



## طراحی کنترل کننده و تخمین گر معادله ریگاتی وابسته به حالت برای بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف پذیر در حضور نویز و اغتشاش

محرّم حبیب نژاد کورایم<sup>1\*</sup>، نعیم یوسفی لادمخّی<sup>2</sup>، سعید رفیعی نکو<sup>3</sup>

1- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 2- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 3- دانش آموخته دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 16846-13114، hkorayem@iust.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 05 اسفند 1394  
 پذیرش: 30 اردیبهشت 1395  
 ارائه در سایت: 24 مرداد 1395  
 کلید واژگان:  
 معادله ریگاتی وابسته به حالت  
 کنترل کننده  
 رویت گر و تخمین گر  
 مفاصل انعطاف پذیر  
 نویز و اغتشاش

### چکیده

در طراحی کنترل، اطلاعات کامل بازخورد اغلب ضروری است. در بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف پذیر، اندازه گیری تغییرات زوایای بازوها میسر است، ولی اندازه گیری تغییرات عملگرها به سادگی قابل اندازه گیری نیست. از طرفی اندازه گیری متغیرهای حالت همواره دارای نویز سیگنالی است و فضای کاری بازوهای مکانیکی مخلوطی از اغتشاشات هست. بنابراین وجود یک رویت گر و تخمین گر غیرخطی مطلوب، برای بهبود عملکرد سیستم دینامیکی موردنظر، امری ضروری است. روش معادله ریگاتی وابسته به حالت یکی از بهترین روش های کنترل بهینه غیرخطی می باشد. سیستماتیک بودن این روش، فرمول بندی و انجام محاسبات را ساده کرده و کنترل طیف وسیعی از سیستم های دینامیک غیرخطی (به شرط پایدار پذیر بودن) را در بر می گیرد که از مزایای این روش محسوب می شود. در بیشتر روش های کنترل غیرخطی از تکنیک های خطی سازی مدل استفاده می شود اما در این روش فضای حالت مستقیم به صورت غیرخطی مورد استفاده قرار می گیرد که یکی از علل دقت و انعطاف پذیری در طراحی نسبت به سایر روش ها می باشد. هدف این مقاله، طراحی کنترل کننده و تخمین گر مبتنی بر روش معادله ریگاتی وابسته به حالت است که با وجود اغتشاشات، نویز سیستم های اندازه گیری و محدودیت های سیستم (عملگر و حس گرها)، تا حد امکان متغیرهای خروجی سیستم به مقدار طراحی (مطلوب) نزدیک شده و رفتار سیستم به رفتار حقیقی ربات نزدیک تر می شود. در این پژوهش ابتدا فرمولاسیون کنترل کننده و رویت گر بیان گردیده است، سپس این روند برای بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر طراحی و شبیه سازی شده است. در ادامه فرایند طراحی به صورت تجربی برای ربات آزمایشگاهی اسکات پیاده سازی شده و نتایج صحت گذاری به دست آمده است. در پایان نیز روش پیشنهادی مقاله با روش کنترل غیرخطی بهینه مد لغزشی مقایسه شده است.

## The SDRE controller and estimator design for flexible joint manipulators in presence of noise and disturbance

Moharram Habibnejad Korayem\*, Naeim Yousefi Lademakhi, Saeed Rafee Nekoo

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology (IUST), Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 1684613114 Tehran, hkorayem@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 24 February 2016  
 Accepted 19 May 2016  
 Available Online 14 August 2016

Keywords:  
 State-Dependent Riccati equation  
 Controller  
 Observer and Estimator  
 Flexible Joint Manipulator  
 Noise and Disturbance

### ABSTRACT

Full feedback data is mostly essential in control design. Measurement of the variation of flexible joint robot (FJR) actuators is not as easy as the measurement of the changes of FJR links' angles. The measurement of the states is also affected by noise, and the disturbance in the workspace of the robot is not ignorable. Hence a state observer or a nonlinear estimator is necessary to improve the performance of the dynamical system. The state-dependent Riccati equation (SDRE) is one of the most promising nonlinear optimal control methods and estimators. Systematic procedure, simple structure, and incorporating a wide range of systems (under observability condition) are some advantages of SDRE method. The majority of nonlinear techniques linearize the model, but the SDRE directly uses the nonlinear state space; it is one of the reasons for its precision and flexibility in design with respect to other methods. The goal of this work is to merge the SDRE controller and estimator simultaneously to reduce the state error of the system in presence of external disturbance and measurement noise. So, first, the controller and the observer formulation have been stated. Then, the procedure has been applied to design and simulate a 3 DOF robot arm with flexible joints. Next, the process has been tested experimentally using Scout robot and the simulation results have been verified. Finally, the proposed method of this paper has been compared with the optimal sliding mode controller. The results showed that the behavior of the system is more similar to the real behavior of the robot.

یکی از مهم ترین عواملی که موجب توسعه کاربرد ربات ها در صنایع مختلف شده است در نظر گرفتن انعطاف پذیری در اعضای ربات از جمله عضوها،

1- مقدمه  
 1-1- ایده پردازی

Please cite this article using:

M. Habibnejad Korayem, N. Yousefi Lademakhi, S. Rafee Nekoo, The SDRE controller and estimator design for flexible joint manipulators in presence of noise and disturbance, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 8, pp. 1-12, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مقایسه‌ای بین روش پیشنهادی با روش کنترل بهینه مدلفزشی<sup>7</sup> صورت گرفته است و اثربخشی آن ذکر گردیده است.

## 2-1- پیشگامان و مروری بر فعالیت‌های پیشین

در اواسط دهه 1960 با روی کار آمدن کامپیوترها فصل نوینی به روی مهندسی کنترل گشوده شد، روش‌های کنترل بهینه سیستم‌های غیرخطی به‌طور چشمگیری رشد کردند و شیوه‌های جدیدی معرفی شدند. این امر باعث توسعه سریع تئوری‌های کنترل غیرخطی در مسائل دینامیکی دنیای واقعی، به‌خصوص در صنایع هوافضا، دریایی، دفاعی و رباتیک شد. در ابتدا با توجه به ویژگی‌های LQR، تلاش شد تا این روش برای سیستم‌های کاملا غیرخطی تعمیم داده شود. افراد مختلفی در زمینه حل مسئله تنظیم کننده غیرخطی درجه دو<sup>8</sup> تلاش کردند [2،1]. سرانجام تحقیقات کلوتیه و همکاران نتیجه داد، آن‌ها روشی را توسعه دادند که در آن معادلات ریگاتی تابعی از حالت‌هاست، این روش رهیافت معادله ریگاتی وابسته به حالت نامیده شد [3]. در این روش ابتدا سیستم به یک ساختار خطی (نایکتا) که ماتریس‌هایی با ضریب وابسته به حالت<sup>9</sup> دارد، برده و سپس معادله ریگاتی جبری وابسته به حالت حل می‌شود. کلوتیه و همکاران نشان دادند که طرحواره بازخوردی SDRE برای مسئله‌ی کنترل بهینه غیرخطی زمان نامحدود<sup>10</sup> در حالت چندمتغیره به‌طور موضعی و مجانبی پایدار، برای حالت اسکالر بهینه است. ضمن اینکه این روش، نسبت به تغییرات پارامترها مقاوم است.

ژین و همکاران از رهیافت SDRE برای یافتن حل بازخوردی به‌طور مجانبی پایدار مسئله کنترل منیویولاتور دو مفصلی استفاده کردند [4]. سیمین بررسی کاملی به همراه توضیح جزئیات روش SDRE شامل ساختار آن، قضایای پایداری، بهینگی و پارامتریزه کردن وابسته به حالت ارائه کرده است [5]. کلاتیر به بیان قابلیت‌ها و مزایای روش ریگاتی پرداخته است که از جمله این موارد: تأثیر مستقیم روی کنترل و متغیرهای حالت سیستم با ماتریس‌های R، Q در معیار عملکرد، سیستماتیک بودن و سادگی روش، در نظر گرفتن جملات غیرخطی و درجات آزادی اضافی سیستم در هنگام طراحی می‌باشد [6]. بنکس و همکارانش نحوه استخراج معادله ریگاتی از کنترل بهینه، حل عددی آن به روش تقریب سری تیلور، جزئیات روش، مبحث پایداری و قضایای مربوط را همراه با چند مثال بیان کرده‌اند [7]. بسیاری از دستاوردهای اولیه راجع به کنترل بازوهای ربات بر مدل‌هایی با ساختار کاملا صلب متمرکز بود اما پژوهش‌های تجربی نشان داد که اگر انعطاف‌پذیری مفاصل در بسیاری از ربات‌ها کنترل نشود، افزایش کارایی ربات‌ها بسیار محدود خواهد شد [9،8]. شروع کار روی مفاصل انعطاف‌پذیر بازوهای مکانیکی به اوایل دهه هشتاد میلادی بر می‌گردد که بررسی‌ها به لزوم در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری، مدل‌سازی این‌گونه مفاصل و بررسی کنترل‌پذیری آن‌ها و طراحی کنترل‌گرهای ساده منجر شده است. رامیرز و اسپانگ از جمله کسانی بودند که به طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مدل‌های واقعی‌تری که در آن‌ها انعطاف‌پذیری مفاصل در نظر گرفته شده بود، پرداختند [9]. در سال‌های اخیر نیکوبین از روش کنترل بهینه حلقه باز برای کنترل ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر در حرکت نقطه‌به‌نقطه و همچنین به‌دست آوردن میزان ظرفیت حمل بار بیشینه استفاده کرده است [11،10]. از روش‌های کنترل غیرخطی بهینه در کاربردهای گوناگون از جمله کنترل پرواز در حضور خطا نیز استفاده شده

مفاصل و اجزای محرک می‌باشد. این عوامل یکی از فاکتورهای مهم در دقت حرکت ربات با سرعت بالا و یا حمل بار بیشتر می‌باشد ولی اگر نتوان آن را به‌طور مناسب کنترل نمود موجب محدودیت‌هایی در رفتار ربات می‌گردد. در این مقاله فرض شده است که عضوها صلب بوده و مفاصل به‌صورت انعطاف‌پذیر در سیستم دینامیکی بکار گرفته شده است. اولین راه‌حل برای کنترل انعطاف‌پذیری مفاصل<sup>1</sup>، ایجاد تغییرات در طراحی مکانیکی اجزای سیستم است. به‌عنوان مثال افزایش سختی چرخ‌دنده‌ها (از جنس سرامیک). ولیکن استفاده از این روش محدود و هزینه برادر است، از طرفی بازوهای مکانیکی ساخته‌شده را نیز بهبود نمی‌بخشد. راه دیگر در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی و به‌دست آوردن فرمولاسیون جدید برای معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم است. نیروی محرک‌ها توسط چرخ‌دنده، تسمه یا محور به عضو منتقل می‌گردد، به همین علت الاستیک بودن اعضا باعث تغییر شکل نسبی و کشش پیچشی بین زاویه عضو و زاویه طرف محرک می‌گردد که با در نظر گرفتن آن در معادلات می‌توان به مدل واقعی‌تری از سیستم دست یافت.

در کنترل بازوهای با مفاصل انعطاف‌پذیر اندازه‌گیری تغییرات زوایای بازوها از طریق پتانسیومتر<sup>2</sup> میسر است، ولی زوایای موتورها به‌سادگی قابل اندازه‌گیری نیست. یک روش برای محاسبه زوایای موتور قرار دادن تجهیزات اضافی اندازه‌گیری پشت موتور است (در صورتی که موتور در دو طرف دارای محور باشد). اما این روش اندازه‌گیری همیشه امکان‌پذیر نبوده زیرا ممکن است امکان نصب سیستم اندازه‌گیری وجود نداشته باشد از طرفی ممکن است یک سمت محور موتور دارای مفاصل انعطاف‌پذیر باشد به همین دلیل اندازه‌گیری در سمت دیگر بی‌نتیجه خواهد بود. مشکل دیگر این روش وجود خطا و ترکیب شدن نویز دستگاه اندازه‌گیری در معادلات سیستم است. در ضمن مسئله اقتصادی نیز در طراحی حائز اهمیت است. بنابراین با در نظر گرفتن شرایط موجود استفاده از یک رویکرد<sup>3</sup> حالت مطلوب جهت تخمین متغیرهای موردنظر در سیستم می‌تواند مفید باشد. علاوه بر کنترل ربات، مسئله اندازه‌گیری متغیرهای حالت سیستم<sup>4</sup> نیز داری اهمیت است. معمولا در عموم طراحی‌های متداول فرض بر آن است که کلیه متغیرهای حالت در دسترس می‌باشند. در صورتی که در عمل، برای اندازه‌گیری هر یک از آن‌ها لازم است یک حس‌گر تعبیه نمود که اغلب امکان آن وجود ندارد و علاوه بر داشتن دقت پایین، مستلزم هزینه زیادی است. برای مرتفع کردن این مشکلات می‌توان متغیرهای حالت را از روی خروجی‌های سیستم به شرطی که سیستم روی پذیر باشد، تخمین زد. عملیات روی و تخمین توسط سیستم دینامیکی به‌نام "رویت‌گر و تخمین‌گر حالت" صورت می‌پذیرد. در این پژوهش از روش معادله ریگاتی وابسته به حالت که یکی از بهترین روش‌های کنترل بهینه غیرخطی است در طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌گر استفاده شده است که باوجود اغتشاشات<sup>5</sup>، نویز<sup>6</sup> سیستم‌های اندازه‌گیری و محدودیت‌های سیستم (عملگر و حس‌گرها) تا حد امکان متغیرهای خروجی سیستم به مقدار طراحی (مطلوب) نزدیک شده و سیستم به خوبی کنترل شده است. فرایند شبیه‌سازی روش مذکور در نرم‌افزار متلب برای بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر به کار گرفته شده و نتایج به‌دست آمده با حالت تجربی ربات آزمایشگاهی اسکات مقایسه گردیده است. علاوه بر آن

<sup>1</sup> Flexible joint

<sup>2</sup> Potentiometer

<sup>3</sup> Observer

<sup>4</sup> System state variables

<sup>5</sup> Disturbance

<sup>6</sup> Noise

<sup>7</sup> Optimal sliding mode control (OSMC)

<sup>8</sup> Nonlinear quadratic regulation (NQR)

<sup>9</sup> State dependent coefficients (SDC)

<sup>10</sup> Infinite time

می‌شود، مانند نقطه تعادل در آن حالت، اگر جفت ماتریس  $\{A(0), B(0)\}$  کنترل پذیر شود، سیستم به خوبی کار خواهد کرد. بررسی کنترل پذیری آن جفت به اطلاعات متغیرهای حالت و ورودی کنترلی نیاز ندارد. می‌توان آن را به سادگی به کمک ماتریس کنترل پذیری بررسی کرد. اگر مرتبه ماتریس معادله (2) و (3) کامل باشد، به ترتیب کنترل پذیری و رویت پذیری سیستم تضمین می‌شود.

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (2)$$

$$M_o = [C^T Q^{1/2} C \quad C^T Q^{1/2} CA \quad \dots \quad C^T Q^{1/2} CA^{n-1}] \quad (3)$$

در ادامه جهت طراحی کنترل بهینه سیستم می‌بایست شاخص عملکرد  $J_0$  در رابطه (4) مینیمم شود:

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{x^T(t) C^T(t) Q^{1/2} C(t) x(t) + u^T(t) R u(t)\} dt \quad (4)$$

$R, Q$  ماتریس‌های وزنی هستند که  $R$  دارای ابعاد  $n \times m$  مثبت معین ( $R > 0$ ) و  $Q$  دارای ابعاد  $n \times n$  مثبت نیمه معین ( $Q \geq 0$ ) و در ضمن هر دو متقارن می‌باشند که فرم مربعی در المان‌های انتگرال بالا مشاهده می‌شود [21].

فرم همیلتونین به صورت معادله (5) تعیین می‌گردد:

$$H(x(t), u(t), \lambda(t)) = J + \lambda^T(t) \dot{x}(t) \quad (5)$$

که در آن بردار کمک وضعیت نام دارد و برابر است با رابطه (6) ذیل:

$$\lambda(t) = K(x(t))x(t) \quad (6)$$

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{K}(x(t))x(t) + K(x(t))\dot{x}(t)$$

برای اینکه مقدار همیلتونین بهینه شود باید شرایط (7) اغنا شود:

$$\frac{\partial H(\cdot)}{\partial u(t)} = 0, \quad \frac{\partial H(\cdot)}{\partial x(t)} = -\dot{\lambda}(t), \quad \frac{\partial H(\cdot)}{\partial \lambda(t)} = \dot{x}(t) \quad (7)$$

با حل معادله (7) بردار ورودی کنترلی  $u(t)$  به صورت معادله (8) نتیجه می‌شود:

$$u(t) = -R^{-1} B^T(x(t)) K(x(t)) x(t) \quad (8)$$

که ماتریس  $K(x(t))$  غیر منحصر به فرد، متقارن و مثبت معین است و مقدار آن از حل معادله جبری ریگاتی وابسته به حالت (9) به دست می‌آید:

$$A^T(x(t)) K(x(t)) + K(x(t)) A(x(t)) - K(x(t)) B(x(t)) \dots R^{-1} B^T(x(t)) K(x(t)) + C^T(t) Q^{1/2} C(t) = 0 \quad (9)$$

با استفاده از دستور care در نرم افزار متلب می‌توان معادله فوق را به راحتی حل نمود.

## 2-2- فرمولاسیون رویت گر و تخمین گر SDRE

سیستم غیر خطی همراه با نویز به صورت معادله (10) مفروض است:

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + G(t)w(t) \quad (10)$$

$$y(t) = C(x(t))x(t) + v(t)$$

که در آن  $x(t) \in \mathcal{R}^n$  بردار حالت سیستم و  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  و  $y(t) \in \mathcal{R}^r$  ترتیب بردار ورودی و خروجی سیستم هستند. بردارهای ناهمبسته  $w(t) \in \mathcal{R}^p, v(t) \in \mathcal{R}^r$  به ترتیب بردار نویز گوسی سفید و بردار اغتشاش هستند. منظور از اغتشاش در سیستم مورد نظر، انحراف از مقدار اصلی فرایند است که اغلب در بار خارجی و ورودی محرک مطرح می‌شود. فرکانس آن کم است و طی زمان میرا می‌شود. علاوه بر آن وجود نویز موجب اختلال در دریافت و پردازش سیگنال حامل اطلاعات می‌شود. فرکانس آن بالاست و طی زمان میرا نمی‌شود. مشهودترین نویزهایی که در عملکرد سیستم‌های ربات تأثیر می‌گذارند نویز سفید و گوسی هستند. با پیاده سازی قانون کنترلی (8) بر معادله سیستم (10)، معادله (11) نتیجه می‌شود:

است [12]. به تازگی کورایم و همکارانش از روش های کنترل غیر خطی بهینه از جمله SDRE, OSMC برای کنترل بازوهای مکانیکی صلب و بازوهای با مفاصل انعطاف پذیر با فرض معلوم بودن پارامترها و متغیرها استفاده کرده اند [13-15]. از آنجا که داشتن اطلاعات دقیق از متغیرهای حالت سیستم برای الگوریتم های کنترلی مختلف بسیار با اهمیت است و با توجه به اینکه حس گرهای موقعیت (انکودرها) معمول در ربات ها دارای نویزند و نیز سرعت سنج ها نیز گران و کم دقت اند، استفاده از رویت گر حالت جهت برآورد متغیرهای حالت سرعت مفید خواهد بود.

نخستین بار در سال 1964 لوتنبرگر رویت گر را برای یک سیستم خطی معرفی کرد [16]. پس از معرفی اصطلاح رویت گر، رویت گرهای زیادی معرفی شده اند که در ابتدا رویت گرهای سیستم های تعینی<sup>1</sup> خطی نامتغیر با زمان مطرح بود و سپس سیستم های متغیر با زمان، توسعه یافت [17]. برخلاف تئوری طراحی رویت گر برای سیستم های خطی، تئوری رویت حالت های یک سیستم غیر خطی از ساختاری یکپارچه ای برخوردار نیست. تمرکز این مقاله در محدوده روش غیر خطی SDRE می باشد. پاپانو و فریدلند از این روش در طراحی رویت گر برای ماشین القایی استفاده کرده اند [18]. ژین نیز از روش ریگاتی برای طراحی رویت گر و کنترل کننده بهینه غیر خطی برای شبیه سازی پرواز استفاده کرده است [19]. بیک زاده و تقی راد پایداری روش ریگاتی در سیستم های گسسته و طراحی تخمین گر ریگاتی در محیط با اغتشاش را انجام داده اند [20].

## 2- تئوری و روش حل

وظیفه کنترل غیر خطی بهینه تعیین مقادیر ورودی کنترلی می باشد به گونه ای که یک تابع هدف یا معیار عملکرد را کمینه کند و هم زمان قیود فیزیکی را نیز ارضا نماید. حل مسئله کنترل بهینه غیر خطی عموماً به حل معادله همیلتونین منجر می شود. حل این معادله به صورت تحلیلی برای سیستم های غیر خطی امکان پذیر نبوده و از جمله روش های عددی برای حل این معادله می توان به روش های برنامه ریزی پویا<sup>2</sup>، روش تکرار<sup>3</sup>، تئوری اختلالات<sup>4</sup> و حل معادله ریگاتی وابسته به حالت اشاره نمود که در این پژوهش از روش SDRE استفاده شده است. روش معادله ریگاتی وابسته به حالت اولین بار توسط پیرسون ارائه شده و سپس توسط ورنلی و کوک گسترش پیدا کرده است.

## 2-1- فرمولاسیون کنترل کننده SDRE

سیستم غیر خطی پارامتریزه شده، به صورت رابطه (1) در نظر گرفته شده است:

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C(x(t))x(t)$$

پارامتریزه کردن وابسته به حالت عملیاتی است که باعث تبدیل سیستم غیر خطی به یک سیستم ماتریس شبه خطی با حفظ ساختار قبلی می شود. جفت ماتریس های  $A(x(t)): \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^{n \times n}$  و  $B(x(t)): \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^{n \times m}$  که  $B(x(t)) \neq 0$  است برای تمام  $x(t) \in \mathcal{R}^n, u(t) \in \mathcal{R}^m$  پایدار می باشد [18]. علاوه بر آن ماتریس ها  $\{A(x(t)), C^T(t) Q^{1/2} C(t)\}$  زمانی که  $x(t) \in \mathcal{R}^n$  هست، رویت پذیرند. جهت بررسی کنترل پذیری ماتریس های غیر خطی  $\{A(x(t)), B(x(t))\}$ ، این جفت ماتریس ها باید در مفهوم خطی کنترل پذیر باشند. در طی حل، گاهی متغیرهای حالت یا مقادیر ورودی صفر

<sup>1</sup> Deterministic  
<sup>2</sup> Dynamic programming  
<sup>3</sup> Iterative solution  
<sup>4</sup> Perturbation

آن‌ها با شكل مربعی  $G^T(z(t))E(t)G(z(t))$  برای سیستم قابل دستیابی است [23]. شاخص عملکرد  $J$ ، جهت کمیته سازی توابع هزینه سیستم به صورت معادله (17) تعیین می شود:

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{z^T(t)G^T(z(t))E(t)G(z(t))z(t) + \gamma^T(t)W(t)\gamma(t)\} dt \quad (17)$$

که در آن  $E(t): \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n \times n}$  ماتریس وزنی متقارن مثبت نیمه معین برای تخمین حالت‌ها سیستم بوده  $W(t): \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{r \times r}$  ماتریس وزنی متقارن مثبت معین برای ورودی رویت گر است که هر دو آن‌ها متقارن هستند. معادلات همیلتونین جهت بهینه سازی توابع هزینه به صورت (18) تعیین می شود:

$$H(z(t), \gamma(t), \lambda(t)) = \frac{1}{2} (z^T(t)G^T(z(t))E(t)G(z(t))z(t) + \gamma^T(t)W(t)\gamma(t)) + \lambda^T(t) (A_{cl}^T(z(t))z(t) + C^T(z(t))\gamma(t)) \quad (18)$$

با اعمال شرایط بهینگی بردار ورودی رویت گر (19) به دست می آید:

$$\frac{\partial H(\cdot)}{\partial \gamma(t)} = 0 \Rightarrow \gamma(t) = -W^{-1}(t)C(z(t))\lambda(t) \quad (19)$$

و بردار کمک وضعیت  $\lambda(t)$  به صورت رابطه (20) تعریف شده است:

$$\lambda(t) = P(z(t))z(t) \Rightarrow \dot{\lambda}(t) = \dot{P}(z(t))z(t) + P(z(t))\dot{z}(t) \quad (20)$$

در ادامه معادله (21) نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H(\cdot)}{\partial z(t)} = -\dot{\lambda}(t) = & G^T(z(t))z(t)E(t) \left[ G(z(t)) \right. \\ & \left. + z^T(t) \left( \frac{\partial G(z(t))}{\partial z(t)} \right) \right] + \\ & z^T(t)G(z(t))E^T(t) \left[ z^T(t) \left( \frac{\partial G(z(t))}{\partial z(t)} \right) + G^T(z(t)) \right] + \\ & A_{cl}(z(t))\lambda(t) \\ & + z^T(t) \left( \frac{\partial A_{cl}(z(t))}{\partial z(t)} \right) \lambda(t) + \gamma^T(t) \left( \frac{\partial C(z(t))}{\partial z(t)} \right) \lambda(t) \\ & = -\dot{P}(z(t))z(t) \\ & - P(z(t))A_{cl}^T(z(t))z(t)P(z(t))C^T(z(t))W^{-1}(t)C(z(t))\lambda(t); \quad (21) \end{aligned}$$

مقادیر مشتق کسره های رابطه (22) بسیار کوچک اند و می توان آن‌ها را صفر در نظر گرفت:

$$\left( \frac{\partial C(z(t))}{\partial z(t)} \right) = \left( \frac{\partial A_{cl}(z(t))}{\partial z(t)} \right) = \left( \frac{\partial G(z(t))}{\partial z(t)} \right) \approx 0 \quad (22)$$

با ساده سازی معادله (21)، رابطه (23) نتیجه می شود:

$$-\dot{P}(z(t)) = A_{cl}(z(t))P(z(t)) + P(z(t))A_{cl}^T(z(t)) - P(z(t))C^T(z(t))W^{-1}(t)C(z(t))P(z(t)) + G^T(z(t))E(t)G(z(t)) \quad (23)$$

با  $t \rightarrow \infty$  و  $E(t) = E^T(t)$  معادلات فوق به فرم (24) تبدیل می شود:

$$A_{cl}(z(t))P(z(t)) + P(z(t))A_{cl}^T(z(t)) - P(z(t))C^T(z(t))W^{-1}(t)C(z(t))P(z(t)) + G^T(z(t))E(t)G(z(t)) = 0 \quad (24)$$

با استفاده از معادله (24) و با توجه به شرایط رویت گر به صورت  $\gamma(t) = -W^{-1}(t)C(z(t))P(z(t))z(t)$  به دست آمده بردار بهره رویت گر به فرم (25) اثبات می شود:

$$\Gamma(\lambda(t)) = P(\lambda(t))C^T(\lambda(t))W^{-1}(t) \quad (25)$$

### 2-3- روش پیاده سازی کنترل کننده و تخمین گر SDRE برای سیستم های کنترل حلقه بسته

در سیستم های کنترلی اغلب دو پدیده مزاحم وجود دارد: یکی اغتشاش بار

$$\dot{x}(t) = A_{cl}(x(t))x(t) + G(t)W(t) \quad (11)$$

که  $A_{cl}(x(t))$  ماتریس حلقه بسته پایدار سیستم در رابطه (12) می باشد:

$$A_{cl}(x(t)) = A(x(t)) - B(x(t))R^{-1}B^T(x(t))K(x(t)) \quad (12)$$

ساختمان رویت گر متداول SDRE به صورت معادله (13) می باشد:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_{cl}(\hat{x}(t))\hat{x}(t) + \Gamma(\hat{x}(t))[y(t) - C(\hat{x}(t))\hat{x}(t)] \quad (13)$$

که  $\Gamma(\hat{x}(t))$  ماتریس بهره بهره و طوری انتخاب می شود که خطای

میانگین مربعی  $e(t) = E \sum (x - \hat{x})^T (x - \hat{x})$  که تفاضل میان متغیرهای واقعی و تخمینی می باشد، مینیمم شود.

قابل اثبات است که بهره رویت گر از معادله (14) محاسبه می شود:

$$\Gamma(\hat{x}(t)) = P(\hat{x}(t))C^T(\hat{x}(t))W^{-1}(t) \quad (14)$$

که  $\Gamma(\hat{x}(t)): \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n \times r}$  بهره رویت گر و  $\hat{x}(t)$  بردار تخمین حالت است

و  $P(\hat{x}(t)): \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n \times n}$  ماتریس مثبت معین می باشد که از معادله (15) به دست می آید:

$$A_{cl}(\hat{x}(t))P(\hat{x}(t)) + P(\hat{x}(t))A_{cl}^T(\hat{x}(t)) - P(\hat{x}(t))C^T(\hat{x}(t))W^{-1}(t)C(\hat{x}(t))P(\hat{x}(t)) + G^T(t)E(t)G(t) = 0 \quad (15)$$

جهت آنالیز پایداری با توجه به غیرخطی بودن سیستم ها اصل

جدایدیری صادق نیست در نتیجه از رویکرد نقش رویت گر که متغیرهای

نامعلوم سیستم را تخمین می زند استفاده شده است. در صورت عملکرد

مناسب و صحیح تخمین گر و همچنین خطای قابل قبول، پایداری کل سیستم

منوط به سیستم کنترل کننده خواهد شد که پایداری آن به راحتی توسط

تابع کاندید لیاپانوف  $V(x) = x^T K x$  بررسی می گردد [22]. همچنین می توان

پایداری رویت گر را نیز به صورت مجزا اثبات نمود [5]. در نتیجه با عملکرد

صحیح رویت گر پایداری کل سیستم اثبات می گردد. در پیوست 7 صحت

عملکرد تخمینگر به طور خاص برای تخمین سرعت زاویه ای بازوی مکانیکی

نشان داده شده است.

برای به دست آوردن معادله دوگان معادلات فیلتر SDRE، تغییر متغیر

رابطه (16) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= A_{cl}^T(z(t))z(t) + C^T(z(t))\gamma(t) \\ \eta(t) &= G^T(z(t))z(t) \quad (16) \end{aligned}$$

که در آن  $z(t) \in \mathcal{R}^n$  بردار حالت سیستم،  $\gamma(t) \in \mathcal{R}^r$  بردار ورودی

و  $\eta(t) \in \mathcal{R}^p$  بردار خروجی سیستم دوگان است.

**فرض 1.** جفت ماتریس های  $\{A_{cl}^T(z(t)), C^T(z(t))\}$  کاملا کنترل پذیر و

جفت ماتریس های  $\{A_{cl}^T(z(t)), G^T(z(t))\}$  کاملا رویت پذیر هستند.

برای تضمین این شرایط، جفت های SDC باید از منظر خطی هم

کنترل پذیر و هم رویت پذیر باشند به طوری که  $\{A_{cl}^T(0), C^T(0)\}$  کنترل پذیر

است و  $\{A_{cl}^T(0), G^T(0)\}$  رویت پذیر است به شرطی که در طی بازه زمانی،

فرم خطی جفت های SDC به حالت تکین تغییر نکنند (با به سبب وجود یک

جمله منفی، به جفت غیرکنترل پذیر/غیر رویت پذیر تبدیل نشوند).

**فرض 2.** ماتریس های وزنی  $E(t), W(t)$  مثبت معین و نیمه معین

متقارن اند.  $E(t)$  و  $W(t)$  ماتریس های دست کم یک بار مشتق پذیر زمانی از

تابع های مقداردار اند و مشتق های آن‌ها در  $t \in [0, t_f]$  غیر تکین اند.

در مقالات، ماتریس های وزنی حالت‌ها اغلب متقارن نیمه معین فرض

شده بودند. دلیل اینکه آن‌ها در فرض 2 معین در نظر گرفته شدند، اهمیت

خروجی های اندازه گیری شده است؛ آن‌ها ممکن است کمتر از حالت‌ها باشند

اما رویت پذیری جفت ماتریس  $\{A_{cl}^T(z(t)), G^T(z(t))\}$  در فرض 1 اطمینان

می دهد که از یک سو آن‌ها کافی اند و از سوی دیگر، همه آن‌ها لازم اند.

بنابراین، ماتریس های وزنی حالت‌ها باید معین باشد و ساختار نیمه معین

**4-2- پیاده سازی روش برای بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر**

انعطاف پذیری موجود در مفاصل بین موتور محرک و بازوی متحرک اصلی ترین دلیل بروز ارتعاشات در ربات های صنعتی، به خصوص در سرعت های کاری بالا می باشد. در حقیقت می توان گفت که هر بازوی مکانیکی دارای مفاصل انعطاف پذیر است و فرض صلب بودن مفاصل یک فرض ساده شونده می باشد. بنابراین برای رسیدن به یک عملکرد بالا در ربات ها و کنترل دقیق تر، خاصیت انعطاف پذیری مفاصل را باید در مدل سازی و طراحی سیستم کنترل در نظر گرفت. برای مدل کردن یک بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف پذیر، علاوه بر قرارگیری موقعیت عضوها، موقعیت محرک ها نیز باید در بردار حالت در نظر گرفته شود. شماتیک بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر در شکل 2 مشاهده می شود. وجود انعطاف پذیری به صورت جرم و فنر نمایش داده شده است، با تغییر در پارامترهای جرم و فنر مقدار انعطاف پذیری حقیقی تعیین می شود که معمولاً به صورت تجربی و تکرار آزمایش استخراج می گردد.

معادله دینامیکی بازوی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر به صورت معادله (26) استخراج می گردد. هدف از دینامیک در تحلیل سیستم ها پی بردن به رابطه بین ورودی و خروجی است. در اینجا هدف پی بردن به رابطه بین گشتاور موتور با موقعیت و جهت پنجه است.

$$\underline{M}(q(t))_{6 \times 6} \ddot{q}(t)_{6 \times 1} + \underline{c}(q(t), \dot{q}(t))_{6 \times 1} + \underline{g}(q(t))_{6 \times 1} + k(q(t))_{6 \times 1} = F_{6 \times 3} u(t)_{3 \times 1} \quad (26)$$

که  $\underline{M}(q(t))$  ماتریس اینرسی بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف پذیر، توسط رابطه (27) محاسبه می شود:

$$\underline{M}(q(t))_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & 0 & 0 & 0 \\ m_{13} & m_{32} & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{r_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{r_3} \end{bmatrix} \quad (27)$$

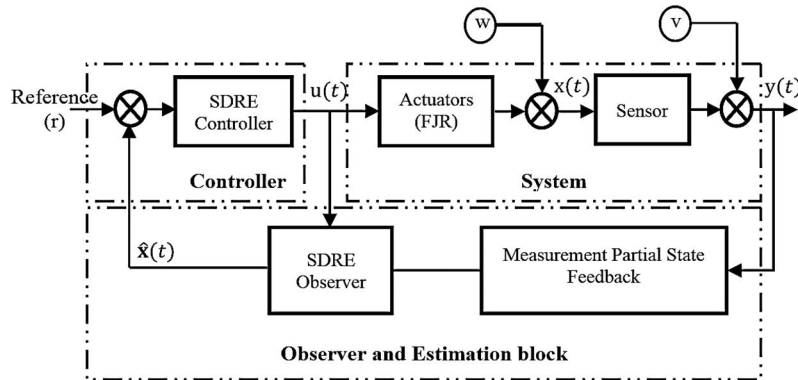
نیروهای برداری کریولیس - جانب مرکز  $\underline{g}$  و بردار جاذبه  $\underline{g}$  که ترکیبی از مقادیر به دست آمده در بازوهای مکانیکی صلب هستند به صورت روابط (28) و (29) تعریف می شوند:

$$\underline{c}(q(t), \dot{q}(t))_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} c(q(t), \dot{q}(t))_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

که با نماد  $w$  و دیگری نویز اندازه گیری که با  $v$  نشان داده شده است. متغیر  $x$ ، کمیت فیزیکی واقعی است که قرار است کنترل شود. در شبیه سازی رفتار ربات به منظور اینکه اندازه گیری ها واقعی تر باشد مقدار انتظاری نویز در اندازه گیری و فرایند سیستم لحاظ شده است تا کنترل کننده بتواند بر اساس آن به داده ها وزن بدهد و پارامتر مورد نظر را تخمین بزند. کنترل بر اساس مقدار اندازه گیری شده  $y$  انجام می شود که با نویز سیستم اندازه گیری ترکیب شده است و کنترل کننده با متغیر کنترل  $u$ ، فرایند اصلی را تحت تأثیر قرار می دهد. در نتیجه فرایند یا سیستم، سه ورودی ( $u$  و  $w$  و  $v$ ) و یک خروجی  $y$  و کنترل کننده نیز دو ورودی ( $x$  و  $r$  سیگنال مرجع) و یک خروجی  $u$  دارد. مدل سازی فرآیند کنترل و تخمین سیستم دینامیکی در شکل 1 نشان داده شده است.

در سیستم کنترل حلقه بسته مقدار خروجی اندازه گیری شده با مقدار ورودی مورد نظر مقایسه می گردد و کنترل کننده بر اساس نتایج به دست آمده به عملگر فرمان صادر می کند. سیستم های کنترل حلقه بسته به نوعی سیستم های فیدبک می باشند که با استفاده از تخمین گر SDRE متغیرهای ناشناخته و غیرقابل اندازه گیری، تخمین زده شده و از آن ها در مرحله دوم کنترلی استفاده می شود در نتیجه می توان گفت در هر مرحله یک کنترل کننده آپدیت شده ایجاد می شود که توسط آن سیستم به طور پهنه کنترل می شود. ورودی سیستم دینامیکی جدید (رویت گر)، خروجی سیستم اصلی است و خروجی رویت گر، متغیرهای حالت تخمین زده شده می باشند. با طراحی رویت گر و تخمین گر مطلوب جهت تخمین متغیرهای حالت نامعلوم و پارامترهای تصادفی سیستم و طراحی کنترل کننده مناسب که بتواند خروجی سیستم  $y(t)$  را نزدیک به مقدار مطلوب  $y_d(t)$  باقی نگاه دارد، می توان سیستم های دینامیکی غیرخطی را به خوبی کنترل و مدیریت کرد.

در حقیقت هدف این پژوهش گسترش دادن ایده مقاله [24] می باشد. بطوریکه پارامترهای نامعلوم و تصادفی مانند نویز و اغتشاش در سیستم لحاظ شده و توسط تخمین گر، تخمین زده شده است. علاوه بر آن، انعطاف پذیری مفاصل برای سیستم ربات در نظر گرفته شده که مقدار تغییرات پارامترهای مفاصل که امکان اندازه گیری آن توسط حس گر وجود ندارد به وسیله رویت گر، رویت شده است که بخشی از مشکلات سیستم های رباتیک را مرتفع نموده است. در مرجع [24] روند طراحی رویت گر به صورت یک تئوری بیان شده است در صورتی که در مقاله حاضر این روند به صورت تجربی برای سیستم ربات آزمایشگاهی دارای سه بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف پذیر پیاده سازی شده است.



**Fig. 1** The scheme of dynamical system, controller, and observer in presence of noise and disturbance

شکل 1 مدل سازی سیستم دینامیکی همراه با کنترل کننده و رویت گر در حضور نویز و اغتشاش

$$k(q(t))_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} k_1(q_1(t) - q_4(t)) \\ \vdots \\ k_3(q_3(t) - q_6(t)) \\ \vdots \\ -k_1(q_1(t) - q_4(t)) \\ \vdots \\ -k_3(q_3(t) - q_6(t)) \end{bmatrix}, F_{6 \times 3} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (34)$$

بردار حالت تشکیل شده از دو قسمت موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای توسط معادله (35) نشان داده شده است:

$$x(t)_{12 \times 1} = [q_L(t)_{3 \times 1}, \dots, q_m(t)_{3 \times 1}, \dot{q}_L(t)_{3 \times 1}, \dots, \dot{q}_m(t)_{3 \times 1}]^T \quad (35)$$

که  $\dot{q}_L(t), q_L(t)$  به ترتیب موقعیت و سرعت زاویه‌ای اعضا و  $\dot{q}_m(t), q_m(t)$  و سرعت زاویه‌ای موتور را نشان می‌دهد. در ادامه بردار فضای حالت سیستم به صورت (36) بیان شده است:

$$\dot{x}(t)_{12 \times 1} = \begin{bmatrix} x(t)_7, \dots, x(t)_{12}, \left[ \underline{M}^{-1} \left\{ F \times u(t) - \underline{c}(x(t)) \dots \right\} \right]^T \\ + G(t)w(t) \end{bmatrix} \quad (36)$$

و مقدار گشتاور کنترلی توسط معادله (37) تعیین می‌شود:

$$u(x(t))_{3 \times 1} = -R^{-1}B^T(\hat{x}(t))K(\hat{x}(t)) \dots + g(q(t))_{3 \times 1} \quad (37)$$

ماتریس‌های  $[I]_{12 \times 12} = C(t)$  و  $[I]_{6 \times 6}$  ماتریس‌ها، کم‌کم اصلاح کرده، ابعاد می‌باشند.

مقدار  $\hat{x}(t)$  در دستور  $K(x(t)) = \text{care}(A, B, C^T, R)$  در نرم افزار متلب به می‌گردد. که  $Q_{12 \times 12}$  ماتریس وزن دهی به متغیرهای حالت و  $R_{3 \times 3}$  ماتریس وزن دهی به ورودی کنترلی می‌باشد. در ادامه برای پیاده سازی رویتر گر SDRG جهت تخمین متغیرهای نامشخص معادلات دینامیک بازوهای با مفاصل انعطاف پذیر به صورت زیر عمل می‌شود:

ابتدا باید تمام پارامترهای دینامیکی و پارامترهای وابسته به حالت را به صورت تابعی از متغیرهای تخمین زده شده به دست آورد تا بتوان از آن‌ها در معادلات تخمین گر استفاده نمود. بردار تخمین حالت از دو قسمت موقعیت و سرعت زاویه‌ای اندازه گیری شده توسط حس گر و تخمین زده شده توسط تخمین گر SDRG تشکیل شده که به صورت معادله (38) نشان داده می‌شود:

$$\hat{x}(t)_{24 \times 1} = \begin{bmatrix} q_L(t)_{3 \times 1}, \dots, q_m(t)_{3 \times 1}, \dot{q}_L(t)_{3 \times 1}, \dots, \dot{q}_m(t)_{3 \times 1} \\ \hat{q}_L(t)_{3 \times 1}, \dots, \hat{q}_m(t)_{3 \times 1} \end{bmatrix}^T \quad (38)$$

که  $\hat{q}_L(t), \hat{q}_m(t)$  به ترتیب موقعیت زاویه‌ای و  $\dot{\hat{q}}_L(t), \dots, \dot{\hat{q}}_m(t)$  سرعت زاویه‌ای تخمین زده شده اعضا و موتورها می‌باشد که توسط رویتر گر SDRG مشاهده و تخمین زده شده است. مقدار گشتاور کنترلی توسط معادله (39) تعیین می‌شود:

$$u(\hat{x}(t))_{6 \times 1} = -R^{-1}B^T(\hat{x}(t))K(\hat{x}(t)) \dots + g(q(t))_{3 \times 1} \quad (39)$$

در ادامه بردار فضای حالت سیستم تخمین گر به صورت معادله (40) استخراج می‌گردد، که در آن بهره رویتر گر از معادله (41) محاسبه می‌شود:

$$\dot{\hat{x}}(t)_{24 \times 1} = \begin{bmatrix} \left[ x(t)_7, \dots, x(t)_{12}, \left[ \underline{M}^{-1} \left\{ F \times u(x(t)) - \underline{c}(x(t)) - \underline{g}(q(t)) - k(x(t)) \right\} \right]^T \right]^T + G(t)w(t) \\ \left[ \hat{x}(t)_7, \dots, \hat{x}(t)_{12}, \left[ \underline{M}^{-1} \left\{ F \times u(\hat{x}(t)) - \underline{c}(\hat{x}(t)) - \underline{g}(\hat{q}(t)) - k(\hat{x}(t)) \right\} \right]^T \right]^T + \Gamma[y(t) - C((\hat{x}(t))\hat{x}(t))] \end{bmatrix} \quad (40)$$

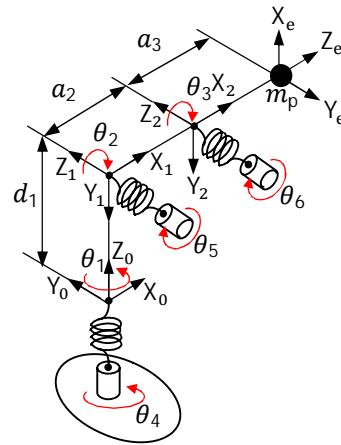


Fig. 2 Schematic of flexible joint 3R robot arm

شکل 2 مدل سازی بازوی مکانیکی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر

$$\underline{g}(q(t))_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} g(q(t))_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

ساختار نایکتا SDC پارامتریزه یکی از مزایای روش SDRG محسوب می‌شود و امکان انعطاف پذیری بیشتری را در طراحی ایجاد می‌کند [22]. در سیستم‌های رباتیکی فاکتورگیری از ماتریس اینرسی  $\underline{M}(q(t))$  به دلیل داشتن جملات مثلثاتی شکل بسیار دشوار است، اما بردار شتاب کریولیس - جانب مرکز  $\underline{c}$ ، با توجه به ضرب شدن در بردار مشتق مختصات تعمیم یافته، ساختار بسیار مناسبی را برای فاکتورگیری و تشکیل ماتریس‌های پارامتریزه وابسته به حالت (SDC) ایجاد می‌کند [23]. لذا با توجه به پیچیدگی سیستم‌های رباتیکی و عدم امکان فاکتورگیری به صورت دستی، ساختار ارائه شده با معیار سادگی پیاده سازی انتخاب شده است.

ماتریس‌های پارامتریزه وابسته به حالت سیستم به صورت روابط (30) و (31) محاسبه می‌شوند:

$$A(x(t))_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ W_1(x(t)) & W_2(x(t)) \end{bmatrix} \quad (30)$$

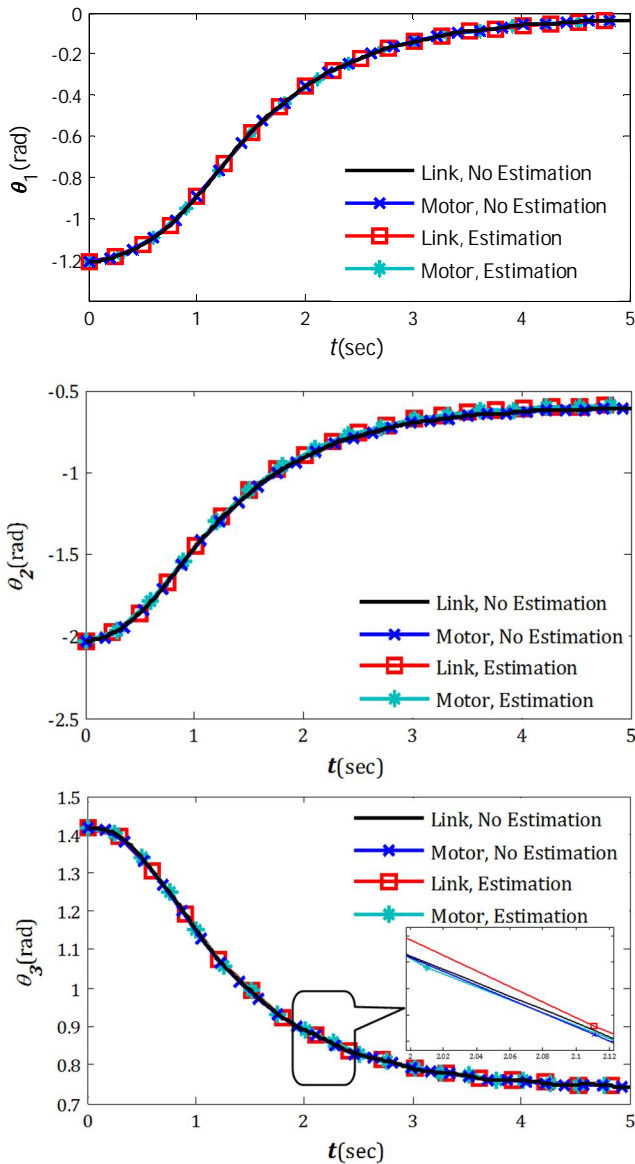
$$B(x(t))_{12 \times 3} = \begin{bmatrix} 0_{9 \times 3} \\ \text{diag}\left(\frac{1}{J_1}, \frac{1}{J_2}, \frac{1}{J_3}\right) \end{bmatrix} \quad (31)$$

که ماتریس‌های  $W_1(x(t))$  و  $W_2(x(t))$  به صورت معادلات (32) و (33) تعریف می‌شوند:

$$W_1(x(t)) = \begin{bmatrix} -M_{3 \times 3}^{-1} \text{diag}([k_1, k_2, k_3]) & M_{3 \times 3}^{-1} \text{diag}([k_1, k_2, k_3]) \\ \text{diag}\left(\frac{k_1}{J_1}, \frac{k_2}{J_2}, \frac{k_3}{J_3}\right) & -\text{diag}\left(\frac{k_1}{J_1}, \frac{k_2}{J_2}, \frac{k_3}{J_3}\right) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$W_2(x(t)) = \begin{bmatrix} -M_{3 \times 3}^{-1} \underline{c}(x(t))_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$k(q(t))$  بردار اتصال بین عملگرها و اعضا و  $F$  ماتریسی است جهت تصحیح کردن ابعاد بردار عملگرها با سیستم مورد نظر که به صورت معادله (34) تعیین می‌شوند:



**Fig. 3** The time variation of the angular positions of the links and motors

شکل 3 تغییرات موقعیت زاویه‌ای اعضا و موتورها

موقعیت اعضا و موتورها در هر دو حالت بسیار نزدیک به هم طی زمان قرار گرفته‌اند. اختلاف موقعیت اعضا و موتورها نتیجه انعطاف پذیری موجود بین مفاصل است که در عضو سوم به وضوح نمایش داده شده است. موقعیت اعضا به آرامی با گذشت زمان تغییر می‌کند به طوری که تغییرات ناگهانی و ضربه‌زنی در سیکل حرکتی دیده نمی‌شود و حرکت از زوایای اولیه به صورت مجانبی و هموار به زوایای مطلوب میل می‌کند.

در شکل 4 سرعت زاویه‌ای اعضا و موتورها برحسب زمان نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود وجود نویز و اغتشاش اثرات نامطلوبی بر رفتار سرعت زاویه‌ای سیستم گذاشته است که توسط تخمین گر به خوبی مسیرش ردیابی شده است. اثرات نویز بر روی عضوهای دوم و سوم بیشتر بوده زیرا وزن و اینرسی عضو بالاتر (عضو اول) بر عملکرد آن‌ها تاثیر منفی می‌گذارد. برخلاف ربات صلب به دلیل انعطاف پذیری و وجود لقی بین موتور و بازو، زاویه‌ای که موتور ایجاد می‌کند با زاویه‌ای که بازو حرکت می‌کند یکسان نیست، از طرفی به دلیل به حرکت در آوردن بازو از شرایط اولیه صفر

$$\Gamma(\hat{x}(t)) = P(\hat{x}(t))C^T(\hat{x}(t))W^{-1}(t) \quad (41)$$

$P(\hat{x}(t))$  ماتریس متقارن، مثبت معین، می‌باشد که از حل معادله جبری ... و ... و ... در برنامه نرم افزار متلب محاسبه می‌گردد.

### 3- نتایج و شبیه سازی

#### 1-3 شبیه سازی بازوی سه درجه آزادی توسط کنترل کننده و

##### تخمین گر SDR

شکل 2 بازوی مکانیکی سه درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر را نشان می‌دهد، هدف، انتقال جرم  $m_p = 100\text{gr}$  از نقطه  $A(0.045, -0.12, 0.27)$  به نقطه  $B(0.29, -0.005, 0.095)$  در حضور نیروی گرانش  $g$  توسط بازوی مکانیکی می‌باشد. سیستم مورد نظر در محیطی همراه با اغتشاش و نویزهای ناشی از سیستم اندازه گیری کار می‌کند.

با در نظر گرفتن نویز موجود در سیستم اندازه گیری و فرآیند سیستم به صورت نویز سفید، ماتریس کواریانس آن‌ها توسط معادله (42) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} R &= E\{v^T(t)v(t)\} \\ Q &= E\{w^T(t)w(t)\} \end{aligned} \quad (42)$$

ماتریس‌های وزن دهی برای متغیرهای حالت و ورودی کنترلی، کنترل کننده به صورت  $Q = 10[I]_{12 \times 12}$ ,  $R = [I]_{3 \times 3}$  و برای تخمین گر به صورت  $E = 10[I]_{6 \times 6}$ ,  $W = 100[I]_{12 \times 12}$  تعیین شده است.

وزن هر بازو و ماتریس ممان اینرسی آن‌ها در هر سه جهت مختصات لحاظ شده است که در جدول 1 آمده است. با توجه به معادلات دینامیک حاکم بر بازوهای سه درجه آزادی و در نظر گرفتن پارامترهای سینماتیکی و فیزیکی ربات بر اساس جدول دینامیک هارتنبرگ نشان داده شده در جدول 2 برنامه کنترلی در نرم افزار متلب نوشته شده و نتایج شبیه سازی در ادامه استخراج گردیده است.

در شکل 3 موقعیت زاویه‌ای اعضا و موتورها در دو مرحله (با استفاده و بدون استفاده از تخمین گر) نشان داده شده است. شرایط اولیه و نهایی طراحی به صورت معادله (43) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} x(t)_{in} &= [-1.21, -2.02, 1.42, -1.21, -2.02, 1.42, 0_{6 \times 1}]^T_{12 \times 1} \\ x(t)_{des} &= [-0.02, -0.62, 0.73, -0.02, -0.62, 0.73, 0_{6 \times 1}]^T_{12 \times 1} \end{aligned} \quad (43)$$

مشاهده می‌شود با تنظیم مناسب ماتریس‌های وزنی کنترل و روبات گر

#### جدول 1 پارامترهای سینماتیکی بازوی سه درجه آزادی

**Table 1** The kinematic parameters of 3R robot arm

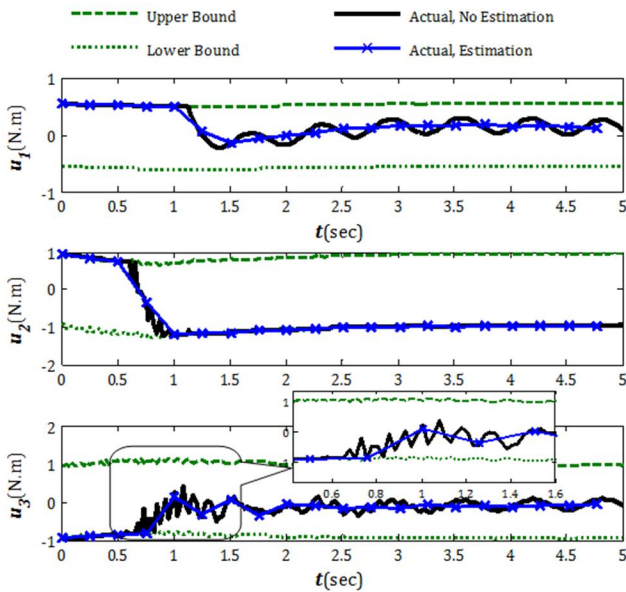
عضو	$m_i$ (kg)	$I_{xx}$ (m <sup>4</sup> )	$I_{yy}$ (m <sup>4</sup> )	$I_{zz}$ (m <sup>4</sup> )
1	0.28	0	0	0.00005
2	0.1	0.00008	0.00091	0.00092
3	0.231	0.00008	0.00091	0.00092

#### جدول 2 پارامترهای دینامیک هارتنبرگ ربات سه درجه آزادی

**Table 2** D-H parameters of 3R robot arm

مفصل	$a_i$ (mm)	$d_i$ (mm)	$\alpha_i$ (deg)
$\theta_1$	0	60	-90
$\theta_2$	100	0	0
$\theta_3$	210	0	0





**Fig. 5** The torques of the driven motors and their working range  
 شکل 5 گشتاور موتورهای محرک و محدوده کاری آنها

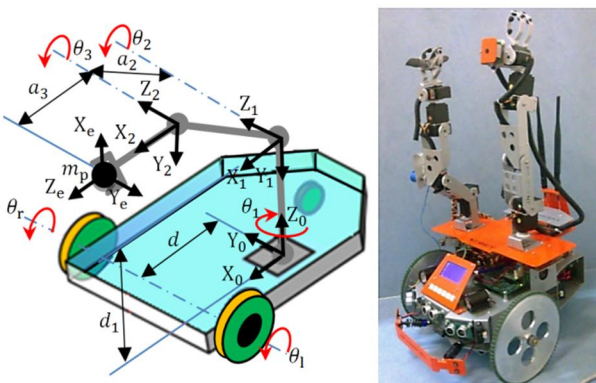
ماتریس وزنی مربوط به ورودی کنترل R می توان توازن نسبی خوبی را به صورت تجربی به دست آورد.

**4- پیاده سازی تجربی و صحنه سازی**

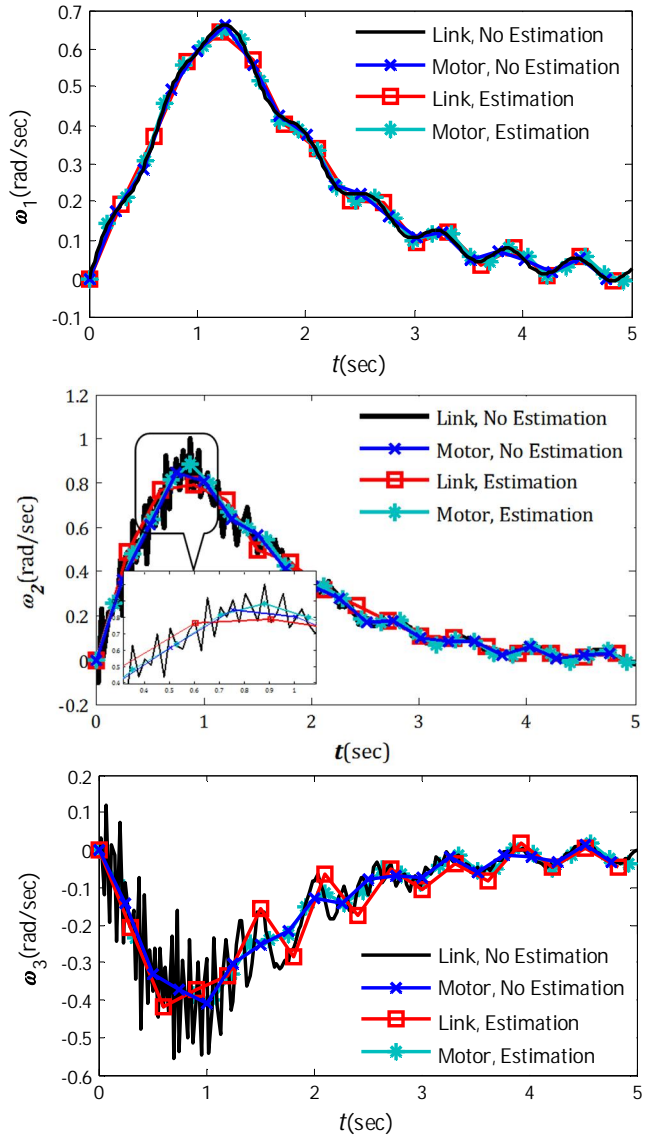
**1-4- صحنه سازی شبیه سازی کنترل کننده و تخمین گر SDRE بازوی سه درجه آزادی با حالت تجربی**

ربات اسکات نمونه ای از ربات های متحرک موجود در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه علم و صنعت ایران می باشد که توسط شرکت (دکتر ربات) به منظور انجام تست های آزمایشگاهی طراحی و ساخته شده است. ربات از طریق دو بازوی مکانیکی که روی بدنه متحرک مستقر است، با محیط خارج ارتباط برقرار می کند و توسط پنجه اجسام را بر می دارد که هر پنجه دارای یک درجه آزادی می باشد. هر کدام از بازوها دارای پنج درجه آزادی می باشند که توسط موتورهای جریان مستقیم پیچش و گردش انجام می شود. شکل 6 نمایی از ربات اسکات و شماتیک تک بازوی مکانیکی آن به همراه سه درجه آزادی که به منظور جابجایی جرم  $m_p$  بر روی بدنه ربات قرار گرفته است را نشان می دهد.

در این بخش جهت صحنه سازی شبیه سازی ها و نتایج به دست آمده، سه



**Fig. 6** The Scout robot (right) and the scheme of its 3-link arm (left)  
 شکل 6 نمایی از ربات Scout و شماتیک یک بازوی سه درجه آزادی از آن



**Fig. 4** The time variation of the angular velocities of the links and motors

شکل 4 تغییرات سرعت زاویه ای اعضا و موتورها

توسط محرک ها که با حداکثر گشتاور و توان موتورها صورت می گیرد، مشاهده می شود در ابتدای کار حداکثر مقدار اختلاف سرعت زاویه ای بین عضو و موتور رخ داده است. ضمناً قابل مشاهده است که سرعت زاویه ای اعضا با توجه به ساکن بودن اعضا در نقاط ابتدا و انتها از صفر شروع و به صفر میل کرده است.

در شکل 5 مقدار گشتاور ورودی ربات به همراه وجود نویز و اغتشاش در محدوده کاری موتور محرک نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می شود گشتاورها در ابتدای حرکت به دلیل اختلاف زیادی که با نقطه نهایی وجود دارد و در نتیجه خطای ایجاد شده به مقدار اشباع خود رسیده اند، اما به مرور و با نزدیک شدن به نقطه نهایی و کم شدن خطا، مقدار این گشتاورها کم می شود. البته موتور دوم به دلیل صرف توان بیشتر جهت به حرکت در آوردن بازوی دوم، گشتاور بیشتری را تولید می کند. اثرات اغتشاش  $w$  عمدتاً بر روی بار خارجی اعمال می گردد به همین دلیل تأثیرات سوء نوسانات بر روی گشتاور موتورها به خصوص موتور سوم مشاهده می شود زیرا لرزش بازوی اول و دوم نیز بر آن موثر بوده است، با تنظیم ماتریس های وزنی به ویژه



مقادیر ورودی کنترل که نباید از حد مجاز خارج شود، طبق معادله (44) به دست می آید.

$$u_{i,\min}^{\max}(t) = \pm u_{i,\text{stall}} - \frac{u_{i,\text{stall}}}{\omega_{i,\text{nl}}} \omega_i(t) \quad (44)$$

در ادامه زوایای مفاصل به ربات توسط نرم افزار مربوطه اعمال شده و خروجی از طریق اندازه گیری ولتاژ پتانسیومترهای نصب شده بر روی مفاصل بازوها ثبت شده است و به وسیله سینماتیک مستقیم ترسیم و با حالت شبیه سازی مقایسه گردیده است. شکل 8 تغییرات زاویه اعضا در طی زمان 4 ثانیه را در دو حالت شبیه سازی و عملی نشان می دهد. در حالت تجربی ربات یک وزنه 100 گرمی را از نقطه A به B منتقل کرده است.

پس از نوشتن برنامه در نرم افزار متلب و وارد کردن نقاط ابتدایی و انتهایی از برد آردیانو ATMEGA2560 به عنوان پردازنده واسط بین ربات و کامپیوتر استفاده شده و توسط نرم افزار آردیانو اسکچ، برنامه کنترلی سیستم در آن وارد و پردازش شده است. از طرفی برای خواندن و دریافت اطلاعات زوایای بازوها از پتانسیومترها استفاده شده است. اثرات نویز و اغتشاش محیط آزمایشگاه که عموماً شامل نویزهای آکوستیک، الکترواستاتیک و الکتریکی می باشد توسط معادله نویز گوسی سفید در کنترل شبیه سازی سیستم وارد

درجه آزادی از یک بازوی مکانیکی ربات اسکات فرض شده و به طراحی کنترل کننده و تخمین گر SDRF برای آن، پرداخته شده است. قابل ذکر است ربات در محیط آزمایشگاهی همراه با مخلوطی از نویز و اغتشاش مورد آزمایش قرار گرفته است. به علاوه انعطاف پذیری موجود در مفاصل به صورت یک فنر پیچشی خطی با ثابت مدلسازی شده که ضرایب آن به صورت تجربی و تکرار آزمایش در جدول 3 استخراج شده است. فلوچارت شکل 7 الگوریتم پیاده سازی روش کنترلی استفاده شده بر ربات اسکات را توصیف می کند.

گشتاور لازم جهت حرکت بازوها و انتقال جرم توسط موتورهای DC صورت می گیرد. این موتورها دارای محدودیت های سرعت و گشتاور هستند که با توجه به نمودارهای دور و گشتاور و اطلاعات موجود روی پلاک موتورها تعیین می شوند که در جدول 3 نشان داده شده است. ماکزیمم و مینیمم

جدول 3 مشخصات دینامیکی بازوی سه درجه آزادی

موتور	$k_{r_i}$ (Nm/rad)	$J_{r_i}$ (kgm <sup>2</sup> )	$\omega_{nl}$ (rad/s)	$u_{\text{stall}}$ (Nm)
1	800	0.85	5.85	0.55
2	500	0.9	3	0.96
3	700	0.9	3	0.96

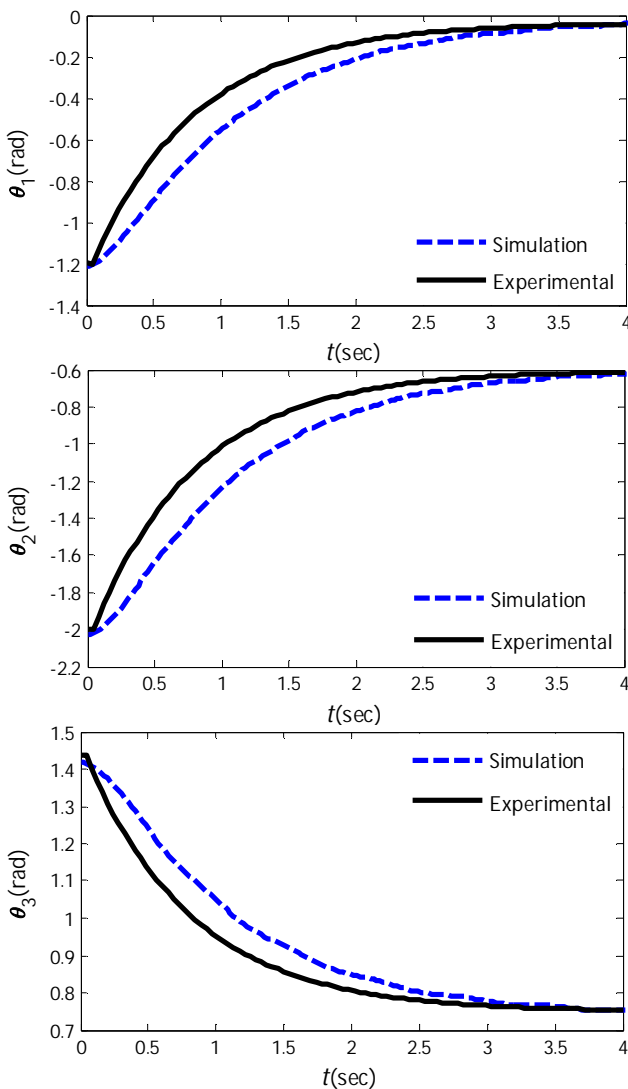


Fig. 8 The time variation of the simulated and experimental angular positions of the links

شکل 8 مقایسه تغییرات موقعیت زوایای اعضا (شبیه سازی و تجربی)

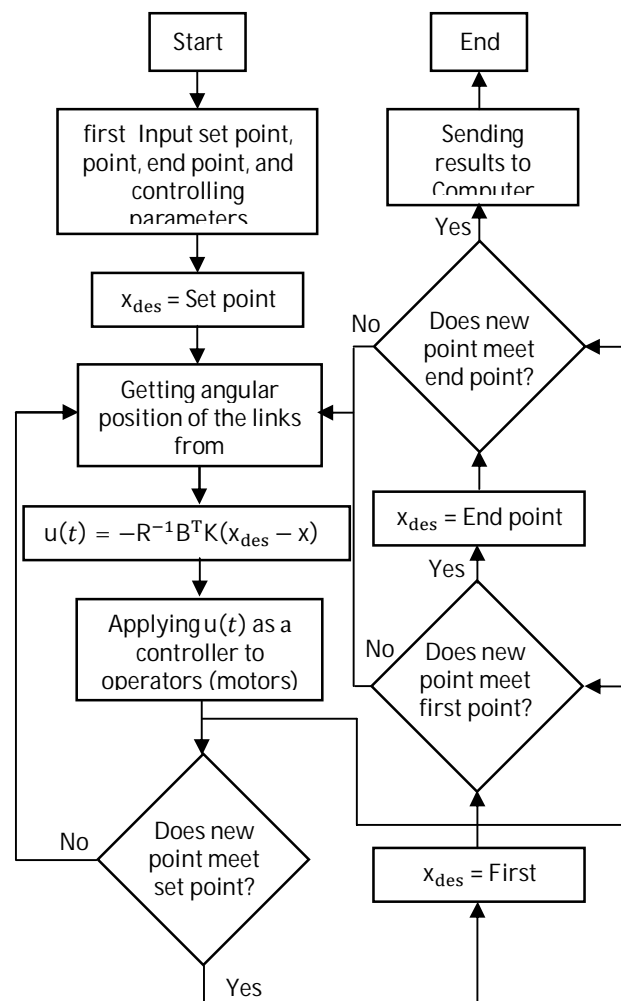


Fig. 7 The flowchart of the practical implementation of the point-to-point mode

شکل 7 الگوریتم پیاده سازی عملی حرکت نقطه به نقطه

با بررسی نتایج آزمایش انجام شده مشاهده می شود خطای حالت تجربی ربات اسکات نسبت به نقطه هدف حدود 10.1 میلی متر به دست آمده درحالی که خطای شبیه سازی در حالی که از تخمین گر SDRE استفاده نشده است حدود 3.72 میلی متر می باشد و با در نظر گرفتن انعطاف پذیری و استفاده از تخمین گر طراحی شده این خطا تقریباً به 7.58 میلی متر افزایش می یابد، به بیان دیگر با وجود تخمین گر نتایج شبیه سازی به حالت تجربی نزدیکتر شده است و رفتار ربات واقعی تر به نظر می رسد. در حالت کلی می توان این گونه بیان نمود که در سیستم شبیه سازی نیز به خاطر اعمال زمان محدود برای رسیدن به نقطه هدف و عوامل کنترلی و همچنین وارد کردن نویز اندازه گیری به سیستم، در نقطه نهایی خطا وجود دارد، اما آن چیزی که معین می باشد وجود عدم خطا در نقطه آغاز حرکت است، در حالی که در آزمایش تجربی این نکته صدق نمی کند زیرا در آزمایشات تجربی برای رسیدن به نقطه ی ابتدایی بازو می بایست به صورت سیستمی حرکت کند که خود باعث نفوذ پذیری تمامی فاکتورهای وجود خطا در سیستم جابجایی ابتدایی می شود و این نکته نیز قابل مشاهده است که در حالت تجربی هم خطا در نقطه ابتدایی وجود دارد و هم در نقطه پایانی سیستم قابل رویت می باشد.

**2-4- مقایسه روش SDRE Observer و OSMC با حالت تجربی**

یکی دیگر از روش های کنترل غیرخطی پر کاربرد در سیستم های رباتیک روش مودلغزشی می باشد که نسبت به عدم قطعیت و اغتشاش سیستم مقاوم است. گاهی با ترکیب این روش با روش های کنترل بهینه می توان از مزیت هر دو روش یعنی مقاوم بودن و بهینگی در ساختار یک کنترل کننده که به نام کنترل کننده مود لغزشی بهینه (OSMC) مشهور است، استفاده نمود. با استفاده از تئوری کنترل بهینه، ضرایب بهینه برای کنترل کننده مود لغزشی در جدول 5 به دست آمده است. با استخراج تابع معیار و حل معادله بهینه سازی (45) و به دست آوردن بهره کنترلی  $S(x(t))$ ، مقدار ورودی بهینه کنترلی  $u(t)$  به صورت معادله (46) به دست می آید [13].

$$A^T(x(t))S(x(t)) + S(x(t))A(x(t)) - S(x(t))B(x(t))R^{-1}B^T(x(t))S(x(t)) + Q = 0 \quad (45)$$

$$u(t) = -R^{-1}B^T(x(t))S(x(t))x(t) \quad (46)$$

در شکل های 10 و 11 مقایسه ای بین روش پیشنهادی مقاله و روش مود لغزشی بهینه انجام شده و نتایج به دست آمده با حالت تجربی نیز مورد سنجش قرار گرفته است.

مشاهده می شود علی رغم سریع رسیدن زاویه بازو با کنترل کننده OSMC به زاویه تجربی و همچنین طی نمودن مسیر کوتاه تر از نقطه مبدا به مقصد، روش کنترل کننده و تخمین گر SDRE مسیر بهینه و هموارتری را نسبت به حالت تجربی طی نموده است. میزان خطای نقطه پایانی نسبت به نقطه ای که بازو به آن رسیده است در روش OSMC=8.7 mm و در روش SDRE Observer=3.7 mm که بیانگر نزدیک تر بودن روش پیشنهادی به حالت واقعی ربات است.

**5- جمع بندی و نتیجه گیری**

در کنترل بازوهای با مفاصل انعطاف پذیر اندازه گیری تغییرات زوایای بازوها از

جدول 5 پارامترهای کنترل کننده [13]

Table 5 The Controllers' parameters [13]			
$\lambda_{OSMC}$	$K_{OSMC}$	Q	R
			پارامترهای کنترلی
$2[I]_{3 \times 3}$	$[I]_{3 \times 3}$	$10[I]_{6 \times 6}$	$[I]_{3 \times 3}$
			مقدار

شده است تا نتایج واقعی و نزدیک تر به حالت تجربی به دست آید. نویزگیری سیگنال های دریافتی توسط قرارگیری یک فیلتر پایین گذار در بخش اینترفیس نرم افزاری انجام شده سپس سیگنال فیلتر شده وارد محاسبات کنترل حلقه بسته شده است و توسط سینماتیک مستقیم از داده های خروجی برای رسم مسیر طی شده استفاده گردیده است. شکل 9 مقایسه مسیر حرکت پنجه ربات را در دو حالت شبیه سازی (با استفاده و بدون استفاده از تخمین گر) و حالت تجربی بررسی شده نشان می دهد، علاوه بر آن برای وضوح بیشتر مسیر پنجه از دو نمای روبه رو و جانبی نمایش داده شده است. در جدول 4 نیز برخی از نتایج به دست آمده به صورت کمی استخراج گردیده است.

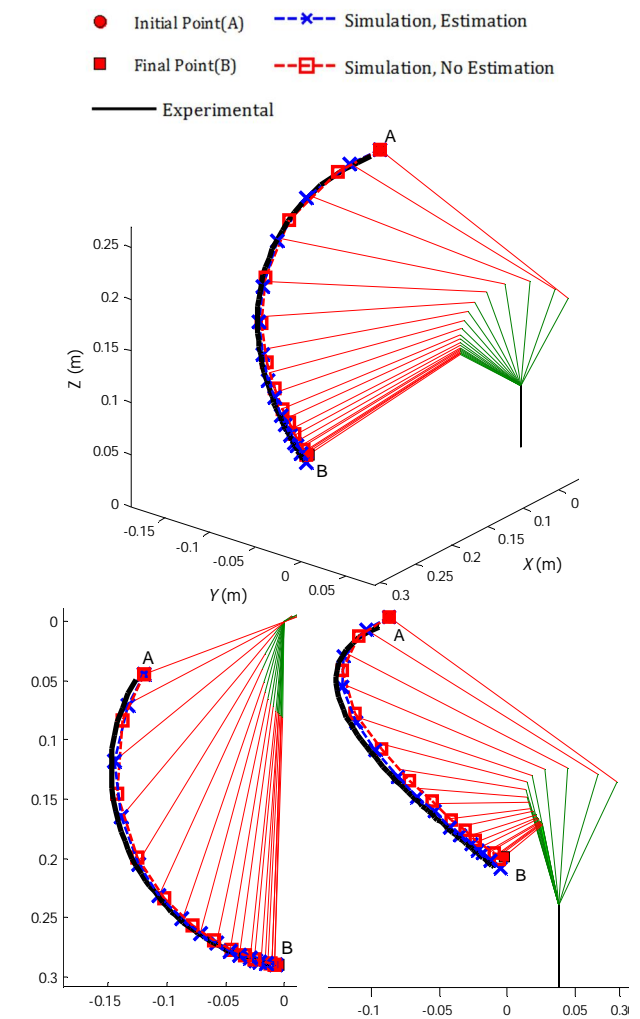


Fig. 9 The simulated and experimental trajectory of the end-effector in point to point mode

شکل 9 مسیر حرکت پنجه در حالت نقطه به نقطه (شبیه سازی و تجربی)

جدول 4 خطای نقاط ابتدا و انتهای مسیر شبیه سازی و تجربی  
Table 4 The error of the first and the end of the simulated and experimental trajectory

خطا (mm)	آزمایشگاهی (تجربی)	کنترل کننده و رویت گر SDRE	کنترل کننده SDRE
نسبت به نقطه ابتدا (A)	10.84	0	0
نسبت به نقطه انتها (B)	10.10	7.58	3.72
نسبت به مسیر تجربی	0	3.7	6.8

داده‌اند منتفی شده است. روش معادله ریگاتی وابسته به حالت یکی از بهترین روش‌های کنترل بهینه غیرخطی بوده که مزایای استفاده از آن در بخش‌های مقدماتی گفته شد. معمولاً سیستم‌های میکاترونیکی در صنعت همواره در محیطی همراه با نویز و اغتشاش کار می‌کنند که این فرض در محیط آزمایشگاه در نظر گرفته شده و نویزها و همچنین پارامترهای تصادفی وارد به سیستم توسط تخمین گر SDRE شناسایی شده و تأثیر آن در سیستم کنترل حلقه بسته لحاظ گردیده است. معادلات روش مذکور ابتدا برای سیستم‌های کنترلی حلقه بسته به صورت عمومی استخراج گردیده، سپس این روش جهت طراحی کنترل کننده و رویت گر برای بازوی مکانیکی سه درجه آزادی با در نظر گرفتن انعطاف پذیری مفاصل در نرم افزار متلب کدنویسی شده و نتایج شبیه سازی مورد بررسی قرار گرفته است. فرآیند این پژوهش برای ربات اسکات به طور تجربی پیاده سازی شده و با روش کنترل غیرخطی مدلغزشی بهینه مقایسه گردیده است. با بررسی بخشی از نتایج آزمایش انجام شده مشاهده می‌شود خطای حالت تجربی ربات اسکات در یک مسیر مشخص که جرم 100 گرمی را توسط پنجه از نقطه A به B منتقل می‌کند حدود 10.1 میلی متر به دست آمده است. براساس مقایسه صورت گرفته میزان اختلاف نقطه انتهایی مسیر بازو با استفاده از کنترل کننده OSMC نسبت به حالت تجربی 8.7 میلی متر می‌باشد، و با بکارگیری کنترل کننده SDRE به 6.8 میلی متر رسیده است. در صورتی که با در نظر گرفتن انعطاف پذیری و لحاظ کردن شرایط اغتشاشی محیط و خطای حس گرهای اندازه گیری در معادلات ربات و استفاده از تخمین گر طراحی شده، اختلاف به 3.7 میلی متر کاهش می‌یابد، به بیان دیگر با پیشنهاد و پیاده سازی این روش، کنترل و عملکرد سیستم به رفتار حقیقی ربات نزدیک تر شده است.

6- فهرست علائم

نقاط ابتدا و انتها مسیر حرکت پنجه	A, B
ماتریس ضریب حالت سیستم	A(x(t))
ماتریس ضریب کنترل سیستم	B(x(t))
ماتریس ضریب خروجی سیستم	C(x(t))
بردار تاثیرات نیروی جانب مرکز و بردار شتاب گرانش بازوی مکانیکی صلب	C, g
بردار تاثیرات نیروی جانب مرکز (شتاب کوریولیس) و بردار شتاب گرانش بازو با مفاصل انعطاف پذیر	$\underline{c}, \underline{g}$
ماتریس تصحیح کننده ابعاد بردار عملگرها	C(t), F, G(t)
ماتریس وزن دهی به ورودی کنترلی و متغیرهای حالت رویت گر	E(t), W(t)
تابع همبستگی	H(.)
ممان اینرسی بازو حول محور X, Y, Z	$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$
معیار عملکرد یا تابع هزینه	$J_{r_i}$
ممان اینرسی موتورهای محرک	$J_{r_i}$
بردار اتصال بین عملگرها و عضوها	k(q(t))
ماتریس بهره فیدبک کنترل کننده	K(x(t))
ضریب کنترلی مود لغزشی بهینه	$k_{OSMC}$
جرم عضو	$m_i$
جرم حمل شده توسط پنجه	$m_p$
ماتریس اینرسی بازوی مکانیکی صلب	M(q(t))
ماتریس اینرسی بازو با مفاصل انعطاف پذیر	$\underline{M}(q(t))$
ماتریس کنترل پذیری و رویت پذیری	$M_c, M_o$
ماتریس متقارن ناشی از حل معادله ریگاتی	P(x(t))

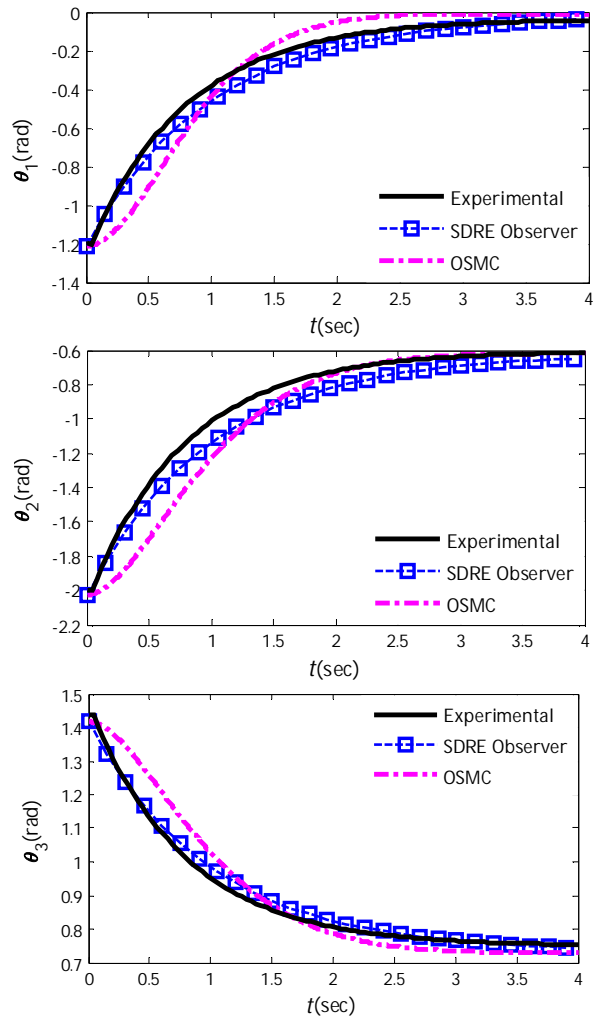


Fig. 10 The time variation of the simulated and experimental angular positions of the links  
شکل 10 مقایسه تغییرات موقعیت زوایای عضوها (شبیه سازی و تجربی)

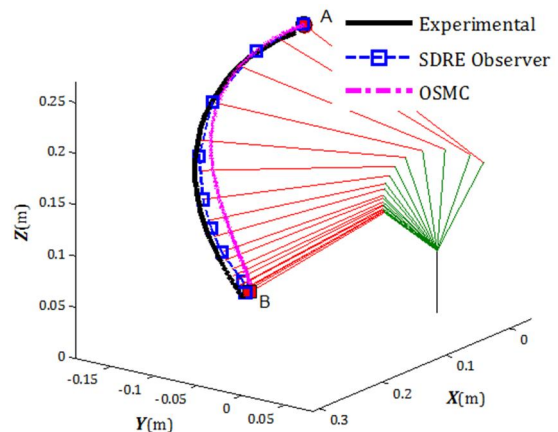


Fig. 11 The simulated and experimental trajectory of the end-effector in point to point mode  
شکل 11 مسیر حرکت پنجه در حالت نقطه به نقطه (شبیه سازی و تجربی)

طریق پتانسیومتر میسر است ولی زوایای موتورها به سادگی قابل اندازه گیری نیست. در این پژوهش از رویت گر SDRE جهت تخمین متغیرهای حالت نامعلوم استفاده شده است که علاوه بر صرفه اقتصادی، ترکیب شدن نویز همراه با خروجی سیستم‌های اندازه گیری که جای خود را به رویت گر مدنظر

8- مراجع

[1] J. D. Pearson, Approximation methods in optimal control, *Journal of Electronics and Control*, Vol. 13, No. 5, pp. 453-469, 1962.

[2] A. Wernli and G. Cook, Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem, *Automatica*, Vol. 11, No. 1, pp. 75-84, 1975.

[3] J. R. Cloutier, C. N. D'Souza, C. P. Mracek, Nonlinear regulation and nonlinear H-infinity control via SDRE technique, *International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, Daytona Beach, US, pp. 117-130, 1996.

[4] M. Xin, S. N. Balakrishnan, Z. Huang, Robust SDRE based robot manipulator control, *Proceeding of IEEE International Conference on Control Applications*, Mexico City: IEEE, pp. 369-374, 2001.

[5] T. Cimen, D. McCaffrey, R. F. Harrison, S. P. Banks, Asymptotically optimal nonlinear filtering, *Automatic Control in Aerospace*, Vol. 17, No. 1, pp. 756-761, 2007.

[6] J. R. Cloutier, D. T. Stansbery, The capabilities and art of state-dependent Riccati equation-based design, *Proceedings of American Control Conference*, Anchorage: IEEE, Vol. 1, pp. 86-91, 2002.

[7] H. T. Banks, B. M. Lewis, H. T. Tran, Nonlinear feedback controllers and compensators: A state-dependent Riccati equation approach, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 37, No. 2, pp. 177-218, 2007.

[8] L. M. Sweet, M. C. Good, Redefinition of the robot motion-control problem, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 5, No. 3, pp. 18-25, 1985.

[9] H. S. Ramirez, M. W. Spong, Variable structure control of flexible joint manipulators, *The International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 3, No. 2, pp. 57-64, 1988.

[10] M. H. Korayem, A. Nikoobin, Maximum payload for flexible joint manipulators in point-to-point task using optimal control approach, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 38, No. 9-10, pp. 1045-1060, 2008.

[11] M. Salehi, A. Nikoobin, Optimal trajectory planning of flexible joint manipulator: Maximum load carrying capacity-minimum vibration, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 68-80, 2013 (in Persian).

[12] M. Navabi, P. Roozgard, Nonlinear fault-tolerant flight control for a transport aircraft in presence of actuators fault and failure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 209-220, 2015 (in Persian).

[13] M. H. Korayem, A. Khademi, S.R. Nekoo, A Comparative study on SMC, OSMC and SDRE for robot control, *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran: IEEE, pp. 13-18, 2014.

[14] M. H. Korayem, M. Irani, S. R. Nekoo, Load maximization of flexible joint mechanical manipulator using nonlinear optimal control, *Acta Astronautica*, Vol. 69, No. 7-8, pp. 458-469, 2011.

[15] M. H. Korayem, S. R. Nekoo, State-dependent differential Riccati equation to track control of time-varying systems with state and control nonlinearities, *ISA Transactions*, Vol. 57, pp. 117-135, 2015.

[16] D. G. Luenberger, Observing the state of a linear system, *IEEE Transactions on Military Electronics*, Vol. 8, No. 2, pp. 74-80, 1964.

[17] D. G. Luenberger, An introduction to observers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 16, No. 6, pp. 596-602, 1971.

[18] V. Pappano, B. Friedland, Analytical solution for a separate state and parameter SDRE observer for a CSI-fed induction motor, *Proceeding of IEEE International Conference on Control Applications*, Trieste: IEEE, Vol. 2, 1998.

[19] M. Xin, S.N. Balakrishnan, A new state observer and flight control of highly maneuverable aircraft, *Proceeding of American Control Conference*, St. Louis: IEEE, pp. 5380-5385, 2009.

[20] H. Beikzadeh, H. D. Taghirad, Stability analysis of the discrete-time difference SDRE state estimator in a noisy environment, *Proceeding of IEEE International Conference on Control and Automation*, Christchurch: IEEE, pp. 1751-1756, 2009.

[21] A. J. Krener, W. Respondek, Nonlinear observer with linearizable error dynamics, *SIAM Journal of Control and Optimization*, Vol. 23, No. 2, pp. 197-216, 1985.

[22] T. Cimen, State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey, *The International Federation of Automatic Control*, Vol. 41, No. 2, pp. 3761-3775, 2008.

[23] M. H. Korayem, S. R. Nekoo, Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: Rigid and flexible joint manipulator control, *ISA Transactions*, Vol. 54, pp. 125-144, 2015.

[24] S. R. Nekoo, B. Geranmehr, Nonlinear observer-based optimal control using the state-dependent Riccati equation for a class of non-affine control systems, *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, Vol. 16, No. 2, pp. 5-13, 2014.

موقعیت و سرعت زاویه‌ای عضوها	$q_L(t), \dot{q}_L(t)$
موقعیت و سرعت زاویه‌ای موتورها	$q_m(t), \dot{q}_m(t)$
ماتریس وزن دهی به ورودی کنترلی و متغیرهای حالت کنترل کننده	$R, Q$
بهره بهینه کنترل کننده مود لغزشی	$S(x(t))$
بردار ورودی کنترلی - گشتاور محرک‌ها	$u(t)$
گشتاور حد اشباع موتور	$u_{i, stall}$
حداکثر و حداقل محدوده گشتاور موتور	$u_{i, min}^{max}(t)$
کمیت نویز اندازه‌گیری و اغتشاش بار	$v(t), w(t)$
کمیت های قابل اندازه‌گیری	$x(t), y(t), z(t)$
علایم یونانی	
ماتریس بهره رویت گر	$\Gamma(\hat{x}(t))$
بردار ورودی رویت گر	$\gamma(t)$
بردار خروجی سیستم دوگان ریگاتی	$\eta(t)$
بردار کمک وضعیت	$\lambda(t)$
ضریب کنترلی مود لغزشی	$\lambda_{OSMC}$
حداکثر سرعت بی‌باری موتور	$\omega_{i, nl}$

7- پیوست

1-7 کاربرد تخمین گر در اندازه‌گیری سرعت زاویه‌ای

جهت صحت عملکرد کنترل کننده و تخمین گر SDRE طراحی شده یک بازوی مکانیکی سه درجه آزادی صلب را در نظر گرفته و با فرض نداشتن ابزار اندازه‌گیری سرعت (تاکومتر)، میزان تغییرات سرعت زاویه‌ای بازو تخمین زده شده است. شکل 12 تغییرات سرعت زاویه‌ای عضو 3 را طی 5 ثانیه در دو مرحله (با تخمین و بدون تخمین) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود تخمین گر با دقت و سرعت خوبی مقدار سرعت زاویه‌ای عضو را رویت و تخمین زده است، همچنین اثرات منفی وجود نویز و اغتشاش در رفتار سرعت زاویه‌ای عضو توسط رویت گر SDRE تخمین زده شده است.

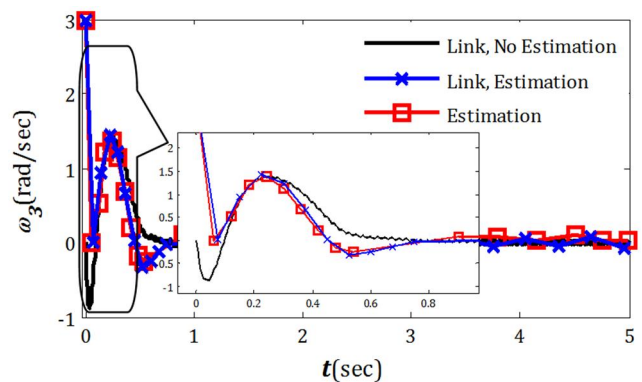


Fig. 12 Estimation of angular velocity variations for third link using SDRE estimator

شکل 12 تخمین تغییرات سرعت زاویه‌ای عضو سوم توسط تخمینگر SDRE