مجله مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1396، دوره 17، شماره 6، ص‌ص 108-116

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی اثر جرم و اینرسی لینک‌ها بر ساده‌سازی روابط دینامیکی ربات 6-PUS برای نسبت بارهای مختلف

سید نادر نبوی[1]، علیرضا اکبرزاده[2*]، جواد انفرادی[3]

1- دانشجوی دکتری، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
2- استاد، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، مشهد
* مشهد، صندوق پستی 9189954498، ali_akbarzadeh@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 26 اسفند 1395
پذیرش: 11 اردیبهشت 1396
ارائه در سایت: 09 خرداد 1396

کلید واژگان:
ربات‌های شبیه‌ساز
ربات استوارت
ربات 6-PUS
دینامیک معکوس
ساده‌سازی مدل دینامیک

چکیده

ربات‌های موازی شش درجه آزادی به طور گسترده در شبیه‌سازها مورد استفاده قرار می‌گیرند. گسترش بکارگیری ربات‌های شبیه‌ساز برای انواع گوناگون وسایل نقلیه، امکان آموزش‌های پیشرفته را با امنیت بالا در زمان کم و هزینه‌های پایین‌تر فراهم نموده است. غالباً از ربات استوارت با ساختار 6-UPS به دلیل صلبیت بالا، بزرگ بودن فضای کاری و قابلیت حمل بار بالا به عنوان شبیه‌ساز حرکت استفاده می‌گردد. وجود مفصل کشویی با بار و اینرسی زیاد بین صفحه ثابت و متحرک سبب پایین آمدن راندمان این مکانیزم می‌شود. ربات با ساختار 6-PUS به علت قرارگرفتن عملگرهای فعال بر روی زمین، می‌تواند جایگزین مناسبی برای ربات استوارت باشد و در کاهش نیروها و همچنین هزینه آن بسیار موثر واقع شود. در این مقاله، تحلیل سینماتیک و دینامیک معکوس ربات 6-PUS با پیکربندی جامع با استفاده از روش نیوتن- اویلر ارائه شده است. صحت مدل تئوری دینامیک ربات با استفاده از نرم‌افزارهای تحلیل حرکت بررسی شده است. با حذف عبارات مربوط به جرم و اینرسی لینک‌های ربات، مدل دینامیک ساده شده ربات 6-PUS تهیه شده است. دقت مدل ساده شده به ازای نسبت‌های مختلف جرم و اینرسی بار به لینک، ارزیابی شده است. مدل ساده شده دینامیک به منظور بهبود راندمان محاسباتی حل دینامیک معکوس استفاده می‌شود.

Mass and inertia effect of the links on simplification of the 6-PUS robot dynamic equations for different payload ratio

Nader Nabavi[1], Alireza Akbarzadeh[1*], Javad Enferadi[2]

1- Center of Excellence on Soft Computing and Intelligent Information Processing, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
2- Mechanical Engineering Department, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran
* P.O.B. 9189954498 Mashhad, Iran, ali_akbarzadeh@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 March 2017
Accepted 01 May 2017
Available Online 30 May 2017

Keywords:
Simulators
Stewart robot
6-PUS robot
Inverse dynamic
Simplified dynamic model

ABSTRACT

Todays, parallel robots with six degrees of freedom are widely used in motion simulation industry. Spreading application of motion simulation for different means of transportation has led to advance training in a safe way with less time and equipment cost. Mostly, the 6-UPS structure Stewart parallel manipulator is used as motion simulator due to its large workspace, rigidity and load capacity. Since the massive moving actuated prismatic joint is located between fixed and moving platforms, the dynamic performance of the mechanism is not efficient. The robot with PUS structure can be a good alternative for UPS type as its actuators are fixed to the ground. This results in lowering of the overall robot cost, in addition to stiffness increase. In this paper the inverse kinematic and dynamic of a general 6-PUS robot is presented using Newton-Euler method. The theoretical dynamic model results are verified using motion analysis software. A simplified dynamic model is prepared eliminating links' inertial terms from dynamic equation. The accuracy of the model is evaluated for different link to payload mass properties ratio. The simplified dynamic model is used to improve the computational efficiency of the inverse dynamics.

1- مقدمه

ربات‌های موازی در بسیاری از زمینه‌های مهندسی و کاربردهای صنعتی نظیر ماشین‌ابزار، شبیه‌ساز پرواز، شبیه‌ساز زلزله و تجهیزات پزشکی به صورت چشمگیری مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای ربات‌های موازی استفاده آن‌ها در شبیه‌سازها است. نقش انکارناپذیر ربات‌های شبیه‌ساز در آموزش‌هایی که اقدام به آن در فضای واقعی مخاطره‌آمیز است، باعث بهره‌وری آموزشی به لحاظ کیفی شده است. شبیه‌سازها می‌توانند با هزینه‌های بسیار پایین‌تر از هزینه‌های آموزش در محیط واقعی؛ محیطی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

N. Nabavi, A. Akbarzadeh, J. Enferadi, Mass and inertia effect of the links on simplification of the 6-PUS robot dynamic equations for different payload ratio, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 108-116, 2017 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

بسیار شبیه به واقعیت را برای آموزش آماده کنند.

در بین تمامی ربات‌های موازی شبیه‌ساز، ربات‌ها با شش درجه آزادی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند. ساختارها و پیکربندی‌های گوناگونی برای ربات‌های موازی شش درجه آزادی وجود دارد [1]. از جمله معروف‌ترین ربات‌های شش درجه آزادی که برای نخستین بار برای شبیه‌سازی حرکت مورد استفاده قرار گرفت، ربات استوارت[1] می‌باشد. این ربات که ساختار UPS (یونیورسال- کشویی- کروی) دارد به دلیل صلبیت بالا، بزرگ بودن فضای کاری و قابلیت حمل بار بالا به طور گسترده در بسیاری از کاربردها استفاده می‌شود. ربات مشهور استوارت به دلیل آن‌که عملگر آن در وسط زنجیره سینماتیکی قرار دارد مشکلاتی را برای شبیه‌سازها ایجاد می‌کند. یکی از این مشکلات، اینرسی و بار زیاد مفصل کشویی فعال است که خود با ربات حرکت می‌کند. از طرفی ساخت زنجیره سینماتیکی این ربات، به علت پیچیدگی با هزینه‌های اضافی همراه خواهد بود.

با توجه به معایب ربات مشهور استوارت، شناسایی ساختار دیگری از ربات‌های شش درجه آزادی که بتواند همان کارآیی ربات استوارت را داشته باشد امری ضروری به نظر می‌رسد. در بین تمامی ساختارهای شش درجه آزادی می‌توان به ساختار PUS (کشویی- یونیورسال- کروی) اشاره کرد که از یک طرف به ساختار استوارت بسیار نزدیک است و از طرفی دیگر عملگر فعال در این ساختار پیشنهادی نیز مفصل کشویی می‌باشد. از آن‌جایی که مفصل کشویی فعال در اولین مکان از زنجیره سینماتیکی می‌باشد، این بدان معنی است که عملگر کشویی فعال به زمین متصل است. ساخت چنین مکانیزمی بسیار ساده‌تر و از لحاظ هزینه مقرون به صرفه خواهد بود. از دیگر مزایای این ساختار می‌توان به پایین بودن مرکز جرم کل ربات و کاهش احتمال برخورد لینک‌ها اشاره کرد.

بر خلاف ربات استوارت، پیکربندی‌های مختلف ربات PUS-6 وجود دارد که تفاوت آن‌ها در راستای حرکتی لغزنده‌های آن می‌باشد. از نمونه‌ی اولیه چنین ساختاری می‌توان به اختراع مچ فعال INRIA اشاره کرد که در آن لغزنده‌های ربات به صورت عمودی قرار می‌گیرند [2]. مزیت این پیکربندی می‌تواند حرکت انتقالی خالص در راستای عمودی باشد که با توجه به دامنه حرکتی ریل‌های ربات می‌تواند گسترش یابد. ربات هگزاگلاید پیکربندی دیگری از ربات‌های PUS-6 است که در آن سه ریل حرکتی برای لغزنده‌ها وجود دارد که هر دو لغزنده بر روی یک ریل سوار می‌شوند [3-5]. در نمونه‌های دیگری، لغزنده‌های متحرک بر روی ریل‌های شیبداری قرار گرفته‌اند که نمونه آن را می‌توان در ماشین ابزار هگزا-ام مشاهده کرد [6]. پیکربندی‌های متفاوت ربات PUS-6 و PSS-6 برای شبیه‌سازی فرآیند جویدن غذا در [7] مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مقاله سعی شده است یک پیکربندی جامع از ربات PUS-6 تعریف شود که تمامی پیکربندی‌هایی که توسط محققین در گذشته طراحی شده است را شامل شود. به کمک این پیکربندی جامع و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان متناسب با هر نوع کاربردی یک پیکربندی منحصر به فرد برای ربات PUS-6 تعیین نمود. تحلیل سینماتیک و دینامیک ربات در قالب یک پیکربندی جامع امکان مقایسه پیکربندی‌های مختلف را فراهم می‌آورد.

در مقایسه با تحقیقات ارائه شده برای سینماتیک و دینامیک ربات UPS-6 مطالعات کمتری بر روی ربات PUS-6 انجام شده است. از جمله این مطالعات می‌توان به [8] اشاره کرد که در آن هر دو لغزنده‌ی متحرک بر روی یک ضلع مثلث صفحه پایه ربات PUS-6 سوار شده‌اند و تحلیل سینماتیک، فضای کاری و تکینگی انجام شده است. ژو و همکارش پس از تحلیل سینماتیک و آنالیز ژاکوبین یک ربات با ساختار PSS-6 به تحلیل دینامیک آن با استفاده از روش کار مجازی پرداخته‌اند [9]. آن‌ها در مقاله خود این ادعا را داشته‌اند که روش بکار رفته در حل دینامیک ربات نسبت به روش نیوتن- اویلر کارآمدتر است. روشی موثر تحت عنوان روش ترکیبی برای حل دینامیک مستقیم ربات PUS-6 پیشنهاد شده است [10]. با این روش مدل دینامیکی ربات مورد نظر به دو مدل دینامیکی صفحه متحرک و بازوهای ربات مجزا شده است. در پژوهش [11] معادلات دینامیک ربات PUS-6 از نوع هگزا- اسلاید به روش متعامد تکمیلی طبیعی[2] حل شده است. با استفاده از این روش معادلات دینامیک ربات بدون اینکه نیروها و گشتاورهای قیود و یا ضریب‌های لاگرانژ دخیل شده باشند، بدست می‌آید. روش دیگری تحت عنوان مومنتوم تعمیم یافته[3] برای حل دینامیک ربات PUS-6 در [12] استفاده شده است. ربات استفاده شده در این پژوهش دارای حرکتی در صفحه پایه خود می‌باشد. محققین در [13] توانسته‌اند با استفاده از کوپل نیرویی و قیدهای هندسی که در مفصل‌های غیر فعال وجود دارد روشی ساده برای حل دینامیک مستقیم ربات PUS-6 بکار برند که به فرم بسته معادلات دینامیک منجر می‌شود. به منظور بهینه کردن راندمان محاسباتی دینامیک ربات‌های موازی که ذاتاً معادلات پیچیده‌ای دارند رویکردهای متفاوتی وجود دارد. از جمله آن‌ها می‌توان به بدست آوردن فرم بسته معادلات دینامیک [14,13]، صرف نظر کردن اثرات جرم و اینرسی لینک‌های ربات در مقایسه با بار [16,15] و موازی کردن الگوریتم حل مسئله‌ی دینامیک [17] اشاره کرد. بدست آوردن فرم بسته معادلات دینامیک، راندمان حل مسئله دینامیک را خیلی بهبود نمی‌بخشد ولی در الگوریتم‌های کنترلی می‌توانی به خوبی نقش خود را نشان دهد. در صورتی که پیاده کردن الگوریتم‌های موازی سبب افزایش راندمان محاسباتی می‌شوند ولی این روش نیازمند سخت‌افزار و نرم‌افزارهای پیچیده است. یافتن اثر جرم و اینرسی لینک‌های ربات در حل دینامیک ربات می‌تواند موضوعی باشد که معادلات دینامیک را تا حدی ساده کند و در بهبود سرعت حل دینامیک ربات تاثیر بسزایی داشته باشد.

در این مقاله به بررسی کامل روابط تحلیلی سینماتیک و دینامیک ربات PUS-6 با پیکربندی جامع به روش نیوتن- اویلر ضمن در نظر گرفتن جرم و اینرسی تمامی قطعات متحرک پرداخته می‌شود. به جهت ایجاد سهولت در بررسی حرکت‌های مختلف ربات، قابلیت بازسازی نتایج یکسان با روابط تحلیلی به وسیله شبیه‌سازی فراهم آورده شده است. هدف این پژوهش بررسی دقت حل معادلات دینامیک ربات با صرف نظر کردن از اثر جرم و اینرسی لینک‌های ربات در مقایسه با بار سوار شده بر روی آن می‌باشد. در این راستا با معرفی مفهوم نسبت جرمی، آستانه مجاز برای اعمال ساده‌سازی معادلات بر مبنای خطای نسبی قابل قبول تعیین می‌شود. پارامترهای سینماتیکی و دینامیکی ربات UPS-6 مورد بررسی، بر اساس ربات استوارت ساخته شده در دانشگاه فردوسی مشهد در نظر گرفته شده‌اند که این ربات از جنبه‌های مختلف در شرایط بهینه قرار دارد.

2- ربات‌های موازی شبیه‌ساز با مفصل کشویی فعال

در شکل 1 نمونه‌ی صنعتی از ربات شش درجه آزادی با ساختار UPS-6 که برای شبیه‌ساز قطار شهری کاربرد دارد، آورده شده است. این ربات که توسط تیم رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد ساخته شده است به فام استوارت[4]

[1] Stewart manipulator

[2] Natural Orthogonal Complement (NOC)
[3] Generalized momentum
[4] FUM Stewart

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

مشهور است که از جنبه‌های مختلف در شرایط بهینه قرار دارد.

برای تعریف ساختار ربات 6-UPS چند پارامتر سینماتیکی مطابق شکل 2 در نظر گرفته شده است. این پارامترها عبارتند از: شعاع صفحه ثابت، r_b؛ شعاع صفحه متحرک، r_p؛ فاصله بین دو مفصل یونیورسال، d_b؛ فاصله بین دو مفصل کروی، d_p و ارتفاع ربات در موقعیت اولیه خود، Z_h.

ربات با ساختار 6-PUS را می‌توان نمونه‌ی دیگری از ربات شش درجه آزادی دانست که در شکل 3 آورده شده است. این ربات نیز از شش زنجیره‌ی سینماتیکی تشکیل شده است که هر زنجیره سینماتیکی از یک مفصل کشویی فعال و دو مفصل یونیورسال و کروی غیر فعال پشت سرهم ساخته شده است. شش لینک صلب و هم اندازه، صفحه متحرک ربات را به شش لغزنده متحرک ربات توسط مفصل‌های یونیورسال و کروی به هم متصل می‌کنند. از آن‌جایی که این ربات نیز دارای شش درجه آزادی است لذا شش سیستم انتقال قدرت به صورت مستقل باید برای آن در نظر گرفته شود. با موقعیت‌دهی مفصل‌های کشویی شش درجه آزادی خطی و دورانی صفحه متحرک ربات کنترل می‌شود.

در این مقاله هدف آن است که بین دو ساختار 6-UPS و 6-PUS چند پارامتر سینماتیکی ثابت در نظر گرفته شود تا بتوان مقایسه‌ای بین این دو

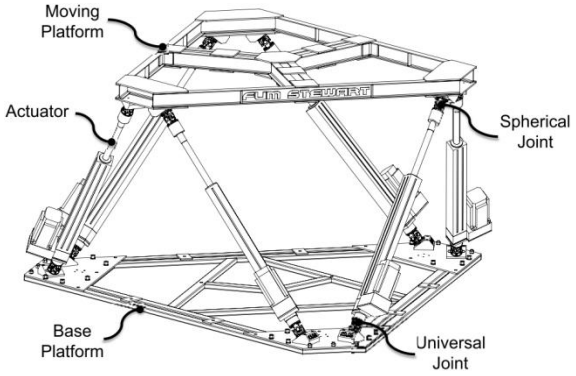

Fig. 1 The 6-UPS parallel robot (FUM Stewart)

شکل 1 ربات موازی 6-UPS (فام استوارت)

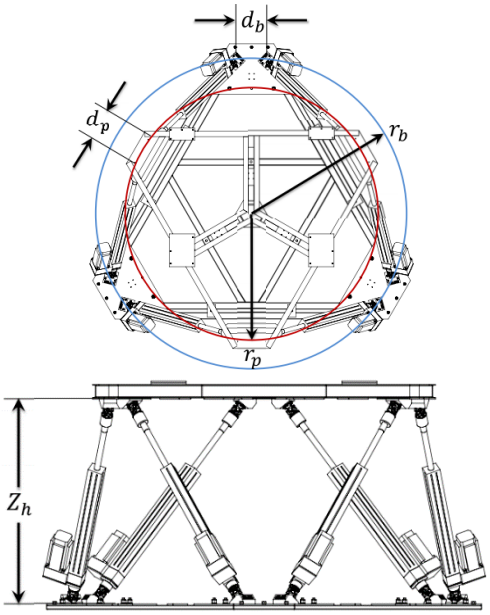

Fig. 2 Kinematics parameters of the 6-UPS parallel manipulator, (a) Top view, (b) Front view

شکل 2 پارامترهای سینماتیکی ربات موازی 6-UPS، a)) نمای بالا، (b) نمای جلو

ساختار از لحاظ شاخص‌های مختلف انجام داد. پارامترهای ثابت بین دو ربات طوری در نظر گرفته شده‌اند که باعث می‌شوند حجم اشغال شده توسط دو ربات یکسان باشد. لذا با در نظر گرفتن پنج پارامتر ذکر شده که در بالا به آن اشاره شد می‌توان ساختار اولیه ربات 6-PUS را نیز تعریف کرد. اما برای رسیدن به ساختار نهایی ربات 6-PUS باید موقعیت و راستای حرکتی لغزنده‌های متحرک در این ربات را نیز معرفی کرد. با توجه به شکل 4 نقاط A_1 تا A_6 در واقع همان شش ضلعی صفحه ثابت ربات 6-UPS را مشخص می‌کند. این شش ضلعی در تمامی ساختارهای ربات ثابت است و با دو پارامتر r_b و d_b تعیین می‌شود. راستای حرکتی لغزنده‌ها نسبت به این شش ضلعی با در نظر گرفتن دو زاویه‌ی β و γ می‌تواند بدست آید. سه پارامتر r_p، d_p و Z_h که برای ربات استوارت با ساختار 6-UPS تعریف شد دقیقاً برای ربات با

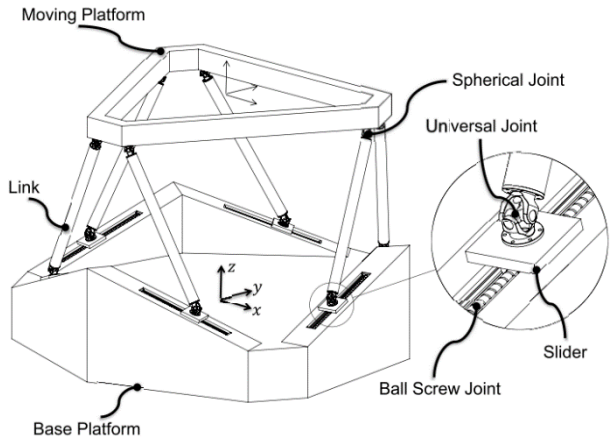

Fig. 3 The general 6-PUS parallel robot

شکل 3 ربات موازی 6-PUS با پیکربندی جامع

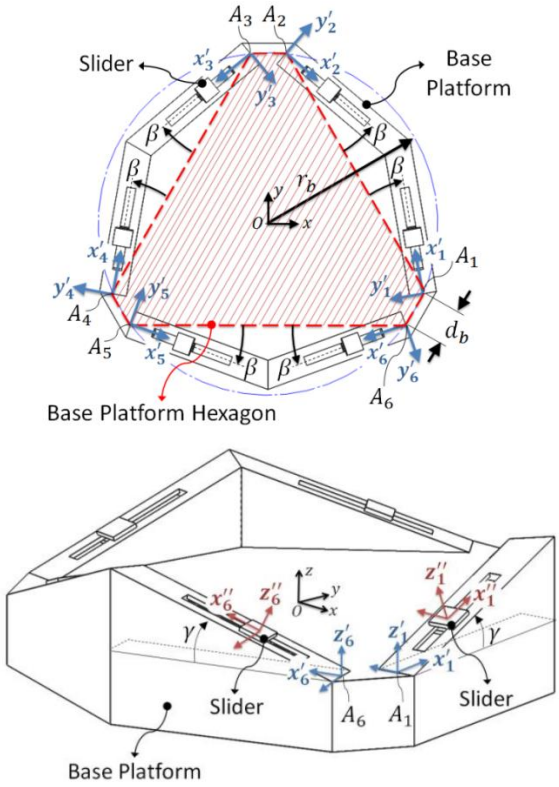

Fig. 4 Angles β and γ to define the direction of the linear guides

شکل 4 زاویه‌های β و γ برای تعریف ریل‌های حرکتی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

ساختار 6-PUS نیز یکسان است.

همانطور که در شکل 4 مشاهده شد پیکربندی که برای ربات 6-PUS در این مقاله در نظر گرفته شده است یک پیکربندی جامع و کلی از این نوع ربات می‌باشد که می‌تواند پیکربندی‌هایی که توسط محققان در گذشته طراحی شده است را ایجاد کند [1]. اخیرا شرکت تالس با طراحی پیکربندی مشابه شکل 4 ربات شبیه‌ساز آموزشی ساخته است که برای شبیه‌سازی هلی‌کوپتر استفاده می‌شود [18].

3- سینماتیک معکوس ربات

به منظور رسیدن به موقعیت‌های لغزنده‌ها با توجه به دانستن موقعیت صفحه متحرک حل سینماتیک معکوس لازم است. در شکل 5 یکی از زنجیره‌های حلقه سینماتیکی ربات نمایش داده شده است. دو دستگاه مختصات ثابت $B\{xy\square\}$ و متحرک $T\{uvw\}$ به ترتیب در نقاط O و C واقع شده‌اند. موقعیت مجری نهایی ربات نسبت به دستگاه ثابت با بردار $\vec{c}$ نشان داده شده است. بردار $\vec{p}_i$ فاصله بین نقاط A_i تا U_i را تعیین می‌کند که اندازه آن با p_i مشخص می‌شود.

لینک‌های صلب ربات نیز با بردار $\vec{l}_i$ که اندازه‌ای برابر با l دارد تعیین می‌شود. بردارهای یکه $\vec{e}_i$ و $\vec{n}_i$ نیز به ترتیب راستای بردارهای $\vec{p}_i$ و $\vec{l}_i$ را مشخص می‌کنند. با نوشتن یک رابطه برداری برای زنجیره سینماتیکی نشان داده شده می‌توان نوشت:

$$\vec{c} = \vec{a}_i + \vec{p}_i + \vec{l}_i - \mathcal{R}\vec{s}_i' \qquad (1)$$

که در آن $\vec{s}_i'$ بردار موقعیت مفاصل کروی نسبت به نقطه C که در دستگاه متحرک بیان می‌شود و $\mathcal{R}$ ماتریس دوران بین دستگاه ثابت $\{B\}$ و دستگاه متحرک $\{T\}$ می‌باشد. با تعریف بردار $\vec{\eta}_i = \vec{c} + \mathcal{R}\vec{s}_i' - \vec{a}_i$ و در نظر گرفتن $\vec{l}_i = l\vec{n}_i$ و $\vec{p}_i = p_i\vec{e}_i$، معادله‌ی (1) را می‌توان به صورت (2) بازنویسی کرد:

$$l\vec{n}_i = \vec{\eta}_i - p_i\vec{e}_i \qquad (2)$$

با ضرب داخلی طرفین معادله‌ی بالا در خودش، معادله درجه دومی از p_i حاصل می‌شود که با حل آن موقعیت هر لغزنده‌ی متحرک را می‌توان به صورت رابطه (3) بیان کرد.

$$p_i = \vec{e}_i \cdot \vec{n}_i \pm \sqrt{\Delta}; \qquad \Delta = (\vec{e}_i \cdot \vec{n}_i)^2 - (\vec{\eta}_i \cdot \vec{\eta}_i - l^2) \qquad (3)$$

مطابق معادله 3 برای هر لغزنده متحرک دو جواب وجود دارد که نتیجه می‌شود حل سینماتیک معکوس ربات 6-PUS دارای 64 جواب می‌باشد.

4- تحلیل ژاکوبین ربات

همواره بین سرعت عملگرهای یک ربات در فضای مفاصل و موقعیت مجری نهایی ربات در فضای کارتزین نگاشتی وجود دارد. این نگاشت که به ماتریس ژاکوبین[1] معروف است سرعت عملگرهای ربات را به سرعت مجری نهایی در فضای دکارتی مرتبط می‌سازد.

4-1- تحلیل سرعت

با در نظر گرفتن معادله (1) و گرفتن مشتق زمانی از آن می‌توان نوشت:

$$\dot{\vec{c}} = \dot{p}_i\vec{e}_i + l(\vec{\omega}_i \times \vec{n}_i) - \vec{\Omega} \times \mathcal{R}\vec{s}_i' \qquad (4)$$

که در آن $\vec{\Omega}$ سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک و $\vec{\omega}_i$ سرعت زاویه‌ای لینک iام ربات می‌باشد. با در نظر گرفتن ماتریس‌های $\dot{P} = [\dot{p}_1 \quad \cdots \quad \dot{p}_6]^{\mathrm{T}}$ و $\dot{\mathbb{C}} = [\dot{X}_C \quad \dot{Y}_C \quad \dot{Z}_C \quad \Omega_x \quad \Omega_y \quad \Omega_z]^{\mathrm{T}}$ که در واقع به ترتیب سرعت محرک‌های خطی و سرعت مجری نهایی می‌باشند رابطه ژاکوبین برای ربات

[1] Jacobian matrix

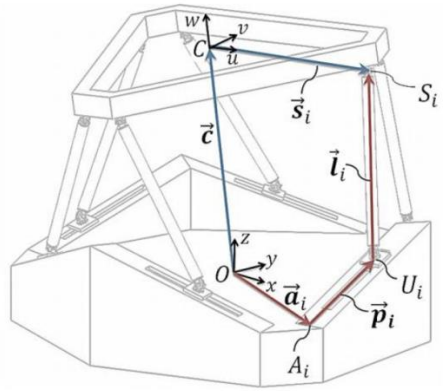

Fig. 5 A closed kinematic chain of a general 6-PUS parallel robot

شکل 5 زنجیره سینماتیک بسته ربات موازی 6-PUS

6-PUS را می‌توان به صورت معادله (5) بیان کرد:

$$J_{\mathrm{inv}}\dot{P} = J_{\mathrm{dir}}\dot{\mathbb{C}} \qquad (5)$$

که در آن:

$$J_{\mathrm{inv}} = \left[\mathrm{diag}\left((\vec{e}_1 \cdot \vec{n}_1), \ldots, (\vec{e}_6 \cdot \vec{n}_6)\right)\right]_{6\times 6} \qquad (6)$$

$$J_{\mathrm{dir}} = \begin{bmatrix} \vec{n}_1^{\mathrm{T}} & (\mathcal{R}\vec{s}_1' \times \vec{n}_1)^{\mathrm{T}} \\ \vdots & \\ \vec{n}_6^{\mathrm{T}} & (\mathcal{R}\vec{s}_6' \times \vec{n}_6)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}_{6\times 6} \qquad (7)$$

لذا می‌توان سرعت محرک‌های خطی را بر حسب سرعت مجری نهایی با ماتریس ژاکوبین J به صورت رابطه (8) نمایش داد:

$$\dot{P} = J\dot{\mathbb{C}}; \qquad J = J_{\mathrm{inv}}^{-1}J_{\mathrm{dir}} \qquad (8)$$

اگر مختصات عمومی در نظر گرفته شده برای مجری نهایی به صورت $T_C = [X_C \quad Y_C \quad Z_C \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^{\mathrm{T}}$ در نظر گرفته شود می‌توان با استفاده از زوایای اویلر سرعت محرک‌های خطی را بر حسب مختصات عمومی تعمیم یافته به صورت رابطه (9) بیان کرد:

$$\dot{P} = J_T\dot{T}_C; \quad J_T = JJ' \qquad (9)$$

که ماتریس J' رابطه بین سرعت مجری نهایی با سرعت مختصات عمومی در نظر گرفته شده را بیان می‌کند:

$$J' = \begin{bmatrix} \mathrm{I}_{3\times 3} & 0_{3\times 3} \\ & \begin{matrix} \cos\psi\cos\theta & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\psi & 0 \\ -\sin\theta & 0 & 1 \end{matrix} \end{bmatrix}_{6\times 6} \qquad (10)$$

4-2- تحلیل شتاب

با مشتق گرفتن از معادله (4) می‌توان رابطه‌ی شتاب بین فضای مفاصل و فضای کارتزین را بدست آورد. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\ddot{\vec{c}} = \ddot{p}_i\vec{e}_i + l(\vec{\alpha}_i \times \vec{n}_i) + l\left(\vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{n}_i)\right)$$
$$-\vec{\mathrm{A}} \times \mathcal{R}\vec{s}_i' - \vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \mathcal{R}\vec{s}_i'\right) \qquad (11)$$

که در آن $\vec{\alpha}_i$ شتاب زاویه‌ای لینک iام ربات و $\vec{\mathrm{A}}$ شتاب زاویه‌ای صفحه متحرک ربات می‌باشد. برای بدست آوردن شتاب لغزنده‌های خطی، $\ddot{p}_i$؛ با مشتق گرفتن از معادله (9) می‌توان رابطه‌ی شتاب بین فضای مفاصل و فضای کارتزین را به صورت رابطه (12) بدست آورد:

$$\ddot{P} = \dot{J}_T\dot{T}_C + J_T\ddot{T}_C; \quad \dot{J}_T = \frac{d}{dt}(J)J' + J\frac{d}{dt}(J') \qquad (12)$$

با استفاده از معادلات 9 و 12 می‌توان گفت با داشتن سرعت و شتاب مختصه‌های تعمیم یافته T_C که مربوط به مجری نهایی ربات است، سرعت و شتاب محرک‌های خطی بدست می‌آید.

4-3- تحلیل سرعت و شتاب لینک‌های ربات

در شکل 6 محورهای دوران مفصل‌های یونیورسال مشخص شده است. لینک

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

ربات با استفاده از مفصل یونیورسال به لغزنده متحرک متصل است. مفصل یونیورسال دو محور دوران $\vec{x}_i$ و $\vec{y}_i$ دارد. محور دوران $\vec{x}_i$ متصل به لغزنده‌ی متحرک است و هیچ دورانی ندارد ولی راستای محور $\vec{y}_i$ با دوران لینک تغییر می‌کند. با دانستن راستای لینک‌های ربات، $\vec{n}_i$؛ در هر لحظه می‌توان راستای محور $\vec{y}_i$ را مشخص کرد. لینک ربات حول محورهای $\vec{x}_i$ و $\vec{y}_i$ دوران می‌کند و حول محور $\vec{z}_i$ که عمود بر دو محور دوران مفصل یونیورسال می‌باشد نمی‌تواند چرخش کند. در نتیجه با توجه به شکل 6 سرعت و شتاب زاویه‌ای لینک iام ربات برابر است با:

$$\vec{\omega}_i = \omega_{x_i}\vec{x}_i + \omega_{y_i}\vec{y}_i \quad (13)$$

$$\vec{\alpha}_i = \alpha_{x_i}\vec{x}_i + \alpha_{y_i}\vec{y}_i + \omega_{x_i}\omega_{y_i}\vec{z}_i \quad (14)$$

هر یک از مقادیر سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای لینک‌های ربات حول محورهای $\vec{x}_i$ و $\vec{y}_i$ در پیوست الف با جزییات بیشتر آورده شده است.

5- دینامیک معکوس ربات

به منظور حل دینامیک معکوس ربات، یکی از لینک‌های ربات با لغزنده‌ی متناظر با آن مطابق شکل 7 در نظر گرفته می‌شود. در مفصل کروی دو نیروی محوری $\vec{F}_{S_i}^a$ و عمودی $\vec{F}_{S_i}^n$ ایجاد می‌شود؛ از طرف زمین نیز دو نیروی عمود بر راستای حرکتی شیار $\vec{F}_{b_{1i}}$ و $\vec{F}_{b_{2i}}$ به لغزنده‌ی متحرک وارد می‌شود.

اگر نیروی اعمالی از طرف لغزنده‌ی iام به صورت $\vec{F}_{p_i} = f_i\vec{e}_i$ در نظر گرفته شود، با نوشتن معادله نیوتن برای دیاگرام آزاد شکل 7 مقدار هر کدام از نیروهای لغزنده‌ها برابر است با:

$$f_i = \left[m_l(\vec{a}_{G_i} - \vec{G}) + m_s(\ddot{p}_i\vec{e}_i - \vec{G}) - \vec{F}_{S_i}^a - \vec{F}_{S_i}^n\right]\cdot\vec{e}_i \quad (15)$$

که در آن $\vec{a}_{G_i}$ شتاب مرکز جرم لینک iام ربات، m_l و m_s به ترتیب جرم هر یک از لینک‌ها و لغزنده‌های متحرک ربات و بردار $\vec{G}$ در واقع بردار شتاب گرانش و برابر با $[0 \quad 0 \quad -g]^{\mathrm{T}}$ در نظر گرفته شده است. به منظور محاسبه‌ی نیرو در مفصل کروی، لغزنده‌ی متحرک ربات را از مفصل یونیورسال جدا کرده و با رسم دیاگرام آزاد برای لینک مورد نظر می‌توان مقدار نیروی عمودی مفصل کروی را بدست آورد.

با نوشتن معادلات اویلر حول مفصل یونیورسال به صورت زیر مقادیر گشتاور مفصل یونیورسال و مقدار نیروی عمودی در مفصل کروی بدست خواهند آمد.

$$\sum\vec{M} + \sum\vec{r}\times\vec{F} = \vec{r}\times m\vec{a}_G + \bar{\bar{I}}_G\vec{\alpha} + \vec{\omega}\times\bar{\bar{I}}_G\vec{\omega}$$
$$\Rightarrow \vec{M}_{u_i} + r_G\vec{n}_i\times m_l\vec{G} + l\vec{n}_i\times\vec{F}_{S_i}^n = r_G\vec{n}_i\times m_l\vec{a}_{G_i} + \bar{I}_l\vec{\alpha}_i + \vec{\omega}_i\times\bar{I}_l\vec{\omega}_i \quad (16)$$

که در آن r_G فاصله بین موقعیت مرکز جرم لینک‌های ربات نسبت به مرکز دوران یونیورسال، $\vec{M}_{u_i}$ ممان عکس‌العمل مفصل یونیورسال iام ربات و $\bar{I}_l$ ماتریس اینرسی لینک‌های ربات نسبت به دستگاه‌های اصلی در مرکز جرم لینک می‌باشد. در پیوست ب چگونگی محاسبات مقادیر $\vec{M}_{u_i}$ و $\vec{F}_{S_i}^n$ با

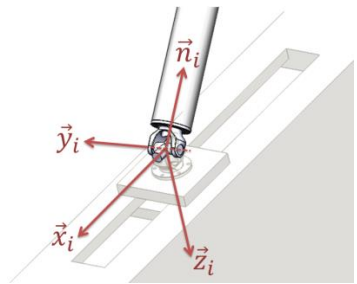

Fig. 6 Axes defined for the universal joint

شکل 6 محورهای تعریف شده برای مفصل یونیورسال

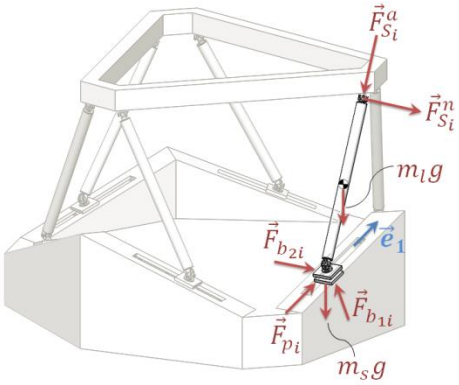

Fig. 7 Free body diagram of the i[th] kinematic chain

شکل 7 دیاگرام آزاد iامین زنجیره‌ی سینماتیکی

جزییات بیشتر آورده شده است.

صفحه‌ی متحرک ربات نیز می‌تواند بر روی خود باری را تحمل کند. مرکز جرم صفحه متحرک و بار بر روی آن در نقطه P همانند شکل 8 نشان داده شده است. بردار موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک و بار نسبت به مبدأ دستگاه متحرک با بردار $\vec{r}_P$ مشخص می‌شود. با اعمال نیرو و ممان خارجی در این نقطه دیاگرام آزاد صفحه‌ی متحرک رسم می‌شود.

در شکل 8 نیروهای محوری لینک‌های ربات، $\vec{F}_{S_i}^a$؛ مجهول هستند. با نوشتن معادلات نیوتن و اویلر نسبت به مبدأ دستگاه متحرک می‌توان نوشت:

$$M_P\vec{G} - \sum_{i=1}^{6}\vec{F}_{S_i}^a - \sum_{i=1}^{6}\vec{F}_{S_i}^n + \vec{F}_{ext} = M_P\vec{a}_P \quad (17)$$

$$\vec{r}_P\times M_P\vec{G} - \sum_{i=1}^{6}\left(\mathcal{R}\vec{s}_i'\times\vec{F}_{S_i}^a\right) - \sum_{i=1}^{6}\left(\mathcal{R}\vec{s}_i'\times\vec{F}_{S_i}^n\right) + \vec{M}_{\mathrm{ext}} + \vec{r}_P\times\vec{F}_{\mathrm{ext}} = \bar{I}_P\vec{\mathrm{A}} + \vec{\Omega}\times\bar{I}_P\vec{\Omega} + M_P\vec{r}_P\times\vec{a}_P \quad (18)$$

که در آن M_P و $\bar{I}_P$ به ترتیب جرم و ممان اینرسی صفحه متحرک به همراه بار بر روی آن، $\vec{F}_{\mathrm{ext}}$ و $\vec{M}_{\mathrm{ext}}$ به ترتیب نیروی خارجی و ممان خارجی اعمالی وارد بر نقطه‌ی P و $\vec{a}_P$ شتاب در این نقطه است.

با ساده‌سازی معادلات (17) و (18) و نوشتن آن‌ها به فرم ماتریسی، می‌توان روابط (19) را نوشت:

$$J_{\mathrm{dir}}^{\mathrm{T}}F_s^a = H; \quad F_s^a = [f_{S_1}^a \quad \dots \quad f_{S_6}^a]^{\mathrm{T}} \quad (19)$$

که در آن $f_{S_i}^a$ اندازه بردار $\vec{F}_{S_i}^a$ می‌باشد. ماتریس H که از سینماتیک معکوس ربات بدست می‌آید به شکل رابطه (20) می‌باشد:

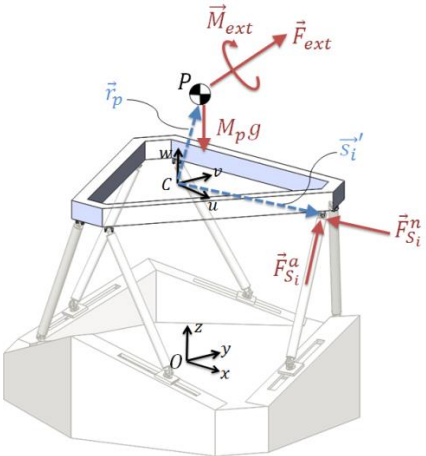

Fig. 8 Free body diagram of the moving platform

شکل 8 دیاگرام آزاد صفحه متحرک ربات

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

$$H = \begin{bmatrix} M_P(\vec{G}-\vec{a}_p) - \sum_{i=1}^{6}\vec{F}_{S_i}^{n} + \vec{F}_{\text{ext}} \\ M_P\vec{r}_p \times (\vec{G}-\vec{a}_p) - I\vec{\mathrm{A}} - \vec{\Omega}\times I\vec{\Omega} - \sum_{i=1}^{6}\left(\mathcal{R}\vec{s}_i' \times \vec{F}_{S_i}^{n}\right) + \vec{M}_{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

با محاسبه مقادیر نیروی محوری و نیروی عمودی برای هر شاخه‌ی ربات و جایگذاری در معادله (15) می‌توان مقادیر نیروی اعمالی از طرف هر لغزنده را محاسبه کرد.

6- شبیه‌سازی و نتایج

طراحی مسیر نقش مؤثری را در زمینه‌های مختلف کاربردی و تحقیقاتی ایفا می‌کند که از جمله‌ی آن می‌توان به طراحی مسیر حرکتی در زمینه‌ی ربات‌های شبیه‌ساز اشاره کرد. با توجه به کاربرد ربات‌های شبیه‌ساز بسیاری از پژوهشگران از مسیرهای خطی و دورانی در یکی از راستاهای درجات آزادی ربات برای مجری نهایی استفاده می‌کنند. از آن‌جایی که ربات باید بتواند ماکزیمم سرعت و شتاب‌های درخواستی را به کاربر القا کند، مسیر طراحی شده بر این اساس بدست می‌آید. بدین صورت که به عنوان مثال مجری نهایی ربات از موقعیت اولیه خود و در حالت سکون با شتاب افزاینده به حرکت درمی‌آید، حرکت آن به نرمی با سرعت ثابت ادامه می‌یابد و در نهایت با شتاب کاهنده به حالت سکون و در جای اولیه خود قرار می‌گیرد. در جدول 1 مقادیر ماکزیمم موقعیت، سرعت و شتاب که از طرف مشتری برای مسیر ربات در نظر گرفته شده است آورده شده است. بر اساس این مقادیر ربات فام استوارت در دانشگاه فردوسی مشهد طراحی شده است. در این‌جا نیز هدف آن است که ربات 6-PUS نیز بر اساس این ورودی‌ها تحلیل شود.

برای بررسی صحت معادلات بدست آمده از دینامیک معکوس، مسیر در راستای X برای مجری نهایی در نظر گرفته شده است. مسیر طراحی شده طوری است که مجری نهایی ربات به ماکزیمم مقادیر سرعت و شتاب خواسته شده که در جدول 1 آورده شده است، خواهد رسید. در شکل 9 موقعیت، سرعت و شتاب مسیر طراحی شده برای مجری نهایی ربات در راستای حرکتی محور X آورده شده است.

در جدول‌های 2 و 3 ابعاد هندسی ربات، مشخصات جرم و ممان اینرسی‌های قطعات ربات آورده شده است. لازم به ذکر است که ابعاد اولیه ربات در واقع همان پارامترهای منظور شده برای ربات فام استوارت می‌باشد.

با در نظر گرفتن مسیر در راستای X و مشخصات سینماتیکی و دینامیکی که در جدول‌های 2 و 3 آورده شده است، ربات انتخابی در نرم‌افزار آدامز مدلسازی گردید. در مدلسازی صورت گرفته مقدار نیرو و ممان خارجی

جدول 1 مشخصات مسیر تعریف شده برای مجری نهایی ربات

Table 1 Specification of trajectory for end-effector

نوع حرکت	حرکت	ماکزیمم موقعیت	ماکزیمم سرعت	ماکزیمم شتاب
حرکت‌های خطی	راستای x	± 0.35 m	0.6 m/s	4 m/s^2
	راستای y	± 0.35 m	0.6 m/s	4 m/s^2
	راستای z	± 0.35 m	0.5 m/s	3.4 m/s^2
حرکت‌های دورانی	دوران حول x	$\pm 16^\circ$	25 °/s	200 °/s^2
	دوران حول y	$\pm 15^\circ$	25 °/s	200 °/s^2
	دوران حول z	$\pm 25^\circ$	32 °/s	220 °/s^2

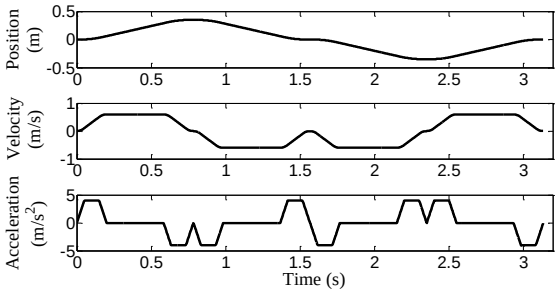

Fig. 9 Position, Velocity and acceleration of the End-Effector along X axis

شکل 9 موقعیت، سرعت و شتاب مجری نهایی ربات در راستای محور X

جدول 2 پارامترهای هندسی ربات 6-PUS

Table 2 Geometry parameters of the 6-PUS robot

اجزای ربات	نماد	مقدار
صفحه متحرک	$\vec{r}_p$	$[0, 0, 0.16]^{\mathrm{T}}$ (m)
لینک	l	1.92 (m)
	$\vec{r}_G$	0.08 (m)
لغزنده	β	27 (°)
	γ	30 (°)
	p_0	0.4 (m)

جدول 3 مشخصات جرم و اینرسی اجزای ربات 6-PUS

Table 3 Mass and inertia of the 6-PUS robot

اجزای ربات	نماد	مقدار
صفحه متحرک	m_p	200 (kg)
	I_p	$\begin{bmatrix} 147 & 0 & 0 \\ 0 & 147 & 0 \\ 0 & 0 & 292 \end{bmatrix}$ (kgm^2)
لینک	m_l	20 (kg)
	I_a	0.025 (kgm^2)
	I_n	5.5 (kgm^2)
لغزنده	m_s	10 (kg)

اعمالی به مجری نهایی ربات صفر در نظر گرفته شده است. به عنوان نمونه نیروی لغزنده شماره دو ربات با توجه به مسیر تعریف شده در شکل 10 آورده شده است. مشاهده می‌شود نتایج حل تحلیلی در نرم‌افزار متلب و همچنین شبیه‌سازی در نرم‌افزار آدامز به خوبی بر روی هم منطبق شده‌اند.

7- بررسی اثر جرم و ممان اینرسی لینک‌ها در دینامیک ربات 6-PUS

برخلاف ربات‌های سری، دینامیک ربات‌های موازی از پیچیدگی‌های ذاتی برخوردار است. همین علت می‌تواند حل مسئله‌ی دینامیک معکوس ربات 6-PUS را زمان‌بر کند که این امر در کنترل ربات‌ها می‌تواند دچار مشکل

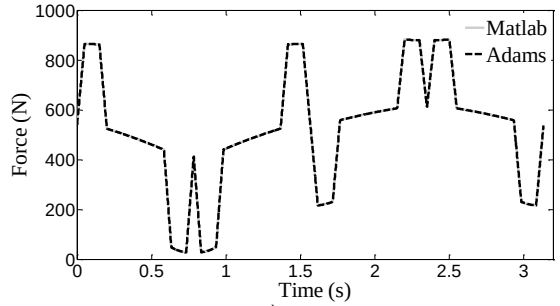

Fig. 10 The required force of 2nd slider for X trajectory

شکل 10 نیروی لازم لغزنده‌ی دوم برای مسیر در راستای X

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

شود. برای افزایش راندمان محاسباتی دینامیک معکوس ربات‌های موازی رویکردهای متفاوتی وجود دارد که یکی از این رویکردها می‌تواند ساده‌سازی معادلات دینامیک باشد [16,15]. برای ساده‌سازی معادلات دینامیک ربات 6-PUS، با حذف عبارات شامل جرم و اینرسی لینک‌ها، معادله 16 حذف خواهد شد چرا که مقادیر $\vec{F}_{S_i}^{n}$ و $\vec{M}_{u_i}$ در محاسبات دینامیک ربات برابر صفر هستند. به منظور بررسی میزان اثرگذاری ساده‌سازی معادلات دینامیک، دو حالت مختلف از ربات با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در این دو حالت با حفظ پارامترهای سینماتیکی، از بارهای متفاوتی استفاده شده است. در شکل 11 برای این دو حالت مختلف نتایج یکی از عملگرهای ربات به ازای مسیر رول آورده شده است. مشاهده می‌شود در حالتی‌که بار سنگین‌تری روی ربات قرار دارد، معادلات ساده‌سازی شده به حل دینامیک ربات بسیار نزدیک هستند. بر این مبنا نسبت جرم بار سوار شده بر روی ربات به مجموع جرم لینک‌های آن تحت عنوان مفهومی به نام نسبت جرمی معرفی می‌شود.

از مقایسه‌ای که برای دو نسبت جرمی مختلف انجام شد، نتیجه می‌شود ساده‌سازی معادلات دینامیک بایستی با توجه به نسبت جرمی انجام پذیرد. جهت مقایسه حالات مختلف به صورت کمی از خطای نسبی استفاده می‌شود. اگر حل دینامیک ربات با در نظر گرفتن جرم و اینرسی تمامی اجزای متحرک به عنوان مدلسازی دقیق[1] و بدون در نظر گرفتن جرم و اینرسی لینک‌های ربات مدلسازی تخمینی[2] در نظر گرفته شود خطای نسبی برای نیروی عملگر iام به ازای مسیر jام را می‌توان به صورت معادله (21) بیان کرد.

$$E\langle F_i,j\rangle=\sum_{k}\frac{\left|F_{i,j}^{\text{exact}}-F_{i,j}^{\text{approx}}\right|_k}{\max\left(\left|F_{i,j}^{\text{exact}}\right|,\left|F_{i,j}^{\text{approx}}\right|\right)_k};\quad \begin{matrix} i=1,2,\dots,6 \\ j=\text{Surge, Sway, Heave, Roll, Pitch, Yaw}\end{matrix} \tag{21}$$

که در آن $|.|_k$ مقدار قدر مطلق تفاضل دو نیروی دقیق و تخمینی و $\max(.)_k$ ماکزیمم عبارت را برای مرحله kام در شبیه‌سازی مورد نظر بدست می‌آورد.

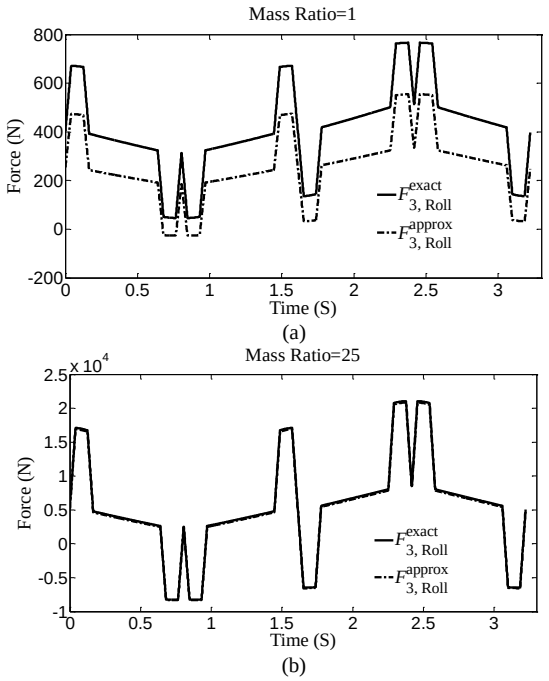

Fig. 11 Comparing exact and approximate modeling of the dynamic for different mass ratio

شکل 11 مقایسه حل دقیق و تخمینی دینامیک ربات برای نسبت جرمی‌های مختلف

به منظور فرموله کردن نحوه محاسبه بار و اینرسی در نسبت جرمی‌های مختلف، ربات 6-PUS با بار مکعبی به صورت شکل 12 در نظر گرفته شده است. در این بررسی شرایطی برای نسبت جرمی‌های مختلف در نظر گرفته شده‌اند که عبارتند از: الف) مجموع جرم لینک‌های ربات ثابت می‌باشد، ب) چگالی بار ربات ثابت می‌باشد و پ) اینرسی بار با توجه به جرم و چگالی در نظر گرفته شده بر اساس شکل هندسی مکعبی آن بدست می‌آید.

با در نظر گرفتن شرایط فوق برای نسبت جرمی‌های مختلف می‌توان آستانه‌ی مجاز برای ساده کردن معادلات دینامیک با حذف جرم و اینرسی لینک‌های ربات پیدا کرد. برای این منظور با آزمایش چند حالت محدود، خطای نسبی معادلات ساده شده برای طیف گسترده‌ای از نسبت جرمی‌های مختلف بررسی می‌شود. شکل 13 نمودار درصد میانگین خطای نسبی بر حسب نسبت جرمی‌های مختلف ربات را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش نسبت جرمی، درصد میانگین خطا به طور چشمگیری کاهش پیدا می‌کند. به کمک این نمودار می‌توان به ازای نسبت جرمی مشخص میزان خطای نسبی را تعیین کرد. معادلات دینامیک ساده‌سازی شده، با کاهش زمان محاسبات نقش مهمی در کنترل بلادرنگ ربات ایفا می‌کند.

8- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای امکان‌سنجی قابلیت صرف نظر از جرم و اینرسی لینک‌های ربات 6-PUS با حفظ دقت حل معادلات دینامیک ربات در حد مطلوب ارائه شده است. ربات 6-PUS مورد نظر که می‌تواند یک جایگزین مناسب برای ربات شبیه‌ساز استوارت باشد با پیکربندی جامعی معرفی شده

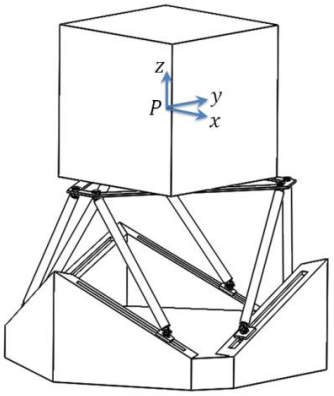

Fig. 12 A general 6-PUS robot with the payload

شکل 12 ربات 6-PUS با پیکربندی جامع به همراه بار سوار شده بر روی آن

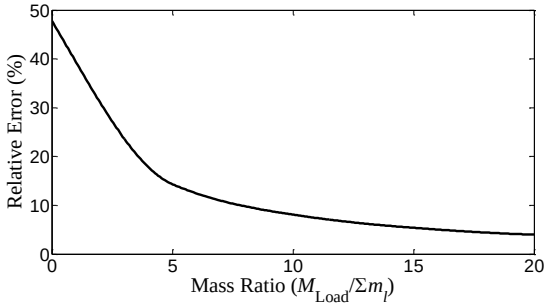

Fig. 13 Relative error variation with respect to mass ratio

شکل 13 تغییرات خطای نسبی بر حسب نسبت جرمی

[1] Exact modeling
[2] Approximate modeling

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

است. حل سینماتیک و دینامیک این پیکربندی جامع می‌تواند نقش مهمی در انتخاب ربات مطلوب بر اساس شاخص‌های مختلف بهینه‌سازی ایفا کند. در این راستا معادلات دینامیک ربات با در نظر گرفتن جرم و اینرسی تمامی قطعات آن به روش نیوتن-اویلر استخراج شده است. سپس تاثیر جرم و اینرسی لینک‌های ربات به ازای نسبت جرمی‌های مختلف بررسی شده است. مشاهده گردید به ازای نسبت جرمی بزرگتر از ده خطای نسبی بین معادلات ساده شده و حل دقیق ربات به کمتر از ده درصد می‌رسد. این ساده‌سازی در سرعت بخشیدن و سادگی معادلات دینامیک بسیار موثر خواهد بود بطوریکه می‌تواند به عنوان اطلاعات مفیدی برای بحث عدم قطعیت در کنترل مقاوم ربات‌ها در نظر گرفته شود.

9- پیوست الف

در این بخش به تشریح معادلات سرعت و شتاب زاویه‌ای لینک‌های ربات 6-PUS پرداخته می‌شود. با توجه به شکل 6 مشاهده می‌شود محور دوران اول مفصل یونیورسال، $\vec{x}_i$؛ هیچ‌گونه دورانی هنگام حرکت ربات انجام نمی‌دهد. با داشتن راستای یکه‌ی این محور و همچنین بردار یکه‌ی لینک ربات در هر لحظه بردار یکه‌ی $\vec{y}_i$ را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\vec{y}_i = \frac{\vec{x}_i \times \vec{n}_i}{|\vec{x}_i \times \vec{n}_i|} \tag{22}$$

بردار یکه‌ی $\vec{z}_i$ نیز که عمود بر دو محور دوران مفصل‌های یونیورسال می‌باشد از ضرب خارجی دو بردار $\vec{x}_i$ و $\vec{y}_i$ به صورت $\vec{z}_i = \vec{x}_i \times \vec{y}_i$ بدست می‌آید.

با ضرب داخلی طرفین معادله (4) در بردار $\vec{x}_i$ و $\vec{y}_i$ به طور جداگانه، به ترتیب مقادیر سرعت زاویه‌ای لینک ربات حول محورهای دوران مفصل یونیورسال به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\omega_{x_i} = \frac{-1}{l(\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i)}\left(\vec{y}_i \cdot \left(\dot{\vec{s}}_i - \dot{p}_i \vec{e}_i\right)\right) \tag{23}$$

$$\omega_{y_i} = \frac{1}{l(\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i)}\left(\vec{x}_i \cdot \left(\dot{\vec{s}}_i - \dot{p}_i \vec{e}_i\right)\right) \tag{24}$$

به همین ترتیب اگر معادله (11) را در نظر گرفته و جداگانه طرفین آن در بردارهای $\vec{x}_i$ و $\vec{y}_i$ ضرب داخلی شود، مقادیر شتاب زاویه‌ای لینک ربات حول محورهای دوران یونیورسال بدست می‌آید که برابر است با:

$$\alpha_{x_i} = \frac{-1}{l(\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i)}\left\{\vec{y}_i \cdot \left(\ddot{\vec{s}}_i - \ddot{p}_i \vec{e}_i - l\left(\vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{n}_i)\right)\right)\right\} + \frac{\omega_{x_i}\omega_{y_i}}{\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i}(\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i) \tag{25}$$

$$\alpha_{y_i} = \frac{1}{l(\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i)}\left\{\vec{x}_i \cdot \left(\ddot{\vec{s}}_i - \ddot{p}_i \vec{e}_i - l\left(\vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{n}_i)\right)\right)\right\} \tag{26}$$

10- پیوست ب

معادله‌ی (16) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$l\vec{n}_i \times \vec{F}_{S_i}^n + \vec{M}_{u_i} = \vec{N}_i \tag{27}$$

که در آن:

$$\vec{N}_i = -r_G \vec{n}_i \times m_l \vec{G} + r_G \vec{n}_i \times m_l \vec{a}_{G_i} + \bar{I}_l \vec{\alpha}_i + \vec{\omega}_i \times \bar{I}_l \vec{\omega}_i \tag{28}$$

با ضرب خارجی طرفین معادله (28) به طور جداگانه در بردار $\vec{n}_i$، به ترتیب مقادیر ممان عکس‌العمل مفصل یونیورسال و همچنین نیروی عمودی در مفصل کروی به صورت روابط (30,29) بدست خواهند آمد:

$$\vec{M}_{u_i} = \frac{\vec{N}_i \cdot \vec{n}_i}{\vec{n}_i \cdot \vec{z}_i}\vec{z}_i \tag{29}$$

$$\vec{F}_{S_i}^n = \frac{\left(N_i - \vec{M}_{u_i}\right) \times \vec{n}_i}{l} \tag{30}$$

11- فهرست علایم

$\vec{a}_P$	شتاب مرکز جرم صفحه متحرک و بار بر روی آن
$B\{xyz\}$	دستگاه مختصات ثابت متصل به صفحه ثابت
$\vec{c}$	بردار موقعیت مجری نهایی ربات
$\dot{\mathbb{C}}$	ماتریس 1×6 شامل مختصه‌های سرعت خطی و دورانی مجری نهایی ربات
d_b	فاصله بین نقاط A_i
d_p	فاصله بین مفاصل کروی
$\vec{e}_i$	بردار یکه در راستای حرکت لغزنده‌های متحرک
$\vec{F}_{\text{ext}}$	بردار نیروی خارجی اعمالی بر مرکز جرم صفحه متحرک و بار
$\vec{F}_{p_i}$	بردار نیروی اعمالی از طرف لغزنده iام
$\vec{F}_{S_i}^a$	نیروی محوری واقع در مفصل کروی iام
$\vec{F}_{S_i}^n$	نیروی عمودی واقع در مفصل کروی iام
$\vec{G}$	بردار شتاب گرانش
I_a	ممان اینرسی لینک در راستای محور لینک در محل مرکز جرم آن
I_n	ممان اینرسی لینک در راستای محور عمود بر لینک در محل مرکز جرم آن
$\bar{I}_P$	ممان اینرسی صفحه مترک و بار بر روی آن در مرکز جرم آن
J	ماتریس ژاکوبین که سرعت مجری نهایی ربات را به سرعت محرک‌های خطی نگاشت می‌کند.
J_T	ماتریس ژاکوبین کلی که سرعت مختصه‌های عمومی ربات را به سرعت محرک‌های خطی نگاشت می‌کند.
$\vec{l}_i$	بردار لینک ام ربات از نقطه U_i به S_i
m_l	جرم هر کدام از لینک‌ها
m_s	جرم هر کدام از لغزنده‌ها
$\vec{M}_{\text{ext}}$	بردار ممان خارجی اعمالی بر مرکز جرم صفحه متحرک و بار
M_P	جرم صفحه متحرک به همراه بار بر روی آن
$\vec{M}_{u_i}$	ممان عکس‌العمل مفصل یونیورسال iام
$\vec{n}_i$	بردار یکه در راستای لینک‌های ربات
r_b	شعاع صفحه ثابت
$\vec{r}_G$	فاصله بین موقعیت مرکز جرم لینک‌های ربات نسبت به مرکز دوران یونیورسال
r_p	شعاع صفحه متحرک
$\vec{r}_p$	بردار موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک و بار نسبت به مبدأ دستگاه متحرک
$\mathcal{R}$	ماتریس دوران بین دستگاه ثابت و متحرک
$\vec{s}_i'$	بردار موقعیت مفاصل کروی در دستگاه متحرک
$T\{uvw\}$	دستگاه مختصات متحرک متصل به صفحه متحرک
T_c	ماتریس 1×6 شامل مختصه‌های عمومی در نظر گرفته شده برای مجری نهایی ربات
Z_h	ارتفاع ربات در موقعیت اولیه

علایم یونانی

$\vec{\alpha}_i$	بردار شتاب زاویه‌ای لینک iام
$\vec{\mathrm{A}}$	بردار شتاب زاویه‌ای صفحه متحرک ربات
β	زاویه دوران اول ریل‌های حرکتی ربات

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]

γ	زاویه دوران دوم ریل‌های حرکتی ربات
$\vec{\omega}_i$	بردار سرعت زاویه‌ای لینک iام
$\vec{\Omega}$	بردار سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک ربات

بالانویس‌ها

approx	حل تخمینی معادلات دینامیک ربات
exact	حل دقیق معادلات دینامیک ربات

12- مراجع

[1] J. P. Merlet, *Parallel Robots*, Second Edition, pp. 48-62, Netherlands: Springer, 2006.

[2] J. P. Merlet, C. Gosselin, Nouvelle architecture pour un manipulateur parallèle à six degrés de liberté, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 26, No. 1, pp. 77-90, 1991.

[3] A. Najafi, M. R. Movahhedy, H. Zohoor, A. Alasty, Dynamic stability of a Hexaglide machine tool for milling processes, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 86, No. 5-8, pp. 1753-1762, 2016.

[4] M. Honegger, A. Codourey, E. Burdet, Adaptive control of the hexaglide, a 6 dof parallel manipulator, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, April 25-25, Vol. 1, pp. 543-548, 1997.

[5] D. Ferrari, H. Giberti, A genetic algorithm approach to the kinematic synthesis of a 6-DoF parallel manipulator, *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Nice, France, October 8-10, pp. 222-227, 2014.

[6] H. Ota, T. Shibukawa, T. Tooyama, M. Uchiyama, Forward kinematic calibration and gravity compensation for parallel-mechanism-based machine tools, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 216, No. 1, pp. 39-49, 2002.

[7] J. Jiang, Y. Han, Y. Zhang, X. Yu, X. Guo, Recent advances on masticatory robot, *Recent Patents on Mechanical Engineering*, Vol. 9, No. 3, pp. 184-192, 2016.

[8] M. S. Narayanan, S. Chakravarty, H. Shah, V. N. Krovi, Kinematic- Static and workspace analysis of a 6-PUS parallel manipulator, *The ASME International Design Engineering Technical Conference (IDETC) and Computers and Information in Engineering Conference (CIE)*, Montreal, Canada, pp. 1456-1456, 2010.

[9] Y. Zhao, G. Feng, Inverse dynamics of the 6-dof out-parallel manipulator by means of the principle of virtual work, *Robotica*, Vol. 27, No. 02, pp. 259-268, 2009.

[10] W. Hao, C. H. E. N. Genliang, L. Zhongqin, Forward dynamics analysis of the 6-PUS mechanism based on platform-legs composite simulation, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 22, No. 4, pp. 496-504, 2009.

[11] A. B. K. Rao, S. K. Saha, P. V. Rao, Dynamics modelling of hexaslides using the decoupled natural orthogonal complement matrices, *Multibody System Dynamics*, Vol. 15, No. 2, pp. 159-180, 2006.

[12] A. M. Lopes, Complete dynamic modelling of a moving base 6-dof parallel manipulator, *Robotica*, Vol. 28, No. 05, pp. 781-793, 2010.

[13] C. Genliang, W. Hao, L. Zhongqin, Forward dynamics of the 6-PUS parallel manipulator based on the force coupling and geometry constraint of the passive joints, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 5, No. 3, pp. 416-428, 2011.

[14] H. Kalani, A. Rezaei, A. Akbarzadeh, Improved general solution for the dynamic modeling of Gough–Stewart platform based on principle of virtual work, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 83, No. 4, pp. 2393-2418, 2016.

[15] M. R. Sirouspour, S. E. Salcudean, Nonlinear control of hydraulic robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 2, pp. 173-182, 2001.

[16] H. Hajimirzaalian, H. Moosavi, M. Massah, Dynamics analysis and simulation of parallel robot Stewart platform, *The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering (ICCAE)*, Singapore, Singapore, Feb 26-28, Vol. 5, pp. 472-477, 2010.

[17] K. Yamane, M. Okada, N. Komine, Y. Nakamura, K. I. Yoshimoto, Parallel dynamics computation and H∞ acceleration control of parallel manipulators for acceleration display, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Vol. 127, No. 2, pp. 185-191, 2005.

[18] https://www.thalesgroup.com

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.28.8]