه مختصات محلی را نشان می‌دهد.

$$G_B = \begin{bmatrix} F_G^B \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_\theta^{-1} F_G^E \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg \sin \theta \\ -mg \cos \theta \sin \varphi \\ -mg \cos \theta \cos \varphi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$F_G^B$  بردار نیروی گرانشی در فریم محلی (بدنی)  $B$ ،  $F_G^E$  بردار نیروی گرانشی در فریم مطلق (اینرسی)  $E$  است، همچنین ماتریس دوران  $R_\theta$  ماتریسی متعامد  $R_\theta^T = R_\theta^{-1}$  برابر است.

## 2-2- اثرات ژيروسکوپ

بیشتر این اثر ناشی از دوران پروانه‌هاست، به طوری که یک جفت در جهت ساعتگرد و یک جفت دیگر در جهت پادساعتگرد دوران می‌کنند. اگر مجموع سرعت دوران آن‌ها (با در نظر گرفتن جهت) برابر صفر نباشد موجب ایجاد ناپایداری در سیستم کواد و اگر کوادروتور دارای چرخش پی‌آی‌دی و پیچ باشد نیز موجب ایجاد اثر ژيروسکوپ می‌شود. رابطه (4) بیانگر اثر ژيروسکوپ بر کوادروتور است.

$$O_B(v)\Omega = - \sum_{K=1}^4 J_{TP} \left( \omega^B \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \times (-1)^K \Omega_K \\ = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ J_{TP} \begin{bmatrix} -q \\ p \\ 0 \end{bmatrix} \Omega \end{bmatrix} = J_{TP} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 4} & q & -q & q & -q \\ -p & p & -p & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

در عبارات بالا، پارامتر  $J_{TP}$  بیانگر ممان اینرسی پروانه و قسمت دوران‌کننده موتور و  $O_B(v)$  ماتریس ژيروسکوپ پروانه،  $\Omega$  معرف جمع جبری سرعت زاویه‌ای پروانه‌ها حول محور دوران خود است که در رابطه (5) بیان می‌شود.

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 \quad (5)$$

که  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$  به ترتیب نماد سرعت زاویه‌ای پروانه مقابل، پروانه راست، پروانه عقب و پروانه چپ است. براساس رابطه بالا می‌توان دریافت که اثر ژيروسکوپ ناشی از دوران پروانه‌هاست و به سرعت زاویه‌ای و یک عبارت خطی وابسته نیست.

## 3-2- اثرات آیرودینامیکی

اثرات آیرودینامیکی هنگام پرواز کوادروتور مانند نیروی پیش رانشی (تراست) و گشتاور پس‌آ وجود دارد. این گشتاور در پیرامون شفت روتور ایجاد می‌شود که ناشی از نیروهای آیرودینامیکی المان‌های پره‌های ملخ است. نیروی پیش‌رانشی و نیروی مقاوم ناشی از دوران پره‌ها با توجه به فرض از پیش بیان‌شده با مجذور دور موتور پره‌ها رابطه مستقیم دارد که در رابطه (6) به صورت زیر آمده است.

نکته که فرضیات مورد نظر پژوهش نباید موجب شود که مسئله فاصله چشم‌گیری از حالت واقعی داشته باشد و فرضیات باید به گونه‌ای درست باشد که سازگاری مطلوب با واقعیت داشته باشد. مفروضات زیر برای حل موضوع پژوهش در نظر گرفته شد [22].

- جسم صلب بودن سیستم (کواد و پروانه موتورها)
- قطری بودن ماتریس ممان اینرسی
- متقارن بودن ساختار هندسی و جرمی آن
- نادیده گرفتن اثرات زمین و مفروض بودن زمین مسطح
- بر هم منطبق بودن مرکز جرم و مرکز مختصات محلی و قرار داشتن در وسط جسم
- متناسب بودن نیروی بالارونده و مقاوم ناشی از دوران پره‌ها با توان مربع سرعت زاویه‌ای

برای کوادروتور دو دستگاه مختصات در نظر گرفته می‌شود. دستگاه مطلق (فریم اینرسی) براساس تعریف آن جهت‌گیری کاملاً ثابتی دارد، ولی دستگاه محلی (بدنی) متصل به جسم با جسم حرکت کرده و جهت‌گیری می‌کند. برای سادگی کار در محاسبات و شبیه‌سازی‌ها نیاز است که تمام معادلات براساس دستگاه مطلق بیان شود و این در حالی است که بیشتر نیروها و اثرات یادشده برای آن‌ها به جسم متحرک وارد شده و تعریف آن‌ها براساس مختصات محلی است. انتخاب فریم محلی و فرموله کردن معادلات در این دستگاه مزیت‌هایی مانند ثابت بودن ماتریس اینرسی نسبت به زمان، محرز و در دسترس بودن نیروهای کنترلی وارد بر پرنده و سهولت اندازه‌گیری این نیروها در فریم محلی نسبت به فریم اینرسی است.

از آنجایی که مرکز جرم و مرکز هندسی کوادروتور منطبق است، رابطه (1) معادله دینامیک کوادروتور را در دستگاه محلی (بدنی) با جرم  $m$  [kg] و ممان اینرسی  $I$  [Nms<sup>2</sup>] نشان می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}^B \\ \dot{W}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W^B \times (mV^B) \\ W^B \times (IW^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^B \\ \tau^B \end{bmatrix} \quad (1)$$

قانون دوم نیوتن برای یک کوادروتور که در واقعیت دینامیک کاملاً غیرخطی دارد به صورت رابطه (2)، به‌دست‌آمده از بسط رابطه (1)، بازنویسی می‌شود. رابطه بالا با شرط اعمال کامل فرضیات پیشین برای جسم صلب، یک معادله کلی برای تمام اجسام صلب است. پارامتر  $I_{3 \times 3}$  در رابطه بالا بیانگر ماتریس همایی  $3 \times 3$  بردار شتاب خطی کوادروتور در فریم  $B$  و  $\dot{W}^B$  بردار شتاب زاویه‌ای کوادروتور در فریم  $B$  است. علاوه‌براین  $F^B$  بردار نیرویی کوادروتور در فریم  $B$  و  $\tau^B$  بردار گشتاور زاویه‌ای کوادروتور در فریم  $B$  است.

$$m[\dot{u} - vr + \omega q] = \sum F_x, \quad m[\dot{v} - \omega p + ur] = \sum F_y$$

$$m[\dot{\omega} - uq + vp] = \sum F_z,$$

$$I_{xx}\dot{P} + (I_{zz} - I_{yy})qr = \sum M_x,$$

$$I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})rp = \sum M_y,$$

$$I_{zz}\dot{R} + (I_{yy} - I_{xx})pq = \sum M_z, \quad (2)$$

رابطه (2) بیان پیشین را در فرم معادلات سیستم نشان می‌دهد. برای کل نیروهای وارد بر کوادروتور نیز فقط موارد مورد نیاز برای شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. اثرات ژيروسکوپ، آیرودینامیکی، نیروی جاذبه، نیروها و گشتاورهای کنترلی و نیروی اصطکاک را می‌توان به عنوان نیروهای مورد استفاده در مدلسازی و شبیه‌سازی کوادروتور نام برد.

می‌شود. رابطه (11) معادلات دینامیکی حاکم بر کوادروتور در دستگاه مختصات مطلق را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= (\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\sin\theta\cos\varphi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{Y} &= (-\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\sin\theta\cos\varphi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{Z} &= -g + (\cos\theta\cos\varphi) \frac{U_1}{m}, \quad \dot{p} = \frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{I_{TP}}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}rp - \frac{I_{TP}}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}}, \quad \dot{r} = \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (11)$$

### 2-5- مدل دیفرانسیلی موتور

دینامیک کوادروتور و پارامترهای کنترلی آن تابعی از نیروها و گشتاورهای تولیدشده توسط ملخ‌هاست. برای کنترل کوادروتور باید رابطه‌ای میان این ورودی‌های کنترلی و ولتاژ ورودی به موتورها برقرار کرد که این ارتباط از طریق مدل دیفرانسیلی موتور حاصل می‌شود. مدل موتور در اصل یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول برحسب سرعت زاویه‌ای و ولتاژ اعمالی به موتور، نیروی تراست و گشتاور ملخ‌ها براساس بخش اثرات آیرودینامیکی وابسته به مربع سرعت زاویه‌ای است. رابطه میان سرعت زاویه‌ای موتور با ولتاژ، سرعت زاویه‌ای ملخ با نیروی تراست و همچنین رابطه بین سرعت زاویه‌ای ملخ و گشتاور ملخ (گشتاور درگ) به صورت رابطه (12) بیان می‌شود [23].

$$\begin{aligned} \omega_p(J_p + \eta N^2 J_M) &= \frac{-K_E K_M}{R} \eta N^2 \omega_p - d\omega_p^2 + \frac{K_M}{R} \eta N v \\ T &= N_B \rho_A A C R P^3 \left( \frac{\theta_{I_0}}{6} - \frac{\theta_{I_{tw}}}{8} - \frac{\lambda}{8} \right) \omega_p^2 \\ Q &= N_B \rho_A C R P^4 \left( \frac{C_D}{8} + a\lambda \left( \frac{\theta_{I_0}}{6} - \frac{\theta_{I_{tw}}}{8} - \frac{\lambda}{8} \right) \right) \omega_p^2 \end{aligned} \quad (12)$$

براساس شکل 1 رابطه میان تراست و سیگنال پی-دبلیو-ام ورودی موتورها تقریباً خطی است. معادله (12) این رابطه خطی را برای هر موتور نمایش می‌دهد.

### 3- الگوریتم کنترلی

این بخش به طراحی الگوریتم کنترلی کوادروتور می‌پردازد. در این الگوریتم از دو روش کنترلی پی‌آی دی و روش فیدبک خطی‌سازی شده برای کوادروتور استفاده شده است. کنترل زاویه رول و پیچ هدف هر دو روش کنترلی است. اثرات لرزش موتور و خطاهای سنسورها در شبیه‌سازی کنترلرهای طراحی‌شده در اعمال کنترلرها لحاظ می‌شود. در نهایت ورودی کنترلر به مدل دینامیکی کامل (با تمام اثرات) اعمال شده و نتیجه کنترل زاویه گرفته می‌شود. مشخص شدن مقدار دقیق ولتاژ ورودی به موتور هدف الگوریتم یادشده است که با مشخص شدن ولتاژ ورودی به موتور و همچنین روابط ریاضی یادشده در رابطه (12) می‌توان دور و تراست موتور را تعیین و زوایای اویلر را کنترل کرد. رابطه میان ورودی کنترل و تراست از رابطه (13) به‌دست می‌آید و در بلوک دیاگرام شبیه‌ساز کوادروتور شکل 1 نمایان است.

بلوک‌های مورد استفاده در کنترل زوایای اویلر در شکل 1 مشخص است.

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{4}U_1 - \frac{1}{2l}U_3 - \frac{b}{4d}U_4, & T_2 &= \frac{1}{4}U_1 - \frac{1}{2l}U_2 + \frac{b}{4d}U_4 \\ T_3 &= \frac{1}{4}U_1 + \frac{1}{2l}U_3 - \frac{b}{4d}U_4, & T_4 &= \frac{1}{4}U_1 + \frac{1}{2l}U_2 + \frac{b}{4d}U_4 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -l & 0 & l \\ -l & 0 & l & 0 \\ -\frac{b}{d} & \frac{b}{d} & -\frac{b}{d} & \frac{b}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} T_i &= b\Omega_i^2 \\ Q_i &= d\Omega_i^2 \end{aligned} \quad (6)$$

پارامترهای  $T_i$  و  $Q_i$  به ترتیب بیانگر نیروی تراست و گشتاور پس‌آ موتور و همچنین در عبارات بالا  $b$  [Ns<sup>2</sup>] و  $d$  [Nm<sup>s</sup><sup>2</sup>] بیانگر ثابت تراست و ثابت درگ است.

اثرات آیرودینامیکی (فقط شامل نیروی پیش‌رانشی و نیروی مقاوم ناشی از دوران پره‌ها) در رابطه (7) آمده است.

$$U_B(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_3^2 - \Omega_1^2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

[m] فاصله موتور تا مرکز هندسی (مرکز جرم) کوادروتور است.

### 2-4- اثرات اصطکاک

نیروی آیرودینامیکی دیگری (غیر از لیفت) هنگام پرواز کوادروتور وجود دارد. هوا در مقابل حرکت کوادروتور مقاومت می‌کند و این نیروی مقاوم درگ نامیده می‌شود. فاکتورهای زیادی بر مقدار نیروی درگ مانند لیفت تأثیر دارند که در این راستا می‌توان به شکل کوادروتور و چسبندگی هوا و سرعت کوادروتور اشاره کرد. حرکت کوادروتور در هوا بستگی به قدرت و راستای نیروهای یادشده دارد. کوادروتور در صورت نبود تعادل در نیروها در جهت نیروی بزرگ‌تر شتاب خواهد گرفت. رابطه (8) نیروی اصطکاک (درگ) را نشان می‌دهد.

$$F_{friction} = \frac{1}{2}\rho C_D A V^2 = \frac{1}{2}\rho C_D A (u^2 + v^2 + w^2) \quad (8)$$

پارامترهای  $C_D$  ضریب درگ (تابعی از رینولدز و زبری سطح)،  $v$  سرعت حرکت کواد در هوا،  $A$  سطح مقطع کوادروتور که با هوا برخورد دارد،  $\rho$  چگالی هواس. اصطکاک را برای افزایش پیچیدگی مساله به عنوان اغتشاش در مدل‌سازی‌ها وارد می‌کنند، ولی حضور اصطکاک در این‌جا برای نشان دادن آن در مدل بیان شده است.

رابطه (9) فرم معادلات را به شکل معادلات سیستم در دستگاه مختصات محلی (بدنی) بیان می‌کند.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= (vr - wq) + g\sin\theta \\ \dot{v} &= (wp - ur) - g\cos\theta\sin\varphi \\ \dot{w} &= (uq - vp) - g\cos\theta\cos\varphi + \frac{U_1}{m} \\ \dot{p} &= \frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{I_{TP}}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}rp - \frac{I_{TP}}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \dot{r} &= \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (9)$$

پارامترهای  $U_1, U_2, U_3, U_4$  ورودی‌های کنترلی سیستم و تابعی از دوران پره‌ها، در رابطه (10) بیان شده است.

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) = T_1 + T_2 + T_3 + T_4, \\ U_2 &= bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2), & U_3 &= bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\ U_4 &= d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_3^2 - \Omega_1^2) \end{aligned} \quad (10)$$

معادلات قسمت‌های پیشین در دستگاه محلی (بدنی) و متحرک بودن عیب اصلی آن است. وضعیت هر نقطه دستگاه مختصات پس از حل معادلات و به‌دست آوردن جابه‌جایی‌ها باید نسبت به حالت پیشین آن در نظر گرفته شود؛ بنابراین عبارات مربوط به حرکت در دستگاه محلی (بدنی) با استفاده از سیستم تبدیل اویلر و ماتریس‌های تبدیل به دستگاه مطلق (اینرسی) منتقل

کنترل زوایای اوایلر و ارتفاع از اهداف اصلی مقاله است و کنترل موقعیت کوادروتور از اهداف محسوب نمی‌شود؛ بنابراین موقعیت‌های  $x$  و  $y$  مقصود نیست و رابطه (11) با در نظر گرفتن فرضیات پیشین به صورت رابطه دینامیکی خطی‌شده (15) باز نویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= -g + \frac{U_1}{m}, & \ddot{\phi} &= \frac{U_2}{I_{xx}}, \\ \ddot{\theta} &= \frac{U_3}{I_{yy}}, & \ddot{\psi} &= \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (15)$$

الگوریتم کنترلی زوایای پیچ، رول و یاو به دلیل تقارن سازه‌ای و تشابه معادلات زوایای در رابطه (15) همانند هستند، ولی الگوریتم کنترل ارتفاع با الگوریتم‌های پیشین به دلیل ویژگی خاص خود تفاوت دارد. شکل‌های 2 و 3 ساختار بلوکی کنترل‌کننده پی‌آی‌دی در نرم‌افزار سیمولینک را نشان می‌دهد. نخستین بخش (عامل انتگرالی) در متغیر کنترلی  $U$  با توجه به انتگرال خطا تغییر می‌کند. هر چند این بخش جهش و زمان نشست را افزایش می‌دهد، ولی از بین بردن خطای حالت پایدار از ویژگی‌های منحصر به فرد آن است. دومین بخش (تناسبی) متناسب با خطاست. سومین بخش (مشتقی) براساس مشتق خطا تغییر و به کاهش جهش و زمان نشست کمک می‌کند.

ساختار پی‌آی‌دی سنتی دارای دو اشکال اصلی است. نخست عمل مشتق از خطا گرفته می‌شود. خروجی مشتق‌گیر در صورت ایجاد یک پله در مرجع یک ضربه را نشان می‌دهد. این حرکت می‌تواند محرک‌ها را اشباع و سیستم را از محدوده خطی دور کند.

مشتق به جای خطا در معماری پی‌آی‌دی‌های بهینه از خروجی گرفته می‌شود. از سوی دیگر عمل انتگرال ترکیب‌شده با یک اشباع محرک می‌تواند یک اثر غیرخطی ایجاد کند که از عملکرد سیستم می‌کاهد. وقتی مقدار انتگرال بزرگ و خطا تغییر علامت می‌دهد نیازمند مدت زیادی انتظار است تا سیستم به حالت رفتار خطی اولیه بازگردد (پس از دشارژ عمل انتگرال) برای اجتناب از این حالت یک بلوک اشباع‌کننده پس از انتگرال افزوده می‌شود تا مقادیر بیشینه و کمینه آن را محدود کند.

### 3-2- روش فیدبک خطی‌سازی‌شده

جذابیت و سادگی نسبی این روش به ویژه در مواجهه با سیستم‌هایی با عناصر به شدت غیرخطی، سبب به کارگیری آن در کنترل بسیاری از سیستم‌های عملی بوده است که از آن جمله می‌توان به کنترل دینامیک‌های پرواز در هواپیما کنترل ربات صنعتی و کنترل راکتور شیمیایی اشاره کرد. مشکل اصلی در هر دو حالت، لزوم داشتن مدلی کاملاً دقیق از سیستم است تا حذف

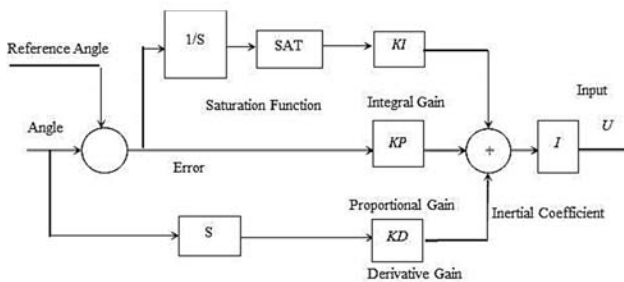


Fig. 2 The structure of the applied controller for roll, pitch and yaw angles control

شکل 2 ساختار کنترلر مورد استفاده برای کنترل زوایای رول، پیچ و یاو

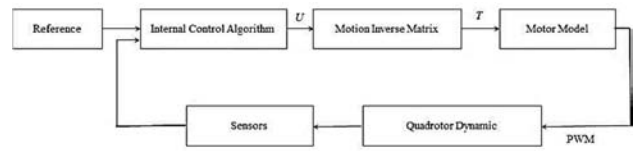


Fig. 1 Controller and dynamics block diagram of the Quadrotor

شکل 1 بلوک‌های کنترل و دینامیک سیستم و نحوه ارتباط آن‌ها با یکدیگر

### 3-1- روش پی‌آی‌دی

در این قسمت جهت کنترل کانال‌های مختلف از کنترلر کلاسیک پی‌آی‌دی استفاده و کنترلر هر کانال به طور مجزا طراحی و به صورت کلی (همرا با هم) در شبیه‌سازی استفاده شد. متغیرهای مورد کنترل نیز زوایای اوایلر و ارتفاع کوادروتور بوده است. کنترلرها برای کنترل چهار متغیر پیچ، رول، یاو و تغییر ارتفاع طراحی و با روش آزمون و خطا و انجام چندین شبیه‌سازی محاسبه شدند و توانستند خواسته‌ها را برآورده کنند. چهار سیگنال خطا از بلوک هدایت وارد این بلوک می‌شود که به ترتیب عبارتند از خطای زاویه یاو، ارتفاع، زاویه رول و زاویه پیچ. کنترلر زاویه پیچ به دلیل تقارن مکانیکی این پرنده برای زاویه رول هم درست و پاسخ‌گوی مسأله است و از همان کنترلر نیز برای کانال رول استفاده شد. سیگنال خروجی از کنترلرها همان دور ملخ‌هاست که براساس مکانیزم حرکتی جدید به موتورها وارد می‌شوند. در نهایت چهار سیگنال که هر یک معرف دور یکی از موتورهاست به بلوک دینامیک سیستم وارد می‌شوند.

در این الگوریتم هدایتی جدید با استفاده از کنترلر کلاسیک پی‌آی‌دی می‌توان سرعت و زوایای اوایلر را پایدار کرد. این امر سبب افزایش دقت و کاهش زمان اجرای شبیه‌سازی شد. کم بودن زمان اجرای شبیه‌سازی (بالا بودن سرعت حل) و اجرا شدن بی‌درنگ آن سبب امکان به‌کارگیری آن بر پرنده واقعی خواهد بود.

در روش پی‌آی‌دی اساس کنترلر خطی و به دلیل رفتار غیرخطی حرکتی (دینامیک) کوادروتور برای اعمال کنترلر پی‌آی‌دی نیاز به حذف دینامیک‌های غیرخطی است که این روش را می‌توان در تقریب خطی یک سیستم غیرخطی حول یک نقطه کار مشخص (پرواز هاور) اعمال کرد. برای خطی‌شدن معادلات دینامیکی حاکم بر کوادروتور دو فرض در نظر گرفته می‌شود. نخست حذف ترم‌های دورانی (مانند اثرات ژیرسکوپ و کریولیس) رابطه (11) با استدلال حفظ وضعیت پرواز ایستا کوادروتور در هدف از کنترل کوادروتور است؛ بنابراین در رفتار کوادروتور در نقطه کاری مشخص (پرواز هاور) به دلیل تغییرات بسیار اندک زاویه رول و پیچ در این نقطه کاری می‌توان آن‌ها را در معادله دینامیکی حاکم بر کوادروتور نادیده انگاشت. از سوی دیگر ماتریس تبدیل سرعت دورانی به عنوان ربط‌دهنده سرعت زوایای میان دستگاه مختصات محلی با دستگاه مطلق یک ماتریس همانی است. تغییرات زوایای رول و پیچ در شرایط پرواز ایستا بسیار کم است؛ بنابراین کسینوس این تغییرات اندک یک می‌شود. در نتیجه ماتریس تبدیل سرعت دورانی یک ماتریس همانی و شتاب زوایای در دستگاه محلی با شتاب زوایای در دستگاه مطلق (اینرسی) برابر می‌شود. رابطه (14) ماتریس سرعت دورانی و همچنین ارتباط بین شتاب زوایای در دو دستگاه را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T &= T_{\theta} [p, q, r]^T \\ T_{\theta} &= \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta \tan\theta & \cos\theta \tan\theta \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \frac{\sin\theta}{\cos\theta} & \frac{\cos\theta}{\cos\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$



Fig. 4 Experimental specimen

شکل 4 نمای از نمونه آزمایشگاهی

#### 5- تئوری تخمین

فیلتر کالمن مجموعه‌ای از معادلات ریاضی است و نقش برآوردکننده ابا رویکرد پیش‌بینی و اصلاح را ایفا می‌کند. فیلتر کالمن امکان تخمین حالت یک فرآیند را به گونه‌ای فراهم می‌کند که متوسط مربع خطاها را به کمینه می‌رساند. کاربرد مناسب و پاسخ‌گویی سریع و دقیق در مسائل مختلف دلیل استفاده از آن است. برای نمونه تحقیق در خصوص مکان و ارتفاع و حتی حرکت یک شی معین مانند هواپیمای بدون سرنشین که از سنسورهای ساده و کوچک استفاده می‌کند و هر یک خطاهایی را شامل می‌شود از جمله مطالعات در راستای ویژگی‌های کاربردی است. روش تصفیه کالمن از عنوان‌های پراهمیت در تئوری کنترل و مهندسی سیستم‌های کنترلی است. دسترسی به اطلاعات دقیق کنترل فرآیند امری مهم است، از این رو روش‌های ترکیب اطلاعات منابع مختلف یک فرآیند جهت دستیابی به اطلاعات دقیق‌تر جایگاه ویژه‌ای می‌یابد. یکی از این روش‌ها استفاده از فیلتر کالمن است.

الگوریتم فیلتر کالمن فرآیند را با استفاده از بازخورد کنترلی برآورد می‌کند. معادلات فیلتر کالمن به دو دسته معادلات به‌روزرسانی زمانی و به‌روزرسانی اندازه‌گیری تقسیم می‌شود. معادلات به‌روزرسانی زمانی وظیفه محاسبه تخمین کواریانس خطا و حالت کنونی جهت دستیابی به پیش‌تخمین برای گام زمانی پسین است. معادلات به‌روزرسانی اندازه‌گیری در فیدبک کاربرد دارد، بدین معنا که از آن در ترکیب اندازه‌گیری جدید با یک پیش‌تخمین حالت برای به‌دست‌آوردن یک تخمین پسین استفاده می‌شود. معادلات به‌روزرسانی زمانی را می‌توان به عنوان معادلات پیش‌بین و معادلات به‌روزرسانی اندازه‌گیری را به عنوان معادلات تصحیح‌کننده در نظر گرفت.

برای حذف و یا کاهش اثرات آن در خطاهای ذاتی یادشده در مقدمه برای سنسورهای ممز از فیلتر کالمن استفاده شده است. ورودی فیلتر کالمن مورد استفاده در مقاله از سنسور سرعت‌سنج و شتاب‌سنج است که دو کار انجام می‌دهد. نخست برآورد تقریب خطای بایوس در خروجی سنسورهای سرعت‌سنج و دوم تقریب صحیحی از زوایای اوپلر است. رابطه (17) رابطه سینماتیکی فیلتر کالمن زمان پیوسته را نشان می‌دهد.

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} W dt \quad (17)$$

تمام سنسورها مورد استفاده در پروژه دیجیتال است و پردازشگر نیز براساس دیجیتال محاسبه و پردازش می‌کند؛ بنابراین در این بخش فرمول‌های (18-20) فیلتر کالمن که با حالت‌ها و اندازه‌گیری‌های به صورت گسسته بیان

ترم‌های غیرخطی در آن با دقتی کامل صورت گیرد. ورودی کنترلی که ترم‌های غیرخطی را حذف می‌کند به صورت زیر تعریف شده است.

#### 4- معرفی نمونه آزمایشگاهی

از آنجایی که هدف از انجام این پژوهش شبیه‌سازی مبتنی بر واقعیت است، مجموعه آزمایشگاهی ساخته شد که صرفاً به عنوان یک ستاپ در راستای پیشبرد اهداف مقاله بوده و شاید بتوان آن را نمونه‌ای نصف کوادروتور نامید. دوباره به این نکته اشاره می‌شود که از مجموعه آزمایشگاهی برای کالیبراسیون و استخراج داده‌های سنسورها در محیطی پرنویز و مشابه با شرایط واقعی کوادروتور و سپس تأثیر فیلتر کالمن در بهبود نتایج زاویه استفاده شد. هدف نهایی این مطالعه بهره‌برداری از نتایج (داده‌های خام و تخمین‌زده‌شده) برای نزدیک کردن نتایج شبیه‌سازی‌ها به واقعیت (در حضور کنترلرها) است. شکل 4 نمای از نمونه آزمایشگاهی را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} U_1 = \frac{m}{\cos\theta \cos\varphi} (g + U'_1) \\ U_2 = I_{xx} \left[ \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} qr + \frac{I_{TP}}{I_{xx}} q\Omega + U'_2 \right] \\ U_3 = I_{yy} \left[ \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} pr + \frac{I_{TP}}{I_{yy}} p\Omega + U'_3 \right] \\ U_4 = I_{zz} \left[ \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} pq + U'_4 \right] \end{cases} \quad (16)$$

در این نمونه طراحی شده از شفت دوار، صفحه‌ای مدرج به زوایا و پتانسیومتر با دو موتور براسلس تعبیه‌شده در دو انتها استفاده شد. از آنجایی که پتانسیومتر یک پایه ثابت دارد، در مکانی ثابت نصب می‌شود، صرفاً حساس به دوران و به ارتعاشات حساسیتش بسیار کم است؛ بنابراین خروجی آن نسبت به سنسور شتاب‌سنج خطای بسیار کمتری دارد. در واقع سنسور شتاب‌سنج براساس خروجی پتانسیومتر کالیبره شده است.

کنترل زاویه دوران میله‌ای با دو موتور در دو انتها از اهداف مقاله نیست. مجموعه آزمایشگاهی نشان داده شده در مقاله برای کالیبراسیون سنسورها، بررسی چگونگی عملکرد سنسورهای ممز در حالت اغتشاش و نویز بالا (ناشی از روشن‌بودن موتورهای تعبیه‌شده روی آن) و بهره‌گیری از نتایج جهت بهره‌برداری و نزدیک‌شدن نتایج شبیه‌سازی‌ها به واقعیت است.

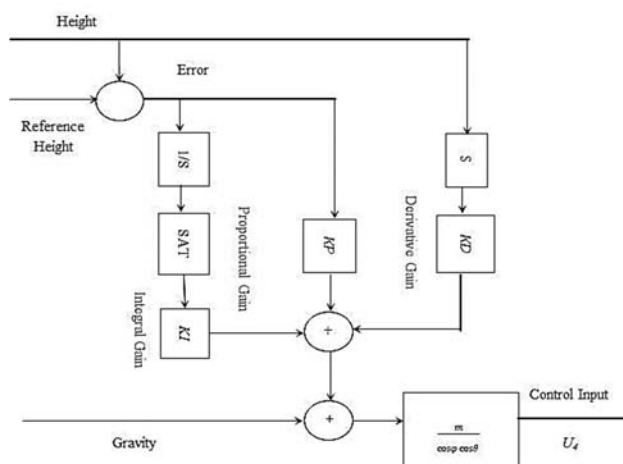


Fig. 3 structure of the applied controller for height Control

شکل 3 ساختار کنترلر مورد استفاده برای کنترل ارتفاع

می‌شود.

$$\theta_{k+1} = \theta_k + W_K \times \Delta T - b \times \Delta T + \omega \quad (18)$$

$$\dot{b} = 0 \Rightarrow b_{k+1} = b_k \quad (19)$$

$$z_k = \theta_k + v = \theta_{acc} \quad (20)$$

$z_k$  مقدار اندازه‌گیری واقعی،  $W_K$  سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری‌شده با سنسور سرعت‌سنج به عنوان ورودی در رابطه (18)، و خروجی سنسور شتاب‌سنج ( $\theta$ ) نشان داده شده در رابطه (20) وارد محاسبات می‌شود. رابطه (21) صورت فضای حالت معادلات بالا است.

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} \theta_{k+1} \\ b_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ b_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta T \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \omega \quad (21)$$

$$Z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ b_k \end{bmatrix} + v$$

$\theta_k$  نشان‌دهنده زاویه در زمان نمونه‌گیری  $k$ ام،  $b$  بیانگر بایاس سنسور سرعت زاویه‌ای و  $\Delta T$  زمان نمونه‌گیری،  $\omega$  و  $v$  به ترتیب نویز فرآیند و اندازه‌گیری را نشان می‌دهند. رابطه (22) فرم فضای حالت را به صورت خطی نشان می‌دهد.

$$K_k = AP_K C^T (CP_K C^T + R)^{-1}$$

$$\hat{X}_{k+1} = (A\hat{X}_k + B\hat{u}_k) + K_k (y_k - C\hat{X}_k)$$

$$P_{k+1} + AP_K A^T + Q - AP_K C^T R^{-1} CP_K A^T \quad (22)$$

در عبارات بالا  $K_k$  بهره فیلتر کالمن،  $P_k$  ماتریس کواریانس،  $R$  و  $Q$  به ترتیب ماتریس کواریانس نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری است.

## 6- نتایج

در این قسمت کنترل وضعیت کوادروتور براساس سنسورهایی با اطلاعات به‌دست‌آمده از آزمایشات تجربی و اثرات ارتعاش موتورها به همراه سایر اغتشاشات و نویزها مورد توجه قرار گرفته است. برای حذف و یا کاهش اثرات خطاهای ذاتی یادشده در مقدمه برای سنسورهای ممز از فیلتر کالمن استفاده شده است.

### 6-1- نتایج آزمایشگاهی

ماتریس‌های کواریانس  $r$  و  $q$  برای فیلتر کالمن با انجام تست‌هایی برای سنسورهای ممز مورد استفاده و با در نظر گرفتن دقیق‌ترین پاسخ در رابطه (23) آمده است.

$$r = [0.0029] \quad q = \begin{bmatrix} 0.00016 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

نتایج در نمودارهای 5 و 6 از اطلاعات خروجی سنسورها با در نظر گرفتن تخمین‌گر فیلتر کالمن برای ستاپ مورد نظر هنگام خاموشی موتورها و بی‌حرکتی و عدم ارتعاش سیستم است. سنسورها خروجی هنگام خاموشی موتور و بی‌حرکتی سیستم غیر از صفر را نشان می‌دهد که در شکل 5 قابل مشاهده است. از سوی دیگر با دقت در شکل 6 می‌توان دریافت که سیگنال خروجی سنسور سرعت‌سنج در زمان ثابت بودن فریم بدنی و عدم وجود هرگونه سرعت زاویه‌ای سرعت زاویه‌ای غیر صفر را نشان می‌دهد. این اطلاعات نشان از نویز در خروجی سنسور سرعت‌سنج با وجود ثابت بودن فریم بدنی دارد. برای کالیبره کردن و حذف نویز باید سیگنال خروجی را پردازش و خطای نویز را حذف کرد (یعنی مقدار نویز که تقریباً ثابت بود در تمام مراحل تست از خروجی سنسور سرعت‌سنج کاسته می‌شد تا بدین روش مقدار خطاهای ذاتی سنسور سرعت‌سنج حذف شود). فیلتر کالمن با توجه به

الگوریتمی مورد استفاده و یادشده فقط مقدار بایاس را تقریب می‌زند، برای لحظات پسین پیش‌بینی می‌کند، و خطای نویز را در سنسورهای سرعت‌سنج از بین نمی‌برد. شکل 6 به روشنی مبین مطالب بیان شده است.

تست موتور روشن برای تخمین زوایای اوپلر انجام شد (نزدیکی به واقعیت به دلیل کنترل کوادروتور در زمان پرواز) تا اغتشاشات ناشی از ارتعاش موتور به بدنه (میله) و در نهایت به سنسور شتاب‌سنج منتقل شود. سنسور شتاب‌سنج به شدت به ارتعاشات و اغتشاشات حساس بوده و مقدار ارتعاش را به عنوان شتاب خروجی لحاظ می‌کند.

در شکل 7 فریم بدنی با فریم اینرسیال (مرجع) موازی و بدون سرعت زاویه‌ای است، ولی سیگنال خروجی سنسور نشان از وجود زاویه میان فریم بدنی با فریم اینرسیال دارد (وجود زوایای اوپلر غیر صفر). این خطای خروجی سنسور شتاب‌سنج بیانگر حساسیت سنسور به ارتعاش است. انحراف معیار داده‌های خروجی سنسور شتاب‌سنج و تخمین‌گر فیلتر کالمن در جدول 2 بیان شده است. از جدول 2 می‌توان دریافت تخمین‌گر فیلتر کالمن داده‌ها را به میانگین نزدیک کرده و پراکندگی داده‌ها اندک است.

شکل‌های 8 و 9 تست موتور روشن و جابه‌جایی ستاپ با کمک دست را نشان می‌دهد. تخمین‌گر با اعمال فیلتر کالمن در این شرایط با دقتی قابل قبول توانسته خروجی‌های سنسورها را بهبود و از تأثیر نویز بر زاویه بکاهد.

### 6-2- نتایج شبیه‌سازی برای کوادروتور

شبیه‌سازی نزدیک به واقعیت هدف این پژوهش است؛ بنابراین اطلاعات و داده‌های سنسورها با وجود و عدم وجود فیلتر کالمن، اعمال نویز و ارتعاشات موتورها در نرم‌افزار سیمولینک شبیه‌سازی شده است. در این بخش نمودارهای شبیه‌سازی از خروجی الگوریتم کنترل‌رهای پی‌آی‌دی و فیدبک

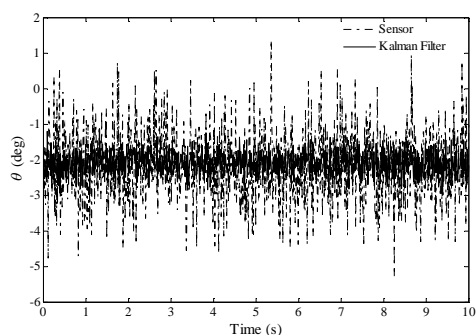


Fig. 5 Angle output in the case that motor is off and motionless  
شکل 5 خروجی زاویه در حالت موتور خاموش و بی‌حرکت

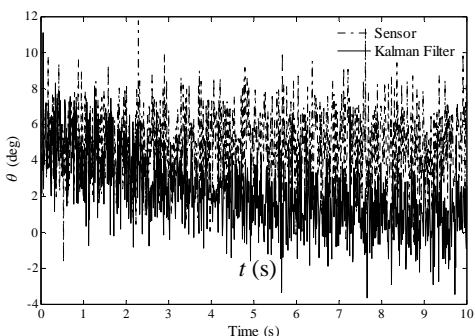
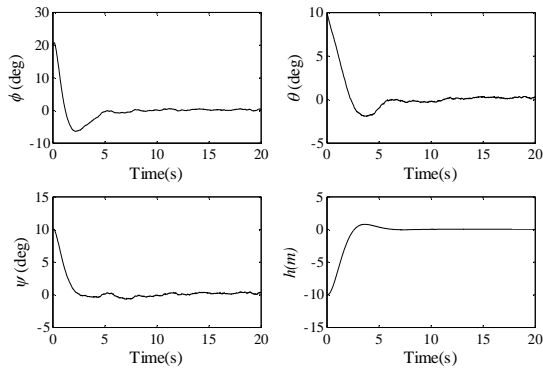
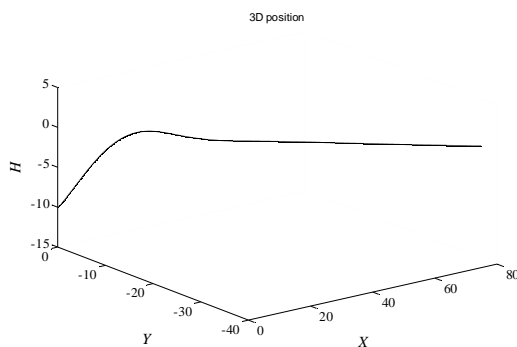


Fig. 6 Angular velocity in the case that motor is off and motionless  
شکل 6 سرعت زاویه‌ای در حالت موتور خاموش و بی‌حرکت



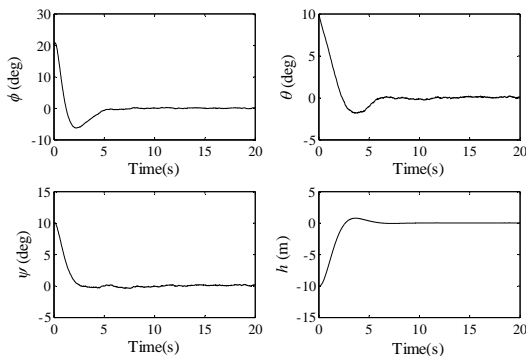
**Fig. 10** Height and Euler angle variation in motionless state, using PID only (without using Kalman filter)

شکل 10 تغییرات زوایای اوپلر و ارتفاع در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای PID



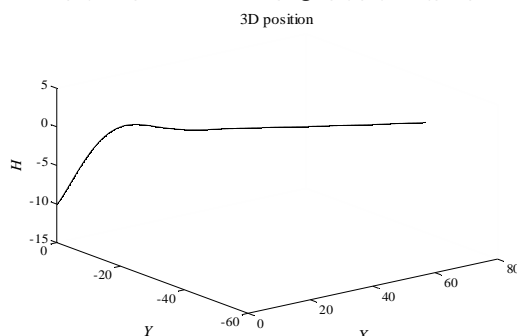
**Fig. 11** Quadrotor direction in motionless state using PID only (without using Kalman filter)

شکل 11 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای PID



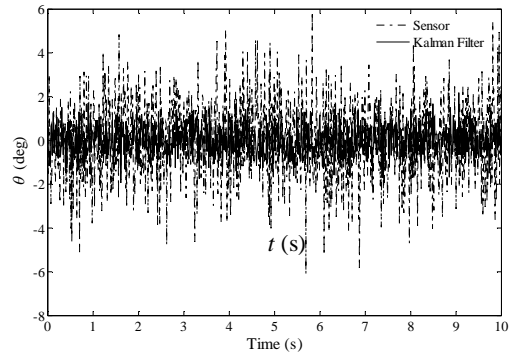
**Fig. 12** Height Euler angle variations in motionless state using Kalman filter for PID controller

شکل 12 تغییرات زوایای اوپلر و ارتفاع در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای PID



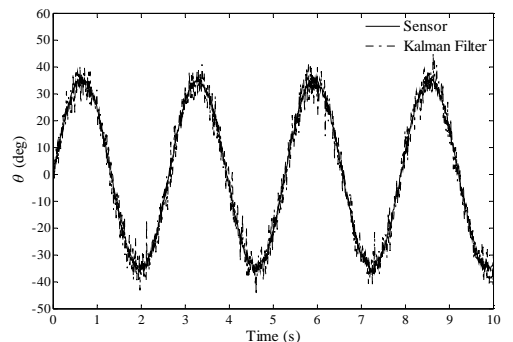
**Fig. 13** Quadrotor direction in motionless state using Kalman filter for PID controller

شکل 13 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای PID



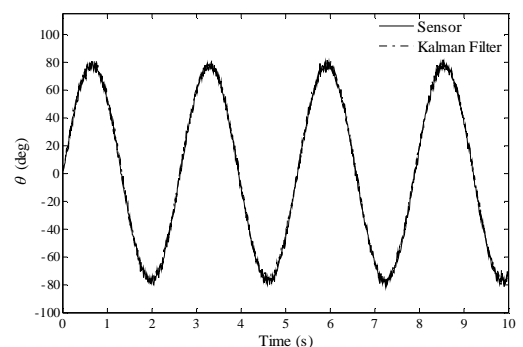
**Fig. 7** Angle output in the case that motor is on and motionless

شکل 7 خروجی زاویه در حالت موتور روشن و بی حرکت افقی



**Fig. 8** Angle output in the case that motor is on and manual

شکل 8 خروجی زاویه در حالت موتور روشن و جابه‌جایی با دست



**Fig. 9** Angular velocity in the case that motor is on and manual

شکل 9 سرعت زوایای در حالت موتور روشن و جابه‌جایی با دست

خطی‌سازی شده نشان داده شده است. اصطکاک را در طراحی کنترلر به دلیل افزایش پیچیدگی مساله به عنوان اغتشاش در مدل‌سازی‌ها وارد می‌کنند. در شبیه‌سازی‌ها اثرات دیگری مانند زیروسکوپی ساده نشده و حتی این عوامل نیز در نظر گرفته شده است. مدل در راستای طراحی کنترلر مناسب جهت خطی‌شدن معادلات دینامیک با مفروضاتی ساده شده است. در نهایت نتیجه کنترل زاویه، نشان داده شده در نمودارهای زیر، از اعمال ورودی کنترلر به مدل دینامیکی کامل (با تمام اثرات) به دست می‌آید.

نتایج کنترل حلقه بسته را می‌توان در شکل‌های 10-21 و با لحاظ شرایط اولیه جدول 3 مشاهده کرد. این شرایط در حالت پرواز ایستا (هاور) بیان شده است. شکل‌های 11-13 زوایای اوپلر، ارتفاع و مسیر حرکت کوادروتور در حالت کنترلر حلقه بسته با لحاظ تخمین‌گر فیلتر کالمن و بدون آن را برای کنترلر پی‌آی‌دی، شکل‌های 14-17 همان شرایط اولیه برای کنترلر فیدبک خطی‌سازی شده را نشان می‌دهد.



جدول 3 بهره‌های کنترلی اعمالی به مدل

Table 3 Control gains applied to the model

نام متغیر	$X$	$Y$	$Z$	$P$	$Q$	$R$	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$P_n$	$P_e$	$h$
مقدار	1	0	-0.1	10	-5	2	20	10	10	0	0	-10
متغیر												

جدول 4 بهره‌های کنترلی اعمالی به کنترلر PID

Table 4 Control gains applied to PID controller

	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$h$
$K_P$	2	2	3	2
$K_I$	1	0.05	0.03	1
$K_D$	1.5	1	2	1.5

جدول 5 بهره‌های کنترلی اعمالی به فیدبک خطی‌سازی

Table 5 Control gains applied to feedback linearization

	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$h$
$K_P$	10	14	8	5.1
$K_I$	2.7	0.8	0.66	4.3
$K_D$	4.4	1.9	2.4	3.5

3D position

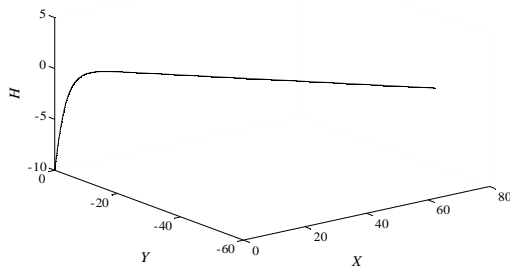


Fig. 17 Quadrotor direction in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 17 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

angular velocity

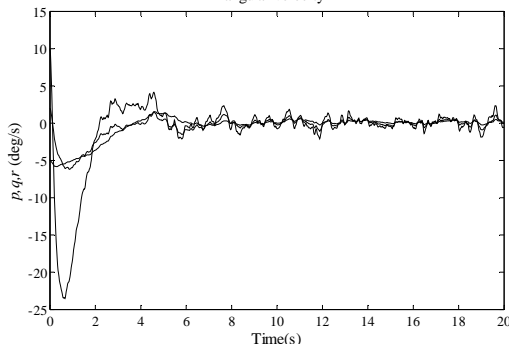


Fig. 18 Angular velocity variations in motionless state without using Kalman filter for PID controller

شکل 18 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای PID

شکل‌های 12 و 16 تغییرات زاویه‌ای اوپلر با اعمال تخمین‌گر فیلتر کالمن نمودارهایی با کمترین نوسان را نشان می‌دهد. شکل‌های 15 و 16 نمودار سرعت زاویه‌ای اورشوت و نوسانات بیشتری به دلیل اعمال نشدن فیلتر کالمن را دارد.

شکل‌های 18 و 19 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت کنترل حلقه بسته برای کنترلر پی‌آی‌دی، شکل‌های 20 و 21 کنترل فیدبک خطی‌سازی شده را نشان داده است. بهره‌های کنترلر پی‌آی‌دی جهت به‌دست‌آوردن نتایج مطلوب از روش آزمون و خطا استفاده کرده است. مقادیر بهره کنترلر پی‌آی‌دی در جدول 4 و کنترلر فیدبک خطی‌سازی شده در جدول 5 نشان داده شده است.

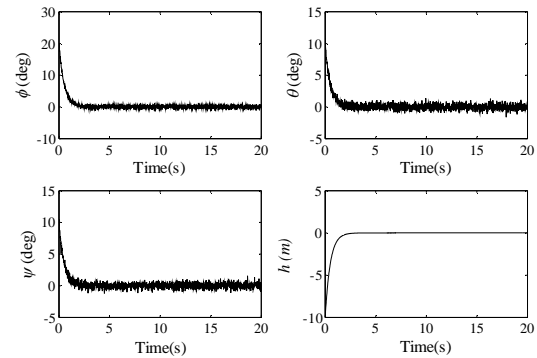


Fig. 14 Height Euler angle variations in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 14 تغییرات زاویه‌ای اوپلر و ارتفاع در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

3D position

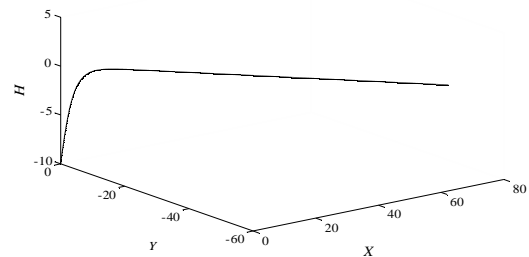


Fig. 15 Quadrotor direction in motionless state for feedback linearization controller, without Kalman Filter

شکل 15 مسیر حرکت کوادروتور در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

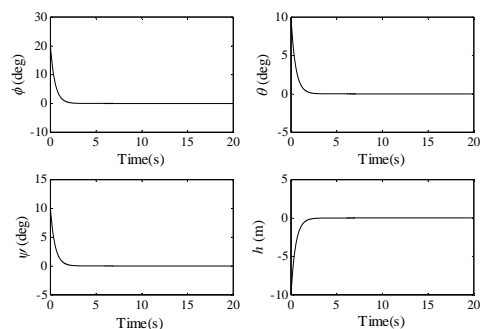


Fig. 16 Height Euler angle variations in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 16 تغییرات زاویه‌ای اوپلر و ارتفاع در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی شده

جدول 2 انحراف معیار نتایج در حالت موتور روشن و خاموش

Table 2 The standard deviation of results for both off and on states

فیلتر کالمن	پتانسیومتر	شتاب‌سنج	
0.33	1.4	0.93	موتور خاموش
0.6	1.2	2.0	موتور روشن

اویلر استفاده شد.

پس از بررسی نمودارهای کنترلرهای طراحی شده می‌توان دریافت تبدیل دینامیک‌های غیرخطی به فرم خطی با استفاده از فیدبک حالت را باید بنایی استوارتر بر پایه حذف دینامیک‌های غیرخطی (روش پی‌آی دی) دانست. حذف دینامیک‌های غیرخطی در روش فیدبک خطی‌سازی برای تمام شرایط کاری سیستم (کوادروتور) است، در صورتی که حذف ترم‌های غیرخطی معادلات دینامیکی در روش پی‌آی دی با در نظر گرفتن کوادروتور حول نقطه کاری مشخص (پرواز هاور) انجام گرفت. البته ذات روش فیدبک خطی‌سازی اشکالاتی را داراست که در عمل با آن مواجه شدیم.

### 8- فهرست علائم

بایاس ژيروسکوپ	$B$
بردار نیرو در دستگاه بدنی	$F^B$
ممان اینرسی کوادروتور حول محورهای بدنی	$I_{XX}$
ممان اینرسی سیستم حول محور پروانه	$J_{TP}$
بهره فیلتر کالمن	$K_K$
طول بازوی کوادروتور	$l$
جرم (kg)	$m$
ماتریس کواریانس خطای تخمین	$P_k$
ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری	$Q$
ماتریس کواریانس نویز فرآیند	$R$
سرعت‌های زاویه‌ای در دستگاه بدنی	$p, q, r$
تراست پروانه $i$ ام	$T_i$
زمان نمونه برداری، s	$\Delta T$
ورودی کنترلی $i$ ام	$U_i$
سرعت‌های انتقالی در دستگاه بدنی	$u, v, w$
بردار گشتاور در دستگاه اینرسی	$\tau^B$
زوایای اویلر	$\varphi, \theta, \psi$
زاویه بدنه نسبت به افق، rad	$\theta$
نماد سرعت زاویه‌ای، $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\dot{\theta}$
نویز اندازه‌گیری	$v$
نویز فرآیند	$\omega$

### 9- مراجع

- [1] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart, Design and control of an indoor micro quadrotor, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, USA, April 21-May 1, Vol. 5, pp. 4393-4398, 2004.
- [2] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot, *IEEE Conference on Decision and Control*, The Atlantis, Paradise Islands, December 14-17, Vol. 2, pp. 1216-1221, 2004.
- [3] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 3, pp. 562-571, 2006.
- [4] G. V. Raffo, M. G. Ortega, F. R. Rubio, An integral predictive/nonlinear control structure for a quadrotor helicopter, *Automatica*, Vol. 46, No. 1 pp. 29-39, 2010.
- [5] E. Altug, J. P. Ostrowski, R. Mahony, Control of a quadrotor helicopter using visual feedback, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, D.C, May 11-15, Vol. 1, pp. 72-77, 2002.

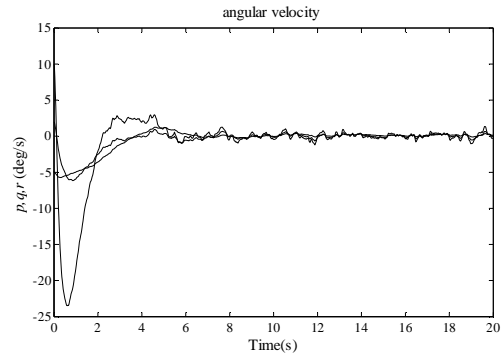


Fig. 19 Angular velocity variations in motionless state using Kalman filter for PID controller

شکل 19 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای PID

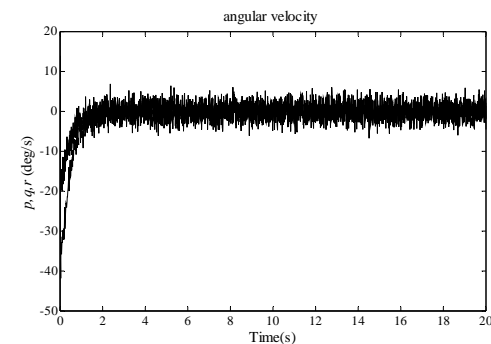


Fig. 20 Angular velocity variations in motionless state without using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 20 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا بدون فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی

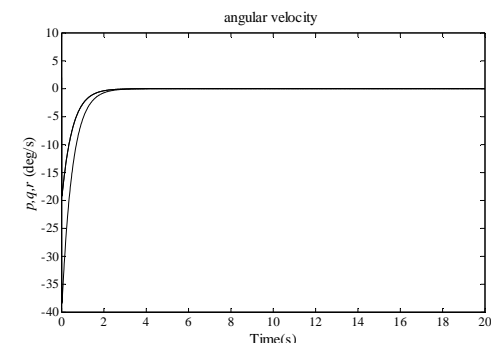


Fig. 21 Angular velocity variations in motionless state using Kalman filter for feedback linearization controller

شکل 21 تغییرات سرعت زاویه‌ای در حالت ایستا با فیلتر کالمن برای فیدبک خطی‌سازی

کوادروتور هنگام اعمال کنترلر تا رسیدن به پایداری (پرواز ایستا) به دلیل وجود اورشوت و نوسانات تغییر مسیر و موقعیت می‌دهد و می‌توان این تغییرات مسیر تا پیش از پایداری را در شکل‌های 11، 13، 15، 16 مشاهده کرد.

### 7- بحث و نتیجه‌گیری

دو روش کنترلی پی‌آی دی و فیدبک خطی‌سازی در این مقاله استفاده شده است. در این مطالعه تلاش شد تا شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های سنسورها، لحاظ ارتعاش موتورها و نویز سنسورها به واقعیت نزدیک باشد. از تخمین‌گر فیلتر کالمن جهت بهبود خروجی سنسورها و تقریب بهتر و دقیق‌تر زوایای

- [14] S. L. Waslander, G. M. Hoffmann, J. S. Jang, C. J. Tomlin, Multi-Agent Quadrotor Testbed Control Design: Integral Sliding Mode vs. Reinforcement Learning, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmont, Canada, Aug 2-6, pp. 3712-3717, 2005.
- [15] L.-C. Lai, C.-C. Yang, C.-J. Wu, Time-Optimal Control of a Hovering Quad-Rotor Helicopter, *Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 45, pp. 115-135, 2006.
- [16] S. Bouabdallah, R. Siegwart, Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247-2252, 2005.
- [17] R. Xu Ü. Özgüner, Sliding mode control of a class of underactuated systems, *Automatica*, Vol. 44, pp. 233-241, 2008.
- [18] T. Madani A. Benallegue, Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot, *IEEE Conference on Industrial Electronics, Annual*, Paris, France, Nov 07-10, pp. 700-705, 2006.
- [19] A. Soumelidis, P. Gaspar, G. Regula, B. Lantos, Control of an experimental mini quad-rotor UAV, *Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1252-1257, 2008.
- [20] E. Borhaug K. Y. Pettersen, Adaptive way-point tracking control for underactuated autonomous vehicles, *IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4028-4034, 2005.
- [21] S. Bouabdallah, *Design control of quadrotors with application to autonomous flying*, PhD Thesis, Lausanne Polytechnic University, Lausanne, 2007.
- [22] T. Bresciani, *Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter*, PhD Thesis, Department of Automatic Control, Lund University, 2008.
- [23] C. Xia, *Permanent magnet brushless DC motor drives and controls*, Second Edition, pp. 25-62, Singapore: Wiley, 2012.
- [6] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart, PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan, Sep 28- Oct 2, Vol.3, pp. 2451-2456, 2004.
- [7] B. Bluteau, R. Briand, O. Patrouix, Design and control of an outdoor autonomous quadrotor powered by a four strokes RC engine, *IEEE Annual Conference on Industrial Electronics*, Paris, France, Nov 10, pp. 4136-4240, 2006.
- [8] H. Voos, Nonlinear state-dependent Riccati equation control of a quadrotor UAV, *IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, Oct 2-6, pp. 2547-2552, 2006.
- [9] M. chen, M. huzmezan, A simulation model and  $H_\infty$  loop shaping control of a quad rotor unmanned air vehicle, *International Conference on Modelling, Simulation and Optimization*, Banff, Canada, July 2-4, pp. 320-325, 2003.
- [10] M. chen, M. huzmezan, A combined mbpc/2 dof h controller for quadrotor UAV, *AIAA Atmospheric flight mechanics conference*, Austin, Inland, Aug 11-14, pp. 5512-5520, 2003.
- [11] A. mokhtari, A. benallegue, B. daachi, robust feedback linearization and chifinity controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle, *IEEE international conference on intelligent robots and system*, Edmonton, Canada, Aug 2-6, pp. 1198-1203, 2005.
- [12] A. Mokhtari, A. Benallegue, Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Florida, USA, May 15-19, Vol. 3, pp. 2359-2366, 2006.
- [13] G. Hoffmann, D. G. Rajnarayan, S. L. Waslander, D. Dostal, J. Jung Soon, C. J. Tomlin, The Stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi agent control (STARMAC), in *Digital Avionics Systems Conference*, Salt Lake, UT, Oct 24-28, Vol. 2, pp. 12.E.4-12I-10, 2004.