



# Modeling of Non-Linear Dynamic Behavior of Tapered Atomic Force Microscope Cantilevers Immersed in Different Liquids Based on Theoretical and Experimental Methods

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Gholizadeh Pasha A H.\*<sup>1</sup> PhD,  
Sadeghi A.<sup>1</sup> PhD

### How to cite this article

Gholizadeh Pasha A H, Sadeghi A. Modeling of Non-Linear Dynamic Behavior of Tapered Atomic Force Microscope Cantilevers Immersed in Different Liquids Based on Theoretical and Experimental Methods. Modares Mechanical Engineering. 2021; 21(1):29-37.

<sup>1</sup> Mechanical Engineering Department, Technical and engineering faculty, Damavand branch, Islamic Azad University

### \*Correspondence

Address: Technical and engineering faculty, Damavand branch, Islamic Azad University, Moallem SQ, Madaen St, Narmak, Tehran, Iran.  
Phone: +98 (21) 77957717  
Fax: -  
a\_sadeghi@damavandiau.ac.ir

### Article History

Received: July 27, 2020  
Accepted: November 26, 2020  
ePublished: January 18, 2021

## ABSTRACT

In this paper, the non-linear dynamic behavior of immersed AFM micro cantilever in liquid has been modeled. To increase the accuracy of the theoretical model, all necessary details for cantilever and sample surface have been taken into account. As for the theoretical model, the Timoshenko beam theory which takes the rotatory inertia and shear deformation effects into consideration has been adopted. For modeling the vibrational system, cantilever thickness, cantilever length and breadth, the angle between cantilever and sample surface, normal contact stiffness, lateral contact stiffness, tip height, breadth taper ratio, height taper ratio, time parameter and viscosity of the liquids have been considered. Differential quadrature method (DQM) has been used for solving the differential equations. During the investigation, the softening behavior was observed for all cases. Here, water, methanol, acetone and carbon tetrachloride has been supposed as immersion environments. Results show that increasing the liquid density reduces the resonant frequency. Time variable does not have any considerable effect on the non-linear resonant frequency. Theoretical modeling has been compared for a rectangular AFM cantilever with experimental works in both of the contact and non-contact modes in air and water environments. Results show good agreement.

**Keywords** Atomic Force Microscope, Tapered Micro Cantilever, Damping Effect, Timoshenko Beam Theory, Immersion in Liquid Environment

## CITATION LINKS

[1] Atomic force microscope [2] Vibrations of free and surface-coupled atomic force microscope cantilevers [3] Sensitivity of flexural and torsional vibration modes of atomic force microscope cantilevers to surface stiffness variations [4] High-frequency mechanical spectroscopy with an atomic force microscope [5] Finite element simulations of nonlinear vibrations of atomic force microscope cantilevers [6] Damping vibration of scanning near-field optical microscope probe using the Timoshenko beam model [7] Simulation of dynamic modes of atomic force microscopy using a 3D finite element model [8] Finite-element vibration analysis of tapping-mode atomic force microscopy in liquid [9] Comparison of frequency response of atomic force microscopy cantilevers under tip-sample interaction in air and liquids [10] The flexural vibration of V shaped atomic force microscope cantilevers by using the Timoshenko beam theory [11] Contact dynamics of tapping mode atomic force microscopy [12] Sensitivity of flexural vibration mode of the rectangular atomic force microscope micro cantilevers in liquid to the surface stiffness variations [13] Nonlinear mathematical modeling of vibrating motion of nanomechanical cantilever active probe [14] Size-dependent resonant frequency and flexural sensitivity of atomic force microscope microcantilevers based on the modified strain gradient theory [15] Effects of fluid environment properties on the nonlinear vibrations of AFM piezoelectric microcantilevers [16] Vibration suppression of atomic-force microscopy cantilevers covered by a piezoelectric layer with tensile force [17] A vibration analysis of a cracked micro-cantilever in an atomic force microscope by using transfer matrix method [18] Theory of Elasticity [19] Harmonic response of near-contact scanning force microscopy [20] Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators [21] Non-linear vibrations of a beam with cantilever-Hertzian contact boundary conditions [22] Differential quadrature and its application in engineering [23] <http://ara-research.com/en/New/multi-mode-atomic-force-microscopy/> [24] A numerical method for nonlinear eigenvalue problems application to vibrations of viscoelastic structures

## مدل‌سازی رفتار دینامیکی غیرخطی تیرک ذوزنقه شکل میکروسکوپ نیروی اتمی غوطه‌ور در مایع بر مبنای روش‌های تحلیلی و آزمایشگاهی

علی حسین قلی‌زاده پاشا PhD

فارغ‌التحصیل دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد  
دماوند، دانشگاه آزاد اسلامی

علی صادقی \* PhD

استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد دماوند،  
دانشگاه آزاد اسلامی

### چکیده

در این مقاله رفتار دینامیکی غیرخطی تیرک میکروسکوپ نیروی اتمی در حالت غوطه‌ور در محیط مایع مدل‌سازی شده است. برای ارتقای مدل، حداکثر جزئیات لازم برای تیرک و سطح نمونه در نظر گرفته شده است. با توجه به اهمیت میکروسکوپ نیروی اتمی در تحلیل و عکس‌برداری از سطوح مختلف، داشتن یک مدل نظری جامع و کامل به منظور تفسیر و تحلیل تصاویر گرفته‌شده، پیشگویی درباره نتایج حاصل از تحلیل سطوح و حتی انتخاب حالت کاربردی برای میکروسکوپ، مخصوصاً در محیط‌های مایع و زیستی امری ضروری است. به منظور مدل‌سازی ارتعاشی تیرک برخلاف مدل‌های قبلی به جای نظریه تیر اولر-برنولی از مدلی دقیق‌تر یعنی نظریه تیر تیموشنکو، که اثرهای تغییر شکل برشی و لختی چرخشی را در نظر می‌گیرد، استفاده شده است. در مدل‌سازی جزئیاتی همچون ضخامت تیرک، طول و عرض تیرک، زاویه بین تیرک و سطح نمونه، سفتی‌های نسبی عمودی و مماسی، ارتفاع نوک هرمی نصب‌شده به انتهای تیرک، نسبت شیب عرضی، نسبت شیب ارتفاعی، زمان و لزجت سیال به عنوان محیط در نظر گرفته شده‌اند. در شرایط مرزی از مدل غیرخطی نیروی بین تیرک و سطح نمونه بر مبنای نظریه برخورد هرتز استفاده شده است. برای حل معادله‌های غیرخطی از روش عددی مشتقات مربعی استفاده و به طور کلی رفتار نرم شوندگی برای تمامی نمونه‌ها مشاهده شده است. تتراکلرید کربن، آب، متانول و استون به عنوان محیط‌های مایع به‌کاربرده شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش لزجت سیال به عنوان محیط، بسامد تشدید تیرک کاهش می‌یابد. متغیر زمان، تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای بر بسامد تشدید تیرک ندارد. در ادامه، نتایج نظری با مدل آزمایشگاهی برای یک تیرک نمونه در محیط‌های آب و هوا در هر دو حالت تماسی و غیر تماسی مقایسه شده است و مقایسه آن‌ها سازش خوبی را نشان می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** میکروسکوپ نیروی اتمی، تیرک ذوزنقه‌ای شکل، اثرات میرایی، نظریه تیر تیموشنکو، محیط غوطه‌وری مایع

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۰۶

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۰۶

\*نویسنده مسئول: a\_sadeghi@damavandiau.ac.ir

### ۱- مقدمه

میکروسکوپ نیروی اتمی توسط محققان شرکت آی‌بی‌ام با نام‌های کوت و گریبر[1] در سال ۱۹۸۶ ابداع شده است. این میکروسکوپ قادر است به طور تقریبی از تمامی نمونه‌های رسانا

و غیر رسانا عکس‌برداری کند. بر اساس اولین طراحی این میکروسکوپ، نقش اصلی در تهیه تصاویر بر عهده تیرکی با ابعاد میکرو گذاشته شده است. بر مبنای استفاده از تغییرات پارامترها و مشخصات فعال و پویای سطح، توانایی کشف نوسانات و ناهم‌واری‌های سطح در مقیاس نانو در این تیرک قرار داده شده است. با توجه به اهمیت میکروسکوپ نیروی اتمی در تحلیل و عکس‌برداری از سطوح مختلف، داشتن یک مدل نظری جامع و کامل به منظور تفسیر و تحلیل تصاویر گرفته‌شده و همچنین انتخاب حالت کاربردی صحیح برای میکروسکوپ، امری ضروری و شایان توجه تلقی می‌شود. تاکنون مدل‌های مختلفی جهت بررسی و تحلیل کامل خصوصیات ارتعاشی تیرک تهیه شده‌اند، اما به دلیل حذف شماری از جزئیات و عدم توانایی در به شمار آوردن تمامی حالت‌ها، کارایی لازم را نداشته‌اند. مدلی کارآمد برای تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی با همکاری رابه و همکاران[2] ارائه شده است. در مقاله آنان از نظریه تیر اولر-برنولی برای توصیف مدل ارتعاشی تیرک استفاده و به توصیف رفتار ارتعاشی تیرک و همچنین تغییرات بسامد تشدید تیرک بر حسب سفتی عمودی سطح، توجه ویژه شده است. این مدل از اولین منابع موجود در زمینه بیان رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی شکل میکروسکوپ نیروی اتمی شمرده می‌شود. در ادامه برای تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی مدلی بسته و تحلیلی توسط ترنر و وین[3] ارائه و در راستای ارائه این مدل تحلیلی، از برخی جزئیات چشم‌پوشی شده است. این مدل قادر است تغییرات بسامد تشدید تیرک را بر حسب نوع نمونه به‌کاربرده شده به درستی توصیف کند. در مقاله ایشان نیز از نظریه تیر اولر-برنولی برای توصیف مدل ارتعاشی تیرک استفاده شده است. با وجود صرف‌نظر کردن از پارامترهای مختلف در مدل‌سازی، مدل آنان به دلیل سادگی به عنوان منبعی قابل استناد و پرکاربرد لحاظ شده است. از سوی دیگر، در مدل ارائه‌شده توسط دوپاس و همکاران[4] برای تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی جزئیات بیشتری در نظر گرفته شده است. در مدل آنان نیز همچون گذشتگان از نظریه تیر اولر-برنولی که توانایی توصیف آثار تغییر شکل برشی و لختی چرخشی را ندارد، استفاده شده است. با نگاهی سریع به مقاله آنان، روشن می‌شود که جزئیات بیشتری همچون جزئیات ابعادی نوک هرمی، زاویه میان تیرک و سطح نمونه و سفتی نسبی مماسی در نظر گرفته شده است. رفتار ارتعاشی خطی تیرک خنجری (Dagger shaped micro cantilever) میکروسکوپ نیروی اتمی برای اولین بار توسط شن و همکاران[5] بررسی و یک مدل ساده و در عین حال دقیق برای ارتعاشات تیرک خنجری ارائه شده است. در مقاله آن‌ها برخی جزئیات به علت پیچیدگی تیرک خنجری جهت توصیف رفتار ارتعاشی بررسی نشده است، اما مشاهدات آن‌ها در عمل به عنوان یکی از نخستین پژوهش‌های صورت گرفته درباره توصیف

از سوی دیگر، پیام<sup>[12]</sup> با در نظر گرفتن محیط مایع، حساسیت ارتعاشی بسامدهای نوسانی مختلف را برای تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی با در نظر گرفتن محیط مایع و جزئیات لازم برای تحلیل حساسیتی با توجه به محیط مایع و جزئیات لازم برای تیرک (همچون ارتفاع نوک هرمی و زاویه بین تیرک و سطح نمونه) برای اولین بار انجام شده است. قادری و نجات<sup>[13]</sup> نیز رفتار ارتعاشی غیرخطی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی را با در نظر گرفتن لایه پیزوالکتریک در بالای آن مدل‌سازی کردند. در مقاله آن‌ها تأثیر لایه پیزوالکتریک بر بسامد تشدید تیرک بررسی شده است. با توجه به کاربرد لایه پیزوالکتریک روی سطح تیرک مستطیلی در برخی از میکروسکوپ‌های نیروی اتمی، بررسی تأثیر این لایه بر ارتعاشات تیرک میکروسکوپ نیروی اتمی، امری مفید و لازم محسوب می‌شود. انصاری و همکاران<sup>[14]</sup> با استفاده از نظریه توسعه‌یافته اولر-برنولی، با داشتن پارامترهای بیشتر و در نتیجه دقت بالاتر، به مدل‌سازی رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی پرداخته‌اند. مقاله آن‌ها به دلیل دقت بسیار بالا در توصیف تغییرات بسامد تشدید تیرک، مرجعی قابل استناد شمرده می‌شود. البته قابل‌ذکر است که در مدل آن‌ها به منظور ساده‌سازی بیشتر، از برخی پارامترها همچون ارتفاع نوک هرمی و زاویه بین تیرک و سطح نمونه چشم‌پوشی شده است. در همین راستا احمدی و همکاران<sup>[15]</sup> به بررسی رفتار ارتعاشی خطی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی غوطه‌ور در محیط‌های مختلف مایع پرداخته‌اند. در مقاله آن‌ها تأثیر مایع بر ارتعاشات تیرک مستطیلی بررسی شد و برخلاف بیان دقیق تأثیرات محیط مایع بر رفتار ارتعاشی تیرک، از برخی جزئیات همچون ارتفاع نوک هرمی و زاویه بین تیرک و سطح نمونه چشم‌پوشی شده است. کواریم و همکاران<sup>[16]</sup> نیز رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی پوشیده شده با لایه پیزوالکتریک را تحت نیروی کششی مورد بررسی قرار داده‌اند. در مقاله آن‌ها از مدل شناخته‌شده کلونین-ویت استفاده و تأثیر لایه پیزوالکتریک تحت نیروی کششی بر بسامد تشدید تیرک مستطیلی نشان داده شده است. از سوی دیگر، دستجردی و عباسی<sup>[17]</sup> رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی را با در نظر گرفتن ترکی در آن بررسی کرده‌اند. وجود ترک‌های ریز در سطح تیرک میکروسکوپ نیروی اتمی مسئله‌ای شایع است که در اثر عوامل مختلفی همچون تماس ناگهانی با سطح نمونه و تغییرات دمایی ایجاد می‌شود. با توجه به پیچیدگی تحلیل تیرک با در نظر گرفتن ترک در آن، مطالعه‌های کمتری در این زمینه انجام شده است و در نتیجه مقاله ایشان به عنوان اولین تحقیق جامع و کامل در این زمینه محسوب می‌شود.

در مقاله حاضر تلاش شده است تا با توجه به سوابق و کارهای صورت گرفته در گذشته برای نخستین بار رفتار ارتعاشی تیرک

رفتار تیرک خنجری، مرجعی باارزش و قابل استناد محسوب می‌شود. از سوی دیگر، رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی با در نظر گرفتن میرایی ارتعاشی سازه‌ای توسط چن و لی<sup>[6]</sup> بررسی شده است. از آنجایی که در مقاله آنان برای نخستین بار از نظریه تیر تیموشنکو، که قادر به در نظر گرفتن آثار تغییر شکل برشی و لختی چرخشی است، استفاده شده و برخلاف گذشتگان میرایی سازه‌ای مربوط به جنس تیرک لحاظ شده است، نتایج این پژوهش‌ها منبعی قابل استناد و پرکاربرد محسوب می‌شود. در این منبع بر خلاف مشاهدات قبلی، جزئیات بیشتری در رابطه با تیرک و سطح نمونه در نظر گرفته شده است. در همین راستا سانگ و بوشان<sup>[7]</sup> با در نظر گرفتن محیط هوا، رفتار سه‌بعدی ارتعاشی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی را بررسی کردند. در مدل آن‌ها علاوه بر ارتعاشات خمشی در جهات مختلف، ارتعاشات پیچشی تیرک میکروسکوپ نیروی اتمی در هر دو حالت تماسی و غیر تماسی بررسی شده‌اند. مدل این محققان به علت مبسوط و جامع بودن و در نظر گرفتن تقریبی جزئیات، همواره به عنوان منبعی قابل استناد شمرده می‌شود. همچنین سانگ و بوشان<sup>[8]</sup> رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی را در حالت غوطه‌ور در مایع بررسی کردند. در مقاله آن‌ها تأثیر محیط مایع بر رفتار دینامیکی تیرک بررسی شده است. همچنین با استفاده از مدل اجزای محدود، رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی در محیط مایع مدل‌سازی و از مدل نظری تیرک بر مبنای نظریه اولر-برنولی استفاده شده است. از سوی دیگر، کواریم و همکاران<sup>[9]</sup> رفتار پاسخ بسامدی تیرک مستطیلی غوطه‌ور در محیط مایع را با در نظر گرفتن مدل نظری تیر تیموشنکو بررسی کردند. در مقاله آن‌ها نیز نیروی بین نوک هرمی تیرک و سطح نمونه به صورت خطی و برای هر دو حالت تماسی و غیر تماسی بررسی شده است. در مدل تحلیلی آنان تأثیر پارامترهایی چون ارتفاع نوک هرمی تیرک، زاویه بین تیرک و سطح نمونه و همچنین سفتی‌های نسبی عمودی و مماسی بر بسامد تشدید بررسی شده‌اند. بررسی رفتار ارتعاشی تیرک ۷ شکل میکروسکوپ نیروی اتمی، با در نظر گرفتن تقریبی تمامی جزئیات لازم، توسط صادقی<sup>[10]</sup> انجام و آثار پارامترهای مختلفی چون سفتی عمودی و مماسی، ارتفاع نوک هرمی و زاویه بین تیرک و سطح نمونه بر بسامد تشدید تیرک بررسی شده است. در مدل وی نیروی میان تیرک و سطح نمونه به صورت خطی در نظر گرفته شده است. علاوه بر این برای بیان معادلات حرکت از نظریه تیر تیموشنکو استفاده شده است. ژائو و همکاران<sup>[11]</sup> رفتار ارتعاشی تیرک مستطیلی شکل میکروسکوپ نیروی اتمی را در حالت تماسی بررسی کردند. در مقاله آنان حالت‌ها و زاویه‌های مختلف تماس با سطح نمونه و همچنین بسامد تشدید تیرک در حالت‌های مختلف بررسی و از مدل نظری اولر-برنولی استفاده شده است.

متغیر  $\xi = x/L$  به عنوان متغیر جابجایی طولی بدون بعد در نظر گرفته شده است. بر مبنای [19]:

$$f_d(x, t) = -\rho_a \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \quad (۴)$$

$\rho_a$  جرم حجمی افزوده شده و  $c_a$  میرایی افزوده شده ناشی از محیط مایع در نظر گرفته شده‌اند. بر مبنای [20]:

$$\rho_a = \frac{1}{12} \pi \rho_{iiq} b^2 + \frac{3}{4} \pi b \sqrt{\frac{2\rho_{iiq}\eta}{\omega}} \quad (۴)$$

$\eta$  لزجت مایع و  $\omega$  بسامد دایروی ارتعاشی در نظر گرفته شده‌اند.  $c_a = c_{\infty} + c_s$  (۵)

به عنوان میرایی هیدرودینامیکی در هنگامی که تیرک در حال ارتعاش در داخل مایع است در نظر گرفته شده است و  $c_s$  به عنوان میرایی هیدرودینامیکی زمانی که تیرک در حال ارتعاش نزدیک به سطح آزاد مایع است در نظر گرفته شده است. برای میرایی دینامیکی با توجه به [20]:

$$c_{\infty} = 3\pi\eta + \frac{3}{4}\pi b \sqrt{2\rho_{iiq}\eta\omega} \quad (۶)$$

$$c_s = \frac{\eta b^3}{h(x, t)^3} \quad (۷)$$

$h(x, t)$  به عنوان فاصله مابین تیرک تا سطح آزاد مایع منظور شده است.

$$h(x, t) = D + H \cos \alpha + (L - x) \sin \alpha + w(x, t) \cos \alpha \quad (۸)$$

در آن  $D$  فاصله تعادلی بین انتهای نوک هرمی تا سطح نمونه،  $H$  ارتفاع نوک هرمی و  $\alpha$  زاویه بین تیرک و سطح نمونه در نظر گرفته شده‌اند. بر مبنای [21] و بر طبق نظریه برخورد هرتز، برای نیروهای عمودی و مماسی بین تیرک و سطح نمونه:

$$f_n = (k_n - k_{n1}) \frac{w(x, t) \cos \alpha}{\delta_0} - k_{n2} \frac{(w(x, t) \cos \alpha)^2}{\delta_0^2} (w(0, t) \cos \alpha - H \phi(0, t) \sin \alpha) \quad (۹)$$

$$k_n = \frac{3}{2} K_0 \delta_0^{\frac{1}{2}}, k_{n1} = \frac{1}{4} k_n, k_{n2} = \frac{1}{24} k_n \cdot K_0 = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R_t} \cdot \frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} + \frac{1 - \nu_t^2}{E_t}$$

$$\delta_0 = Z_0 - D$$

$$f_t = (k_t - k_{t1}) \frac{w(x, t) \cos \alpha}{\delta_0} - k_{t2} \frac{(w(x, t) \cos \alpha)^2}{\delta_0^2} (w(0, t) \sin \alpha + H \phi(0, t) \cos \alpha) \quad (۱۰)$$

$$k_t = 8G_0 \delta_0^{\frac{1}{2}}, k_{t1} = \frac{1}{2} k_t, k_{t2} = \frac{1}{8} k_t \cdot G_0 = G^* \sqrt{R_t} \cdot \frac{1}{G^*} = \frac{2 - \nu_s}{G_s} + \frac{2 - \nu_t}{G_t}$$

$R_t$  عبارت است از شعاع نوک هرمی،  $E_t, E_s, \nu_t, \nu_s$  به ترتیب به عنوان مدول کشسانی نوک هرمی تیرک و سطح نمونه، همچنین ضریب پواسون نوک هرمی تیرک و سطح نمونه لحاظ شده‌اند.  $k_n, k_{n1}, k_{n2}$  به ترتیب به عنوان سفتی نسبی عمودی خطی و غیرخطی مابین تیرک و سطح نمونه در نظر گرفته شده‌اند.  $k_t, k_{t1}, k_{t2}$  به ترتیب به عنوان سفتی نسبی مماسی خطی و غیرخطی ما بین تیرک و سطح نمونه لحاظ شده‌اند. با جایگزینی نیروی هیدرودینامیکی مایع در معادله ۱:

دوزنقه‌ای شکل میکروسکوپ نیروی اتمی غوطه‌ور در محیط مایع با در نظر گرفتن تمامی جزئیات مورد نیاز بررسی شود. این بررسی برای هر دو مدل تماسی (با در نظر گرفتن نیروی بین تیرک و سطح نمونه) و غیر تماسی (با عدم در نظر گرفتن نیروی بین تیرک و سطح نمونه) انجام شده است. در این مقاله نیروی بین تیرک و سطح نمونه بر پایه مدل برخورد هرتز به صورت غیرخطی در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی تأثیر محیط غوطه‌وری بر بسامد تشدید تیرک، از سیال‌های مختلفی همچون تتراکلرید کربن، آب، استون و متانول استفاده شده است. بر خلاف مدل‌های قبلی تمامی جزئیات شامل نیروی غیرخطی بین تیرک و سطح نمونه، محیط غوطه‌وری مایع، سفتی عمودی و مماسی، ارتفاع نوک هرمی، زاویه بین تیرک و سطح نمونه و نظریه تیر تیموشنکو برای در نظر گرفتن تغییر شکل برشی و لختی چرخشی استفاده شده است.

## ۲- مدل‌سازی ارتعاشی تیرک

یک تیرک دوزنقه‌ای شکل در شکل ۱ نمایش داده شده است. بر مبنای نظریه تیر تیموشنکو و با در نظر گرفتن نیروی هیدرودینامیکی ناشی از محیط مایع، معادله‌های حرکت میدان به صورت روابط ۱ و ۲ نوشته می‌شوند [18]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ kGA_1 \left( \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - \phi(x, t) \right) \right] - \rho A_1 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - c \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + f_d(x, t) = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ EI_1 \left( \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \right) \right] + kGA_1 \left( \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - \phi(x, t) \right) - \rho I_1 \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (۲)$$

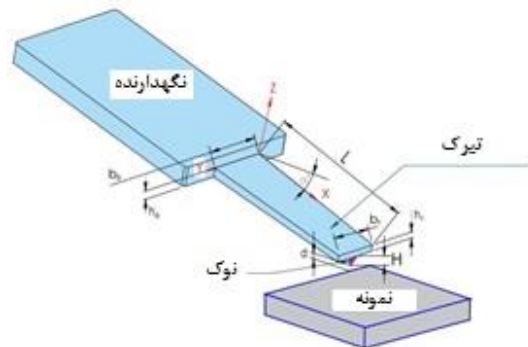
در اینجا  $\rho$  به عنوان چگالی تیر،  $k = \frac{5(1+\nu)}{6+5\nu}$  به عنوان ضریب تصحیح برشی تیر تیموشنکو و  $f_d$  به عنوان نیروی هیدرودینامیکی مایع بیان می‌شوند. در ادامه:

$$A_1 = A_0(1 - C_b \xi)(1 - C_h \xi) \quad (۳)$$

$$I_{y1} = I_{y0}(1 - C_b \xi)(1 - C_h \xi)^3 \quad (۳)$$

$$C_b = 1 - \frac{b_1}{b_0}, C_h = 1 - \frac{h_1}{h_0} \quad (۳)$$

$$b = b_0(1 - C_b \xi) \quad (۳)$$



شکل ۱) تیرک دوزنقه‌ای شکل میکروسکوپ نیروی اتمی

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ kGA_1 \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - \phi(x,t) \right) \right] - (\rho + \rho_a/A_1)A_1 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - (c + c_a) \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

شرایط مرزی برای تیرک به صورت معادلات ۱۲ تا ۱۵ بیان می شوند:

$$w(0,t) = 0 \quad (12)$$

$$\phi(0,t) = 0 \quad (13)$$

$$EI_{y0}(1 - C_b)(1 - C_n) \frac{\partial \phi(0,t)}{\partial x} = (-f_t \cos \alpha + f_n \sin \alpha)H - m_{tip} d^2 \frac{\partial^2 \phi(0,t)}{\partial t^2} =$$

$$- \left( k_t - k_{t1} \frac{w(x,t) \cos \alpha}{\delta_0} - k_{t2} \frac{(w(x,t) \cos \alpha)^2}{\delta_0^2} \right) \left( \frac{H}{2} w(0,t) \sin 2\alpha + H^2 \phi(0,t) \cos^2 \alpha \right) +$$

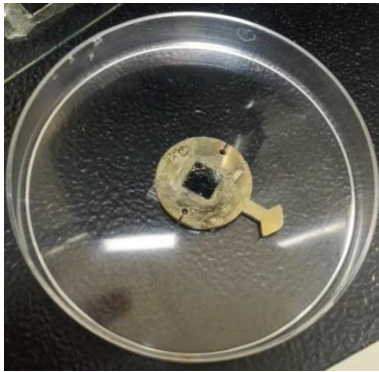
$$+ \left( k_n - k_{n1} \frac{w(x,t) \cos \alpha}{\delta_0} - k_{n2} \frac{(w(x,t) \cos \alpha)^2}{\delta_0^2} \right) \left( \frac{H}{2} w(0,t) \sin 2\alpha - H^2 \phi(0,t) \sin^2 \alpha \right) m_{tip} d^2 \frac{\partial^2 \phi(0,t)}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$kGA_0(1 - C_b)(1 - C_n) \left( \phi(0,t) - \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} \right) = (f_t \sin \alpha + f_n \cos \alpha)H + m_{tip} \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} =$$

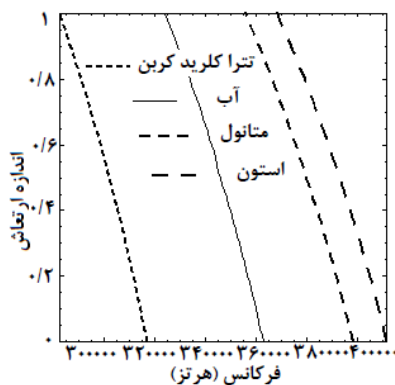
$$\left( k_t - k_{t1} \frac{w(x,t) \cos \alpha}{\delta_0} - k_{t2} \frac{(w(x,t) \cos \alpha)^2}{\delta_0^2} \right) \left( w(0,t) \sin^2 \alpha + \frac{H}{2} \phi(0,t) \sin 2\alpha \right) +$$

$$\left( k_n - k_{n1} \frac{w(x,t) \cos \alpha}{\delta_0} - k_{n2} \frac{(w(x,t) \cos \alpha)^2}{\delta_0^2} \right) \left( w(0,t) \cos^2 \alpha - \frac{H}{2} \phi(0,t) \sin 2\alpha \right) + m_{tip} \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} \quad (15)$$

جایگذاری بردارهای ویژه اولیه در معادلات ۱۴ و ۱۵ مرحله دوم تکرار انجام می شود تا اولین بسامد طبیعی غیرخطی حاصل شود. در ادامه بردارهای ویژه در مرحله دوم تعیین می شود. تکرار تا زمان رسیدن به همگرایی مورد نظر ادامه خواهد یافت. پس از ۵ مرحله تکرار، همگرایی مورد نظر با دقت  $10^{-4}$  حاصل می شود. در شکل های ۳ تا ۵ بسامدهای طبیعی غیرخطی و در جداول ۱ تا ۳ با توجه به نتایج گرفته شده از شکل های ۱ تا ۳ و نزدیکی بسامدهای خطی و غیرخطی جهت سادگی، صرفا بسامد طبیعی خطی در نظر گرفته شده اند.



شکل ۲) نمونه گرافیت HOPG



شکل ۳) بسامد تشدید غیرخطی نخست تیرک دوزنقه ای میکروسکوپ نیروی اتمی بر مبنای اندازه ارتعاش در مایعات مختلف

برای حل معادلات، حل متناوب در نظر گرفته شده است:

$$w(x,t) = w(x)e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$\phi(x,t) = \phi(x)e^{i\omega t} \quad (17)$$

### ۳- حل عددی معادلات غیرخطی

در این بخش، روش عددی مشتقات مربعی به عنوان روشی ساده و سریع به جهت همگرایی معرفی می شود. به این منظور [22]:

$$\frac{d^n F(x_i)}{dx^n} = \sum_{j=1}^N k_{ij}^{(n)} F(x_j), \quad i = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (18)$$

که در معادله ۱۸، N به عنوان تعداد کل نقاط در میدان در نظر گرفته شده است.

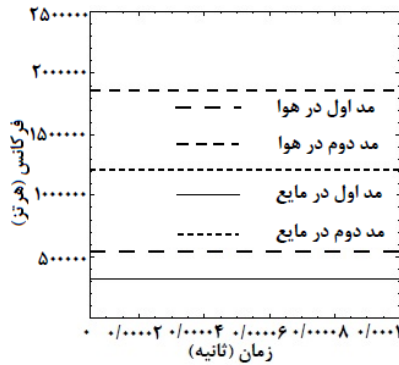
$$k_{ii}^{(m)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N k_{ij}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (19)$$

$$\Pi(x_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j)$$

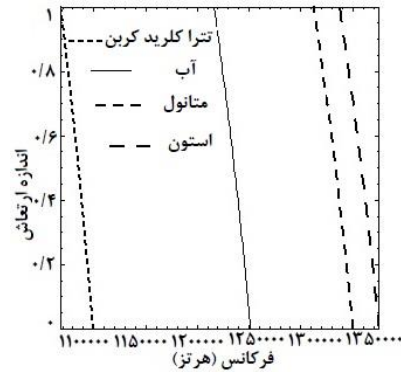
$$x_i = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{i-1}{N-1} \pi \right) \right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

$$x_1 = 0, \quad x_N = 1$$

در عمل برای حل مجموعه معادله های دیفرانسیل غیرخطی با استفاده از روش مشتقات مربعی، ابتدا معادله های حرکت میدانی ۲ و ۱۱ و همین طور شرایط مرزی ۱۲ تا ۱۵ با توجه به حل متناوب ۱۶ و ۱۷ برای متغیرهای جابجایی طولی و چرخشی بازنویسی شده اند. سپس با توجه به تعداد نقاط شکست یا همان گره ها دستگاه معادله ها تشکیل می شود. در حالت غیر تماسی در معادله های ۱۴ و ۱۵ نیروی میان تیرک و سطح نمونه صفر در نظر گرفته می شود. در حالت تماسی، با توجه به دستگاه معادله های غیرخطی، روش تکرار مقادیر ویژه غیرخطی مطابق [24] و اولین بردار ویژه (متغیر جابجایی عمودی تیر) معادل صفر انتخاب شده است. پارامترهای غیرخطی سفتی نسبی عمودی و مماسی در معادلات ۱۴ و ۱۵ حذف می شوند و مقادیر ویژه اولیه (بسامدهای طبیعی خطی) و بردارهای ویژه اولیه تعیین می شوند. با



شکل ۵) تغییرات بسامدهای تشدید غیرخطی نخست و دوم تیرک دوزنقه‌ای میکروسکوپ نیروی اتمی بر مبنای زمان در هوا و آب



شکل ۴) بسامد تشدید غیرخطی دوم تیرک دوزنقه‌ای میکروسکوپ نیروی اتمی بر مبنای اندازه ارتعاش در مایعات مختلف

جدول ۱) بسامد تشدید نخست و دوم تیرک دوزنقه ای میکروسکوپ نیروی اتمی در محیط های مختلف در حضور و غیاب نیروی مابین تیرک و سطح نمونه

مایع	چگالی کیلوگرم بر مترمکعب	لزجت کیلوگرم / متر در ثانیه	بسامد تشدید نخست (هرتز) / حالت تماسی	بسامد تشدید دوم (هرتز) / حالت تماسی	بسامد تشدید نخست (هرتز) / حالت غیر تماسی	بسامد تشدید دوم (هرتز) / حالت غیر تماسی
تتراکلرید کربن	۱۵۸۵	۰/۰۰۰۰۹۰۱	۲۶۴۳۱۹/۳۲۶	۱۲۷۸۱۳۱/۷۸	۱۸۱۶۳۹/۰۹۶	۱۲۵۰۴۵۰/۹۶۵
متانول	۷۸۶	۰/۰۰۰۰۵۴۱	۳۲۶۸۶۹/۲۱۴	۱۵۴۷۹۰/۹۳۶	۲۲۶۱۶۵/۳۵۷	۱۵۱۴۷۰/۷۴۱
استون	۷۸۵	۰/۰۰۰۰۳۰۴	۳۳۵۷۹۳/۲۴۴	۱۵۶۸۹۸۸/۸۰۸	۲۳۳۳۹۰/۹۴۷	۱۵۳۵۵۳۹/۸۸۴

جدول ۲) بسامدهای تشدید نخست و دوم تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی در محیط های هوا و آب در حضور و غیاب نیروی مابین تیرک و سطح نمونه بر مبنای روش های نظری و عملی

محیط	بسامد تشدید محیط نخست (هرتز) / حالت تماسی	بسامد تشدید دوم (هرتز) / حالت تماسی	بسامد تشدید نخست (هرتز) / حالت غیر تماسی	بسامد تشدید دوم (هرتز) / حالت غیر تماسی	بسامد تشدید نخست (هرتز) / حالت غیر تماسی	بسامد تشدید دوم (هرتز) / حالت غیر تماسی
هوا	۴۱۳۵۹۱/۵۱	۱۷۵۵۵۶۴/۹۱۷	۲۷۵۱۷۰/۴۰۵	۱۷۱۸۱۶۰/۷۱۹	۲۸۷۵۳۰/۱۲۴	۱۸۱۵۷۸۵/۴۴۰
آب	۲۴۵۷۰/۴۶۹	۱۰۲۹۹۷۵/۷۶۵	۱۵۶۵۰۹/۶۹۸	۱۰۸۴۰۶۳/۳۰۲	۱۷۹۴۱۱/۹۲۴	۲۵۱۸۳۶/۹۶۴

جدول ۳) میزان خطای محاسبات بسامدهای تشدید نخست و دوم تیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی در محیط های هوا و آب در حضور و غیاب نیروی مابین تیرک و سطح نمونه بر مبنای روش های نظری و عملی

محیط	خطا مابین نتایج نظریه و بسامد اول ارتعاشی غیر تماسی	خطا مابین نتایج نظریه و بسامد دوم ارتعاشی غیر تماسی	خطا مابین نتایج نظریه و بسامد اول ارتعاشی تماسی	خطا مابین نتایج نظریه و بسامد دوم ارتعاشی تماسی
هوا	۴/۲۹٪	۵/۳۷٪	۲/۸۸٪	۳/۰۵٪
آب	۱۲/۷۶٪	۱۴/۷۹٪	۳/۶۸٪	۶/۶۹٪

و اشکال چنین برمی آید که نخست با افزایش لزجت سیال دربرگیرنده، بسامد تشدید کاهش پیدا می کند، به طوری که بالاترین بسامد تشدید غیرخطی مربوط به محیط هوا به عنوان رقیق ترین سیال و کمترین بسامد تشدید مربوط به تتراکلرید کربن به عنوان لزج ترین سیال است. علت این امر افزایش میرایی هیدرودینامیکی همگام با افزایش لزجت سیال می باشد که باعث کاهش انرژی ارتعاش و در نتیجه کاهش بسامد تشدید خواهد شد. دوم آن که بر مبنای اشکال ۳ و ۴ رفتار نرم شوندگی برای رفتار ارتعاشی غیرخطی تیرک به سادگی مشاهده می شود. بر مبنای این رفتار با افزایش اندازه ارتعاش، میزان بسامد غیرخطی کاهش می یابد که این مسئله باعث کنترل اندازه بسامد غیرخطی

#### ۴- نتایج در محیط مایع و بحث روی نتایج

برای تیرک مورد نظر (شکل ۱) خصوصیات ابعادی و موادی آورده شده در نظر گرفته شده است:

$$C_h = 0.4, C_b = 0.3, b = 30 \mu m, h = 4 \mu m, \rho = 2330 \frac{kg}{m^3}, E = 1.5 \times 10^{11}, \nu = 0.28, L = 125 \mu m.$$

$$Q = 100, \sigma = \frac{1}{2} Q, \alpha = 15^\circ, H = 15 \mu m, Z_0 = 0.38 nm, E^* = 10.2 GPa, G^* = 4.2 GPa, D = 0.08 nm$$

در اینجا سطح نمونه از نوع گرافیت تقویت شده یا HOPG (شکل ۲) انتخاب شده است. نتایج تحلیل بسامدی در جدول ۱ آورده شده است. همچنین به تغییرات بسامد تشدید غیرخطی تیرک دوزنقه ای شکل در اشکال ۳ و ۴ اشاره شده است. از نتایج جدول





شکل ۷) میکروسکوپ نیروی اتمی 2 NanoWizard JPK Instruments برای آزمون تیرک در محیط آب

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله رفتار ارتعاشی غیرخطی تیرک دوزنقه‌ای شکل میکروسکوپ نیروی اتمی در حالت غوطه‌ور در محیط مایع بررسی شده است. با توجه به کاربردی بودن نتایج تحقیق، بسیاری از نتایج همچون تأثیر لزجت محیط غوطه‌وری و نیروی بین سطح نمونه و تیرک بر بسامد تشدید تیرک به منظور انتخاب حالت کاربردی صحیح دستگاه، توسط محققان رشته‌های دیگر نیز استفاده می‌شوند. برای مدل‌سازی تیرک از نظریه تیر تیموشنکو به منظور دربرگرفتن اثرات لختی چرخان و تغییر شکل برشی استفاده شده است. جهت حل معادله‌های غیرخطی میدانی از روش عددی مشتقات مربعی استفاده شده است. با توجه به نتایج، با افزایش لزجت سیال، بسامد تشدید کاهش می‌یابد. همچنین رفتار نرم شوندگی دینامیکی به سادگی مشاهده می‌شود و بر مبنای مشاهده‌ها، از اثر متغیر زمان بر بسامد تشدید غیرخطی چشم‌پوشی شده است. در نظر گرفتن نیروی بین تیرک و سطح نمونه باعث افزایش قابل توجه بسامد تشدید تیرک می‌شود. در این تحقیق نتایج نظری با مدل عملی تیرک مستطیلی در محیط‌های آب و هوا و در حالت‌های تماسی و غیر تماسی مقایسه شده‌اند که منتهی به سازش قابل قبول بین آن‌ها شده است.

**تشکر و قدردانی:** نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

**تأییدیه اخلاقی:** نویسندگان متعهد می‌شوند محتویات علمی حاصل پژوهش آن‌ها بوده و نتایج ارائه شده در مجله دیگری چاپ نشده است یا در حال داوری نیست.

**تعارض منافع:** هیچگونه تعارض منافی اعم از مادی یا معنوی مابین نویسندگان مقاله بعنوان تنها منبع و مرجع تهیه و نگارش

و جلوگیری از رشد بی‌اندازه آن و رسیدن به آشوب خواهد شد. سوم آن‌که با در نظر گرفتن نیروی بین تیرک و سطح نمونه، بسامد تشدید به شدت افزایش یافته است که این امر ناشی از افزایش سطح انرژی سیستم همزمان با اعمال نیرو بین سطح نمونه و تیرک می‌باشد. تأثیر زمان بر بسامد تشدید غیرخطی توسط شکل ۵ بیان شده است. در این حالت اندازه ارتعاش غیرخطی روی عدد واحد ثابت نگه داشته شده است. آن گونه که از شکل ۵ پیداست زمان، تأثیر مهم و قابل‌ذکری روی تغییرات بسامد تشدید غیرخطی نداشته است و در عمل وابستگی خاصی میان بسامد تشدید غیرخطی و زمان مشاهده نمی‌شود. همچنین از شکل ۵ نتیجه گرفته می‌شود که با افزایش لزجت محیط، بسامد تشدید کاهش پیدا می‌کند. لازم به ذکر است که در مقایسه تجربی از تیرک مستطیلی مدل APPNANO ACTA استفاده شده است. در این حالت تمامی خصوصیت‌های بالا برای تیرک حفظ شده است اما با توجه به مستطیلی بودن تیرک  $C_b = C_h = 0$  در نظر گرفته شده است. برای بررسی ارتعاشات تیرک در هوا از میکروسکوپ نیروی اتمی Ara-Research Multi-Mode (شکل ۶) و در محیط آب از میکروسکوپ نیروی اتمی JPK Instruments-NanoWizard 2 (شکل ۷) استفاده شده است. در جدول ۲ مقایسه میان نتایج نظری و عملی با در نظر گرفتن نیروی بین سطح نمونه و تیرک خطی آورده شده است. همچنین در این جدول هر دو حالت تماسی و غیر تماسی بررسی شده‌اند که میزان خطای ناچیز موجود بین نتایج نظری و عملی گویای دقت بالای مدل نظری است. بسامد تشدید در حالت تماسی که با در نظر گرفتن نیروی بین سطح نمونه و تیرک رخ می‌دهد به مراتب بزرگ‌تر از حالت غیر تماسی است. جدول ۳ میزان خطای محاسبات در دو حالت تماسی و غیر تماسی در روش‌های نظری و تجربی را نشان می‌دهد؛ از میزان خطاها مشخص است که به سبب خطای کمتر، دقت روش نظری در حالت تماسی بالاتر از حالت غیر تماسی است.



شکل ۶) میکروسکوپ نیروی اتمی Ara-Research Multi-Mode برای آزمون تیرک در محیط هوا (برگرفته از سایت شرکت آرا پژوهش<sup>[23]</sup>)

مقاله در ارسال مقاله اخیر به نشریه مهندسی مکانیک مدرس وجود ندارد.

**سهم نویسندگان:** سهم هریک از نویسندگان در مقاله اخیر مساوی و معادل ( ۵۰٪ از کل ) می باشد.

**منابع مالی:** هزینه های پژوهش منتج به این مقاله بصورت شخصی و بدون بهره گیری از کمک مادی و معنوی احدی صورت گرفته است.

### فهرست علائم

- A: سطح مقطع  
 $A_0$ : سطح مقطع اولیه  
 $A_1$ : سطح مقطع کاهش یافته  
 $b_0$ : عرض اولیه و بزرگ تیرک  
 $b_1$ : عرض قسمت انتهایی و کوچک تیرک  
 $c_a$ : میرایی افزوده شده هیدرودینامیکی  
 $c_\infty$ : میرایی هیدرودینامیکی در حالت غوطه وری تیرک  
 $c_s$ : میرایی هیدرودینامیکی در حالت تقرب تیرک به سطح  
 $C_h$ : نسبت شیب ارتفاعی  
 $C_b$ : نسبت شیب ارتفاع عرضی  
d: فاصله مابین لبه پایینی تیرک با مرکز سطح نوک هرمی شکل  
D: فاصله تعادلی بین انتهای نوک هرمی تا سطح نمونه  
 $E_t$ : مدول کشسانی نوک هرمی تیرک  
 $E_s$ : مدول کشسانی سطح نمونه  
 $E^*$ : مدول کشسانی کاهش یافته سطح نمونه  
 $f_t, f_n$ : نیروهای عمودی و مماسی مابین تیرک و سطح نمونه  
 $f_d$ : نیروی هیدرودینامیکی  
 $G_t$ : مدول برشی نوک هرمی تیرک  
 $G_s$ : مدول برشی سطح نمونه  
 $G^*$ : مدول برشی کاهش یافته سطح نمونه  
 $h(x, t)$ : فاصله مابین تیرک تا سطح آزاد مایع  
H: ارتفاع نوک هرمی  
 $h_0$ : ارتفاع اولیه و بزرگ تیرک  
 $h_1$ : ارتفاع قسمت انتهایی و کوچک تیرک  
 $I_{y0}$ : ممان اینرسی مقطع اولیه  
 $I_{y1}$ : ممان اینرسی مقطع کاهش یافته  
k: ضریب تصحیح برشی  
 $k_n, k_t$ : سفتی عمودی و مماسی خطی مابین تیرک و سطح نمونه  
 $k_{n1}, k_{n2}, k_{t1}, k_{t2}$ : سفتی عمودی و مماسی غیرخطی مابین تیرک و سطح نمونه  
L: طول تیرک  
 $m_{tip}$ : جرم نوک هرمی تیرک

- Q: پارامتر مربوط به میرایی سازه‌ای تیرک  
 $R_t$ : شعاع نوک هرمی تیرک  
t: زمان  
x: متغیر جابجایی طولی  
 $Z_0$ : فاصله بین مولکولی  
w: متغیر جابجایی عمودی تیرک  
 $\alpha$ : زاویه بین تیرک و سطح نمونه  
 $\rho$ : چگالی تیرک  
 $\rho_a$ : چگالی افزوده شده ناشی از مایع  
 $\rho_{liq}$ : چگالی مایع  
 $\eta$ : لزجت مایع  
 $\omega$ : بسامد دایروی ارتعاشی  
 $\phi$ : متغیر جابجایی چرخشی تیرک  
 $\delta_0$ : اختلاف مابین فاصله بین مولکولی و فاصله تعادلی بین انتهای نوک هرمی تا سطح نمونه  
 $\xi$ : متغیر جابجایی طولی بدون بعد  
 $\zeta$ : ضریب میرایی  
 $U_t$ : عدد پواسون نوک هرمی تیرک  
 $U_s$ : عدد پواسون سطح نمونه

### منابع

- 1- Binnig G, Quate CF, Gerber C. Atomic force microscope. Physical review letters. 1986;56(9):930.
- 2- Rabe U, Janser K, Arnold W. Vibrations of free and surface-coupled atomic force microscope cantilevers: Theory and experiment. Review of scientific instruments. 1996;67(9):3281-3293.
- 3- Turner JA, Wiehn JS. Sensitivity of flexural and torsional vibration modes of atomic force microscope cantilevers to surface stiffness variations. Nanotechnology. 2001;12(3):322.
- 4- Dupas E, Gremaud G, Kulik A, Loubet JL. High-frequency mechanical spectroscopy with an atomic force microscope. Review of Scientific Instruments. 2001;72(10):3891-3897.
- 5- Shen K, Turner JA. Finite element simulations of nonlinear vibrations of atomic force microscope cantilevers. In Nondestructive Evaluation and Reliability of Micro-and Nanomaterial Systems. 2002; 4703: 93-104.
- 6- Chen TY, Lee HL. Damping vibration of scanning near-field optical microscope probe using the Timoshenko beam model. Microelectronics journal. 2009;40(1):53-57.
- 7- Song Y, Bhushan B. Simulation of dynamic modes of atomic force microscopy using a 3D finite element model. Ultramicroscopy. 2006;106(8-9):847-873.
- 8- Song Y, Bhushan B. Finite-element vibration analysis of tapping-mode atomic force microscopy in liquid. Ultramicroscopy. 2007;107(10-11):1095-1104.
- 9- Korayem MH, Sharahi HJ, Korayem AH. Comparison of frequency response of atomic force microscopy



cantilevers under tip-sample interaction in air and liquids. *Scientia Iranica*. 2012;19(1):106-112.

10- Sadeghi A. The flexural vibration of V shaped atomic force microscope cantilevers by using the Timoshenko beam theory. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2012;92(10):782-800.

11- Zhang Y, Zhao H, Zuo L. Contact dynamics of tapping mode atomic force microscopy. *Journal of sound and vibration*. 2012;331(23):5141-5152.

12- Payam AF. Sensitivity of flexural vibration mode of the rectangular atomic force microscope micro cantilevers in liquid to the surface stiffness variations. *Ultramicroscopy*. 2013;135:84-88.

13- Ghaderi R, Nejat A. Nonlinear mathematical modeling of vibrating motion of nanomechanical cantilever active probe. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2014;11(3):369-385.

14- Ansari R, Pourashraf T, Gholami R, Sahmani S, Ashrafi MA. Size-dependent resonant frequency and flexural sensitivity of atomic force microscope microcantilevers based on the modified strain gradient theory. *International Journal of Optomechatronics*. 2015;9(2):111-130.

15- Ahmadi M, Ansari R, Darvizeh M, Rouhi H. Effects of fluid environment properties on the nonlinear vibrations of AFM piezoelectric microcantilevers. *Journal of Ultrafine Grained and Nanostructured Materials*. 2017;50(2):117-123.

16- Korayem MH, Alipour A, Younesian D. Vibration suppression of atomic-force microscopy cantilevers covered by a piezoelectric layer with tensile force. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2018;32(9):4135-4144.

17- Dastjerdi S, Abbasi M. A vibration analysis of a cracked micro-cantilever in an atomic force microscope by using transfer matrix method. *Ultramicroscopy*. 2019;196:33-39.

18- Timoshenko S, Goodier JN. *Theory of Elasticity*" McGraw-Hill Book Company. Inc. New York. 1951.

19- Chen GY, Warmack RJ, Huang A, Thundat T. Harmonic response of near-contact scanning force microscopy. *Journal of applied physics*. 1995;78(3):1465-1469.

20- Hosaka H, Itao K, Kuroda S. Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators. *Sensors and Actuators A: physical*. 1995;49(1-2):87-95.

21- Turner JA. Non-linear vibrations of a beam with cantilever-Hertzian contact boundary conditions. *Journal of sound and Vibration*. 2004;275(1-2):177-191.

22- Shu C. *Differential quadrature and its application in engineering*. Springer Science & Business Media. 2012.

23- <http://ara-research.com/en/New/multi-mode-atomic-force-microscopy/>

24- Daya EM, Potier-Ferry M. A numerical method for nonlinear eigenvalue problems application to vibrations of viscoelastic structures. *Computers & Structures*. 2001;79(5):533-541.