



بررسی اثر گرادیان فشار بر تغییرات ضریب شدت تنش در لوله‌های جدار ضخیم اتوفرتاژ ترک‌دار به روش تابع وزن دوبعدی

رحمت‌الله قاجار^{1*}، حامد سعیدی گوگرچین²

1- استاد، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه خواص مکانیکی مواد دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه خواص مکانیکی مواد دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
* تهران، صندوق پستی 19395-1999 ghajar@kntu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 03 تیر 1392

پذیرش: 18 فروردین 1393

ارائه در سایت: 30 شهریور 1393

کلید واژگان:

تابع وزن دوبعدی

لوله جدار ضخیم

ضریب شدت تنش

گرادیان فشار

لوله‌ی جدار ضخیم اتوفرتاژ حاوی ترک طولی نیم بیضوی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. جهت بررسی تغییرات ضریب شدت تنش روی جبهه‌ی ترک، ابتدا تابع وزن دوبعدی لوله‌ی ترک‌دار استخراج می‌شود. این تابع وزن می‌تواند ضریب شدت تنش تمام نقاط روی جبهه‌ی ترک را محاسبه کند، همچنین، به کمک این تابع وزن امکان در نظر گرفتن بارگذاری‌های پیچیده بر روی سطح ترک از جمله بارهای ناشی از گرادیان فشار محوری در لوله‌های کوتاه و لوله‌های انتها باز میسر می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که بر خلاف لوله‌های تحت فشار یکنواخت، در لوله‌های تحت گرادیان فشار، بیش‌ترین ضریب شدت تنش لزوماً در عمیق‌ترین نقطه و نقاط سطحی نخواهد بود. در لوله‌های اتوفرتاژ بیش‌ترین ضریب شدت تنش عموماً در نقاط غیرسطحی رخ می‌دهد. نتایج ضریب شدت تنش حاصل از روش تابع وزن دوبعدی با نتایج حاصل از روش اجزا محدود از تطابق خیلی خوبی برخوردار است. نتایج نشان داد که شکل عمومی تابع وزن پیشنهادی برای ترک‌های سطحی تنها با به‌کارگیری یک جمله از سری کران دار آن از دقت مناسبی برخوردار خواهد بود. پیش‌بینی شکل جبهه‌ی ترک خستگی با استفاده از تابع وزن دوبعدی می‌تواند دقیق‌تر از تابع وزن یک بعدی باشد.

Investigation of pressure gradient effect on stress intensity factor variations in autofrettaged cracked thick-walled tubes using two dimensional weight function method

Rahmatollah Ghajar^{*}, Hamed Saeidi Googarchin

Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi Univ. of Tech., Tehran, Iran

* P.O.B. 19359-1999 Tehran, Iran, ghajar@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 June 2013
Accepted 07 April 2014
Available Online 21 September 2014

Keywords:

Two Dimensional Weight Function
Thick-Walled Tube
Stress Intensity Factor
Pressure Gradient

ABSTRACT

The autofrettaged thick-walled tube containing semi-elliptical crack is investigated. To study the variation of stress intensity factor on crack front, at first, two dimensional weight function is extracted. Stress intensity factor of all points on crack front can be calculate using proposed weight function, also, the complicated loading on crack faces including the loads due to axial gradient pressure in short cylinder and open-end tubes can be considered. Results show that, opposite of the cylinder subjected to uniform pressure, in pipes under gradient pressure, the maximum stress intensity factor are not necessarily on deepest point and surface points. The maximum stress intensity factor occurs on non-surface points in autofrettaged tubes. The results obtained from two dimensional weight function method have a good accuracy with the results obtained from finite element method. Results showed that employing just one term of the series could result in a very good precision in general form of the proposed weight function. Prediction of fatigue crack configuration using two dimensional weight function can be more accurate than those obtained from one dimensional weight function.

1- مقدمه

میلیمتری دو نقطه روی سطح داخلی آن گزارش شده است [1]. گرادیان فشار محوری در داخل لوله‌ی توپ نیز مطابق نمودار شکل 1 است [2]. بارهای تناوبی باعث جوانه‌زنی ترک در جداره داخلی لوله می‌شود. پس از چند سیکل ترک‌ها به شکل نیم بیضوی درمی‌آیند. با ادامه‌ی بارهای تناوبی وارده، ترک‌های نیم بیضوی طولی رشد کرده و با پیوستن به یکدیگر منجر به شکست لوله می‌شوند؛ بنابراین این لوله‌ها عمر خستگی محدودی خواهند داشت.

لوله‌های جدار ضخیم از جمله قطعات پرکاربرد در صنعت می‌باشند. به علت ضخامت بالا، توانایی زیادی در تحمل بارهای حرارتی و مکانیکی دارند. لوله‌های کوتاه و لوله‌هایی با انتهای باز معمولاً گرادیان فشار محوری بسیار بالایی را تجربه می‌کنند. به عنوان مثال در یک لوله‌ی توپ 120 میلیمتری اختلاف دمایی در حدود 600 درجه سانتیگراد در فاصله‌ی محوری 1000

Please cite this article using:

R. Ghajar, H. Saeidi Googarchin, Investigation of pressure gradient effect on stress intensity factor variations in autofrettaged cracked thick-walled tubes using two dimensional weight function method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 137-145, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بسته برای ضریب شدت تنش نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه در ترک‌های نیم‌بیضی محیطی در استوانه‌های جدارضخیم ارائه نمودند.

تاکنون در کلیه مطالعات ارائه شده، توابع وزن استخراجی برای تعیین ضریب شدت تنش در ترک‌های نیم‌بیضی طولی استوانه‌های جدار ضخیم محدود به نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک محدود بوده است. این توابع وزن فقط قابلیت در نظر گرفتن توزیع تنش یک بعدی بر روی سطح ترک را دارند. این در حالی است که عمدتاً ترک‌های طولی نیم‌بیضی در استوانه‌های جدارضخیم کوتاه و یا استوانه‌های جدارضخیم انتها باز (مانند لوله‌های توپ، تفنگ و تانک) در اثر گرادیان فشار، توزیع تنش دوبعدی و پیچیده‌ای را بر روی سطح خود تجربه می‌کنند. در چنین شرایطی امکان در نظر گرفتن توزیع تنش دوبعدی روی سطح ترک در محاسبه‌ی ضریب شدت تنش با استفاده از توابع وزن ارائه شده در مراجع میسر نخواهد بود. ضمن آنکه در توزیع دوبعدی بار بر روی سطح ترک لزوماً نقاط سطحی و یا عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک، نقاط بحرانی از دیدگاه ضریب شدت تنش و رشد ترک نخواهد بود. در این حالت ممکن است که نقاطی دیگری از جبهه‌ی ترک دارای بیشینه‌ی ضریب شدت تنش باشد. در این صورت رفتار رشد جبهه‌ی ترک متفاوت از رفتار رشد جبهه‌ی ترک در توزیع تنش‌های یکنواخت و یا یک بعدی بر روی سطح ترک خواهد بود. در شکل 2 نمونه‌ای از شکل جبهه‌ی ترک طولی در یک لوله‌ی توپ 120 میلیمتری نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در اثر گرادیان فشار داخل لوله و توزیع تنش دوبعدی بر روی سطح ترک، جبهه‌ی آن به صورت متقارن رشد نکرده است و میزان رشد نامتقارن بوده است. بدیهی است که توابع وزن ارائه شده در مراجع برای ترک‌های طولی نیم بیضی امکان پیش‌بینی چنین رفتاری را نخواهند داشت. این دسته از توابع به توابع وزن یک بعدی معروف می‌باشند. تاکنون کلیه توابع وزن ارائه شده برای استوانه‌های حاوی ترک‌های طولی و محیطی نیم‌بیضی، همگی یک‌بعدی بوده و محدود به نقاط سطحی و یا عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک بوده است. توزیع فشار یکنواخت، فرض مشترک کلیه این مطالعات بوده است.

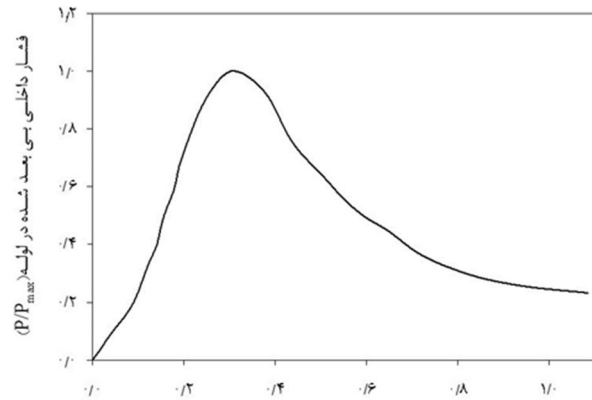
در این پژوهش تابع وزن دوبعدی برای ترک طولی نیم‌بیضی در سطح داخلی استوانه‌ی جدار ضخیم استخراج می‌شود. این تابع علاوه بر اینکه امکان تعیین ضریب شدت تنش ترک‌هایی تحت توزیع تنش دوبعدی مانند شکل 3 را فراهم می‌نماید، همچنین به کمک آن می‌توان ضریب شدت تنش تمام نقاط روی جبهه‌ی ترک را محاسبه نمود. در ادامه تابع وزن دوبعدی ارائه شده برای محاسبه‌ی ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک در یک استوانه اتوفرتاژ برای دو بارگذاری فشار یکنواخت و گرادیان محوری فشار بکارگرفته می‌شود و اثرات اتوفرتاژ و گرادیان فشار بر تغییرات ضریب شدت تنش در نقاط روی جبهه‌ی ترک مطالعه می‌گردد.

2- توابع وزن

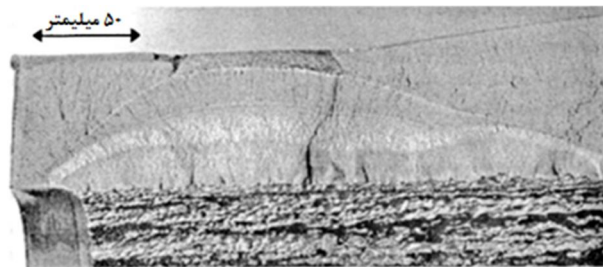
در این بخش به معرفی ریاضی توابع وزن یک بعدی و دوبعدی پرداخته می‌شود. سپس تابع وزن مورد استفاده در پژوهش حاضر معرفی می‌شود.

2-1- تابع وزن یک بعدی

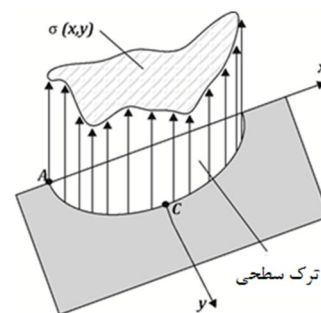
بوئیکنر و رایس [10،11] نشان دادند که اگر جابجایی سطح ترک، $u_r(x, a)$ ، و ضریب شدت تنش آن، K_r ، برای یک بارگذاری مشخص باشد، می‌توان به کمک روش تابع وزن ضریب شدت تنش برای هر بارگذاری دیگری را طبق رابطه (1) استخراج نمود:



شکل 1 گرادیان فشار محوری شماتیک در لوله‌ی توپ [2]



شکل 2 نمونه‌ای از جبهه‌ی ترک در لوله تحت گرادیان فشار [9]



شکل 3 توزیع تنش دوبعدی بر روی سطح ترک نیم‌بیضی

در کاربردهای صنعتی و نظامی تخمین صحیحی از عمر خستگی قطعه از اهمیت بسزایی برخوردار است. تخمین عمر خستگی بر پایه‌ی مکانیک شکست الاستیک خطی با استفاده از پارامتر ضریب شدت تنش انجام می‌شود.

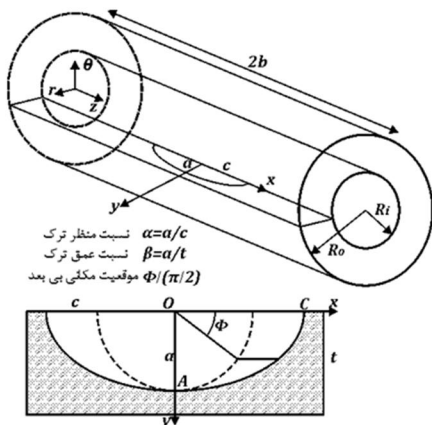
روش تابع وزن یکی از ابزارهای تعیین ضریب شدت تنش است. در این روش ابتدا تابع وزن هندسه ترک‌دار با به‌کارگیری نتایج ضریب شدت تنش مرجع در یک بارگذاری مرجع استخراج می‌شود. سپس با استفاده از تابع وزن استخراجی، ضریب شدت تنش برای بارگذاری‌های جدید روی هندسه ترک‌دار تعیین می‌شود. بدین ترتیب با استخراج یک تابع وزن امکان محاسبه‌ی ضریب شدت تنش برای هر بارگذاری دلخواه فراهم می‌آید. پژوهش‌های بسیار در زمینه استخراج ضریب شدت تنش ترک‌های نیم بیضی در استوانه‌ها و لوله‌های جدار ضخیم انجام شده است. ژنگ و همکاران [4،3] به کمک روش تابع وزن یک رابطه‌ی صریح برای ضریب شدت تنش ترک در نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه‌ی آن ارائه نمودند. شاهانی و نبوی [5،6] به مطالعه‌ی لوله‌های جدارضخیم حاوی ترک طولی نیم‌بیضی تحت بارهای مکانیکی و حرارتی پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش تابع وزن تغییرات ضریب شدت تنش در نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک را در نسبت منظرهای مختلف مطالعه نمودند. قاجار و نبوی [7،8] یک رابطه‌ی

که در آن، مطابق شکل 4، s ، کمترین فاصله‌ی محل اعمال نیروی واحد تا جبهه‌ی ترک و ρ فاصله‌ی بین محل اعمال نیروی واحد تا نقطه‌ی دلخواه روی جبهه‌ی ترک (که ضریب شدت تنش آن مورد نظر است) است. در واقع این تابع وزن از دو جمله‌ی کلی تشکیل شده است. جمله‌ی اول که ناکراندار است و جمله بعدی که مربوط به وارد نمودن اثرات هندسه به تابع وزن است. برای یک ترک نیم‌بیضی، مطابق شکل 5، θ ، زاویه‌ی قطبی نشان دهنده‌ی موقعیت نقطه‌ی P' است. r و φ نیز موقعیت قطبی P را معرفی می‌کنند. $R(\varphi)$ نیز در شکل 5 معرفی شده است. همان‌طور که در رابطه‌ی 4 مشاهده می‌شود، ضرایب ثابت M_i وابسته به موقعیت نقطه‌ی P' روی جبهه‌ی ترک و همچنین نسبت منظر ترک، α ، هستند. مطابق شکل 6، نسبت منظر ترک به صورت نسبت عمق ترک به نصف عرض ترک تعریف می‌شود. تحلیل‌های پژوهش حاضر نشان داد که شکل عمومی رابطه‌ی 4 با به‌کارگیری یک جمله از سری آن، مطابق رابطه 5، مناسب است. ضرایب ثابت نیز علاوه بر موقعیت نقطه روی جبهه‌ی ترک نیم‌بیضی، ϕ ، و نسبت منظر ترک، وابسته به نسبت عمق ترک، β ، نیز می‌باشند. پارامترهای موقعیت بی‌بعد روی جبهه ترک نیم‌بیضی و نسبت عمق ترک در شکل 6 معرفی شده‌اند.

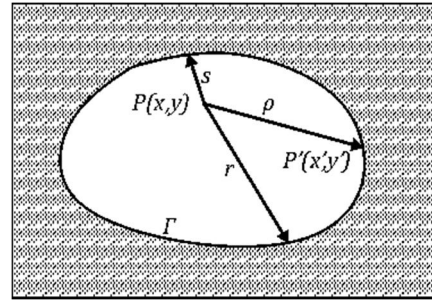
$$m(x, y; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{\frac{3}{2}}\rho^2} \left[1 + M(\alpha, \beta, \phi) \left(1 - \frac{r(\phi)}{R(\phi)} \right) \right] \quad (5)$$

3- توزیع تنش پسماند ناشی از اتوفرتاژ

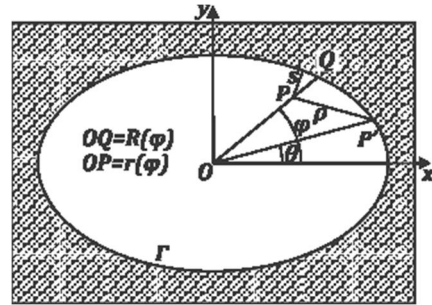
بکارگیری فرآیند اتوفرتاژ یک ابزار مفید جهت افزایش عمر استوانه‌ها و لوله‌های جدارضخیم تحت بارهای حرارتی و مکانیکی بالا است. در این فرآیند ابتدا با ایجاد فشار داخلی مناسب، درصد مشخصی از ضخامت داخلی استوانه دچار تغییرشکل پلاستیک می‌شود. در مرحله‌ی بعد، با کاهش این فشار داخلی تا مقدار صفر، در اثر اندرکنش نیرویی بین منطقه‌ی الاستیک و پلاستیک، تنش پسماند فشاری در ضخامت داخلی استوانه ایجاد می‌شود. این تنش پسماند فشاری باعث بسته شدن ترک‌ها و تأخیر در رشد آن‌ها می‌شود. لذا توزیع تنش پسماند ناشی از اتوفرتاژ اهمیت بسزایی در میزان ضریب شدت تنش ترک‌ها خواهد داشت. حسینیان و همکارانش [16] یک چهارچوب تحلیلی برای محاسبه‌ی توزیع تنش پسماند در استوانه‌های جدار ضخیم تحت کرنش محوری ثابت ارائه نمودند. آن‌ها از نمودار تجربی بارگذاری و باربرداری فولاد A723، با درنظر گرفتن اثر باشینگر، در روابط استخراجی استفاده نمودند. در پژوهش حاضر، از چهارچوب تحلیلی ارائه شده توسط ایشان جهت محاسبه‌ی تنش پسماند ناشی از فرآیند اتوفرتاژ استفاده می‌شود.



شکل 6 لوله جدار ضخیم حاوی ترک طولی نیم‌بیضی



شکل 4 پارامترهای تابع وزن دوبعدی برای یک ترک عمومی



شکل 5 پارامترهای تابع وزن دوبعدی برای یک ترک بیضی

$$K = \int_0^a \sigma(x) \cdot m(x, a) dx \quad (1)$$

که در آن، K ، ضریب شدت تنش جدید و $\sigma(x)$ توزیع تنش یک بعدی جدید روی سطح ترک مجازی در هندسه‌ی بدون ترک است. تابع وزن یک بعدی هندسه‌ی ترک‌دار، $m(x, a)$ ، به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود:

$$m(x, a) = \frac{H}{K_r} \frac{\partial u_r(x, a)}{\partial x} \quad (2)$$

که در آن، H ، ثابت ماده، a ، طول ترک و x ، محوری در راستای طول ترک است.

داده‌های مربوط به جابجایی سطح ترک به ندرت در مراجع یافت می‌شود. به همین دلیل پتروسکی و آخنباخ [12] تابعی جهت تقریب بازشدگی ترک بر اساس مقدار ضریب شدت تنش آن ارائه نمودند. بعدها، شن و گلینکا [13] و فت [14] شکل عمومی از توابع وزن با ضرایب ثابت پیشنهاد نمودند و استخراج توابع وزن یک بعدی محدود به تعیین این ضرایب ثابت با استفاده از مقادیر ضریب شدت تنش مرجع در یک بارگذاری مرجع گردید.

2-2- تابع وزن دو بعدی

مطابق شکل 4، تابع وزن دوبعدی $m(x, y; P')$ ، ضریب شدت تنش نقطه‌ی دلخواه P' روی جبهه‌ی ترک را که تحت اثر جفت نیروی واحد در نقطه‌ی $P(x, y)$ قرار دارد ارائه می‌کند. جهت محاسبه‌ی ضریب شدت تنش در نقطه‌ی دلخواه روی جبهه‌ی ترک می‌بایست از ضرب دو تابع شامل، توزیع تنش دوبعدی روی سطح ترک مجازی در هندسه‌ی بدون ترک و تابع وزن دوبعدی هندسه‌ی ترک‌دار، بر روی سطح ترک انتگرال‌گیری شود. طبق رابطه (3) داریم:

$$K(P') = \iint \sigma(x, y) \cdot m(x, y; P') ds \quad (3)$$

وانگ و گلینکا [15] یک شکل جدید ریاضی از تابع وزن دوبعدی برای یک ترک بیضی درون فضای بی‌نهایت و نیمه بی‌نهایت ارائه نمودند. طبق رابطه (4) داریم:

$$m(x, y; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{\frac{3}{2}}\rho^2} \left[1 + \sum_{i=1}^n M_i(\theta, \alpha) \left(1 - \frac{r(\phi)}{R(\phi)} \right)^i \right] \quad (4)$$

4- توزیع تنش ناشی از گرادیان فشار

تیموشنکو [17] توزیع تنش در یک استوانه تحت فشار داخلی یکنواخت را به صورت تحلیلی ارائه نموده است. لیانگ و همکاران [18] نیز با استفاده روش تابع پتانسیل میدان تنش در یک استوانه تحت گرادیان فشار خطی را استخراج کرده‌اند. در پژوهش حاضر، از این روابط جهت محاسبه‌ی تنش محیطی در شرایط فشار اعمالی یکنواخت و غیریکنواخت استفاده می‌شود.

5- لوله جدار ضخیم حاوی ترک طولی نیم‌بیضی

لوله‌ی جدار ضخیم از جنس فولاد A723، دارای شعاع داخلی 78/41 میلیمتر و شعاع خارجی 147/41 میلیمتر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مطابق شکل 6 یک ترک طولی نیم‌بیضی در دیواره‌ی داخلی لوله در نظر گرفته شده است. ترک‌های طولی بحرانی‌ترین ترک‌ها در استوانه‌های جدار ضخیم تحت فشار داخلی می‌باشند. مقادیر ضریب شدت تنش برای تمام نقاط روی جبهه‌ی ترک برای لوله‌ی تحت فشار داخلی یکنواخت و تحت گرادیان خطی فشار داخلی محاسبه گردید. این مقادیر برای استوانه‌ای که تا 70 درصد ضخامت اتوفرتاژ شده است، استخراج شد و با نتایج استوانه‌ی بدون اتوفرتاژ نیز مقایسه می‌گردد.

جهت استخراج تابع وزن دو بعدی مسئله ابتدا می‌بایست ضریب شدت تنش‌های مرجع محاسبه گردد. بدین منظور با نگارش یک کد پارامتریک به زبان برنامه‌نویسی پایتون¹ استوانه حاوی ترک تحت توزیع بار واحد یکنواخت بر روی سطوح ترک به روش اجزای محدود شبیه‌سازی شد و مقادیر ضریب شدت تنش مرجع برای نسبت منظرهای 0/2 تا 1 و نسبت عمق‌های 0/05 تا 0/4 حاصل گردید.

با جایگذاری مقادیر ضریب شدت تنش مرجع ناشی از میدان تنش واحد یکنواخت روی سطح ترک و شکل عمومی تابع وزن رابطه‌ی 5 در رابطه‌ی 3، ضرایب ثابت صورت عمومی تابع وزن تعیین گردید. لذا رابطه‌ی 3 برای تعیین ضرایب ثابت به صورت رابطه‌ی 6 استفاده گردید.

$$K_T(\alpha, \beta, \phi) = \iint_S \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{\frac{2}{3}} \rho^2} \left[1 + M(\alpha, \beta, \phi) \left(1 - \frac{r(\phi)}{R(\phi)} \right) \right] dS \quad (6)$$

که در آن، α ، β و ϕ به ترتیب نسبت منظر ترک، نسبت عمق ترک و موقعیت مکانیکی روی جبهه‌ی ترک می‌باشند که همگی در شکل 6 معرفی شده‌اند. بدین ترتیب با نگارش یک کد پارامتریک انتگرال‌گیری عددی به روش گaus-لژاندر مقادیر ضرایب ثابت $M(\alpha, \beta, \phi)$ برای کلیه حالت‌ها تعیین می‌گردد. حال با بکارگیری ضرایب ثابت در شکل عمومی تابع وزن دوبعدی و تعیین توزیع تنش روی ترک مجازی هندسه‌ی بدون ترک، محاسبه‌ی ضریب شدت تنش برای استوانه‌ی تحت فشارهای یکنواخت و غیریکنواخت، بادر نظر گرفتن اتوفرتاژ 70 درصد و بدون در نظر گرفتن اتوفرتاژ، انجام می‌شود. بدین منظور مطابق رابطه‌ی 3، انتگرال‌گیری روی سطح ترک از ضرب تابع وزن دوبعدی در تابع توزیع تنش انجام می‌شود. در اینجا رابطه‌ی 3 برای تعیین ضرایب شدت تنش جدید به صورت رابطه‌ی 7 خواهد بود.

$$K_T(\alpha, \beta, \phi) = \iiint_S \left((\sigma_R(y) + \sigma_{App}(x, y) + P(x)) \times \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{\frac{2}{3}} \rho^2} \left[1 + M(\alpha, \beta, \phi) \left(1 - \frac{r(\phi)}{R(\phi)} \right) \right] \right) dS \quad (7)$$

که در آن، σ_R ، σ_{App} و $P(x)$ به ترتیب توزیع تنش پسماند ناشی از فرآیند اتوفرتاژ در سطح ترک مجازی در استوانه بدون ترک، توزیع تنش ناشی از اعمال فشار داخلی یکنواخت و یا غیر یکنواخت در سطح ترک مجازی در استوانه بدون ترک و فشار وارده به سطوح آزاد ترک است. به این ترتیب مقدار ضریب شدت تنش جدید به روش تابع وزن دوبعدی قابل استخراج خواهد بود.

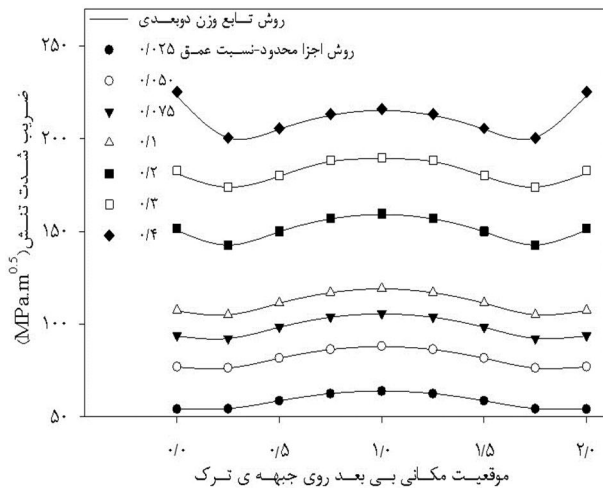
6- نتایج و بحث

در این بخش نتایج عددی تحلیل لوله‌ی جدار ضخیم حاوی ترک طولی نیم‌بیضی ارائه می‌گردد. ضرایب ثابت تابع وزن دوبعدی در پیوست ارائه شده است. جهت بررسی اثر اتوفرتاژ و گرادیان فشار اعمالی بر روند تغییرات ضریب شدت تنش در نقاط روی جبهه‌ی ترک، نتایج برای استوانه‌ی بدون اتوفرتاژ و اتوفرتاژ شده تحت دو بارگذاری فشار داخلی یکنواخت و فشار داخلی با گرادیان خطی محوری ترسیم می‌گردد.

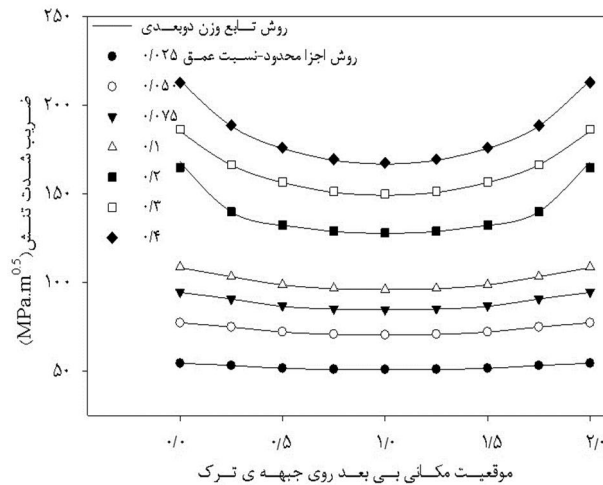
برای بررسی صحت نتایج تابع وزن دوبعدی با بکارگیری کد پارامتریک روش اجزا محدود حاضر، که به زبان برنامه‌نویسی پایتون نگارش شده و در نرم‌افزار آباکوس پردازش می‌شود، مقادیر ضریب شدت تنش برای کلیه حالت‌ها تعیین و با نتایج تابع وزن دوبعدی مقایسه می‌گردند.

در نمودار شکل‌های 7 تا 9 مقادیر ضریب شدت تنش استوانه‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار یکنواخت بر حسب موقعیت مکانی بی‌بعد نقاط روی جبهه‌ی ترک نمایش داده شده است. این نتایج برای سه نسبت منظر ترک 0/2، 0/6 و 1 و هفت نسبت عمق ترک 0/025، 0/050، 0/075، 0/1، 0/2، 0/3 و 0/4 استخراج شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در نسبت منظرهای پایین، عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک بحرانی‌ترین منطقه از دیدگاه ضریب شدت تنش بوده است. در حالی که با افزایش نسبت منظر نقاط بحرانی از عمیق‌ترین نقطه به نقاط سطحی ترک انتقال می‌یابد. بدیهی است که به دلیل تقارن هندسی و فیزیکی، روند تغییرات ضریب شدت تنش نسبت به عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک متقارن است، همچنین، با افزایش نسبت عمق ترک میزان ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد. در تخمین عمر خستگی از دیدگاه مکانیک شکست، عمق نهایی ترک بر حسب مقایسه‌ی ضریب شدت تنش بیشینه‌ی ترک با میزان چقرمگی شکست ماده تعیین می‌گردد. مشاهده می‌شود که در یک نسبت عمق ثابت ترک، میزان ضریب شدت تنش عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک در نسبت منظر 0/2 حدود دوبرابر میزان ضریب شدت تنش همین نقطه‌ی ترک در نسبت منظر 1 است. لذا استخراج دقیق نسبت منظر ترک اهمیت فراوانی در تخمین عمر خستگی صحیح برای سازه دارد. از این رو بکارگیری تابع وزن دوبعدی پیشنهادی می‌تواند اهمیت بسزایی در پیش‌بینی دقیق‌تر شکل جبهه‌ی ترک خستگی داشته باشد.

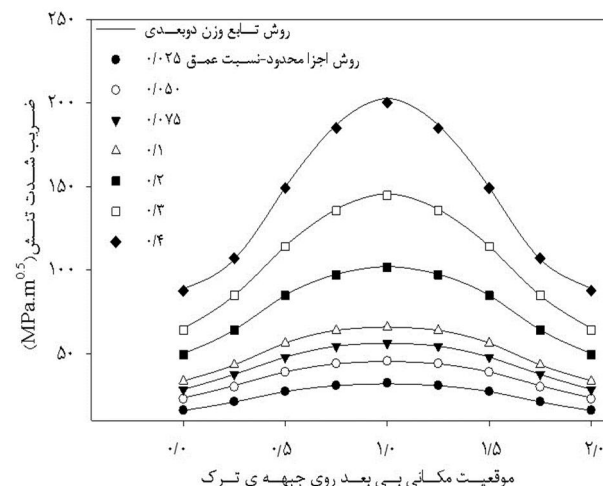
در نمودارهای شکل‌های 10 تا 12 مقادیر ضریب شدت تنش استوانه‌ی اتوفرتاژ تحت فشار یکنواخت بر حسب موقعیت مکانی بی‌بعد نقاط روی جبهه‌ی ترک نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با اتوفرتاژ 70 درصدی میزان ضریب شدت تنش نقاط سطحی تا بیش از 50 درصد نسبت به ضریب شدت تنش در استوانه بدون اتوفرتاژ کاهش یافته است؛ اما نکته‌ی حائز اهمیت آن است که در کلیه حالت‌های نسبت منظرهای پایین ترک و در عموم حالت‌های نسبت منظرهای بالا، عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک دارای بیش‌ترین مقدار ضریب شدت تنش است. اهمیت این به موضوع از آن جهت است که رفتار رشد ترک خستگی در هر چرخه بر اساس میزان تنش ضریب شدت بیشینه و مکان آن تعیین می‌شود.



شکل 8 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/6 در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت



شکل 9 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 1 در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت



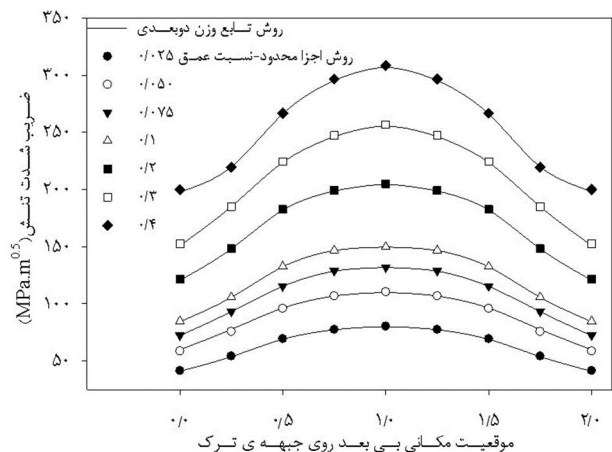
شکل 10 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/2 در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت

در نمودارهای شکل‌های 16 تا 18 مقادیر ضریب شدت تنش استوانه‌ی اتوفرتاژ تحت گرادیان خطی فشار بر حسب موقعیت مکانی بی‌بعد نقاط روی جبهه‌ی ترک نمایش داده شده است.

در نمودارهای شکل 13 تا 15 مقادیر ضریب شدت تنش استوانه‌ی بدون اتوفرتاژ تحت گرادیان فشار خطی بر حسب موقعیت مکانی بی‌بعد نقاط روی جبهه‌ی ترک نمایش داده شده است. در واقع در اینجا قسمت صعودی نمودار شکل 1، که مبین تغییرات فشار در یک لوله‌ی انتها باز است، با استفاده از یک خط تقریب زده شده است و تابع تغییرات فشار در راستای محور استوانه بر حسب مکان به صورت یک چندجمله‌ای درجه اول تعریف شده است. جهت امکان مقایسه‌ی کمی و کیفی میان نتایج استوانه‌ی تحت فشار یکنواخت و استوانه‌ی تحت گرادیان فشار، این تابع به گونه‌ای تعریف شده است که میزان فشار در محل تقاطع اقطار ترک نیم‌بیضوی در هر دو وضعیت یکسان باشد. مقایسه‌ی نتایج ضریب شدت تنش نشان می‌دهد که در فشارهای غیریکنواخت لزوماً نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک مکان‌های بحرانی از دیدگاه ضریب شدت تنش نخواهند بود. همان‌طور که در شکل 13 مشاهده می‌شود نقاطی در موقعیت مکانی بی‌بعد 1/25 از حیث ضریب شدت تنش در بحرانی‌ترین وضعیت می‌باشند و این موضوع به منزله‌ی آن است که رفتار رشد ترک در چنین گرادیان‌های فشاری می‌تواند کاملاً متفاوت از رفتار شد ترک تحت فشار یکنواخت باشد. ضمن آنکه تغییرات ضریب شدت تنش در هر یک از نقاط سطحی ترک و نقاط نزدیکی آن‌ها روی جبهه‌ی ترک رفتاری بسیار متفاوت از نقاط سطحی طرف دیگر دارد. این مطلب می‌تواند منجر به رفتار رشد ترکی همچون شکل 2، که رشد ترک نامتقارنی را تجربه کرده است، گردد. به طور مثال، برای نسبت عمق 0/4 و نسبت منظر 0/2 ضریب شدت تنش در یک نقطه‌ی سطحی بیش از 70 درصد بیشتر از نقطه‌ی سطحی دیگر است؛ بنابراین ضروری است تا در محاسبات مربوط به تعیین ضرایب شدت تنش و همچنین استخراج الگوریتم‌های جدید رشد ترک خستگی گرادیان فشار در لوله‌ها و استوانه‌ها لحاظ گردد. تابع وزن دوبعدی استخراج شده امکان در نظر گرفتن هر توزیع تنش دوبعدی دلخواهی را بر روی جبهه‌ی ترک فراهم می‌آورد.

در نسبت منظرهای بالاتر نیز اگرچه که عموماً مکان بحرانی از دیدگاه مکانیک شکست به سمت نقاط سطحی متمایل شده است، اما همچنان توزیع ضریب شدت تنش در نقاط روی جبهه‌ی ترک نامتقارن است.

مقایسه‌ی نتایج روش اجزا محدود و نتایج تابع وزن دوبعدی استخراجی از تطابق خیلی خوبی برخوردار است و به غیر از نقاط سطحی در بعضی از نسبت منظرهای ترک، اختلاف کمتر از 2 درصد است. در نقاط سطحی نیز در تمامی نسبت منظرهای ترک خطا کمتر از 10 درصد است.

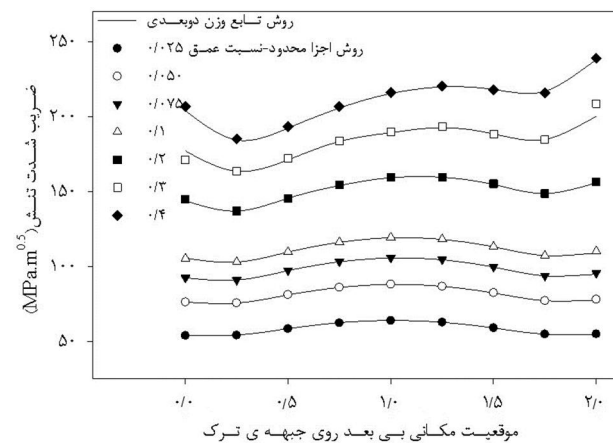


شکل 7 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/2 در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت

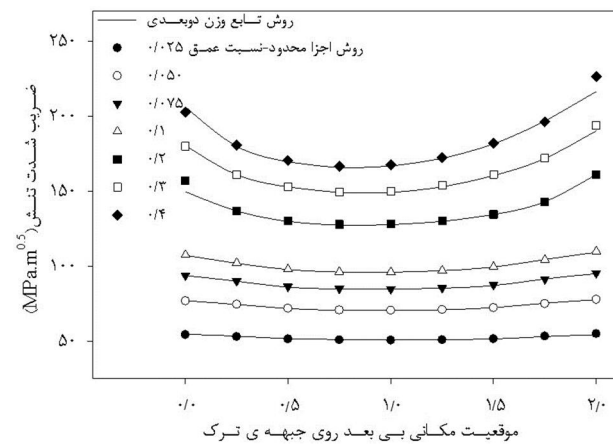
فشار، نقطه‌ای بحرانی لزوماً عمیق‌ترین نقطه‌ای جبهه‌ی ترک نیست و بنا به تابع توزیع فشار می‌تواند عموماً نقطه‌ای روی جبهه‌ی ترک مابین نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک باشد. در چنین شرایطی بکارگیری الگوریتم‌های رشد ترک نیم‌بیضی مرسوم [19]، که مرکز نیم‌بیضی جبهه‌ی ترک ثابت در نظر گرفت می‌شود، می‌تواند منجر به بروز خطا در تعیین عمر خستگی و همچنین شکل جبهه‌ی ترک نهایی گردد. لذا اهمیت تابع وزن دوبعدی استخراجی از آن رو است که امکان محاسبه ضریب شدت تنش برای تمام نقاط روی جبهه‌ی ترک را میسر می‌نماید. این تابع وزن دوبعدی شرایط در نظر گرفتن هر بارگذاری دوبعدی دلخواه بر روی سطوح ترک را نیز فراهم می‌آورد.

مقایسه‌ی نتایج حاصل از روش تابع وزن دوبعدی ارائه شده با نتایج حاصل از روش اجزا محدود مویب این مطلب است که روش پیشنهادی از دقت بسیار خوبی برای ترک‌های سطحی نیز برخوردار است.

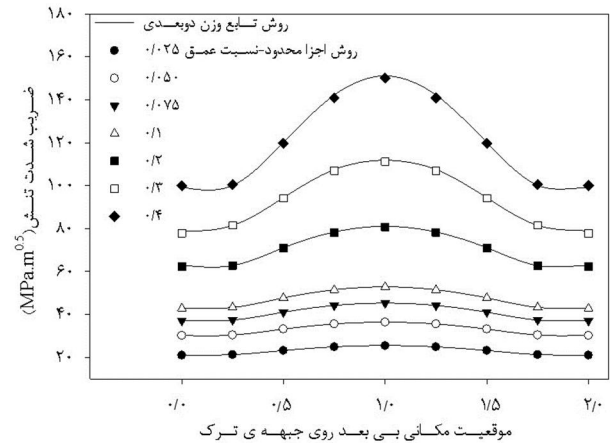
مقایسه‌ی نتایج ضریب شدت تنش در استوانه‌های تحت فشار یکنواخت نشان می‌دهد که تغییر مکان نقطه‌ی بحرانی میان عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک و نقاط سطحی [5]، فقط محدود به استوانه‌های تحت فشار یکنواخت است. در استوانه‌های تحت فشار غیر یکنواخت نقطه‌ی بحرانی می‌تواند نقطه‌ای غیر از مکان عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک و نقاط سطحی ترک باشد. این موضوع می‌تواند منجر به جابجایی محوری عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک و مرکز افطار نیم‌بیضی آن در پیش‌بینی رشد ترک خستگی و تخمین عمر آن گردد.



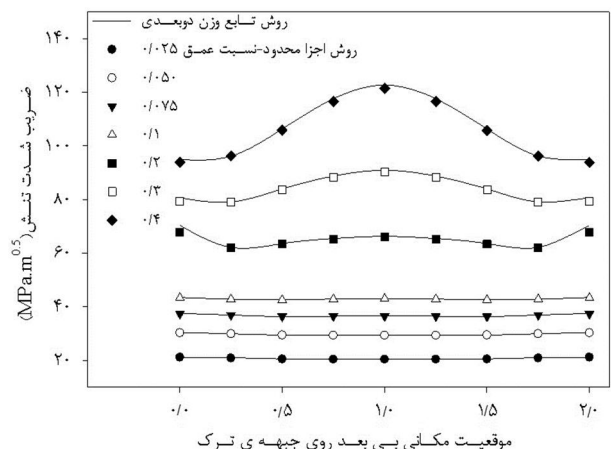
شکل 14 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/6 در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری



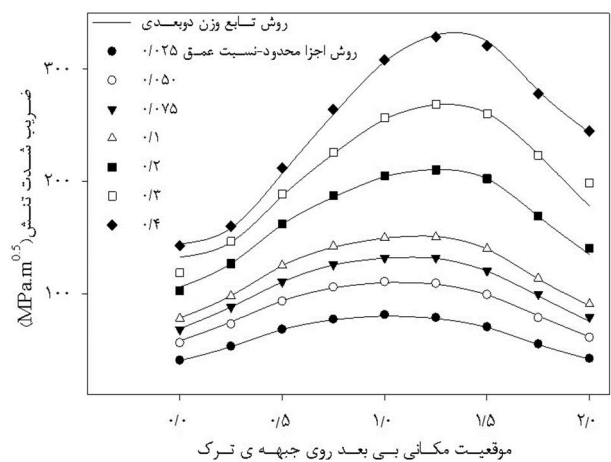
شکل 15 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 1 در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری



شکل 11 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/6 در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت

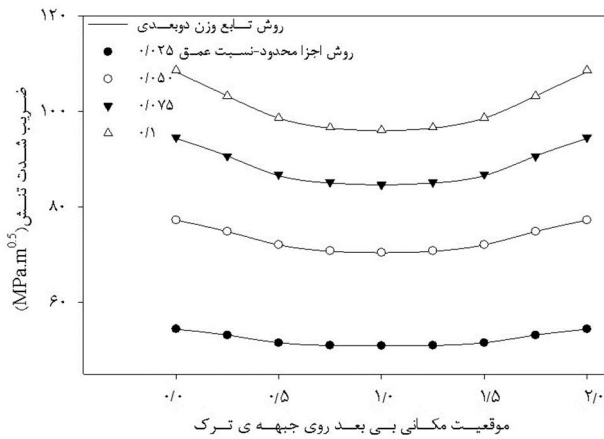


شکل 12 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 1 در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت

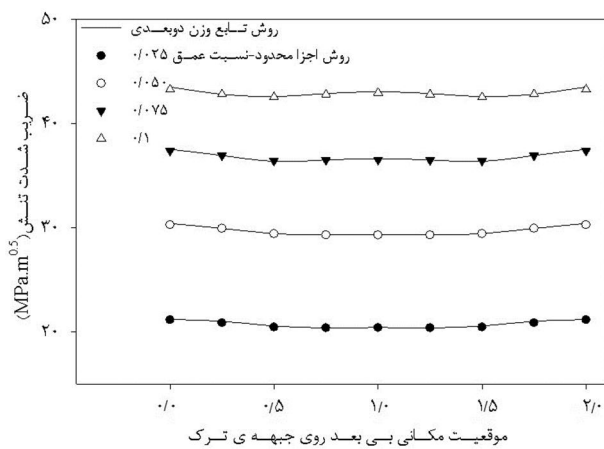


شکل 13 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/2 در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری

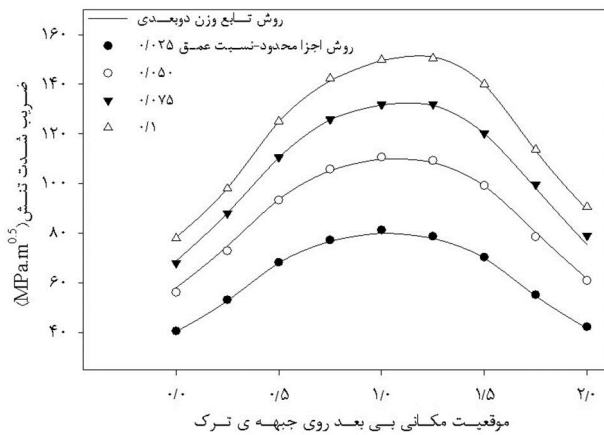
مقایسه‌ی نتایج ضریب شدت تنش با نتایج شکل‌های 13 تا 15 نشان می‌دهد که عملیات اتوفرتاژ تأثیر بسزایی در کاهش ضریب شدت تنش نقاط سطحی خواهد داشت و علیرغم کاهش ضریب شدت تنش تمام نقاط جبهه‌ی ترک نسبت به استوانه بدون اتوفرتاژ، عموماً منجر به انتقال منطقه‌ی بحرانی به نقاط غیر سطحی می‌گردد. البته در استوانه‌های تحت فشار یکنواخت این نقطه‌ی غیرسطحی همان عمیق‌ترین نقطه خواهد بود، اما در استوانه‌های تحت گرادیان



شکل 19 ضریب شدت تنش ترک با نسبت منظر 1 و نسبت عمق‌های کوچک در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت



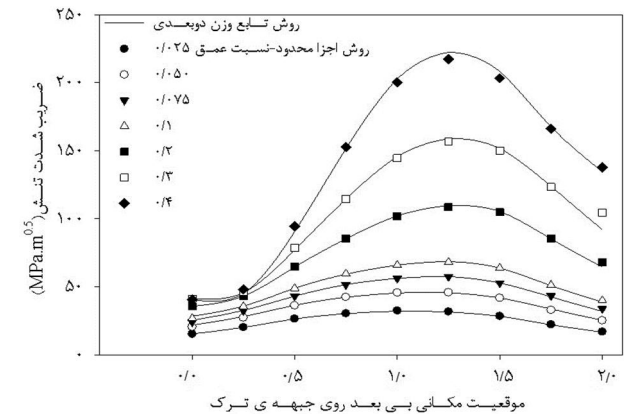
شکل 20 ضریب شدت تنش ترک با نسبت منظر 1 و نسبت عمق‌های کوچک در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی یکنواخت



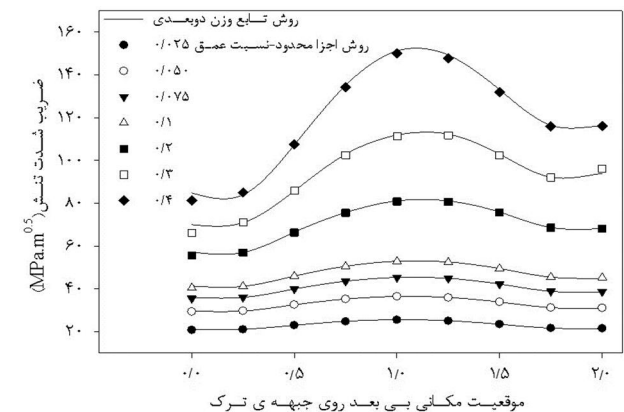
شکل 21 ضریب شدت تنش ترک با نسبت منظر 0/2 و نسبت عمق کوچک در لوله‌ی بدون اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری

جهت بررسی این رفتار در ترک‌های با عمق بسیار کم، به عنوان نمونه، تغییرات ضریب شدت تنش ترک در هر چهار وضعیت لوله‌ی جدار ضخیم در شکل‌های 19 تا 22 ترسیم گردید. مشاهده می‌شود که در نسبت منظرهای بزرگ با در نظر گرفتن تنش پسماند ناشی از اتوفرتاژ نقطه‌ی بحرانی از نقاط سطحی تقریباً به کلیه نقاط روی جبهه‌ی ترک انتقال می‌یابد. گرادیان فشار محوری منجر به جابجایی نقطه‌ی بحرانی از نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه به سایر نقاط ترک می‌گردد.

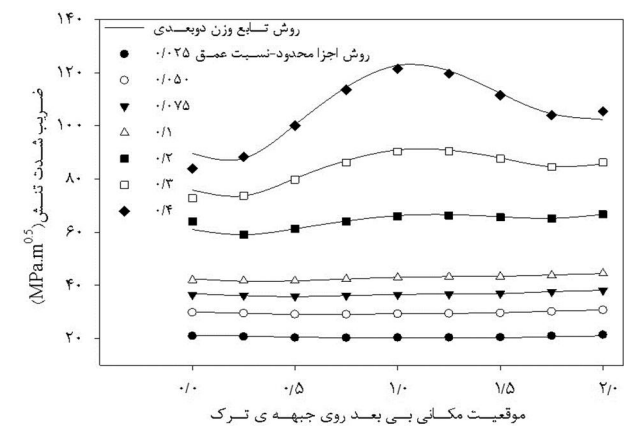
درواقع قسمتی از انرژی صرف شده جهت رشد ترک منجر به جابجایی محوری ترک در راستای محور استوانه معرفی شده در شکل 6 خواهد شد. اهمیت بررسی این موضوع و بکارگیری فراوان و آسان از روش تابع وزن در تخمین عمر خستگی و رفتار رشد خستگی جبهه‌ی ترک، بر ضرورت استخراج تابع وزن دوبعدی تاکید دارد. از آنجا که مقادیر ضریب شدت تنش برای گستره‌ی وسیعی از نسبت عمق‌های ترک، یعنی 0/025 تا 0/4 ارائه گردید، لذا رفتار تغییرات ضریب شدت تنش روی جبهه‌ی ترک در اثر عملیات اتوفرتاژ و در نظر گرفتن گرادیان فشار برای ترک‌های با نسبت عمق‌های کوچک در شکل‌های 7 تا 18 کمتر قابل ارزیابی است.



شکل 16 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/2 در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری



شکل 17 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 0/6 در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری



شکل 18 ضریب شدت تنش نقاط روی جبهه‌ی ترک با نسبت منظر 1 در لوله‌ی اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری

جدول 2 ضرایب ثابت تابع وزن دوبعدی در موقعیت بی بعد 0/25

نسبت منظر ترک، α			نسبت عمق ترک، β
1	0/6	0/2	
1/023	1/463	2/602	0/025
1/040	1/441	2/968	0/050
1/016	1/391	2/758	0/075
0/974	1/330	2/587	0/1
0/870	1/211	2/765	0/2
0/874	1/355	3/366	0/3
0/842	1/517	4/089	0/4

جدول 3 ضرایب ثابت تابع وزن دوبعدی در موقعیت بی بعد 0/5

نسبت منظر ترک، α			نسبت عمق ترک، β
1	0/6	0/2	
0/507	0/864	1/497	0/025
0/504	0/826	1/468	0/050
0/457	0/789	1/360	0/075
0/443	0/728	1/392	0/1
0/371	0/661	1/445	0/2
0/380	0/742	1/717	0/3
0/405	0/855	2/192	0/4

جدول 4 ضرایب ثابت تابع وزن دوبعدی در موقعیت بی بعد 0/75

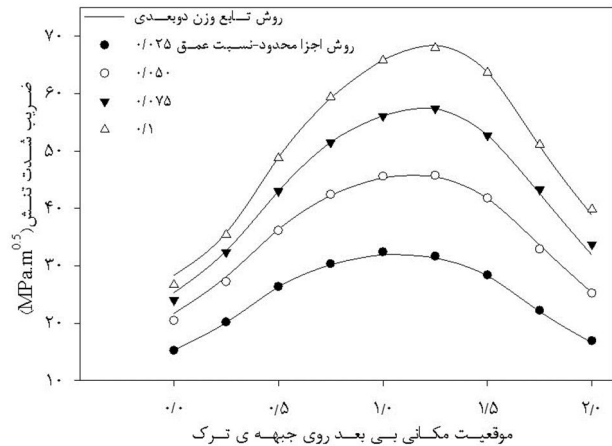
نسبت منظر ترک، α			نسبت عمق ترک، β
1	0/6	0/2	
0/344	0/665	0/949	0/025
0/314	0/604	0/893	0/050
0/288	0/574	0/867	0/075
0/269	0/519	0/859	0/1
0/216	0/482	0/859	0/2
0/209	0/570	1/104	0/3
0/245	0/647	1/472	0/4

جدول 5 ضرایب ثابت تابع وزن دوبعدی در موقعیت بی بعد 1

نسبت منظر ترک، α			نسبت عمق ترک، β
1	0/6	0/2	
0/310	0/613	0/797	0/025
0/269	0/550	0/728	0/050
0/247	0/519	0/691	0/075
0/227	0/471	0/675	0/1
0/180	0/436	0/718	0/2
0/170	0/491	0/968	0/3
0/203	0/650	1/290	0/4

9- مراجع

- [1] J. H. Underwood, M. D. Witherell, S. Sopok, C. P. Mulligan, G. N. Vigilante, Thermomechanical modeling of transient thermal damage in cannon bore materials, *Wear*, Vol. 257, pp. 992-998, 2004.
- [2] E. D. Carlucci, S. S. Jacobson, *Balistics theory and design of guns and ammunition*, First Ed., New York, Taylor & Francis, 2008.
- [3] X. J. Zheng, G. Glinka, R. N. Dubey, Calculation of stress intensity factors for semielliptical cracks in a thick-wall cylinder, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 69, pp. 242-258, 1995.
- [4] X. J. Zheng, A. Kiciak, G. Glinka, Weight function and stress intensity factors for internal surface crack semi-elliptical crack in thick-walled cylinder, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 69, pp. 207-221, 1997.



شکل 22 ضریب شدت تنش ترک با نسبت منظر 0/2 و نسبت عمق کوچک در لوله اتوفرتاژ تحت فشار داخلی با گرادیان محوری

7- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، لوله‌ی جدارضخیم اتوفرتاژ حاوی ترک طولی نیم‌بیضی مورد مطالعه قرار گرفته است. ابتدا تابع وزن دوبعدی هندسه‌ی ترک‌دار استخراج گردید. با این تابع وزن می‌توان ضریب شدت تنش تمام نقاط روی جبهه‌ی ترک را محاسبه نمود. تابع وزن استخراجی امکان در نظر گرفتن توزیع بارهای یکنواخت و غیر یکنواخت اعم از یک‌بعدی و دوبعدی بر روی سطوح ترک را میسر نمود. نتایج نشان داد که بر خلاف لوله‌های تحت فشار یکنواخت، در لوله‌های تحت گرادیان فشار، بیش‌ترین ضریب شدت تنش لزوماً بر روی عمیق‌ترین نقطه و نقاط سطحی نخواهد بود. این موضوع برای نسبت عمق‌های کوچک ترک نیز صادق است. فرآیند اتوفرتاژ باعث کاهش شدید ضریب شدت تنش در نقاط سطحی نسبت به عمیق‌ترین نقطه‌ی ترک می‌شود. در لوله‌های اتوفرتاژ بیش‌ترین ضریب شدت تنش عموماً در نقاط غیرسطحی رخ می‌دهد. نتایج نشان داد که شکل عمومی تابع وزن پیشنهادی برای ترک‌های سطحی تنها با بکارگیری یک‌جمله از سری کراندار آن از دقت مناسبی برخوردار خواهد بود. مقایسه‌ی نتایج ضریب شدت تنش حاصل از روش تابع وزن دوبعدی با نتایج ضریب شدت تنش حاصل از روش اجزا محدود خطاهایی کمتر از 2 درصد برای نقاط غیر سطحی و کمتر از 10 درصد برای نقاط سطحی روی جبهه‌ی ترک را نمایش داد. تابع وزن دوبعدی استخراجی ابزاری مناسب جهت پیش‌بینی دقیق‌تر شکل جبهه‌ی ترک نیم‌بیضی خستگی نسبت به توابع وزن یک‌بعدی خواهد بود.

8- پیوست

در جدول 1 تا 5 مقادیر ضرایب ثابت استخراجی برای جمله‌ی عمومی تابع وزن دوبعدی بکارگرفته شده در رابطه‌ی 7 ارائه می‌گردد.

جدول 1 ضرایب ثابت تابع وزن دوبعدی در موقعیت بی بعد 0

نسبت منظر ترک، α			نسبت عمق ترک، β
1	0/6	0/2	
4/496	5/779	9/299	0/025
4/567	5/823	9/977	0/050
4/579	5/799	9/719	0/075
4/559	5/750	10/041	0/1
4/582	5/850	10/555	0/2
4/714	5/809	11/298	0/3
4/622	6/732	14/546	0/4

- [13] G. Shen, G. Glinka, Determination of approximate point load weight functions for embedded elliptical cracks, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 15, pp. 237-245, 1991.
- [14] F. Fett, Direct determination of weight functions from reference loading cases and geometrical conditions, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 42, pp. 435-444, 1992.
- [15] X. Wang, G. Glinka, Determination of approximate point load weight functions for embedded elliptical cracks, *International Journal of Fatigue*, Vol. 31, pp. 1816-1827, 2009.
- [16] E. Hosseinian, G. H. Farrahi, M. R. Movahhedy, An analytical framework for the solution of autofrettaged tubes under constant axial strain condition, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 131, pp. 1-8, 2009.
- [17] S. Timoshenko, *Strength of materials*, Third Ed., Princeton, Van Nostrand Company, 1956.
- [18] Y. Liang, H. Wang, X. Ren, Analytical solution for spatially axisymmetric problem of thick-walled cylinder subjected to different linearly varying pressures along the axis and uniform pressures at two ends, *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol. 51, pp. 98-104, 2008.
- [19] B. K. Hachi, Y. Belkacemi, S. Rechak, M. Haboussi, M. Taghite, Fatigue growth prediction of elliptical cracks in welded joint structure: Hybrid and energy density approach, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 11-18, 2010.
- [5] A. R. Shahani, S. M. Nabavi, Closed form stress intensity factors for a semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder under thermal stress, *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, pp. 926-933, 2006.
- [6] A. R. Shahani, S. M. Nabavi, Transient thermal stress intensity factors for an internal longitudinal semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, pp. 2585-2602, 2007.
- [7] R. Ghajar, S. M. Nabavi, Closed-form thermal stress intensity factors for an internal circumferential crack in a thick-walled cylinder, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 33, pp. 504-512, 2010.
- [8] R. Ghajar, S. M. Nabavi, Analysis of thermal stress intensity factors for cracked cylinders using weight function method, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 48, pp. 1811-1823, 2010.
- [9] H. J. Underwood, E. Troiano, Critical Fracture Processes in Army Cannons: A Review, *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 125, pp. 287-292, 2003.
- [10] H. F. Bueckner, A novel principle for the computation of stress intensity factor, *Zamm*, Vol. 50, pp. 529-546, 1970.
- [11] J. R. Rice, Some remarks on elastic crack tip stress fields, *International Journal of Solids Structures*, Vol. 8, pp. 751-758, 1970.
- [12] H. J. Petrosky, J. D. Achenbach, Computation of the weight function from a stress intensity factor, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 10, pp. 257-266, 1978.