



Experimental and Numerical Analysis of a Propeller Downstream Flow at Static Conditions and Determination of Semi-Empirical Equations

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Rabiee A.¹,
Lekzian E.²,
Hosein A.¹,
Ghadak F.¹,
Nahalegah M.¹

How to cite this article

Rabiee A, Lekzian, Hosein A, Ghadak F, Nahalegah M. Experimental and Numerical Analysis of a Propeller Downstream Flow at Static Conditions and Determination of Semi-Empirical Equations. Modares Mechanical Engineering, 2022; 22(09):591-601.

¹ Qadr Aerodynamics Research Center, Imam Hosein Comprehensive University, Tehran, Iran

² Aerospace Faculty, Semnan University, Semnan, Iran

*Correspondence

Address: Qadr Aerodynamics Research Center, Imam Hosein Comprehensive University, Tehran, ARabiee@ihu.ac.ir

Article History

Received: September 14, 2021

Accepted: May 15, 2022

ePublished: August 21, 2022

ABSTRACT

In the current paper, downstream flow field of a propeller at low Reynolds numbers and at static conditions (zero flight speed) is investigated experimentally. This propeller can be utilized in UAVs. Propeller diameter is 56 centimeter and it is investigated at 2550 to 5670 rpm experimentally. Experiment results show that propeller rpm increasing, increases induction velocity. Flow swirl ratio and axial flow coefficient decrease along propeller radius at different propeller rpm. Experimental results of absolute velocity of swirl flow at the propeller airfoil trailing edge downstream is fairly similar to the free vortex flow theory at static condition along the blade radius. At static condition for $r/R < 0.8$, semi-empirical equations are suggested for variation of flow swirl ratio and axial flow coefficient at downstream of propeller. The propeller is also simulated with numerical simulations. Relative standard deviation of numerical and experimental results for propeller thrust and power are 0.4 and 4.1, respectively. The exponential coefficient (n) which predicts numerical axial flow downstream of propeller for $r/R < 0.8$ has a 7.7 relative standard deviation with experimental results at static condition.

Keywords Propeller, Swirl flow, Free vortex distribution, Propeller static operation.

CITATION LINKS

[1] Investigation of the propeller slipstream with particle image velocimetry. [2] Flowfield investigation at propeller thrust reverse. [3] Advanced experimental and numerical validation and analysis of propeller slipstream flows. [4] Numerical simulation of propeller slipstream effect on a propeller-driven unmanned aerial vehicle. [5] Numerical study of propeller slipstream based on unstructured dynamic overset grids. [6] Assessment and optimization of the aerodynamic and acoustic characteristics of a counter rotating open rotor. [7] Aeroacoustic and aerodynamic optimization of propeller blades. [8] Different wings flowfields interaction on the wing-propeller coupling. [9] Development and validation of a propeller slipstream model for unmanned aerial vehicles. [10] Aerodynamic interaction between propellers and wings. [11] Aerodynamic modeling of the wing-propeller interaction for a tail-sitter unmanned air vehicle. [12] Computational investigation of micro hovering rotor aerodynamics. [13] Numerical and experimental investigation of isolated propeller wakes in axial flight. [14] Wake energy analysis method applied to the Boxprop propeller concept. [15] Experimental investigation of propeller induced ground vortex under headwind condition. [16] A propeller model for general forward flight conditions. International Journal of Intelligent Unmanned Systems. [17] Evaluation of the induced-velocity field of an idealized helicopter rotor. [18] Theoretical prediction of dynamic-inflow derivatives. [19] A Survey of Nonuniform Inflow Models for Rotorcraft Flight Dynamics and Control Applications, California. [20] Aerodynamic design of micro air vehicles for vertical flight. [21] Practical design of minimum induced loss propellers. [22] Aerodynamic performances of propellers with parametric considerations on the optimal design. [23] Investigation of Reynolds Number Effect on Dimensionless Coefficients of Three-Hole Yawmeter Probe Using Experimental and SPM Analytical Methods.

تحلیل تجربی و عددی میدان جریان پایین دست يك ملخ جلوبرنده در شرایط استاتیکی با ارائه روابط نیمه تجربی

علیرضا ربیعی^{۱*}، الیاس لکزین^۲، امیرحسین حسین^۱، فرهاد قدک^۱، محسن نهاله گاه^۱

^۱مرکز تحقیقات ملى آبرودینامیک قدر، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران

^۲دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

چکیده

در مقاله حاضر به بررسی آزمایشگاهی میدان جریان در پایین دست یک ملخ جلوبرنده در اعداد رینولدز کم و در شرایط عملکرد استاتیکی (سرعت پروازی صفر) پرداخته می‌شود. این ملخ، قابلیت استفاده در پرنده‌های بدون سرنشین را دارد. قطر ملخ ۵۶ سانتیمتر است و در دوره‌های ۲۵۵۰ تا ۵۶۷۰ دور بر دقیقه مورد آزمایش قرار می‌گیرد. نتایج آزمایش نشان می‌دهد که افزایش دور ملخ باعث افزایش سرعت القایی جریان می‌شود. ضریب چرخش جریان و ضریب جریان محوری در دوره‌های مختلف، با افزایش شعاع ملخ کاهش می‌یابد. نتایج تجربی سرعت مطلق جریان چرخشی در پایین دست لبه فرار ایرفویل پره ملخ نشان می‌دهد که در شرایط استاتیکی، توزیع شعاعی سرعت با دقت مناسبی شبیه به تئوری گردابه آزاد جریان است. برای تغییرات نسبت چرخش جریان و ضریب جریان محوری در پایین دست پره ملخ در شرایط استاتیکی به ازای $r/R < 0.8$ روابط نیمه تجربی پیشنهاد شده است. همچنین ملخ به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. درصد انحراف معیار نسبی نتایج عددی و تجربی در نیروی جلوبرنده ملخ ۰/۴ درصد و درصد انحراف معیار نسبی در توان مصرفی ۴/۱ درصد است. مقدار ضریب نمایی n برای پیش بینی عددی سرعت محوری پشت پره ملخ در شرایط استاتیکی تا محدوده ۸۰ درصدی شعاع پره ملخ، با نتایج تجربی دارای ۷/۷ درصد انحراف معیار نسبی است.

کلیدواژه‌ها: ملخ جلوبرنده، جریان چرخشی، توزیع گردابه آزاد، عملکرد استاتیکی ملخ

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۲۵

*نویسنده مسئول: ARabiee@ihu.ac.ir

۱- مقدمه

گسترش استفاده از پرنده‌های بدون سرنشین (UAV) منجر به انجام تحقیقات فراوان در زمینه پرواز آن‌ها در شرایط ایستا (Hover) و فرود و برخاست‌های عمودی شده است. این نوع پرنده‌ها به محدودیت‌هایی نظیر طول باند پرواز کم و یا محیط پروازی کوچک غلبه می‌نمایند. معمولاً هدف نهایی در طراحی، بهبود عملکرد این پرنده‌ها در شرایط پروازی پیچیده است که نیازمند تحلیل و درک صحیح از میدان جریان حول این وسیله است. یکی از بخش‌های کلیدی در این وسایل، ملخ جلوبرنده است. مطالعات آزمایشگاهی فراوانی با روش‌های اپتیکی نظیر سرعت‌سنجی تصویر ذرات (Particle Image Velocimetry) انجام گرفته تا توزیع سرعت در عبور از ملخ و جریان پایین دست آن را

بررسی نمایند^[1-3]. روش‌های عددی نیز به منظور شناسایی جریان پایین دست ملخ استفاده شده‌اند^[4, 5]. شناسایی صحیح میدان جریان حول ملخ، در مواردی همچون کاهش صدا^[6]، بهبود عملکرد ملخ^[7] و اثر جریان پره بر بال^[8] کاربرد دارد. در زمینه شناسایی میدان جریان حول ملخ به ویژه در شرایط عملکرد استاتیکی به دلیل پیچیدگی میدان جریان، تحقیقات چندانی صورت نگرفته است. از نمونه تحقیقات انجام گرفته در سرعت‌های پایین می‌توان اشاره کرد که خان و همکاران^[9] به بررسی جریان در پشت ملخ در سرعت‌های نزدیک به صفر پرداخته‌اند. آن‌ها جریان القایی پشت ملخ به فاصله چند برابر از قطر آن را به دو ناحیه نزدیک (near field) و دور دست ملخ (far field) تقسیم‌بندی کرده و به سرعت القایی محوری در ناحیه دور دست ملخ که اثرگذار بر پرنده است، توجه نموده‌اند و محل برخورد این دو ناحیه را صفحه گذار نامگذاری کرده‌اند. جریان القایی محوری در ناحیه نزدیک ملخ در تحقیق آن‌ها با استفاده از تئوری مومنتم (Momentum Theory) و به صورت مقدار ثابت در راستای شعاعی در نظر گرفته شده است. آن‌ها نشان داده‌اند که خطوط جریان در محل صفحه گذار منقبض و سپس منبسط می‌شود. همچنین نشان داده‌اند که افزایش دور ملخ منجر به افزایش متوسط سرعت القایی ملخ شده و شیب تغییرات پروفیل سرعت پایین دست ملخ در راستای شعاعی در ناحیه پس از صفحه گذار افزایش می‌یابد. ویتکوفسکی و همکاران^[10] اثر جریان القایی ملخ را روی بالی در پایین دست ملخ بررسی کرده‌اند. عدد ماخ جریان هوای آزاد برابر با ۰/۱ بوده و قطر پره مورد بررسی ۳۰/۵ سانتیمتر و ملخ دارای دو پره است. آن‌ها توزیع سرعت القایی پره را که با استفاده از روابط نیمه تجربی حاصل از روش سرعت‌سنجی لیزری محاسبه شده، متوسط مقدار سرعت القایی در نظر گرفته‌اند. آن‌ها نشان داده‌اند که اثرات تداخلی ملخ و بال منجر به کاهش درگ القایی بال، افزایش راندمان ملخ، و بهبود ضریب برآ در مقاطعی از بال می‌شود. استن^[11] با استفاده از روش ترکیبی پل‌متد و مومنتوم المان پره، به بررسی اثر جریان ملخ بر روی بال یک پهپاد در شرایط ایستا پرداخته است. قطر پره مورد مطالعه استن، ۵۰ سانتیمتر و سرعت دورانی آن ۵۳۲۵ دور بر دقیقه است. استن به منظور محاسبه سرعت القایی جریان در پشت ملخ از تئوری مومنتوم المان پره استفاده کرده و از نقاط ضعف کار او، عدم در نظرگیری گردابه‌های جداشونده از نوک ملخ و تأثیر آن بر سرعت القایی پره است. در تحقیقات آن‌ها، اثر تداخلی پره بر روی بال منجر به افزایش نیرو در برخی از نقاط بال در راستای شعاعی شده است. لاکشمیناریان و همکاران^[12] با شبیه‌سازی عددی به بررسی رفتار جریان برای چهار پروفیل متفاوت از ایرفویل پره ملخ برای یک پهپاد پرداخته‌اند. پروفیل‌های مورد بررسی یا در لبه حمله و یا در لبه فرار پخ یا تیز هستند. آن‌ها نشان داده‌اند که در شرایطی که عدد ماخ نوک پره ۰/۰۸ است، جریان در تمام سطح ایرفویل‌هایی که دارای لبه حمله تیز است، در راستای شعاعی بدون

جریان ملخ و نتایج عددی حاصل از آن با مقادیر آزمایشگاهی به دست آمده، اعتبارسنجی شده است. از جمله نوآوری‌های این مقاله، ارائه روابط نیمه تجربی بر اساس نتایج آزمایشگاهی در ناحیه نزدیک (near field region) - در فاصله یک سانتیمتری از لبه فرار ایرفویل ملخ- و با در نظرگیری اتلافات نوک پره می باشد که سایر مراجع نظیر خان و همکاران^[9] این ناحیه را به صورت ثابت در نظر گرفته اند.

۲- روش‌های تحلیلی جریان در پایین دست پره ملخ

برای تحلیل جریان گذرنده از ملخ‌های جلوبرنده، از تئوری مومنتوم پره یا تئوری دیسک عملگر (Actuator Disk Theory)، تئوری مومنتوم المان پره (Blade Element Momentum Theory) و تئوری گردابه (Vortex Theory) استفاده می‌شود.

۲-۱- استفاده از تئوری مومنتوم پره یا دیسک عملگر در محاسبه سرعت پایین دست ملخ

در تئوری مومنتوم، جریان به قبل، بعد و در گذر از پره تقسیم بندی شده و بر اساس معادلات مومنتوم در شرایط مختلف، نیروی جلوبرنده، توان و بازده بر اساس سرعت القایی محوری محاسبه می‌گردد. در تئوری مومنتوم تعمیم یافته، بر اساس معادله مومنتوم یک بعدی برای جریان تراکم ناپذیر غیرلزج، برای هر جزء از پره این مقادیر محاسبه می‌گردد. در این روش تغییرات عوامل جریان در راستای شعاعی در نظر گرفته نشده و تغییرات مومنتوم به صورت متوسط محاسبه می‌گردد. اشکارایوف و همکاران^[20] با استفاده از تئوری مومنتوم به بررسی توزیع سرعت در عبور از پره ملخ، در راستای شعاعی و در فواصل افقی مختلف از پشت دیسک ملخ پرداخته اند. آنها از رابطه‌های^[1, 2] که از تئوری مومنتوم ملخ به دست آمده است، برای محاسبه سرعت در پایین دست استفاده کرده اند.

$$V_i(s) = V_i(0) \left[1 + \frac{s/R}{\sqrt{1 + (s/R)^2}} \right] \quad (1)$$

$$V_i(0) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{V^2 + 2T/\rho\pi R^2} - V \right] \quad (2)$$

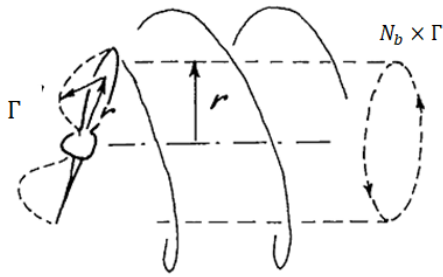
در رابطه فوق، $V_i(s)$ سرعت القایی محوری در فاصله افقی s از پره، $V_i(0)$ سرعت القایی محوری در محل پره، s فاصله افقی از دیسک ملخ، R شعاع ملخ، V سرعت جریان هوای آزاد، و T نیروی جلوبرنده است. بر اساس رابطه فوق، توزیع سرعت در راستای شعاعی ثابت است ولی با تغییر فاصله s تغییر می‌کند.

۲-۲- محاسبه سرعت‌های القایی محوری و چرخشی ملخ با استفاده از تئوری مومنتوم المان پره

در تئوری المان پره، ملخ به المانهای کوچک در راستای شعاعی تقسیم بندی شده و نیروی جلوبرنده بر اساس نیروهای "برآ" و "پسای" وارد شده بر مقطع پره به مقادیر هندسی پره ملخ مرتبط می‌گردد. در این تئوری، تحلیل ملخ بر اساس سرعت جریان در گذر از هر المان پره انجام می‌شود. به منظور بهبود دقت این تئوری،

جدایش است. برای حالتی که لبه حمله پخ است، جریان از روی پره جدا شده و میزان جدایش برای این حالت از ریشه به سمت نوک پره بیشتر می‌شود. نتایج لاکشمیناریان و همکاران نشان داده که هر قدر گردابه نوک پره بزرگتر باشد، افت نیروی جلوبرنده برای این نوع از چیدمانی ملخ بیشتر است. فاویر و همکاران^[13] به بررسی رفتار جریان هوا در گذر از يك پره با شعاع ۴۲/۵ سانتیمتر پرداخته اند. در مطالعه آن‌ها سرعت جریان هوای آزاد از صفر تا ۵۰ متر بر ثانیه متغیر است. آن‌ها با بررسی توزیع سرعت در راستای شعاعی، در سرعت پروازی صفر نتیجه گرفته اند که توزیع جریان در روی پره به زاویه نشست پره وابسته است و حداکثر سرعت القایی ملخ در فاصله ۰/۲۰۳ از شعاع پره در راستای محوری، در زاویه چرخش ۴۵ درجه بیشینه است. هدف اصلی تحقیقات آنها بررسی دقت یک روش عددی توسعه داده شده با نتایج آزمایشگاهی است. پاترا و همکاران^[14] با اتصال نوک هر دو پره مجاور به یکدیگر و اعمال عقب‌گرایی (sweep) به پره، عملکرد پره را بهبود بخشیده و گردابه‌های نوک پره را کاهش داده اند. توزیع عدد ماخ در راستای شعاعی نشان می‌دهد که عدد ماخ برای ملخ مورد مطالعه آنها نسبت به حالتی که پره‌های ملخ متصل نباشد، در ریشه پره بالاتر بوده و سرعت القایی جریان در گذر از صفحه پره، در ریشه بیشتر شده است. ویژگی مهم در طراحی آنها شبیه سازی عددی با در نظرگیری توزیع غیریکنواخت جریان و تغییرات فشار استاتیکی در راستای شعاعی است. یانگ و همکاران^[15] به بررسی اثرات گردابه‌های القایی زمین، بر عملکرد ملخی که به صورت استاتیکی بر روی زمین کار می‌کند پرداخته و تغییرات سرعت جریان القایی از ملخ را با استفاده از تئوری مومنتوم بررسی کرده اند. شعاع ملخ ۸ پره آنها ۱۵۲ میلی متر در تونل باد است. در مطالعات آنها، تغییرات سرعت القایی جریان در راستای شعاعی وابسته به توزیع ضریب نیروی جلوبرنده شده است. خان و همکاران^[16] با در نظرگیری تئوری مومنتوم المان پره به بررسی ملخی که در معرض باد جانبی در شرایط پرواز مستقیم با سرعت پایین قرار گرفته، پرداخته اند. آنها برای محاسبه سرعت القایی توسط پره از ضرایب تصحیحی پیشنهادی توسط کلمن و همکاران^[17] و پیت و همکاران^[18] استفاده کرده اند و نشان داده اند که مدل دیگری که برای تعیین ضریب تصحیح سرعت القایی توسط چن و همکاران^[19] پیشنهاد شده است دقت پایینی دارد. نتایج آنها نشان داده که نیروی حاصل از پره در راستای محور عرضی در مقایسه با نیرو در راستای محور طولی قابل صرف نظر و مرتبه بزرگی آن یک دهم نیروی جلوبرنده ملخ است.

در پژوهش حاضر، میدان جریان پشت يك ملخ با قطر ۵۶ سانتیمتر و از دور ۲۵۵۰ تا ۵۶۷۰ دور بر دقیقه در شرایط عملکرد استاتیکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مطالعه عوامل سرعت محوری و همچنین سرعت چرخشی جریان پایین دست ملخ در قالب عوامل بی بعد، بررسی شده و شبیه سازی عددی میدان



شکل ۲) گردابه پشت ملخ در مقطع با شعاع r و قدرت $N_b \times \Gamma$ در تئوری گردابه [21]

با توجه به تئوری‌های ارائه شده فوق، تغییرات سرعت در پایین‌دست پره، بر عملکرد پره تأثیر زیادی دارد، لذا اطلاع صحیح از توزیع سرعت در پایین‌دست میدان جریان گذرنده از پره از اهمیت فراوانی برخوردار است. در خصوص چگونگی تغییرات مولفه سرعت خطی ناشی از چرخش در پایین دست ملخ ($v_2 = v_1$) در راستای شعاعی پره می‌توان گفت، سرعت مطلق جریان در لبه فرار ایرفویل پره معمولاً با شعاع پره رابطه معکوس دارد و v_2 با افزایش شعاع، کاهش می‌یابد. در تئوری گردابه آزاد (Free Vortex)، تغییرات سرعت چرخشی به صورت $v_2 \cdot r = Const.$ فرض می‌شود و لذا سرعت چرخشی جریان پشت پره با افزایش شعاع کاهش می‌یابد. معادله عمومی این سرعت به صورت رابطه (۷) می‌باشد.

$$v_2 = \frac{K}{r^n} \quad (7)$$

در رابطه فوق به ازای مقدار $n = 1$ ، شرایط گردابه آزاد (Free Vortex)، به ازای مقدار $n = -1$ شرایط Solid Rotation و به ازای سایر مقادیر n شرایط گردابه اجباری (Forced Vortex) شبیه‌سازی می‌شود.

۳- نتایج تئوری با استفاده از روش مومنوم المان پره و

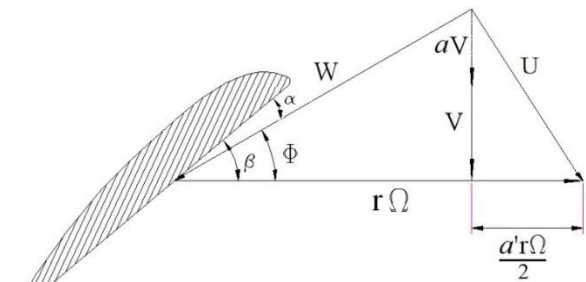
روش گردابه

۳-۱- تغییر ضرایب سرعت محوری و چرخشی با نیروی جلوبرنده در

تئوری مومنوم المان پره

در شکل ۳ تغییرات ضرایب a و a' با نیروی جلوبرنده در تئوری مومنوم المان پره برای یک ملخ دو پره‌ای با قطر ۵۶ سانتیمتر و در دور ۸۰۰۰ دور بر دقیقه با استفاده از روابط تحلیلی این تئوری ارائه شده است. مشاهده می‌شود ضریب a' در طول پره ثابت است و ضریب a در راستای شعاعی پره ملخ کاهش می‌یابد. همچنین در یک شعاع ثابت، افزایش نیروی جلوبرنده منجر به افزایش سرعت القایی محوری (شکل ۳-الف) و همچنین سرعت چرخشی (شکل ۳-ب) می‌شود. تأثیر نیروی جلوبرنده بر مؤلفه چرخشی جریان با افزایش شعاع کاهش یافته و در نوک پره کاهش می‌یابد. با تعریف ضریب جریان محوری به صورت $\lambda = u/r\Omega$ ، تغییرات این ضریب در راستای شعاعی پره در شکل ۴ ارائه شده است ($u = V + V_i$). مشاهده می‌شود در یک شعاع ثابت، افزایش نیروی

غالباً از تئوری ترکیبی مومنوم- المان پره استفاده می‌شود. در تئوری مومنوم المان پره، نیروی جلوبرنده حاصل از تئوری مومنوم پره با نیروی معادل آن در تئوری المان پره، برابر در نظر گرفته می‌شود. در این تئوری، بردارهای سرعت متوسط در میانه پره به صورت شکل ۱ است که در آن، بردار W سرعت نسبی جریان ناشی از دو سرعت مطلق $r\Omega$ و U است. مقدار $aV = V_i$ معرف سرعت القایی محوری در ناحیه پره و $a'r\Omega/2$ معرف متوسط سرعت چرخشی جریان است. هریک از این دو سرعت با ضرایب a و a' به سرعت جریان بالادست ملخ یا سرعت پروازی (V) و سرعت خطی ناشی از دوران ملخ ($r\Omega$) مرتبط شده‌اند.



شکل ۱) معرفی نمادها و مثلث سرعت‌های حاکم بر میانه مقطع پره

با ترکیب تئوری مومنوم پره و تئوری المان پره، ضرایب a و a' با روابط (۳) و (۴) در یک فاصله شعاعی مشخص از پره به دست می‌آید.

$$a = \frac{V_i}{V} = \left(\frac{4 \sin^2(\phi)}{\sigma \cdot (C_L \cos(\phi) - C_D \sin(\phi))} - 1 \right)^{-1} \quad (3)$$

$$a' = 2 \left(\frac{4 \sin(\phi) \cos(\phi)}{\sigma \cdot (C_L \sin(\phi) + C_D \cos(\phi))} + 1 \right)^{-1} \quad (4)$$

در این روابط، $\sigma = \frac{N_b C}{2\pi r}$ ضریب صلبیت، N_b تعداد پره ملخ و C طول وتر در شعاع r می‌باشد.

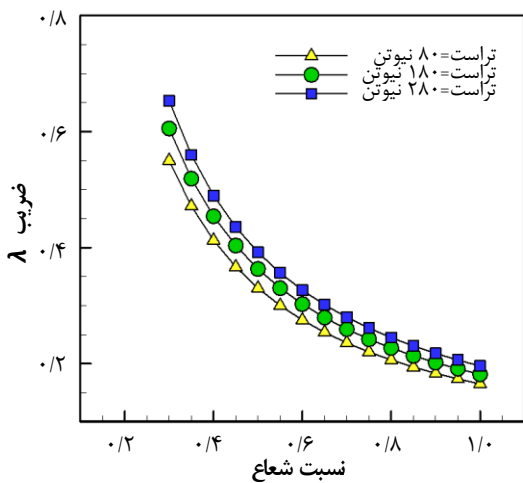
۳-۲- محاسبه سرعت‌های القایی و چرخشی ملخ با استفاده از تئوری گردابه

بر اساس تئوری گردابه، سرعت چرخشی پایین دست ملخ از یک گردابه با قدرت $N_b \times \Gamma$ ناشی می‌شود (شکل ۲). با توجه به تئوری پرانتل و رابطه کوتاژوکوفسکی، قدرت گردابه متناسب با نیروی برآ و یا نیروی جلوبرنده ملخ است. با برابر قرار گرفتن این نیرو با نیروی حاصل از تئوری مومنوم پره و با محاسبه نیروی برآ و پساً، تغییرات ضرایب سرعت محوری القایی و چرخشی مطابق روابط (۵) و (۶) محاسبه می‌شود [22]. در این روابط K' عدد ثابتی در راستای شعاعی پره ملخ وتابعی از نیروی جلوبرنده ملخ می‌باشد.

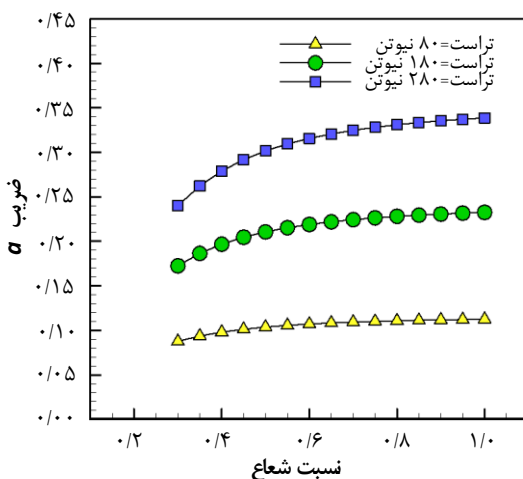
$$a = K' \cos^2(\phi) \cdot (1 - \varepsilon \cdot \text{tg}(\phi)) \quad ; \quad \varepsilon = \frac{C_D}{C_L} \quad (5)$$

$$a' = \frac{2K'V}{r\Omega} \sin(\phi) \cos(\phi) \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{\text{tg}(\phi)} \right) \quad (6)$$

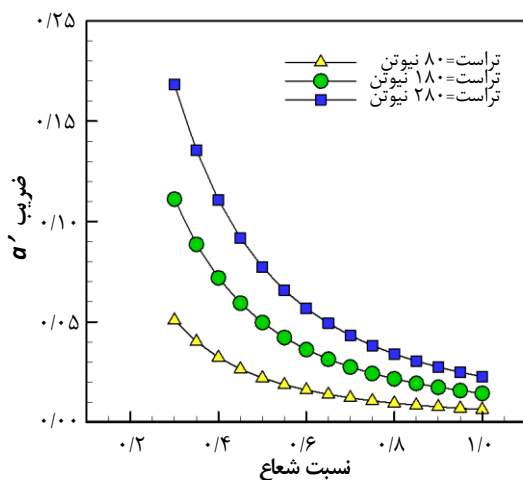
محوری از تئوری مومنتم پره استفاده می‌نمایند. این تشابه در نوك پره بیشتر شده و در ریشه پره تفاوت این دو تئوری بیشتر می‌گردد. این تفاوت رفتاری با مقایسه ضریب a' در این دو تئوری در شکل ۳-الف و شکل ۵-الف نیز مشاهده می‌گردد.



شکل ۴) تغییر ضریب λ نیروی جلوبرنده در شعاع‌های مختلف در تئوری مومنتم المان پره

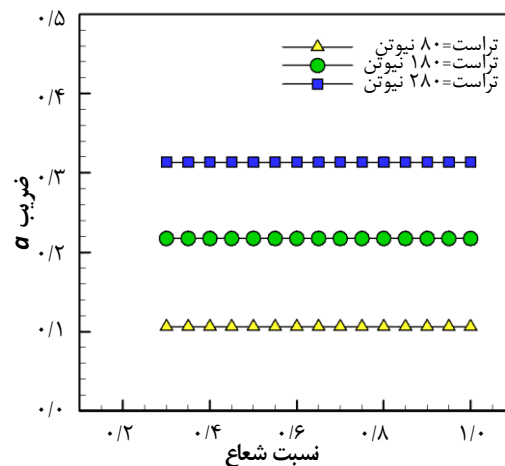


الف- تغییرات ضریب a در راستای شعاعی

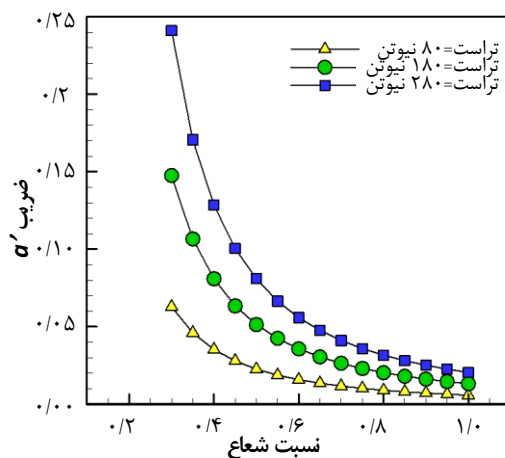


ب- تغییرات ضریب a' در راستای شعاعی

شکل ۵) تغییرات ضرایب a و a' در راستای شعاعی در نیروی جلوبرنده‌های مختلف (تئوری گردابه)



الف- تغییرات ضریب a در راستای شعاعی



ب- تغییرات ضریب a' در راستای شعاعی

شکل ۳) تغییرات ضرایب a و a' در راستای شعاعی در نیروی جلوبرنده‌های مختلف (تئوری مومنتم المان پره)

جلوبرنده منجر به افزایش این ضریب شده و این ضریب در راستای شعاعی پره ملخ کاهش می‌یابد.

۳-۲- تغییر ضرایب سرعت القایی محوری و چرخشی با نیروی جلوبرنده در تئوری گردابه

با استفاده از تئوری گردابه، تغییرات ضرایب a و a' با نیروی جلوبرنده به صورت تحلیلی محاسبه شده و در شکل ۵ نشان داده شده است. شرایط شبیه‌سازی مانند بخش قبل بوده و يك ملخ دو پره‌ای با قطر ۵۶ سانتیمتر و در دور ۸۰۰۰ دور بر دقیقه بررسی شده است. بر اساس شکل ۵-الف، تئوری گردابه، افزایش سرعت القایی محوری در راستای شعاعی را پیش‌بینی می‌کند. ضریب a' روندی افزایشی و ضریب a روندی کاهشی در راستای شعاعی پره ملخ دارد (شکل ۵-ب).

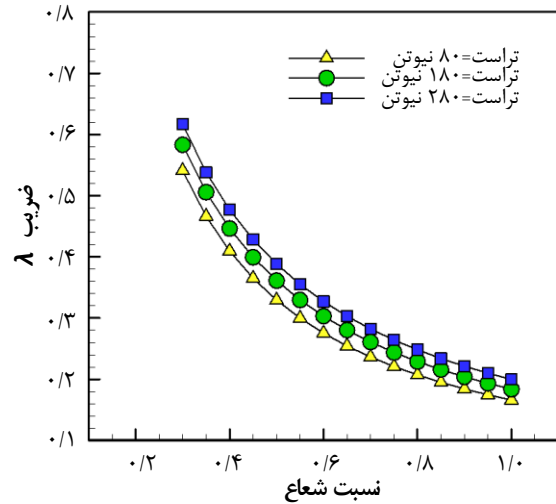
تغییر ضریب λ در راستای شعاعی پره در تئوری گردابه در شکل ۶ ارائه شده است. مشاهده می‌شود رفتار این ضریب در این تئوری، تشابه زیادی به رفتار تئوری مومنتم المان پره دارد. علت این تشابه این است که هر دو تئوری جهت تخمین سرعت القایی

حداکثر دور نامی موتور الکتریکی ۱۴۵۰ دور بر دقیقه است و ضریب افزایش دور ملخ به وسیله موتور الکتریکی در یک فرآیند کالیبراسیون عدد ۶/۳۵ به دست آمده است. جهت افزایش قابلیت اطمینان نتایج آزمون‌های تجربی، قبل از انجام آزمایش در فرآیند کالیبراسیون، موقعیت حسگر نسبت به شعاع ملخ، میزان دور چرخش ملخ و سنسور فشار هانی‌ول کالیبره گردیده است. سپس با نصب تجهیزات ملخ و حسگر سه سوراخه آزمایش انجام شد. با دستگاه اینورتر، ملخ در دورهای مختلف راه‌اندازی و سپس با استفاده از تراورسینگ، حسگر سه سوراخه در موقعیت‌های مختلف از شعاع ملخ قرار گرفته و اطلاعات لازم در هر دور چرخش ملخ ثبت گردید. اطلاعات ثبت شده پس از یک فرآیند محاسباتی که مربوط به حسگر سه سوراخه است، تبدیل به مؤلفه سرعت محوری و مؤلفه سرعت چرخشی گردیده است. در زمان انجام آزمایش چگالی هوا ۱/۰۴ کیلوگرم بر متر مکعب می‌باشد.

آزمایش‌ها در محدوده سرعت دورانی ملخ ۲۵۵۰ تا ۵۶۷۰ دور بر دقیقه است و تراورسینگ حسگر، در محدوده ۲۵٪ تا ۱۰۰٪ پشت ملخ را جاروب می‌کند. منابع ایجاد خطای این آزمایش عبارتند از، خطای اندازه‌گیری موقعیت حسگر نسبت به شعاع ملخ (با خطای معیار ۰/۱ درصد)، خطای میزان دور چرخش ملخ (با خطای معیار ۰/۳ درصد) و خطای حسگر سه سوراخه با سنسورهای فشار متصل به آن. مجموعه خطای تجهیزات حسگر سه سوراخه و سنسورهای فشار آن که در تحقیقی مستقل مورد بررسی قرار گرفته [23]، در تعیین زاویه انحراف جریان اثرگذار می‌گذارد. با توجه به کالیبراسیون‌های انجام شده و در نظرگیری دقت تجهیزات، میزان عدم قطعیت در این آزمایش‌ها ± 0.083 درجه برای زاویه انحراف جریان بدست آمده است. اثر این زاویه بر اساس روابط ضرایب بی‌بعد حسگر، باعث محاسبه و به وجود آمدن میزان عدم قطعیت در ضرایب بی‌بعد ناشی از تجهیزات اندازه‌گیری به میزان ± 0.001 می‌گردد که نشان‌دهنده تاثیر کم بر ضرایب بی‌بعد پایین دست ملخ است. در جدول ۱ مقادیر عدم قطعیت ضرایب بی‌بعد حسگر سه سوراخه در محدوده زاویه انحراف ± 20 درجه ارائه شده است. این مقادیر از نتایج تجربی آزمایش‌ها استخراج شده و خطای دستگاه‌های اندازه‌گیری، تاثیر چندانی بر نتایج ندارد.

جدول ۱) مقادیر عدم قطعیت ضرایب مربوط به حسگر سه سوراخه، سرعت و زاویه جریان در جهت محاسبه میدان جریان پشت ملخ

ردیف	نام ضریب	مقدار عدم قطعیت ضریب	مقدار عدم قطعیت در زاویه انحراف (deg)	مقدار عدم قطعیت در سرعت (m/s)
۱	ضریب زاویه انحراف جریان	۰/۰۴۸	۰/۵۱۳	-
۳	ضریب فشار استاتیکی	۰/۰۲۱	-	۰/۴۰

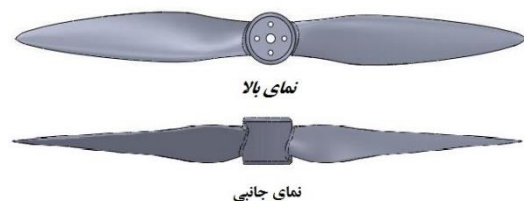


شکل ۶) تغییر ضریب λ با نیروی جلوبرنده در تئوری گردابه

۴- آزمایش تجربی ملخ

۴-۱- تجهیزات آزمایش

برای انجام آزمایش تجربی از ملخ QP56 با قطر ۵۶ سانتیمتر (شکل ۷- الف) و تجهیزات مرکز تحقیقات ملی آیرودینامیک دانشگاه جامع امام حسین(ع) استفاده شده است. این تجهیزات شامل یک حسگر انحراف سنخ سه سوراخه به همراه تراورسینگ آن، یک موتور الکتریکی ۱۰ اسب بخار، یک دستگاه کنترل دور ۷/۵ کیلووات مدل Schneider، افزایشنده دور ملخ نوع تسمه و پولی، دور سنخ اپتیکی- مکانیکی مدل DT-2236 و دستگاه داده برداری می‌باشد. در شکل ۷- ب مجموعه استند، ملخ و حسگر سه سوراخه و تراورسینگ مورد آزمایش نشان داده شده است.

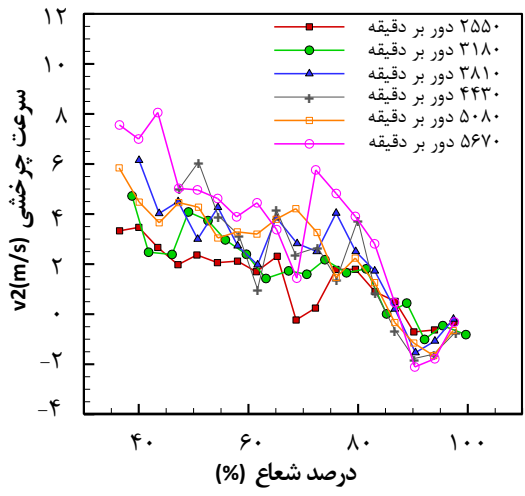
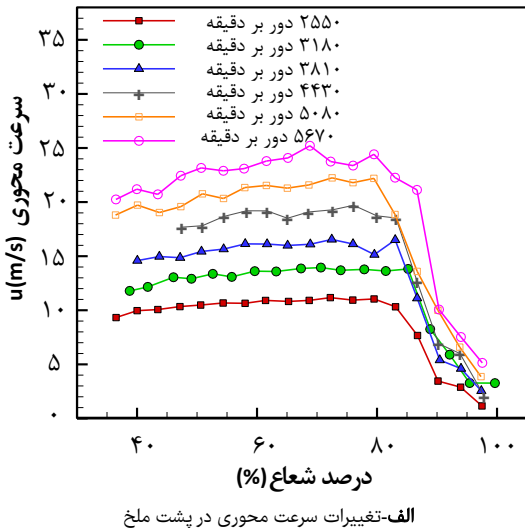


الف- نمای بالا و نمای جانبی ملخ QP56



ب- مجموعه استند آزمایش، ملخ QP56 و تجهیزات جانبی

شکل ۷) نمایی از ملخ QP56 مورد آزمایش و مجموعه استند آزمایش



شکل ۸) تغییرات سرعت محوری و سرعت چرخشی در طول پره در دوره‌های مختلف از شرایط استاتیکی ملخ

پیش‌تر بیان شد که ضریب a' نسبت سرعت چرخشی به سرعت خطی دورانی ملخ است و نسبت چرخش جریان نام دارد و λ ضریب جریان محوری است که از تقسیم سرعت محوری به سرعت خطی دورانی ملخ به دست می‌آید. مشابه معادله عمومی گردابه برای سرعت چرخشی v_2 ، برای ضرایب a' و λ ، معادلات نمایی به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) تعریف شده و سرعت‌های محوری و چرخشی جریان پشت ملخ در شرایط استاتیکی محاسبه می‌شود.

$$a' = \frac{v_2}{r\Omega} = \frac{K_1}{\left(\frac{r}{R}\right)^{n_1}} \quad (10)$$

$$\lambda = \frac{u}{r\Omega} = \frac{K_2}{\left(\frac{r}{R}\right)^{n_2}} \quad (11)$$

بر این اساس، معادلات مربوطه استخراج و ضرایب این نمودارهای برازش شده ارائه می‌گردد. در جدول ۲ مقادیر محاسبه شده برای ضرایب n و K مربوط به این منحنی‌ها ارائه شده است.

۴-۲- نتایج آزمایشگاهی

به منظور بررسی رفتار جریان برای ملخ در شرایط استاتیک (سرعت جریان هوای اطراف برابر با صفر)، آزمایشات تجربی انجام گرفت و اطلاعات اولیه‌ای ثبت شد. این اطلاعات اولیه شامل سیگنال‌های مرتبط با مکان حسگر در پشت ملخ، اطلاعات فشاری مرتبط با حسگر سه سوراخه و اطلاعات مربوط به دور چرخشی ملخ می‌باشد. با توجه به فرآیندهای کالیبراسیون مربوط به حسگر سه سوراخه [23] که مورد بحث این مقاله نیست، دو مؤلفه سرعت محوری و سرعت چرخشی پشت ملخ و موقعیت فیزیکی حسگر و میزان چرخش دور ملخ استخراج گردید که در این بخش ارائه می‌شود.

۴-۲-۱- تغییرات سرعت محوری و چرخشی در راستای شعاعی

شکل ۸ نمودار داده‌های تجربی سرعت جریان در دو صفحه محوری (u) و چرخشی (v_2) اندازه‌گیری شده در پشت ملخ را ارائه می‌دهد. در شکل ۸- الف مشاهده می‌شود که با افزایش دور چرخشی ملخ، سرعت محوری جریان پشت ملخ افزایش یافته و در شرایط استاتیکی ملخ که سرعت جریان آزاد صفر است، سرعت مطلق در ۵۶۷۰ دور بر دقیقه، به ۲۵ متربرثانه رسیده است. از حدود ۸۰ درصدی شعاع ملخ (۲۰٪ انتهای پره به سمت نوک ملخ)، رفتار سرعت محوری به دلیل اثر سه بعدی جریان در نوک پره‌ها تغییر کرده است. تشکیل گردابه در نوک پره‌های ملخ، یک جریان از ناحیه پرفشار (pressure side) به ناحیه کم فشار (suction side) ایجاد می‌کند که باعث آشفتگی جریان و افت عملکرد نوک پره و کاهش نیروی جلوبرنده ملخ می‌گردد. به این پدیده، اتلاف نوک پره (Tip Loss) گفته می‌شود و با ضریب افت پرانتل ارائه می‌شود. بنابراین در ۲۰ درصد انتهایی پره، ورتکس‌های نوک پره باعث کاهش سرعت محوری جریان می‌شوند.

سرعت چرخشی پشت ملخ مطابق شکل ۸- ب از ریشه به سمت نوک پره ملخ در تمام دوره‌های چرخشی ملخ، روندی کاهشی دارد و تایید کننده این تئوری است که مقدار ضریب n حاکم در معادله عمومی گردابه پشت ملخ (معادله ۷)، همواره $n > 0$ است.

۴-۲-۲- تغییرات ضریب جریان محوری و نسبت چرخش جریان

جهت بی‌بعدسازی مؤلفه سرعت از روابط (۸) و (۹) استفاده می‌شود. نمودار تغییرات این ضرایب برحسب دور چرخش ملخ کمترین حساسیت نسبت به تغییرات دور چرخشی ملخ را از خود نشان می‌دهد و لذا با استفاده از روش‌های درون‌یابی و استفاده از نمودارهای برازش شده می‌توان بسیاری از عوامل مهم و مؤثر حاصل از این ضرایب بی‌بعد را استخراج و در روش‌های طراحی و تحلیل ملخ استفاده نمود.

$$a' = \frac{v_2}{r\Omega} \quad (8)$$

$$\lambda = \frac{u}{r\Omega} \quad (9)$$

جدول ۲) مقادیر محاسباتی ضرایب منحنی‌های سرعت‌های مطلق چرخشی و محوری در پشت پره‌های ملخ (از نتایج تجربی)

ردیف	شرح	n	K
۱	مقادیر منحنی نسبت سرعت چرخشی به سرعت خطی دورانی ملخ (a')	۲/۱۷۲	۰/۱۳۵
۲	مقادیر منحنی تغییرات ضریب جریان محوری پشت ملخ (λ)	۰/۸۱۳	۰/۱۵۶

نمودار برازش شده برای نسبت سرعت چرخشی به سرعت خطی دورانی ملخ مورد اشاره در شکل ۹-ب ارائه شده است. این نمودار برای ۸۰ درصد ابتدایی طول پره ملخ، دارای حداکثر میزان عدم قطعیت ±۰/۱ است و در این بازه دورانی ۲۵۵۰ تا ۵۶۷۰ دور بر دقیقه، تغییرات و حساسیت کمینه نسبت به تغییر سرعت دورانی ملخ و عدم قطعیت دارد.

۵- شبیه‌سازی عددی ملخ

۵-۱- اطلاعات شبیه‌سازی و بررسی استقلال از حل

برای شبیه‌سازی میدان محاسباتی، جریان هوا به صورت گاز ایده‌آل و تراکم پذیر فرض شده است. شرایط استاتیکی، سطح دریا و سرعت چرخش ملخ ۵۶۷۶ دور بر دقیقه می‌باشد. برای حل معادلات بقا (رابطه ۱۲ و ۱۳) از حل گر انسیس سی.اف.ایکس استفاده شده است. در این روابط p معرف فشار استاتیکی، ρ چگالی سیال، μ ویسکوزیته می‌باشد.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \tag{12}$$

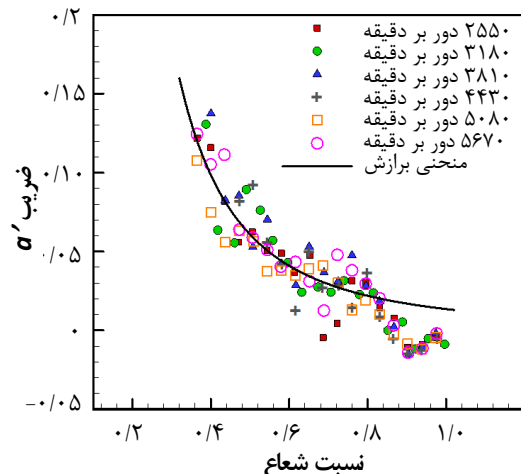
$$\frac{\partial (\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} U) = \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{V}) + S_p - \frac{\partial p}{\partial X} \tag{13}$$

از میدان محاسباتی نوع اچ. با توجه به هزینه محاسباتی و دقت تحلیل استفاده شده است. از یک شبکه‌بندی ترکیبی شامل میدان دارای دوران (rotating domain) و میدان ثابت (stationary domain) حول ملخ استفاده شده است. مرز بین این دو میدان شامل صفحات داخلی (interface) محاسباتی است. مرزهای میدان شامل ورودی، صفحات داخل میدان و دیواره می‌باشد (شکل ۱۰-الف). در نزدیکی ملخ و در نوک آن (برای مدل‌سازی گردابه‌های نوک پره) شبکه‌بندی ریزتر شده است. نواحی اطراف پره، شبکه با سازمان است که برای تحلیل آشفتگی در نواحی لایه مرزی مناسب است (شکل ۱۰-ب). ضخامت اولین لایه از شبکه لایه مرزی، ۰/۱ میلی‌متر و نرخ رشد لایه‌ها ۱/۲ می‌باشد. مقدار ضخامت اولین لایه به نحوی انتخاب شده که در بیشترین سرعت چرخش پره، مقدار عدد رینولدز در محدوده‌ی اولین شبکه حول پره مقدار کمتری داشته باشد. نتایج در تعداد اجزا ۲/۴ میلیون مستقل از شبکه است (شکل ۱۰-ج). مدل توربولانسی، کی. امگا. اس. تی. انتخاب شده است.

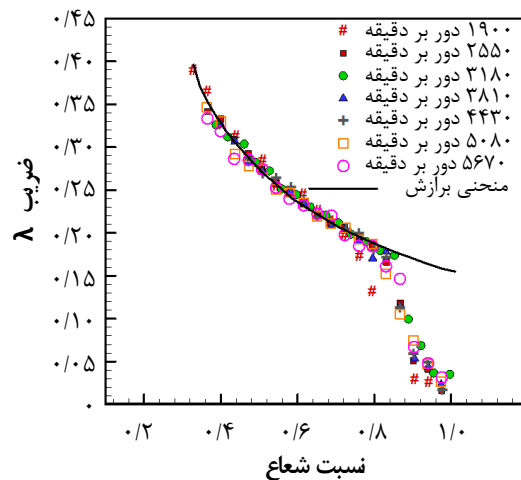
۵-۲- نتایج شبیه‌سازی عددی

با مقایسه مقادیر تجربی نیرو و گشتاورهای تولیدی ملخ با مقادیر عددی، صحه گذاری روش عددی انجام شده است. مقدار نیروی جلوبرنده به دست آمده از نتایج تجربی و عددی به ترتیب برابر با ۱۰۲/۷ و ۱۰۲/۱۴ نیوتن است. توان برای نتایج تجربی ۲۲۵۲ وات و برای نتایج عددی ۲۲۸۰ وات محاسبه شده است. مقایسه نتایج نهایی نشان می‌دهد که در این دور، مقدار درصد انحراف معیار نسبی نتایج عددی و نتایج تجربی در نیروی جلوبرنده ملخ ۰/۴ درصد و درصد انحراف معیار نسبی در توان مصرفی ۴/۱ درصد می‌باشد. همچنین عدم قطعیت مقادیر تجربی در نتایج نیرو ۲/۱۵

نمودار برازش شده برای نسبت سرعت چرخشی به سرعت خطی دورانی ملخ مورد اشاره در شکل ۹-الف ارائه شده است. این نمودار برای ۸۰ درصد ابتدایی طول پره ملخ است و به منظور اعمال اثرات افت، از ضریب افت پرانتل استفاده می‌شود. حداکثر میزان عدم قطعیت این منحنی معادل با ±۰/۰۲ است. با محاسبه معادله سرعت چرخشی v₂ از این نمودار، شباهت این معادله به معادله گردابه آزاد نتیجه‌گیری می‌شود (v₂ = 0.00085Ω/(r)^{1.172}). ضریب این معادله با ضریب معادله گردابه آزاد ۱۷/۲ درصد تفاوت دارد.



الف- منحنی و مقادیر تجربی تغییرات نسبت سرعت چرخشی جریان پشت پره به سرعت خطی دورانی ملخ در شرایط استاتیکی



ب- منحنی و مقادیر تجربی تغییرات ضریب جریان محوری پشت پره در شرایط استاتیکی ملخ

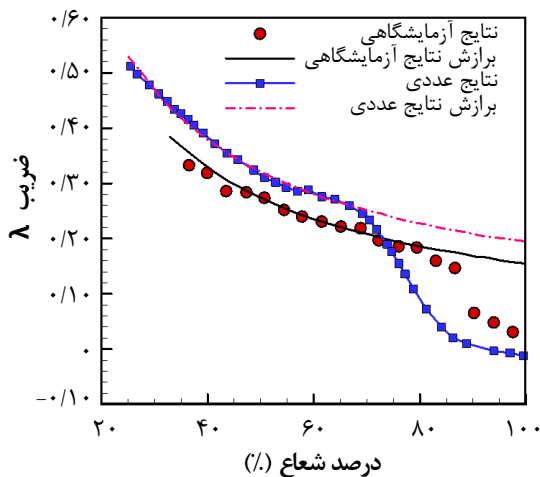
شکل ۹) برازش منحنی به مقادیر تجربی پارامتر a' و λ

را شبیه‌سازی کرد. با توجه به این نکته، معادلهٔ مربوطه استخراج شده و مقدار توان مربوط به معادلهٔ نمایی ضریب مربوطه در جدول ۳ مقایسه شده است.

مشاهده می‌شود اختلاف میان نتایج عددی و تجربی مربوط به ضریب جریان محوری، قابل قبول است. براساس نتایج تحلیل عددی، ضریب n برای پیش بینی این ضریب (λ) در پشت پره ملخ در شرایط استاتیکی تا محدودهٔ ۸۰ درصدی طول، دارای درصد انحراف معیار نسبی با دقت مناسب ۷/۷ درصد می‌باشد. اثر سه بعدی جریان در نتایج تحلیل عددی تا ۳۰ درصدی طول نوک پره ملخ و در نتایج تجربی در این دور چرخشی، تا حدود ۲۰ درصدی طول نوک پره ملخ، تاثیر گذار بوده است. بنابراین روش عددی جزئیات رفتاری سرعت محوری، نیروی جلوبرنده و توان را نسبتاً خوب پیش بینی کرده است. پیش بینی ضریب جریان محوری در پشت پره با روش عددی، در برخی شرایط به نتایج تجربی نزدیک بوده و در نواحی بالای ۸۰ درصد شعاع پره، نتایج دو روش با هم تفاوت زیادی دارند.

جدول ۳) مقادیر محاسباتی ضرایب منحنی‌های سرعت‌های چرخشی، محوری و مطلق در پشت پره‌های ملخ (در شرایط استاتیکی)

ردیف	شرح	تجربی عددی	انحراف معیار نسبی	
		n	% RSD	
۱	ضریب نمایی منحنی تغییرات ضریب جریان محوری پشت ملخ (λ)	۰/۸۱۳	۰/۷۲۹	۷/۷ %



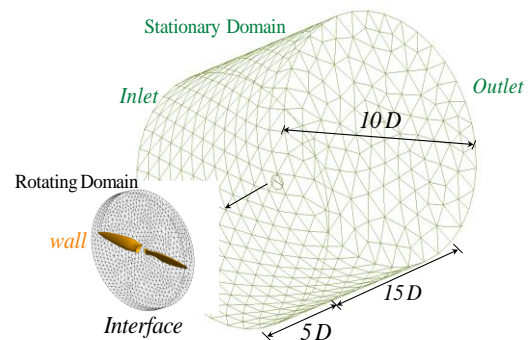
شکل ۱۱) مقایسه مقادیر و منحنی‌های تجربی و عددی تغییرات ضریب جریان محوری پشت پره در شرایط استاتیکی ملخ (۵۶۷۶ دور بر دقیقه)

۶- نتیجه گیری

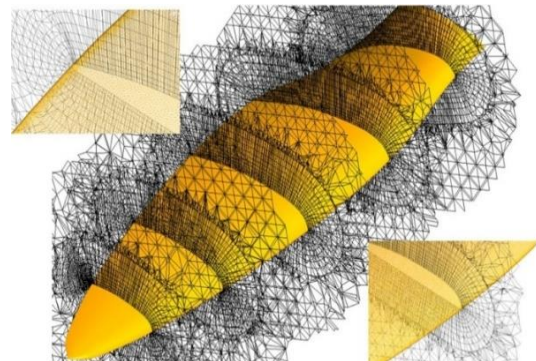
با توجه به نتایج ارائه شده در پژوهش حاضر، می‌توان موارد زیر را به عنوان نتیجه‌گیری ارائه داد:

۱- با افزایش سرعت چرخش ملخ، پروفیل سرعت محوری جریان در پایین دست ملخ افزایش یافته و در شرایط استاتیکی که سرعت

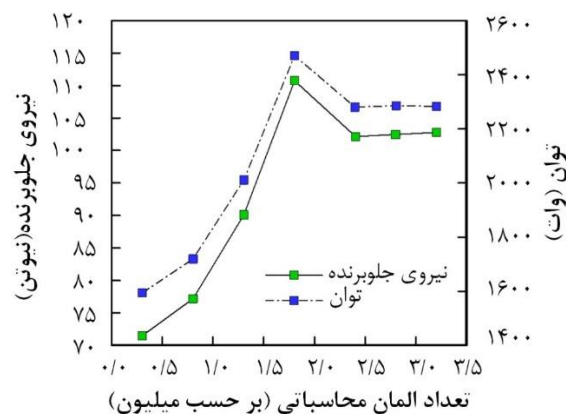
درصد و در گشتاور مصرفی ۳/۴۱٪ می‌باشد. با این نتیجه‌گیری، مقادیر سرعت القایی محوری و ضریب آن در میدان محاسبات عددی با مقادیر تجربی مقایسه گردید. مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی در مورد ضریب جریان محوری، نشان‌دهنده نزدیکی نسبی این نتایج به هم است. مشابه معادلات قبلی برای ضریب λ معادله نمایی تعریف شده و با استفاده از روش‌های برازش منحنی و معادلات ارائه شده، مقدار ضریب سرعت‌های محوری جریان پشت ملخ در شرایط استاتیکی در روش عددی و تجربی مقایسه شده است (شکل ۱۱). براساس نتایج تجربی، ۲۰٪ انتهایی ملخ که تحت تاثیر جریان گردابه نوک آن قرار دارد، در این معادلات قابل اعمال نیست و با استفاده از ضریب افت پیرانتل می‌توان این ناحیه



الف- ابعاد میدان محاسباتی و شرایط مرزی میدان



ب- شبکه‌بندی میدان محاسباتی حول ملخ



ج- استقلال نتایج از شبکه‌بندی در نیروی جلوبرنده و گشتاور وارد بر موتور (شکل ۱۰) اطلاعات شبکه‌بندی میدان محاسباتی، شرایط مرزی، و استقلال نتایج از حل

۹- براساس هر دو تئوری مومنتوم المان پره و تئوری گردابه، ضریب سرعت چرخشی جریان پایین دست ملخ و ضریب جریان محوری، روندی کاهشی در راستای شعاعی پره ملخ دارند و در یک شعاع ثابت، افزایش نیروی جلوبرنده منجر به افزایش ضریب جریان محوری و همچنین ضریب سرعت چرخشی می‌شود. نتایج تجربی موجود نیز این فرآیند را تایید می‌نماید.

نشانه‌ها	
a	ضریب سرعت القایی محوری
a'	نسبت سرعت چرخشی پشت ملخ به سرعت خطی دورانی
c_L	ضریب برآ
c_D	ضریب پسا
n	ضریب نمایی گردابه در رابطه توزیع گردابه آزاد/اجباری
N_b	تعداد پره
r	شعاع مقطع پره (cm)
R	شعاع پره ملخ یا نصف قطر ملخ (cm)
$u=V+V_i$	سرعت محوری جریان در ناحیه پره (m/s)
U	متوسط سرعت مطلق جریان (m/s)
V	سرعت پروازی (m/s)
V_i	سرعت القایی محوری (m/s)
v_2	سرعت چرخشی جریان در پشت ملخ (m/s)
W	متوسط سرعت نسبی جریان (m/s)
α	زاویه بین وتر ایرفویل ملخ و سرعت نسبی (deg)
β	زاویه بین وتر ایرفویل و سرعت چرخش خطی ملخ (deg)
Γ	قدرت گردابه
ε	نسبت پسا به برآ
λ	ضریب جریان محوری
Φ	زاویه میان سرعت نسبی و سرعت چرخش خطی ملخ (deg)
Ω	سرعت دورانی ملخ (rad/sec)

تاییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

تعارض منافع: در این مقاله از برخی نتایج حاصل از رساله دکتری نویسنده مسئول، استفاده شده است.

منابع مالی: هزینه‌های این پژوهش و یافته‌ها، توسط مرکز تحقیقات ملی آبرودینامیک قدر پشتیبانی شده است.

جریان آزاد بالادست صفر است، سرعت مطلق در ۵۶۷۰ دور بر دقیقه، در برخی مکان‌ها به ۲۵ متربرثانیه می‌رسد.

۲- براساس نتایج تحلیلی و تجربی سرعت چرخشی جریان در پشت ملخ با افزایش دور چرخش، تغییرات نسبتاً کمتری داشته و در تمام دوره‌های چرخشی نسبت به تغییر مکان در راستای شعاعی پره ملخ، روند کاهشی دارد و این نشان‌دهنده آن است که توان معادله عمومی (n در معادله ۷)، همواره $n > 0$ است.

۳- به ازای $\frac{r}{R} > 0.8$ رفتار عوامل اندازه‌گیری شده تغییر کرده است که ناشی از اثر سه‌بعدی جریان در نوک پره است و منجر به افت مقادیر نسبت سرعت چرخشی جریان به سرعت دورانی ملخ و کاهش ضریب جریان محوری شده است.

۴- برای نسبت سرعت چرخشی به دورانی و همچنین تغییرات ضریب جریان محوری در پشت پره ملخ در شرایط استاتیکی، به ازای $\frac{r}{R} < 0.8$ روابط نیمه تجربی زیر پیشنهاد شده است. این روابط در طراحی ملخ‌های جلوبرنده و دستیابی به ملخ‌هایی با بازدهی بالاتر و تولید ملخ‌های با صدای کمتر مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد.

$$a' = \frac{v_2}{r\Omega} = \frac{K_1}{\left(\frac{r}{R}\right)^{2.172}}$$

نسبت سرعت چرخشی به سرعت خطی دورانی ملخ

$$\lambda = \frac{u}{r\Omega} = \frac{K_2}{\left(\frac{r}{R}\right)^{0.813}}$$

ضریب جریان محوری پشت ملخ

۵- با دقت در معادله سرعت چرخشی v_2 ، شباهت معادله به معادله گردابه آزاد و با تفاوت ۱۷/۲ درصدی در ضریب نمای گردابه نتیجه‌گیری می‌شود ($v_2 = K_1\Omega(R)^{2.172}/(r)^{1.172}$).

۶- مقایسه نتایج پیش بینی‌های عددی با تجربی در مورد ضریب جریان محوری پایین دست ملخ، نشان‌دهنده نزدیکی نسبی رفتار این نتایج به هم است. مقدار ضریب نمایی n برای پیش بینی عددی سرعت‌های پشت پره ملخ در شرایط استاتیکی تا محدوده ۸۰ درصدی طول پره ملخ با نتایج تجربی دارای ۷/۷ درصد انحراف معیار نسبی است.

۷- براساس مقایسه نتایج تحلیل عددی و تجربی در پیش بینی عملکرد کلی ملخ، مقدار درصد انحراف معیار نسبی نتایج عددی و نتایج تجربی در نیروی جلوبرنده ملخ ۰/۴ درصد و درصد انحراف معیار نسبی در توان مصرفی ۴/۱ درصد می‌باشد.

۸- اثر سه بعدی جریان در نتایج تحلیل عددی تا ۳۰ درصدی طول نوک پره و در نتایج تجربی، تا حدود ۲۰ درصدی طول نوک پره ملخ، تاثیرگذار بوده است.

- 18- Pitt DM, Peters DA. Theoretical prediction of dynamic-inflow derivatives, 6th European Rotorcraft & Powerd Lift Aircraft Forum, 1980; United Kingdom, 47.1-47.18.
- 19- Chen R. A Survey of Nonuniform Inflow Models for Rotorcraft Flight Dynamics and Control Applications, California, National Aeronautics and Space Administration Ames Research Center, 1989; 67p, report No 102219.
- 20- Shkarayev S, Moschetta J-M, Bataille B. Aerodynamic design of micro air vehicles for vertical flight. *Journal of Aircraft*. 2008;45(5):1715-24.
- 21- Larrabee EE. Practical design of minimum induced loss propellers. *SAE Transactions*. 1979; 88(3): 2053-62.
- 22- D'Angelo, S., Berardi, F., & Minisci, E. Aerodynamic performances of propellers with parametric considerations on the optimal design. *The Aeronautical Journal*, 106, 313-320, 2002.
- 23- Rabiee A, Ghadak F, Doostdar M. Investigation of Reynolds Number Effect on Dimensionless Coefficients of Three-Hole Yawmeter Probe Using Experimental and SPM Analytical Methods. *Modares Mechanical Engineering*. 2020;20(7):1829-39.
- 1-Roosenboom EW, Heider A, Schröder A. Investigation of the propeller slipstream with particle image velocimetry. *Journal of aircraft*. 2009;46(2):442-9.
- 2-Roosenboom EW, Schröder A. Flowfield investigation at propeller thrust reverse. *Journal of Fluid Engineering*, 2010;132:1-8.
- 3- Roosenboom EW, Stürmer A, Schröder A. Advanced experimental and numerical validation and analysis of propeller slipstream flows. *Journal of Aircraft*. 2010;47(1):284-91.
- 4- Fu W, Li J, Wang H. Numerical simulation of propeller slipstream effect on a propeller-driven unmanned aerial vehicle. *Procedia Engineering*. 2012;31:150-5.
- 5- Xu H-y, Ye Z-y, Shi A-m. Numerical study of propeller slipstream based on unstructured dynamic overset grids. *Journal of Aircraft*. 2012;49(2):384-9.
- 6- Schnell R, Yin J, Voss C, Nicke E. Assessment and optimization of the aerodynamic and acoustic characteristics of a counter rotating open rotor. *Journal of Turbomachinery*, 2012;134(6):061016-15p.
- 7- Peixun Y, Jiahui P, Junqiang B, Xiao H, Xiang S. Aeroacoustic and aerodynamic optimization of propeller blades. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2020;33(3):826-39.
- 8- Marretta RMA. Different wings flowfields interaction on the wing-propeller coupling. *Journal of aircraft*. 1997;34(6):740-7.
- 9- Khan W, Nahon M. Development and validation of a propeller slipstream model for unmanned aerial vehicles. *Journal of Aircraft*. 2015;52(6):1985-94.
- 10- Witkowski DP, Lee AK, Sullivan JP. Aerodynamic interaction between propellers and wings. *Journal of Aircraft*. 1989;26(9):829-36.
- 11- Stone RH. Aerodynamic modeling of the wing-propeller interaction for a tail-sitter unmanned air vehicle. *Journal of Aircraft*. 2008;45(1):198-210.
- 12- Lakshminarayan VK, Baeder JD. Computational investigation of micro hovering rotor aerodynamics. *Journal of the American Helicopter Society*. 2010;55(2):22001-15p.
- 13- Favier D, Ettaouil A, Maresca C. Numerical and experimental investigation of isolated propeller wakes in axial flight. *Journal of Aircraft*. 1989;26(9):837-46.
- 14- Patrao AC, Grönstedt T, Avellán R, Lundbladh A. Wake energy analysis method applied to the Boxprop propeller concept. *Aerospace Science and Technology*. 2018;79:689-700.
- 15- Yang Y, Sciacchitano A, Veldhuis LL, Eitelberg G, editors. Experimental investigation of propeller induced ground vortex under headwind condition. 32nd AIAA applied aerodynamics conference; 16-20 June 2014; Atlanta, 2308-22.
- 16- Khan W, Nahon M. A propeller model for general forward flight conditions. *International Journal of Intelligent Unmanned Systems*. 2015; 3(2): 72-92.
- 17- Stempin CW. Evaluation of the induced-velocity field of an idealized helicopter rotor. National Aeronautics and Space Administration Hamton Langley Research Center, 1945; Washington, 1-27.