



# Analytical Modeling of Cutting Forces in Grinding of AISI 1060 Heat Treated Steel Considering Undeformed Chip Thickness Distribution

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Jamaati F.<sup>1</sup>,  
Adibi H.<sup>1\*</sup>,  
Rahimi A.<sup>1</sup>

### How to cite this article

Jamaati F, Adibi H, Rahimi A. Analytical modeling of cutting forces in grinding of AISI 1060 heat treated steel considering undeformed chip thickness distribution. Modares Mechanical Engineering. 2021; 21(10):685-692.

## ABSTRACT

The grinding process is one of the most important and widely used machining processes to achieve the desired surface quality and dimensional accuracy. Since the undeformed chip thickness is not a constant value in the grinding process and is changing independently and momentarily for each abrasive, the accurate determination of the undeformed chip thickness is essential to determine the grinding forces and surface topography of the grinding wheel. Previous studies on grinding forces were mainly regardless of the micro-mechanisms between the abrasive and the workpiece. On the other hand, only the average values of forces could be calculated by determining the average value for undeformed chip thickness. In this study, a new analytical model with the approach of kinematic-geometric analysis of abrasive grain trajectory is presented to determine the undeformed chip thickness and subsequent grinding forces. This model predicts the components of normal and tangential grinding forces (including sliding, plowing, and cutting forces) accurately and in detail based on the instantaneous undeformed chip thickness obtained from the kinematic analysis of abrasive movement and micro-mechanisms between abrasive and the workpiece. Finally, experimental tests were performed to validate the theoretical model.

**Keywords** Instantaneous Undeformed Chip Thickness, Analytical Modeling, Micro Mechanisms of Cutting, Grinding Forces

## CITATION LINKS

[1] The role of chip thickness in grinding. [2] The significance of chip thickness in grinding. [3] Grinding technology: theory and application of machining with abrasives. [4] Analysis and simulation of the grinding process, Part I: generation of the grinding wheel surface. [5] Predictive modeling of undeformed chip thickness in ceramic grinding. [6] Grinding force and power modeling based on chip thickness analysis. [7] Modeling and analysis of grinding forces based on the single grit scratch. [8] Analysis of grinding mechanics and improved predictive force model based on material-removal and plastic-stacking mechanisms. [9] Grinding force and energy modeling of textured monolayer CBN wheels considering undeformed chip thickness nonuniformity. [10] An analytical grinding force model based on individual grit interaction. [11] Principles of modern grinding technology. 2013 [12] Prediction on grinding force during grinding powder metallurgy nickel-based superalloy FGH96 with electroplated CBN abrasive wheel. [13] Investigation of different grain shapes and dressing to predict surface roughness in grinding using kinematic simulations. [14] Predicting galling behaviour in deep drawing processes. [15] Detailed modeling of cutting forces in grinding process considering variable stages of grain-workpiece micro interactions. [16] An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models. [17] Characterization of interfacial shear strength and its effect on ploughing behaviour in single-asperity sliding.

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

### \*Correspondence

Address: Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

Phone: -

Fax: -

hadibi@aut.ac.ir

### Article History

Received: February 23, 2021

Accepted: May 03, 2021

ePublished: 8 August, 2021

## مدلسازی تحلیلی نیروهای برشی در فرآیند سنگ‌زنی فولاد عملیات حرارتی شده AISI 1060 با در نظر گرفتن توزیع ضخامت براده تغییر شکل نیافته

فرزاد جماعتی

مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

حامد ادیبی\*

مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

عبدالرضا رحیمی

مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

### چکیده

فرآیند سنگ‌زنی یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین فرآیندهای ماشین‌کاری جهت رسیدن به کیفیت سطح و دقت ابعادی مطلوب می‌باشد. از آنجایی که در فرآیند سنگ‌زنی، ضخامت براده تغییر شکل نیافته یک مقدار ثابت نبوده و برای هر دانه ساییده به طور مستقل و لحظه‌ای در حال تغییر می‌باشد، لذا تعیین دقیق ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه‌ای جهت مشخص کردن نیروهای سنگ‌زنی و همچنین توپوگرافی سطح سنگ‌زنی شده از اهمیت بالایی برخوردار است. مطالعات پیشین در زمینه نیروهای سنگ‌زنی عمدتاً بدون توجه به نوع میکرومکانیزم‌های بین دانه ساییده و قطعه‌کار استوار بود، از طرف دیگر با تعیین مقدار متوسط برای ضخامت براده تغییر شکل نیافته فقط مقادیر متوسط نیروهای سنگ‌زنی قابل محاسبه بود. در این پژوهش برای تعیین ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه‌ای و به دنبال آن نیروهای سنگ‌زنی، یک مدل تحلیلی جدید با رویکرد آنالیز سینماتیکی-هندسی مسیر دانه‌های ساییده ارائه شده است. این مدل، اجزای تشکیل دهنده نیروهای عمودی و مماسی سنگ‌زنی (شامل نیروهای لغزش، شخم و برش) را به طور جزئی و دقیق بر اساس ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه‌ای حاصل از آنالیز سینماتیکی حرکت دانه ساییده و همچنین بر اساس ریزسازوکارهای براده برداری بین دانه ساییده و قطعه‌کار پیش‌بینی می‌کند. در پایان آزمایش‌های تجربی، جهت صحت سنجی مدل نظری صورت پذیرفت.

**کلیدواژه‌ها:** ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه‌ای، مدل‌سازی تحلیلی، ریزسازوکارهای براده برداری، نیروهای سنگ‌زنی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۱۳

\*نویسنده مسئول: hadibi@aut.ac.ir

### ۱- مقدمه

فرآیند سنگ‌زنی به عنوان یکی از فرآیندهای پیچیده ماشین‌کاری، متشکل از فعل و انفعالات پیچیده بین تعداد زیادی از متغیرها، مانند ماشین ابزار، چرخ سنگ، قطعه‌کار و سایر مولفه‌های ماشین‌کاری محسوب می‌گردد. عوامل زیادی وجود دارند که نیروهای سنگ‌زنی، دقت ابعادی، زبری سطح و سایر خروجی‌های فرآیند سنگ‌زنی را تحت تاثیر قرار می‌دهند؛ لذا توسعه مدل‌های بنیادی، تحلیلی و نیمه تحلیلی جهت پیش‌بینی خروجی‌های فرآیند سنگ‌زنی از اهمیت بالایی برخوردار است. یک مدل‌سازی

تحلیلی منسجم باید از مفاهیم بنیادی فیزیکی فرآیند سنگ‌زنی که حاصل از برخوردهای پیچیده بین دانه ساییده و قطعه‌کار است، آغاز گردد و سپس به کل چرخ سنگ گسترش یابد. با تعیین ضخامت براده تغییر شکل نیافته، نوع برخورد بین دانه ساییده و قطعه‌کار مشخص می‌گردد. ضخامت براده تغییر شکل نیافته مولفه ای است که به طور لحظه‌ای برای هر دانه ساییده در حال تغییر بوده و اغلب با استفاده از آن، نیروهای سنگ‌زنی و زبری سطح قطعه‌کار سنگ‌زنی شده مشخص می‌گردند؛ با این حال اکثر مدل‌های پیشین، از مقدار متوسط یا بیشینه این مولفه برای تعیین خروجی فرآیند استفاده می‌کنند. از اولین مدل‌ها جهت تعیین ضخامت براده تغییر شکل نیافته مدل ریچنچ و همکاران<sup>[1]</sup> بود. این مدل بر اساس نسبت سرعت‌ها، عمق برش و قطر چرخ سنگ استوار بود. در ادامه مدل دیگری توسط اسنویز و پیترز<sup>[2]</sup> برای ضخامت براده تغییر شکل نیافته ارائه گردید، به طوری که از معادله پیوستگی برای تعیین ضخامت براده استفاده گردید. این مدل بعدها به طور گسترده در صنعت مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه در این زمینه ملکین<sup>[3]</sup> یک چرخ سنگ مطلوب با توپوگرافی سطح دو بعدی را در نظر گرفت که لبه‌های برنده به طور یکنواخت روی سطح چرخ سنگ قرار گرفته بودند و در نهایت ضخامت براده تغییر شکل نیافته بیشینه را طبق معادله (۱) به دست آورد:

$$h_m = \left[ \frac{4}{Cr} \left( \frac{V_w}{V_s} \right) \left( \frac{a}{d_e} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

در این رابطه، C تعداد دانه‌های ساییده فعال در واحد چرخ سنگ، r یک ضریب ثابت،  $V_w$  سرعت پیشروی قطعه‌کار،  $V_s$  سرعت برشی چرخ سنگ، a عمق برش و  $d_e$  قطر معادل چرخ سنگ می‌باشند. همچنین این مدل قادر است ویژگی‌های مختلف فرآیند سنگ‌زنی را به خوبی شرح دهد. چن و رو<sup>[4]</sup> نیز یک آنالیز دقیق از مدل‌سازی فرآیند سنگ‌زنی ارائه دادند. در این آنالیز سطح چرخ سنگی که تیز شده است، مدل‌سازی شده و نیروهای سنگ‌زنی با شبیه سازی نیروهای وارد بر هر دانه ساییده که در طول فرآیند از روی سطح قطعه‌کار عبور می‌کنند، مدل‌سازی گردید. همچنین بار دیگر ضخامت براده تغییر شکل نیافته با استفاده از روشی جدیدتر محاسبه شده و تأثیرات آن روی اجزای نیروهای عمودی و مماسی سنگ‌زنی بررسی گردید<sup>[5]</sup>. در ادامه هکر و همکاران<sup>[6]</sup> یک مدل جهت پیش‌بینی نیروهای سنگ‌زنی مطرح کردند که بر اساس توزیع ضخامت براده تغییر شکل نیافته، ویژگی‌های ریزساختار چرخ سنگ (شامل چگالی دانه‌های ساییده و هندسه دانه ساییده) و خواص ماده قطعه‌کار پایه ریزی شده بود، همچنین هکر تغییرات ناشی از سینماتیک سنگ‌زنی را نیز به مدل‌های قبلی اضافه کرد. عزیزی و همکاران<sup>[7]</sup> با اضافه کردن تأثیرات ریزساختار چرخ سنگ (هندسه دانه‌های ساییده و توزیع آنها) به مدل‌سازی، یک مدل‌سازی تحلیلی جدید ارائه دادند. در ادامه مدل‌سازی دیگری

که شخم زنی نام دارد، بدین صورت که عمق نفوذ بین دو فاز قبلی است و در این حالت دانه ساینده در قطعه کار نفوذ کرده، و با ایجاد شیار مستقیم درون قطعه کار، ماده را به جناحین خود هدایت می‌کند، در این حالت براده برداری اتفاق نمی‌افتد<sup>[11]</sup>. در سنگ‌زنی خشک به دلیل چسبندگی زیاد، در مکانیزم شخم زنی اغلب ماده در حین حرکت دانه ساینده در جلوی آن جمع شده و به دانه ساینده می‌چسبد که باعث بارگیری چرخ سنگ شده و مکانیزم براده‌برداری را با مشکل مواجه می‌سازد. این سه مرحله لغزش، شخم و برش در شکل ۱ نشان داده شده است.

### ۳- مدل سازی نظری

#### ۳-۱- مدل سازی توپوگرافی سطح چرخ سنگ

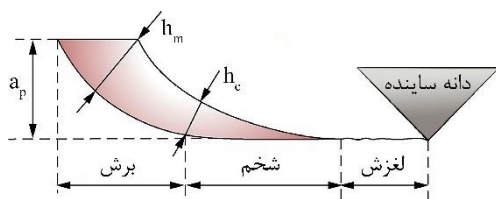
در این مدل، فرض اولیه بر عدم سایش چرخ سنگ در طی فرآیند در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه در سنگ‌زنی شکل دانه‌های ساینده چرخ سنگ به صورت یکنواخت و منظم نمی‌باشند، بدین جهت در این پژوهش دانه‌های ساینده به صورت کروی شکل در نظر گرفته است. همچنین، توپوگرافی سطح چرخ سنگ را به صورت یک تک لایه از دانه‌های ساینده در نظر می‌گیریم. برای مدلسازی دقیق‌تر توپوگرافی تصادفی چرخ سنگ اندازه دانه‌های ساینده به صورت تصادفی در بازه بین کمینه و بیشینه سایز دانه‌های ساینده در نظر گرفته می‌شود. این مقادیر با استفاده از مشخصات چرخ سنگ و همچنین طبق<sup>[13]</sup> مشخص می‌گردند. برای مکان قرارگیری دانه‌ها نیز در ابتدا دانه‌های ساینده به صورت مطلوب و با فاصله یکسان از همدیگر در نظر گرفته شده و سپس با استفاده از الگوی لرزش فاصله بین دانه‌های ساینده نیز مطابق رابطه (۲) به صورت تصادفی از هم قرار می‌گیرند<sup>[13]</sup>:

$$\begin{bmatrix} x_{nk} \\ y_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n0} \\ y_{n0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{x1} \\ \lambda_{y1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{x2} \\ \lambda_{y2} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \lambda_{xk} \\ \lambda_{yk} \end{bmatrix} \quad (2)$$

در رابطه بالا، n شماره مربوط به هر دانه، k عدد لرزش، مکان اولیه و  $\begin{bmatrix} x_{nk} \\ y_{nk} \end{bmatrix}$  مکان نهایی قرارگیری دانه‌ها می‌باشند. همچنین  $\lambda_x$  و  $\lambda_y$  جابه‌جایی‌های تصادفی در بازه  $[-L_r, L_r]$  هستند. L<sub>r</sub> فاصله میانگین بین دانه‌های ساینده می‌باشد. شکل نهایی توپوگرافی مدل مانند شکل ۲ خواهد بود:

#### ۳-۲- تعیین ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه‌ای

بعد از مشخص کردن توپوگرافی تصادفی چرخ سنگ، نیاز است که مسیر حرکت دانه ساینده مخصوصاً در راستای z مشخص گردد. اگر چه مسیر حرکت تک دانه ساینده توسط محققان معروفی همچون



شکل ۱) میکرو مکانیزم‌های براده‌برداری بین دانه ساینده و قطعه کار<sup>[12]</sup>

نیروهای سنگ زنی را با در نظر گرفتن تأثیرات برداشت ماده و همچنین انباشت پلاستیک ماده مورد بررسی قرار داد. در این مدل سازی با تعیین ضرایب اصطکاک به طور مجزا برای حالت‌های سنگ‌زنی خشک، سنگ‌زنی با روانکار، سنگ‌زنی با روانکاری کمینه و سنگ‌زنی با روانکاری کمینه با استفاده از نانو سیال نیروهای سنگ‌زنی با دقت قابل قبولی پیش بینی گردید<sup>[8]</sup>. از طرف دیگر، یک مدل سازی دیگر نیز برای تعیین نیروها و انرژی مخصوص سنگ‌زنی صورت گرفت. در این پژوهش با اندازه‌گیری و تعیین توپوگرافی سطح چرخ سنگ، تأثیرات ضخامت براده تغییر شکل نیافته بر روی نیروها و انرژی مخصوص سنگ‌زنی مورد بررسی قرار گرفت<sup>[9]</sup>. همچنین یک مدل سازی تحلیلی دیگر جهت پیش بینی نیروهای سنگ‌زنی ارائه گردید که برپایه ریزسازوکارهای بین دانه ساینده و قطعه کار استوار بود. در این مدل سازی نیروهای سنگ‌زنی به سه دسته شامل نیروهای حاصل از ناحیه فلزی مرده، نیروهای شخم و نیروهای برش تقسیم بندی شدند که در نهایت مدل تحلیلی مطرح شده تطابق خوبی با آزمون‌های تجربی داشت. با این حال ضریب اصطکاک تنها پارامتر در این مدل است که باید به صورت تجربی تعیین گردد<sup>[10]</sup>.

علی‌رغم اینکه اکثر مدل‌های جدید، قادر به پیش بینی نیروهای سنگ‌زنی بودند، اما در بعضی از موارد این مدل‌ها خلاف واقعیت بودند. برای مثال در مواد نرم طبق نظریه کلاسیک سنگ‌زنی<sup>[3]</sup> سه نوع ریزسازوکار بین دانه ساینده و قطعه کار شامل لغزش، شخم و برش برقرار است این در حالی است که در اکثر مدل‌های قبل از این اثرات چشم پوشی شده است.

از آنجایی که اکثر مدل‌های قبل، بر پایه ضخامت براده تغییر شکل نیافته متوسط پایه‌ریزی شده بودند، لذا فقط قادر به پیش‌بینی مقادیر متوسط خروجی‌های فرآیند مانند نیروها و انرژی مخصوص سنگ‌زنی بودند که احتمالاً فهم درست از فرآیند سنگ‌زنی یا توسعه ابزارهای سنگ‌زنی را در مسیر ریزساختار چرخ سنگ با محدودیت مواجه می‌سازد. لذا در این پژوهش، با تعیین ضخامت براده تغییر شکل نیافته به صورت لحظه‌ای و دقیق بر اساس آنالیز سینماتیکی دانه‌های ساینده، نیروهای سنگ‌زنی به صورت جزء به جزء و دقیق مورد محاسبه قرار گرفته است.

#### ۲- مکانیزم براده برداری در مواد داکتیل

در فرآیند سنگ‌زنی، به محض اینکه قطعه کار در یک عمق برش مشخص قرار گیرد، با حرکت چرخشی چرخ سنگ عمل براده برداری نیز شروع می‌شود. زمانی که دانه در عمق بالایی از قطعه کار نفوذ کند، باعث برش ماده می‌شود که به صورت تشکیل براده از قطعه کار خارج می‌گردد. همچنین زمانی که این عمق نفوذ خیلی کم باشد، دانه ساینده موفق به نفوذ در قطعه کار نشده و در نهایت باعث تغییر شکل‌های در محدوده الاستیک یا پلاستیک در داخل قطعه کار می‌شود، که به لغزش معروف است. یک فاز واسط نیز وجود دارد

۲. آنالیز سینماتیکی مسیر حرکت چندیدن دانه ساییده در مختصات کلی:

برای تعیین مسیر حرکت چندیدن دانه ساییده، یک مختصات جدید شده است. در این سیستم مختصات مطابق شکل ۴ نقطه مبدأ را نقطه برخورد اولین دانه ساییده با قطعه کار در نظر می گیریم. لذا برای مسیر حرکت دانه های ساییده در این مختصات خواهیم داشت:

$$z^{(i)} = \frac{[d^{(i)} \sin \theta^{(i)} \pm d^{(i)} \frac{V_w}{V_s} \cdot \theta^{(i)} - s^{(i)}]^2}{[d_g^{(i)} + d_s] \left(1 \pm \frac{V_w}{V_s}\right)^2} \quad (5)$$

$s^{(i)}$  فاصله مراکز هر کدام از دانه ها از مرکز دانه اول می باشد که از رابطه (۵) به دست می آید، همچنین  $\Delta s$  نیز فاصله دو دانه مجاور است که از رابطه (۶) و (۷) محاسبه می گردد:

$$s^{(i)} = x^{(i)} - x^{(1)} \quad (6)$$

$$\Delta s^{(i+1)} = s^{(i+1)} - s^{(i)} \quad (7)$$

از آنجایی که  $\theta$  در فرآیند سنگ زنی بسیار ناچیز است، بنابراین ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه ای را مطابق شکل ۴ می توان به صورت اختلاف مسیر حرکت دو دانه ساییده مجاور در نظر گرفت، برای این منظور در نهایت با حذف تاخیر زمانی بین دو دانه ساییده خواهیم داشت:

$$z^{(i)} = \frac{[d^{(i)} \sin \left(\frac{tV_s}{d^{(i)}}\right) \pm d^{(i)} \left(\frac{tV_w}{d^{(i)}}\right) - s^{(i)}]^2}{[d_g^{(i)} + d_s] \left(1 \pm \frac{V_w}{V_s}\right)^2} \quad (8)$$

$$z_t^{(i+1)} = \frac{\left[ d^{(i+1)} \sin \left( \frac{tV_s}{d^{(i+1)}} - \left( \frac{\Delta s^{(i+1)}}{d^{(i+1)}} \right) \right) \right]^2}{[d_g^{(i+1)} + d_s] \left(1 \pm \frac{V_w}{V_s}\right)^2} \quad (9)$$

$$\pm \frac{d^{(i+1)} \frac{V_w}{V_s} \left( \frac{tV_s}{d^{(i)}} - \left( \frac{\Delta s^{(i+1)}}{d^{(i+1)}} \right) \right) - s^{(i+1)}}{[d_g^{(i+1)} + d_s] \left(1 \pm \frac{V_w}{V_s}\right)^2}$$

نهایتاً ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه ای با شرط  $\theta^{(i)} \leq \frac{\pi}{2}$  و با اعمال شرایط مرزی بدین صورت محاسبه می گردد:

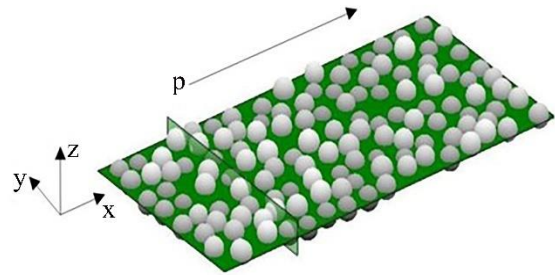
$$h_t^{(i+1)} \approx z_t^{(i)} - z_t^{(i+1)} \quad z_t^{(i)}, z_t^{(i+1)} \leq a_p \quad (10)$$

$$h_t^{(i+1)} \approx a_p - z_t^{(i+1)} \quad z_t^{(i+1)} \leq a_p \leq z_t^{(i)} \quad (11)$$

در روابط فوق  $t$  زمان،  $z_t^{(i+1)}$  مختصه  $z$  دانه مجاور با حذف تأخیر زمانی،  $a_p$  عمق برش و همچنین  $h_t^{(i+1)}$  ضخامت براده لحظه ای می باشد.

### ۳-۳- تعیین نوع میکرومکانیزم و نیروهای سنگ زنی

در مواد نرم، نوع ریزسازوکاری که دانه ساییده در هر لحظه در حال طی کردن آن است، بستگی به ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه ای هر دانه ساییده دارد. با تعیین این مورد، می توان نوع ریزسازکار را تعیین کرد. با توجه به ضخامت براده تغییر شکل



شکل ۲) مدل نهایی توپوگرافی سطح چرخ سنگ [13]

ملکین [5] و رو [13] به دست آمده است، با این حال به ندرت ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه ای در مطالعات مربوط به فرآیند سنگ زنی در نظر گرفته شده است. در این فرآیند در واقعیت، هر دانه ساییده به علت ضخامت براده تغییر شکل نیافته متفاوت که حاصل توپوگرافی تصادفی چرخ سنگ و مسیرهای متفاوت حرکت دانه ساییده است، با عمق های متفاوتی از روی قطعه کار عبور می کند. در این پژوهش در دو مرحله مسیر دانه ساییده مورد تحلیل و بررسی قرار می گیرد:

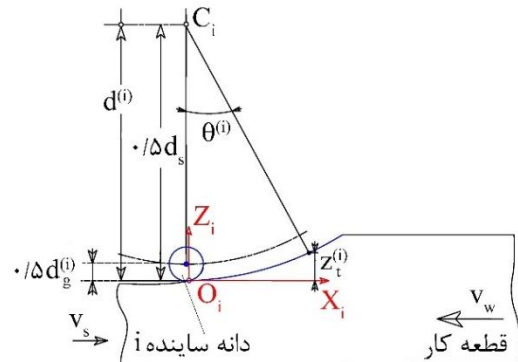
۱. تحلیل مسیر حرکت یک دانه ساییده:

برای این منظور در ابتدا مختصات  $x_i, 0, z_i$  را همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است، مشخص می کنیم. به طوری که  $0_i$  محل برخورد اولین دانه ساییده با قطعه کار است. در این سیستم مختصات، با توجه به هندسه شکل، مؤلفه  $x$  و  $z$  مسیر حرکت دانه مطابق شکل ۳ و با استفاده از روابط (۳) و (۴) به دست می آیند:

$$x^{(i)} = d^{(i)} \sin \theta^{(i)} \pm d^{(i)} \frac{V_w}{V_s} \theta^{(i)} \quad (3)$$

$$z^{(i)} = \frac{[x^{(i)}]^2}{[d_g^{(i)} + d_s] \left(1 \pm \frac{V_w}{V_s}\right)^2} \quad (4)$$

در رابطه فوق،  $d^{(i)}$  فاصله مرکز چرخ سنگ تا نوک دانه ساییده  $d_s$  قطر چرخ سنگ،  $d_g^{(i)}$  قطر دانه ساییده،  $\theta^{(i)}$  زاویه حاصل از کمان حرکت دانه ساییده،  $x^{(i)}$  مختصه افقی حرکت دانه ساییده و  $z^{(i)}$  مختصه عمودی حاصل حرکت دانه ساییده می باشد. همچنین علامت + برای سنگ زنی مخالف و علامت - برای سنگ زنی موافق می باشند.



شکل ۳) آنالیز سینماتیکی مسیر حرکت تک دانه ساییده

برای تعیین ضریب اصطکاک برای هر کدام از مراحل مطرح شده نیز، از مدل چلن و اکسلی<sup>[16]</sup> و نتایج حاصل از آن استفاده شده است<sup>[17]</sup>.

در نهایت در هر لحظه نوع تماس و به دنبال آن نیروهای سنگ‌زنی برای هر دانه ساینده مشخص شده و با جمع نیروهای حاصل از همه دانه‌های درگیر در هر لحظه و جمع برداری آن‌ها در دو راستای افقی و قائم، نیروهای افقی و عمودی سنگ‌زنی با استفاده از مدل تحلیلی ارائه شده تخمین زده می‌شوند.

#### ۴- آزمایش‌های تجربی و تجهیزات فرآیند

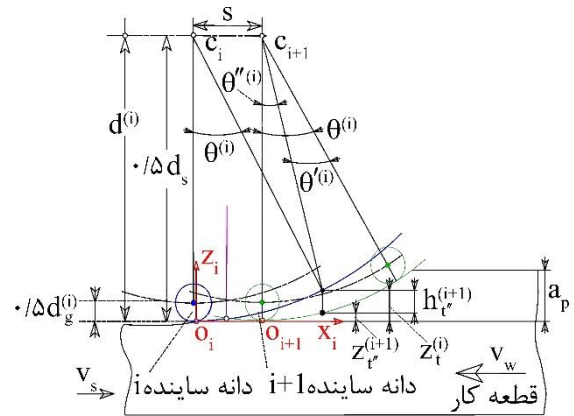
برای صحت سنجی مدل تئوری، آزمایش‌های تجربی با پارامترهای ماشین‌کاری متفاوت انجام گرفت. دستگاه سنگ‌زنی مورد استفاده در این آزمون‌ها، دستگاه BLOHM Surface Grinder با مدل HFS204 و ساخت کشور آلمان می‌باشد. همچنین در این آزمون‌ها جهت به دست آوردن نیروها از دینامومتر KISTLER مدل B۹۲۵۵ استفاده شده‌است. برای انجام آزمون‌های تجربی، از فولاد عملیات حرارتی شده AISI ۱۰۶۰ استفاده شده‌است. دلیل انتخاب این نوع فولاد جهت آزمون‌های تجربی به این جهت است که رفتار این فولاد در تماس با دانه ساینده نمایانگر رفتار بسیاری از فولادهای کربنی و آلیاژی می‌باشد. لذا نتایج حاصل از پژوهش را می‌توان به طیف وسیعی از فولادهای کربنی نیز گسترش داد. برای انجام فرآیند سنگ‌زنی، با توجه به خواص قطعه‌کار مورد استفاده، از چرخ سنگ اکسید آلومینیوم ساخت شرکت Norton به شماره ۳۲A۴۶JBVE۲۶۸۴۴۵ استفاده شده‌است. مشخصات چرخ سنگ و قطعه‌کار استفاده شده در جداول ۱ و ۲ آورده شده‌است.

جدول (۱) مشخصات چرخ سنگ

مقدار	مشخصات
۱۹۰×۵۱×۳۷	ابعاد چرخ سنگ (mm)
اکسید آلومینیوم	جنس ذرات ساینده
۰/۳۳	میانگین سایز ذرات ساینده (mm)
ویتریفاید	نوع باند
۱	درجه سختی چرخ سنگ
۶	عدد ساختار
۰/۵۲	درصد ذرات ساینده چرخ سنگ
۳۷۵	مدول الاستیک دانه ساینده (GPa)
۰/۲۲	ضریب پواسون دانه ساینده

جدول (۲) مشخصات قطعه‌کار

مقدار	مشخصات
۷۰×۵۰×۲۰	ابعاد قطعه‌کار (mm)
۲۷	سختی (HRC)
۲۰۰	مدول الاستیک (GPa)
۰/۲۷	ضریب پواسون



شکل (۴) آنالیز سینماتیکی مسیر حرکت چندین دانه ساینده

نیافته ۳ ریزسازوکار زیر می‌تواند رخ دهد:

۱- مرحله لغزش: در صورتی که  $h_t^{(i)} \leq h_{plow}^{(i)}$  باشد، دانه ساینده در مرحله لغزش قرار دارد.

۲- مرحله شخم: در صورتی که  $h_{plow}^{(i)} \leq h_t^{(i)} \leq h_{cut}^{(i)}$  باشد، دانه ساینده در مرحله شخم قرار دارد. در این مرحله عمق نفوذ دانه به حدی است که قادر به ایجاد شیار در سطح قطعه‌کار است ولی کمتر از عمق نفوذ برش یا تشکیل براده می‌باشد.

۳- مرحله برش: در صورتی که  $h_t^{(i)} \geq h_{cut}^{(i)}$  باشد، عمق نفوذ دانه ساینده بیشتر از حد برش بوده و در نتیجه دانه ساینده در مرحله برش یا تشکیل براده می‌باشد.

در روابط مطرح شده،  $h_{plow}^{(i)}$  و  $h_{cut}^{(i)}$  به ترتیب ضخامت براده تغییر شکل نیافته بحرانی برای تبدیل از مرحله لغزش به شخم و شخم به برش می‌باشند. نیروهای عمودی حاصل از مرحله لغزش و شخم به ترتیب با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) به دست می‌آیند<sup>[14]</sup>:

$$F_{nw} = \pi \cdot d_g^{(i)} \cdot H \cdot h_t^{(i)} \quad (12)$$

$$F_{np} = \frac{2\Delta\gamma E^*}{H} \sqrt{d_g^{(i)} \cdot h_t^{(i)}} \quad (13)$$

در این روابط، H سختی قطعه‌کار،  $\Delta\gamma$  انرژی مخصوص چسبندگی و  $E^*$  مدول الاستیک معادل می‌باشند، به گونه‌ای که مدول الاستیک معادل نیز از رابطه ذیل قابل محاسبه است:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (14)$$

در رابطه فوق،  $E_1$  و  $\nu_1$  به ترتیب مدول الاستیسیته و ضریب پواسون برای دانه ساینده و  $E_2$  و  $\nu_2$  به ترتیب مدول الاستیسیته و ضریب پواسون برای قطعه‌کار می‌باشند.

همچنین نیروهای عمودی مرحله برش نیز با استفاده از رابطه (۱۵) به دست می‌آید<sup>[15]</sup>:

$$F_{nc} = \frac{\sqrt{28}}{3} \cdot [h_t^{(i)}]^2 \cdot HB \quad (15)$$

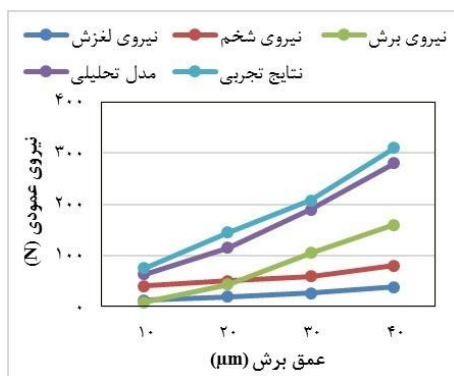
در این رابطه، HB سختی برینل قطعه‌کار می‌باشد.



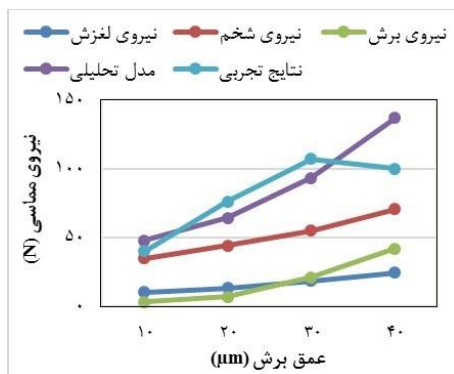
۵-۱- تأثیر تغییر عمق برش روی نیروهای سنگ‌زنی در مدل تحلیلی با ثابت در نظر گرفتن دو مولفه سرعت برشی چرخ سنگ و سرعت پیشروی قطعه‌کار، تغییرات نیروی عمودی و مماسی بر اساس عمق برش در مدل تحلیلی، بررسی شد. بر اساس نتایج حاصل از مدل تحلیلی، با افزایش عمق برش و به دنبال آن افزایش طول ناحیه سنگ‌زنی، دانه‌های ساپنده با تعداد بیشتری در فرآیند شرکت می‌کنند، لذا هر سه نیروی لغزش، شخم و برش افزایش یافته و درکل نیروهای سنگ‌زنی بیشتر می‌شوند، همچنین به دلیل افزایش عمق برش، دانه‌های ساپنده در عمق‌های بیشتری از قطعه‌کار درگیر شده، لذا با افزایش عمق برش، نیروهای برشی افزایش بیشتری نسبت به سایر نیروها خواهند داشت. نمودارهای شکل ۵ و ۶ تفاوت بین نتایج آزمایش‌های تجربی و مدل تحلیلی را برای نیروهای عمودی و مماسی سنگ‌زنی با تغییر عمق برش نشان می‌دهند.

۵-۲- تأثیر تغییر سرعت برشی روی نیروهای سنگ‌زنی در مدل تحلیلی

در ادامه با ثابت در نظر گرفتن مقادیر عمق برش و سرعت پیشروی، تأثیر تغییرات سرعت برشی بر روی نیروهای عمودی و مماسی مدل تحلیلی در سنگ‌زنی بررسی گردید. با افزایش سرعت برشی و به دنبال آن تغییر مسیر حرکت دانه ساپنده، ضخامت براده لحظه‌ای تغییر کرده و نیروهای برشی افزایش نسبتاً کمی پیدا می‌کنند. از طرف دیگر نیروهای لغزش کاهش پیدا کرده و نیروهای شخم نیز به شکل محسوس‌تری کاهش پیدا می‌کنند که در نهایت



شکل ۵) مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروهای عمودی با تغییر عمق برش



شکل ۶) مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروهای مماسی با تغییر عمق برش

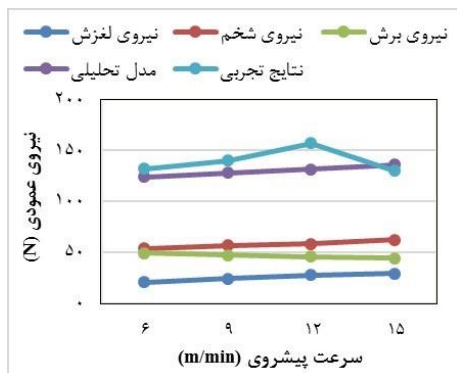
نوع فرآیند، در این آزمون‌ها از نوع سنگ‌زنی پاندولی بوده و جهت فرآیند نیز سنگ‌زنی مخالف می‌باشد، همچنین فرآیند به صورت خشک و بدون حضور سیال برشی انجام گرفته‌است. با توجه به تحلیلی بودن مدل ارائه شده و نبود ضرایب ثابت، آزمون‌های تجربی صرفاً جهت صحت سنجی مدل ارائه شده، انجام گرفته‌است. در این آزمایش‌ها تأثیر سه پارامتر ورودی عمق برش، سرعت برشی چرخ سنگ و سرعت پیشروی بر روی نیروهای سنگ‌زنی مورد بررسی قرار گرفته‌است. اطلاعات موجود در جدول ۳، ۱۲ مرحله آزمایش جهت بررسی نیروهای سنگ‌زنی و اعتبارسنجی مدل ارائه شده را نشان می‌دهد. در ابتدا هر نمونه جهت سنگ‌زنی بر روی گیره مخصوصی که روی دینامومتر بسته شده‌است، موقعیت دهی و فیکس می‌شود. پس از بستن هر نمونه به گیره و قبل از شروع دیتا برداری، سطح نمونه باید به طور یکپارچه سنگ‌زنی شده باشد تا در هر پاس سنگ‌زنی، تماس چرخ سنگ با کل سطح قطعه‌کار فراهم شود. به همین جهت در ابتدای هر آزمایش، نمونه در چند پاس سنگ‌زنی شده تا اصطلاحاً تمام سطح آن سفید شود. پس از آن به منظور ایجاد شرایط سنگ‌زنی یکسان برای همه نمونه‌ها، قبل از هر آزمایش چرخ سنگ با استفاده از درسر تک لبه الماس تیز می‌شود. عمق درسینگ ۱۰۰ میکرون می‌باشد که به صورت دو سیکل رفت و برگشتی با عمق ۵۰ میکرون انجام می‌گیرد.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

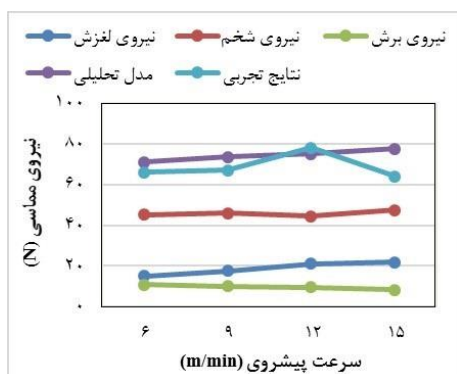
در این بخش، جهت بررسی دقت مدل تحلیلی، به تجزیه و تحلیل نتایج مدل تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی پرداخته می‌شود. برای به دست آوردن نتایج مدل تحلیلی، از نرم افزار محاسباتی متلب استفاده شده‌است. همچنین تأثیر مولفه‌های ماشین‌کاری در مدل تئوری بررسی شده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردید.

جدول ۳) آزمون‌های تجربی طراحی شده جهت به دست آوردن نیروهای سنگ‌زنی

ترتیب آزمایش	عمق برش (μm)	سرعت برشی (m/s)	سرعت پیشروی (m/min)	نیروی عمودی (N)	نیروی مماسی (N)
۱	۱۰	۲۲	۵	۷۶	۴۰
۲	۲۰	۲۲	۵	۱۴۵	۷۶
۳	۳۰	۲۲	۵	۲۱۲	۱۰۷
۴	۴۰	۲۲	۵	۳۱۰	۱۰۰
۵	۱۵	۱۵	۷	۱۱۲	۵۵
۶	۱۵	۲۰	۷	۱۴۲	۷۰
۷	۱۵	۲۵	۷	۱۰۳	۴۷
۸	۱۵	۳۰	۷	۹۳	۴۳
۹	۲۰	۲۵	۶	۱۳۲	۶۶
۱۰	۲۰	۲۵	۹	۱۴۰	۶۷
۱۱	۲۰	۲۵	۱۲	۱۵۷	۷۷
۱۲	۲۰	۲۵	۱۵	۱۳۰	۶۴



شکل ۹) مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروهای عمودی با تغییر سرعت پیشروی



شکل ۱۰) مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروهای مماسی با تغییر سرعت پیشروی

### ۶- نتایج

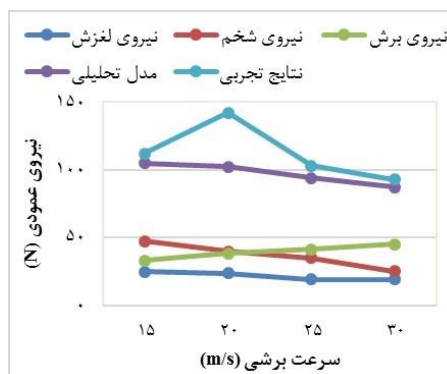
در این پژوهش، با شبیه سازی توپوگرافی تصادفی سطح چرخ سنگ و اندازه تصادفی دانه‌های ساینده، تلاش گردید تا مدل سازی نزدیک تری برای توپوگرافی سطح چرخ سنگ انجام شود، از طرف دیگر با آنالیز سینماتیکی مسیر حرکت دانه ساینده درون قطعه کار، به جای تعیین ضخامت براده متوسط یا حداکثر از یک شیوه جدید برای تعیین ضخامت براده تغییر شکل نیافته لحظه‌ای استفاده شد و با استفاده از این متغیر، نیروی های سنگ‌زنی بر اساس نوع ریزسازوکار حرکتی در هر لحظه تعیین گردید.

در پایان آزمون‌های تجربی جهت صحت سنجی مدل تئوری با خطای جذر میانگین مربعات ۱۸ درصد برای نیروهای سنگ‌زنی، دقت خوب مدل مطرح شده را تصدیق می‌کند. یکی از مهم‌ترین علل خطای مدل سازی تئوری با نتایج تجربی موضوع سایش چرخ سنگ می‌باشد که باعث می‌شود مقدار نیروهای اندازه‌گیری شده معمولاً از نتایج حاصل از مدل نظری بیشتر باشند. همچنین مواردی از قبیل بارگیری چرخ سنگ، خطای توپوگرافی سطح مدل سازی شده با توپوگرافی واقعی چرخ سنگ، پدیده خودتیزشوندگی و همچنین دماهای موضعی بالا در سنگ‌زنی خشک از دیگر عوامل موثر در افزایش خطای نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از مدل تئوری هستند.

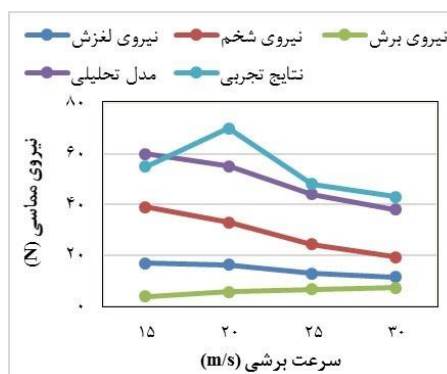
باعث می‌شود که هم نیروهای عمودی و هم نیروهای مماسی با افزایش سرعت برشی با شیب کم کاهش یابند. شکل ۷ و ۸ نیز به ترتیب مقایسه بین نیروهای عمودی و مماسی مدل تحلیلی سنگ‌زنی را با نتایج آزمایشگاهی در این حالت نشان می‌دهد که نشان از دقت مناسب مدل دارد.

### ۵-۳- تأثیر تغییر سرعت پیشروی روی نیروهای سنگ‌زنی در مدل تحلیلی

برای بررسی اثرات سرعت پیشروی روی نیروهای سنگ‌زنی در حالت خشک، دو مولفه عمق برش و سرعت برشی چرخ سنگ ثابت در نظر گرفته شد. با افزایش سرعت پیشروی، نیروهای لغزش با شیب بیشتر و نیروهای شخم با شیب کمتری افزایش پیدا می‌کنند، ولی نیروهای برش با افزایش سرعت پیشروی کاهش پیدا می‌کنند. در نهایت مجموع این تغییرات باعث افزایش نیروهای سنگ‌زنی با شیب کم می‌گردد. مقایسه نیروهای عمودی و مماسی حاصل از مدل سازی و نتایج تجربی در شکل‌های ۹ و ۱۰ دقت خوب و خطای کم مدل ارائه شده را نشان می‌دهد. از طرف دیگر کاهش نیروهای آزمایش‌های تجربی در سرعت پیشروی دانه‌های ساینده با قطعه کار و به طور کلی درگیری چرخ سنگ با قطعه کار بیشتر شده تا جایی که در این سرعت پیشروی پدیده خودتیزشوندگی چرخ سنگ رخ داده و باعث کاهش نیروها در این سرعت شده‌است.



شکل ۷) مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروهای عمودی با تغییر سرعت برشی



شکل ۸) مقایسه نتایج تئوری و تجربی نیروهای مماسی با تغییر سرعت برشی

- 6- Hecker RL, Liang SY, Wu XJ, Xia P, Jin DG. Grinding force and power modeling based on chip thickness analysis. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2007;33(5-6):449-59.
- 7- Azizi A, Mohamadyari M. Modeling and analysis of grinding forces based on the single grit scratch. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2015;78(5-8):1223-31.
- 8- Zhang Y, Li C, Ji H, Yang X, Yang M, Jia D, Zhang X, Li R, Wang J. Analysis of grinding mechanics and improved predictive force model based on material-removal and plastic-stacking mechanisms. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2017;122:81-97.
- 9- Dai C, Yin Z, Ding W, Zhu Y. Grinding force and energy modeling of textured monolayer CBN wheels considering undeformed chip thickness nonuniformity. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2019;157:221-30.
- 10- Jamshidi H, Budak E. An analytical grinding force model based on individual grit interaction. *Journal of Materials Processing Technology*. 2020;283:116700.
- 11- Rowe WB. *Principles of modern grinding technology*. William Andrew; 2013.
- 12- Benkai LI, Chenwei DA, Wenfeng DI, Changyong YA, Changhe LI, Kulik O, Shumyacher V. Prediction on grinding force during grinding powder metallurgy nickel-based superalloy FGH96 with electroplated CBN abrasive wheel. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2021;34(8):65-74.
- 13- Liu Y, Warkentin A, Bauer R, Gong Y. Investigation of different grain shapes and dressing to predict surface roughness in grinding using kinematic simulations. *Precision Engineering*. 2013 Jul 1;37(3):758-64.
- 14- Van der Linde G. Predicting galling behaviour in deep drawing processes.
- 15- Li HN, Yu TB, Wang ZX, Da Zhu L, Wang WS. Detailed modeling of cutting forces in grinding process considering variable stages of grain-workpiece micro interactions. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2017;126:319-39.
- 16- Challen JM, Oxley PL. An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformation models. *Wear*. 1979;53(2):229-43.
- 17- Mishra T, de Rooij M, Shisode M, Hazrati J, Schipper DJ. Characterization of interfacial shear strength and its effect on ploughing behaviour in single-asperity sliding. *Wear*. 2019;436:203042.

با توجه به نتایج مدل تحلیلی، می‌توان بیان کرد در این پژوهش، سهم نیروهای حاصل از مرحله لغزش، شخم و برش از کل نیروها برای نیروهای عمودی به طور میانگین به ترتیب در حدود ۱۸، ۴۲ و ۴۰ درصد می‌باشد. همچنین سهم نیروهای لغزش، شخم و برش برای نیروهای مماسی نیز به طور میانگین به ترتیب در حدود ۲۴، ۶۲ و ۱۴ درصد به دست آمد.

با توجه به اینکه در این مدل، از روش جدیدی برای تعیین ضخامت براده لحظه‌ای استفاده شده است، در ادامه می‌توان توپوگرافی سطح قطعه کار بعد از فرآیند سنگ‌زنی را با مطالعات بر روی مدل ارائه شده پیش‌بینی کرد. همچنین با ارائه مدلی جدید جهت پیش‌بینی سایش چرخ سنگ، و افزودن به مدل کنونی، می‌توان پدیده‌های مخرب در فرآیند سنگ‌زنی از قبیل موضوع بارگیری چرخ سنگ، آسیب‌های حرارتی و ... را بدون نیاز به انجام آزمایش‌های تجربی پیش‌بینی کرد.

**تشکر و قدردانی:** از مسئول آزمایشگاه تحقیقات ماشینکاری دانشگاه صنعتی امیرکبیر به دلیل همکاری سازنده در انجام آزمون‌های تجربی کمال تشکر و قدردانی را دارم.

**تأییدیه اخلاقی:** مقاله حاضر با رعایت تمامی اصول اخلاقی ثبت گردیده است.

**تعارض منافع:** هیچ موردی از تعارض منافع در مقاله حاضر وجود ندارد.

**منابع مالی:** مقاله حاضر با حمایت‌های مالی نویسندگان به ثبت رسیده است.

#### منابع

- 1- Reichenbach GS. The role of chip thickness in grinding. *Trans. Asme*. 1956;78(5):23.
- 2- Snoeys R. The significance of chip thickness in grinding.
- 3- Malkin S, Guo C. *Grinding technology: theory and application of machining with abrasives*. Industrial Press Inc.; 2008.
- 4- Chen X, Rowe WB. Analysis and simulation of the grinding process. Part I: generation of the grinding wheel surface. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 1996;36(8):871-82.
- 5- Agarwal S, Rao PV. Predictive modeling of undeformed chip thickness in ceramic grinding. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2012;56:59-68.