مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1395، دوره 16، شماره 12، ص‌ص 95-102

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل مد لغزشی مقاوم تطبیقی کوادروتور در حضور اغتشاش باد

علی متحدی[1]، علی اکبرزاده کلات[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- استادیار، مهندسی کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی 95161-36199، akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 شهریور 1395
پذیرش: 02 آبان 1395
ارائه در سایت: 06 آذر 1395

کلید واژگان:
کنترل لغزشی
قانون تطبیق
کوادروتور

چکیده

در این مقاله، یک سیستم کنترل ردگیری مقاوم تطبیقی برای یک کوادروتور بدون سرنشین طراحی شده است. کوادروتور در دسته هواپیماهای بال‌چرخان قرار می‌گیرد و یک سیستم کم عملگر و ذاتاً ناپایدار است، همچنین مدل دینامیکی سیستم غیرخطی و همراه با عدم قطعیت می‌باشد، پس به منظور پایدارسازی و ردگیری مسیر نیازمند طراحی یک سیستم کنترل مقاوم است. این سیستم باید توانایی حفظ تعادل کوادروتور در حضور اغتشاش باد، نیروهای آیرودینامیکی نامطلوب و خطا در اندازه‌گیری پارامترهای ثابت را داشته باشد. مدل دینامیکی کوادروتور با استفاده از روش نیوتن اویلر استخراج شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله شامل دو حلقه کنترل داخلی و خارجی است. حلقه داخلی حرکت چرخشی و زوایای اویلر کوادروتور را کنترل می‌کند و حلقه خارجی مربوط به کنترل موقعیت و حرکت انتقالی کوادروتور و محاسبه زوایای مطلوب برای ردگیری مسیر مرجع است. در این مقاله با بکارگیری روش مد لغزشی تطبیقی، کنترل‌کننده‌ای طراحی شده است که در آن نیاز به معلوم بودن محدوده عدم قطعیت نبوده و حد بالای اندازه آن به صورت یک عدد اسکالر تخمین زده می‌شود. برای جلوگیری از واگرایی پارامترها در قوانین تطبیق از روش اصلاحی سیگما استفاده شده است و بعلاوه به‌منظور عملکرد مناسب سیستم در بار محموله‌های متفاوت، جرم کل مجموعه نیز به‌صورت تطبیقی تخمین زده میشود. طراحی کنترل بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف انجام شده و پایداری مقاوم سیستم در حضور اغتشاش نشان داده شده است.

Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind/ disturbance

Ali Mottahedi, Ali Akbarzadeh Kalat*

Department of Control Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
* P.O.B. 36199-95161,Shahrood, Iran, akbarzadeh@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 August 2016
Accepted 23 October 2016
Available Online 26 November 2016

Keywords:
Sliding mode control
Adaptation law
Quadrotor

ABSTRACT

In this paper, an adaptive robust tracking control system for an unmanned quadrotor is designed.Quadrotor is placed in category of rotary wing aerial vehicle, and is an under-actuated and inherently unstable system. Also, the dynamic model of system is nonlinear and uncertain, is required to design a robust control system for stabilization and tracking the desired path. This system must be able to retain the quadrotor balance in the presence of the disturbance, undesired aerodynamical forces and Measurement error of constant parameters. The suggested controller in this paper consists of two inner and outer control loops. Inner loop controls the Euler angles and outer loop is for controlling the quadrotor position and translational motion, and calculating the desired angles for trajectory tracking. In this paper by utilizing the adaptive sliding mode, a controller has been designed in which there is no need for the uncertainty range to be given and its upper bound is estimated as a scalar number. In order to prevent diverging adaptive parameters, the sigma-modification is used in adaption laws and also, to achieve suitable performance in various load, the total mass is estimated adaptively. The control design is based on the Lyapunov theory and the robust stability of system in the presence of the disturbance have been shown.

1- مقدمه

امروزه پرنده‌های بدون سرنشین به دلیل عدم استفاده مستقیم از نیروی انسانی در کاربردهایی چون جستجو و نجات در مناطق خطرناک و دور از دسترس، نقشه‌برداری، کاربردهای نظامی و مرزبانی مورد توجه بسیار قرار گرفته‌اند. به طور عمده پرنده‌های بدون سرنشین را می‌توان به دو دسته بال ثابت و عمود پروازها تقسیم بندی کرد، در این بین عمود پروازها به دلیل قابلیت شناور ماندن در هوا و همچنین قابلیت مانور دهی بالا دارای محبوبیت بیشتری هستند. عمود پروازها خود به چند دسته تقسیم می شوند: از جمله هلیکوپترهای معمولی، هلیکوپترهای هم محور و نیز انواع چند گردنده‌ها با پیکره‌بندی مختلف می‌باشند، در این بین کوادروتورها به دلیل ساختار ساده و عدم نیاز به اتصالات مکانیکی پیچیده از اهمیت بیشتری برخوردار هستند و می‌توان تنها از طریق تغییر دور گردنده‌ها هر گونه حرکت دلخواهی را در آنها

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Mottahedi, A. Akbarzadeh Kalat, Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind/ disturbance, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 95-102, 2016 (in Persian)

ایجاد کرد. در زمینه مدل‌سازی و کنترل کوادروتور کارهای متنوعی صورت گرفته است. در مرجع [1] برای اولین بار مدل کوادروتور به وسیله روش لاگرانژ استخراج شده است. در مرجع [2] با استفاده از فیدبک بینایی سعی در کنترل کوادروتور شده است. از تئوری لیاپانوف به دلیل حصول اطمینان از پایداری مجانبی سیستم در [3] استفاده شده است. در مرجع [4] کنترل یک کوادروتور با ساختار جدید، شامل یک ملخ اضافه در مرکز کوادروتور، بررسی شده است. مرجع [5] از روش کنترل مقاوم H_∞ غیرخطی جهت پایدارسازی و کنترل کوادروتور در برابر عدم قطعیت بهره برده است. در [6] کنترل سیستم با روش خطی‌سازی پسخورد و در [7] با روش تطبیقی به جهت کارایی خوب در تقابل با عدم قطعیت پارامتری مورد استفاده قرار گرفته است. در [8] با ترکیب روش‌های فازی، تطبیقی و لغزشی سعی در کنترل کوادروتور شده است. روش LQR به دلیل ارائه قانون کنترل بهینه مورد توجه برخی از محققین قرار گرفته است[9]. با توجه به توانایی روش مد لغزشی در مقابله با عدم‌قطعیت و ترکیب آن با روش پسگام درکارهای زیادی مورد استفاده قرار گرفته است[11,10]. مرجع [12] از روش تطبیقی جهت تخمین بعضی از پارامترهای ثابت سیستم و از روش کنترل لغزشی برای دفع اثر اغتشاش با محدوده معلوم استفاده کرده است. مرجع [13] ترکیب روشهای پسگام تطبیقی و مد لغزشی جهت کنترل کوادروتور و غلبه بر عدم قطعیت را بکار گرفته است. اگر چه در تحقیق اخیر از روش مد لغزشی نهایی برای رسیدن زمان محدود خطا به صفر در سیستم استفاده شده است ولی باید علاوه بر خود اغتشاش، مشتق آن نیز محدود با مقدار معلوم باشد و بعلاوه قانون تطبیق به‌صورت غیر کاهشی بوده و تضمینی برای محدود ماندن پارامترهای تطبیق در آن وجود ندارد. [14] با استفاده از تعریف سطح لغزش تنها به کنترل تطبیقی سیستم با پارامترهای ثابت نامعلوم پرداخته و دینامیک مدل نشده و اغتشاش در آن لحاظ نشده است.

در این مقاله یک روش کنترل لغزشی مقاوم تطبیقی برای کنترل وضعیت و موقعیت یک کوادروتور در حضور اغتشاش ارائه می‌شود. در روش پیشنهادی جرم کل مجموعه و حد بالای نرم بردار عدم قطعیت تخمین زده می‌شود و جهت تضمین محدود ماندن پارامترها در قوانین تطبیق از روش اصلاحی سیگما استفاده شده است.

2- مدل‌سازی سیستم کوادروتور

2-1- توصیف کوادروتور

کوادروتور وسیله‌ای پرنده با شش درجه آزادی حرکت دارای ساختاری شبه صلیبی یا به صورت علامت ضربدر می‌باشد، که چهار گردنده در انتهای هر گوشه آن نصب شده است، نحوه حرکت این وسیله به گونه‌ای است که گردنده‌های روبروی یکدیگر به صورت دو به دو در یک جهت و مخالف جهت جفت ملخ دیگر می‌چرخند، هر ملخ نیرو و گشتاوری متناسب با مجذور سرعتش تولید می‌کندکه جهت نیرو به سمت بالا و جهت گشتاور خلاف چرخش ملخ می‌باشد. با تغییر دور ملخ‌ها اندازه‌ی نیروی بالابر تغییر می‌کند که این عمل باعث حرکت پرنده می‌شود. از آنجا که کوادروتور وسیله‌ای با شش درجه آزادی و چهار عملگر می‌باشد، در نتیجه کوادروتور جزو پرنده‌های کم عملگر محسوب می‌شود، به طوریکه کنترل چهار متغیر به صورت مستقیم و کنترل دو متغیر باقی مانده (x, y) به صورت غیر مستقیم انجام می‌شود. شکل 1 ساختار ساده یک کوادروتور را نمایش می‌دهد. نیروی رانش و گشتاور پسای تولید شده توسط هر ملخ به صورت روابطه (1) و (2) می‌باشد. b ضریب نیروی رانش و d ضریب گشتاور پسا می‌باشد [15].

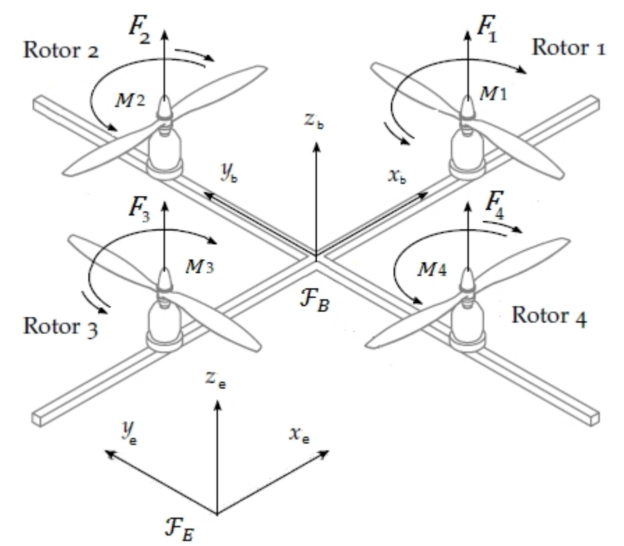

Fig. 1 The simple structure of a quadrotor

شکل 1 ساختار ساده یک کوادروتور

$$F_i = b\Omega_i{}^2 \tag{1}$$

$$M_i = d\Omega_i{}^2 \tag{2}$$

2-2- استخراج معادلات

برای مدل‌سازی کوادروتور فرضیات زیر مطرح می شود:

فرض1:کوادروتور یک جسم صلب است.

فرض2: کوادروتور دارای تقارن در محورهای خود می‌باشد.

فرض3: دینامیک موتورها نسبتا سریع می‌باشد، پس قابل صرف‌نظر کردن می‌باشند [16].

برای بدست آوردن معادلات دینامیکی و سینماتیکی ابتدا دو چارچوب مرجع معرفی می‌شود، چارچوب مرجع متصل به زمین $\mathcal{F}_E = \{x_e, y_e, z_e\}$ و چارچوب مرجع متصل به بدنه $\mathcal{F}_B = \{x_b, y_b, z_b\}$ که مرکز این چارچوب بر مرکز جرم کوادروتور منطبق می‌باشد.

موقعیت خطی کوادروتور در چارچوب زمین به وسیله $\xi = [x \quad y \quad z]^{\mathrm{T}}$ و موقعیت زاویه‌ای آن را با زوایای سه گانه اویلر $\eta = [\varphi \quad \theta \quad \psi]^T$ نمایش داده شده است. همچنین سرعت خطی و زاویه‌ای در دستگاه متصل به جسم را به ترتیب با $\omega = [p \quad q \quad r]^T$, $V = [u \quad v \quad w]^{\mathrm{T}}$ نمایش داده می‌شود:

معادلات سینماتیکی که ارتباط بین دو چارچوب مرجع را نشان می‌دهند به وسیله روابط (3) و(4) تعریف می‌شوند:

$$\dot{\xi} = RV \tag{3}$$

$$\dot{\eta} = T\omega \tag{4}$$

R ماتریس چرخشی تبدیل چارچوب بدنه نسبت به چارچوب مرجع ثابت زمین می‌باشد که به وسیله سه دوران متوالی بر حسب زوایای اویلر حول محورهای چارچوب متصل به بدنه و Tماتریس انتقال سرعت زاویه‌ای از دستگاه مرجع ثابت زمین به دستگاه متصل به بدنه می‌باشد، به صورت رابطه (5) به دست می‌آیند. ماتریس چرخشی R دارای خاصیت متعامد بودن می‌باشد[16] به گونه ای که:

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\varphi - S_\psi C_\theta & S_\psi S_\varphi + C_\psi S_\theta C_\varphi \\ S_\psi C_\theta & C_\psi C_\varphi + S_\psi S_\theta S_\varphi & S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi \\ -S_\theta & C_\theta S_\varphi & C_\theta C_\varphi \end{bmatrix}$$

$$T=\begin{bmatrix}1 & S_\varphi t_\theta & -S_\theta\\ 0 & C_\varphi & C_\theta S_\varphi\\ 0 & -S_\varphi & C_\theta C_\varphi\end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R^{-1}=R^{T} \quad (6)$$

در ماتریس‌های (5) و (6) ساده‌سازی نمادی زیر انجام شده است:

$C_\alpha=\cos\alpha \;,\; S_\alpha=\sin\alpha \;,\; t_\alpha=\tan\alpha$

معادلات دینامیکی یک جسم صلب با شش درجه آزادی با روش نیوتن اویلر بر اساس قانون دوم نیوتن به صورت روابط (7) و (8) می‌باشد. رابطه مربوط به حرکت انتقالی کوادروتور و معادله (8) مربوط به حرکت چرخشی کوادروتور می‌باشد [17].

$$m\dot{V}+\omega\times mV=F_b \quad (7)$$

$$I\dot{\omega}+\omega\times I\omega=M_b \quad (8)$$

F_b و M_b نیرو وگشتاور کلی اعمال شده به کوادروتور از دیدگاه چارچوب متصل به بدنه می‌باشند، $m[kg]$ جرم کوادروتور و I ماتریس لختی در دستگاه بدنه جسم می‌باشد و به دلیل متقارن بودن کوادروتور به صورت قطری بدست می‌آید.

$$I=\begin{bmatrix}I_{XX} & 0 & 0\\ 0 & I_{YY} & 0\\ 0 & 0 & I_{ZZ}\end{bmatrix} \quad (9)$$

برای ساده شدن طراحی قوانین کنترل زوایای اویلر و موقعیت کوادروتور، معادلات فوق با استفاده از روابط (3) ، (4) و (10) به دستگاه مرجع ثابت زمین منتقل می‌شود [17].

$$\dot{R}=R.S(\omega) \quad (10)$$

در رابطه (10) $S(\omega)$ به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود:

$$S(\omega)=\begin{bmatrix}0 & -r & q\\ r & 0 & -p\\ -q & p & 0\end{bmatrix} \quad (11)$$

در نتیجه معادلات حرکت انتقالی به صورت رابطه (12) بدست می‌آید:

$$m\ddot{\xi}=F_g+F_a+F_f \quad (12)$$

در معادلات حرکت چرخشی اگر زوایای اویلر تقریباً کوچک فرض شود، ماتریس انتقال T تقریبا با ماتریس واحد برابر می‌شود و نرخ تغییرات زاویه‌ای در دستگاه مرجع بدنه با مشتق زوایای اویلر برابر خواهد شد [12]، این تقریب با دقت خوبی نیاز به استفاده از مدل کامل در طراحی قوانین کنترل را برطرف می‌سازد:

$$\dot{\eta}\cong\omega\Longrightarrow\ddot{\eta}\cong\dot{\omega} \quad (13)$$

در نتیجه معادله دینامیکی سیستم چرخشی به صورت رابطه (13) بدست می‌آید:

$$I\ddot{\eta}+\dot{\eta}\times I\dot{\eta}=M_g+M_a+M_m \quad (14)$$

به طوریکه در روابط (12) و (14):

F_f بردار نیروی رانش تولید شده توسط گردنده‌ها از دید دستگاه مرجع متصل به زمین و F_a بردار نیروی مقاوم آیرودینامیکی می‌باشد، این نیرو وابسته به جهت سرعت و شکل هندسی کوادروتور می‌باشد و خلاف جهت حرکت به کوادروتور اعمال می‌شود و F_g بردار نیروی گرانشی زمین ناشی از شتاب جاذبه زمین می‌باشد، M_m بردار گشتاور تولید شده توسط ملخ‌ها است به طوری که l طول هر بازوی کوادروتور می‌باشد، M_g معرف بردار گشتاور جایروسکوپی ناشی از چرخش ملخ‌های دو به دو در جهت عکس یکدیگر و I_r ممان اینرسی حول محور هر ملخ می‌باشد و در نهایت M_a بردار گشتاور اصطکاک آیرودینامیکی هوا می‌باشد، در مجموعه روابط (15) ماتریس‌های K_r، K_t شامل ضرایب ثابت اصطکاک و نیروی مقاوم آئرودینامیکی می‌باشد [18].

$$F_f=\begin{bmatrix}S_\psi S_\varphi+C_\psi S_\theta C_\varphi\\ S_\psi S_\theta C_\varphi-C_\psi S_\varphi\\ C_\theta C_\varphi\end{bmatrix}\left(\sum_{i=1}^{4}F_i\right)$$

$$F_a=-K_t\dot{\xi}$$

$$F_g=[0\quad 0\quad -mg]^T \;,\; g=9.81$$

$$M_m=\begin{bmatrix}l(F_2-F_4)\\ l(F_3-F_1)\\ M_1-M_2+M_3-M_4\end{bmatrix}$$

$$M_g=I_r(\Omega_1-\Omega_2+\Omega_3-\Omega_4)\begin{bmatrix}-\dot{\theta}\\ \dot{\varphi}\\ 0\end{bmatrix}$$

$$M_a=-K_r\dot{\eta} \quad (15)$$

3-2- محاسبه سرعت ملخ‌ها

بردار ورودی کنترل را به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود :

$$U_t=[U\quad \tau_\varphi\quad \tau_\theta\quad \tau_\psi]^T \quad (16)$$

با ترکیب روابط (1) ، (2) ، (15) ورودی‌های کنترل بدست می‌آیند:

$$U=b(\Omega_1{}^2+\Omega_2{}^2+\Omega_3{}^2+\Omega_4{}^2)$$

$$\tau_\varphi=lb(-\Omega_2{}^2+\Omega_4{}^2)$$

$$\tau_\theta=lb(\Omega_1{}^2-\Omega_3{}^2)$$

$$\tau_\psi=d(\Omega_1{}^2-\Omega_2{}^2+\Omega_3{}^2-\Omega_4{}^2) \quad (17)$$

فرم ماتریسی روابط بالا به صورت رابطه (18) می‌باشد:

$$U_t=K\Omega^2 \quad (18)$$

ماتریس K به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K=\begin{bmatrix}b & b & b & b\\ 0 & -lb & 0 & lb\\ lb & 0 & -lb & 0\\ d & -d & d & -d\end{bmatrix} \quad (19)$$

اکنون سرعت مرجع جهت اعمال به موتورها به صورت رابطه (20) بدست می‌آید [18].

$$\Omega^2=K^{-1}U_t \quad (20)$$

3- طراحی سیستم کنترل

همان‌طور که قبلاً اشاره شد حرکت در راستای محورهای افقی وابسته به زوایای اویلر و همچنین شناور ماندن در هوا از وظایف کوادروتور می‌باشد، بدین منظور طراحی‌کنترل‌کننده‌ای که پایداری سیستم را تضمین و به خوبی مسیر مطلوب را ردگیری کند یک اصل مهم است. در عمل به علت وجود عدم قطعیت نیاز به یک روش کنترلی مقاوم ضروری است، در این مقاله اثرات آیرودینامیکی نامطلوب مانند اصطکاک و اثر جایروسکوپی را به عنوان دینامیک مدل نشده در نظر گرفته و فرض بر این است که سیستم دارای خطای اندازه‌گیری و محاسبه و تحت اغتشاش باد می‌باشد. با استفاده از کنترل مد لغزشی و به همراه داشتن حد بالای عدم قطعیت مجتمع می‌توان یک سیستم کنترل مقاوم مناسب طراحی کرد.

1-3- کنترل مد لغزشی - تطبیقی حرکت چرخشی

مدل سیستم را به صورت رابطه (21) در نظر گرفته می‌شود:

$$I\ddot{\eta} + F(\dot{\eta}) + G(\dot{\eta},\Omega) + B_r(\dot{\eta}) + d_1(t) = \tau \tag{21}$$

که درآن:

$d_1(t)$ بردار اغتشاش خارجی و D_1 حد بالای آن می‌باشد:

$$\|d_1(t)\| < D_1$$

$$F(\dot{\eta}) = \dot{\eta} \times I\dot{\eta} = \begin{bmatrix}(I_{ZZ}-I_{YY})\dot{\theta}\dot{\psi}\\ (I_{XX}-I_{ZZ})\dot{\varphi}\dot{\psi}\\ (I_{YY}-I_{XX})\dot{\theta}\dot{\varphi}\end{bmatrix}$$

$$G(\dot{\eta},\Omega) = -M_g$$
$$B_r(\dot{\eta}) = -M_a$$
$$\tau = M_m$$

مدل در دسترس ما به صورت رابطه (22) می‌باشد:

$$\hat{I}\ddot{\eta} + \hat{F}(\dot{\eta}) = \tau \tag{22}$$

در رابطه (22)، $\hat{F}(\dot{\eta})$ و $\hat{I}$ تخمین $F(\dot{\eta})$ و I می‌باشند، ابتدا بردار خطا و سطح لغزش s_1, e_1 به ترتیب با روابط (22) و (23) تعریف می‌شوند:

$$e_1 = \eta_d - \eta$$
$$s_1 = \dot{e}_1 + \Lambda_1 e_1 \tag{23}$$

به طوری که:

$$\lambda^1{}_{ii} > 0\,, \qquad \lambda^1{}_{ij} = 0\,, i \neq j$$

با توجه به اینکه ماتریس Λ_1 مثبت معین می‌باشد، پس مؤلفه‌های بردار s_1 هرویتز می‌باشند و e_1، s_1 و $\dot{e}_1$ هر یک به صورت نمایی به سمت صفر همگرا می‌شوند، یعنی:

$$e_1\,, \dot{e}_1 \Rightarrow 0 \quad \text{as } t \Rightarrow \infty$$

از s_1 مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{s}_1 = \ddot{e}_1 + \Lambda_1 \dot{e}_1$$
$$\dot{s}_1 = \ddot{\eta}_d - \ddot{\eta} + \Lambda_1 \dot{e}_1 \tag{24}$$

مسیر مرجع جدید $\ddot{\eta}_r$ را به صورت رابطه (25) معرفی می‌شود و در رابطه (24) قرار می‌گیرد:

$$\ddot{\eta}_r = \ddot{\eta}_d + \Lambda_1 \dot{e}_1 \tag{25}$$

در نتیجه:

$$\dot{s}_1 = \ddot{\eta}_r - \ddot{\eta} \Longrightarrow \ddot{\eta} = \ddot{\eta}_r - \dot{s}_1 \tag{26}$$

از رابطه (26)، $\ddot{\eta}$ را در رابطه (21) قرار داده و رابطه (27) بدست می‌آید:

$$I(\ddot{\eta}_r - \dot{s}_1) + F + G + B_r + d_1(t) = \tau$$
$$I\dot{s}_1 = I\ddot{\eta}_r + F + G + B_r + d_1(t) - \tau \tag{27}$$

قانون کنترلی بر اساس روش مد لغزشی [19] به صورت رابطه (28) معرفی می‌گردد:

$$\tau = \hat{\tau} + \tau_d \tag{28}$$

که در آن:

$$\hat{\tau} = \hat{I}\ddot{\eta}_r + \hat{F} + k_{d1}s_1$$
$$\tau_d = k_1 \frac{s_1}{\|s_1\|}$$

قانون کنترل پیشنهادی در رابطه (28) به رابطه (27) اعمال می‌شود، تا رابطه (29) بدست آید:

$$I\dot{s}_1 = \varGamma_1 - k_1 \frac{s_1}{\|s_1\|} - k_{d1}s_1 \tag{29}$$

که درآن $\varGamma_1$ بردار عدم قطعیت مجتمع شامل عدم قطعیت پارامتری، دینامیک مدل نشده و اغتشاش به صورت رابطه (30) می‌باشد:

$$\varGamma_1 = \left(I - \hat{I}\right)\ddot{\eta}_r + \left(F - \hat{F}\right) + G + B_r + d_2(t) \tag{30}$$

همچنین k_1 حد بالای بردار عدم قطعیت می‌باشد.

$$k_1 > \|\varGamma_1\|$$

اما در صورتی که دسترسی به حد بالای عدم قطعیت به سادگی امکان‌پذیر نباشد، می‌توان با استفاده از روش کنترل تطبیقی مقدار مطلوب k_1 جهت داشتن عملکرد مطلوب سیستم کنترل را بدست آورد، بدین منظور تابع لیاپانوفی به صورت رابطه (31) تعریف می‌شود:

$$V_1(s_1,\tilde{k}_1) = 0.5{s_1}^{\mathrm{T}} I s_1 + 0.5{\gamma_1}^{-1}{\tilde{k}_1}^{\,2} \tag{31}$$

که در آن $\hat{k}_1$ تخمین k_1 می‌باشد.

$$\tilde{k}_1 = k_1 - \hat{k}_1 \tag{32}$$

اگر از $V_1(s_1,\tilde{k}_1)$ مشتق گرفته شود رابطه (33) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1(s_1,\tilde{k}_1) = \left({s_1}^{\mathrm{T}} I\dot{s}_1 - {\gamma_1}^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1\right) \tag{33}$$

رابطه (29) را در رابطه (33) قرار داده تا رابطه (34)بدست آید:

$$\dot{V}_1(s_1,\tilde{k}_1) = {s_1}^{\mathrm{T}}\left(-k_{d1}s_1 + \varGamma_1 - \hat{k}_1\frac{s_1}{\|s_1\|}\right) - {\gamma_1}^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1 \tag{34}$$

با ساده‌سازی رابطه (34)، رابطه (35) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1(s_1,\tilde{k}_1) = -{s_1}^{\mathrm{T}}k_{d1}s_1 + \left({s_1}^{\mathrm{T}}\varGamma_1 - \hat{k}_1\|s_1\|\right) - \gamma^{-1}\tilde{k}_1\dot{\hat{k}}_1 \tag{35}$$

${s_1}^{\mathrm{T}}\varGamma_1$ به صورت رابطه (36) ساده می‌شود:

$${s_1}^{\mathrm{T}}\varGamma_1 \leq \|s_1\|\|\varGamma_1\| \leq \|s_1\|k_1 \tag{36}$$

نتیجه بالا در رابطه (35) قرار داده می‌شود و با ساده‌سازی رابطه (37) بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1(s_1,\tilde{k}_1) = -{s_1}^{\mathrm{T}}k_{d1}s_1 + \tilde{k}_1\left(\|s_1\| - {\gamma_1}^{-1}\dot{\hat{k}}_1\right) \tag{37}$$

قسمت دوم رابطه (37) را برابر صفر قرار داده تا قانون تطبیق بدست آید:

$$\dot{\hat{k}}_1 = \gamma\|s_1\| \tag{38}$$

برای جلوگیری از واگرا شدن پارامتر از روش اصلاحی سیگما [20] به صورت رابطه (39) استفاده می‌شود:

$$\dot{\hat{k}}_1 = \gamma\|s_1\| - \sigma_1 k_1 \tag{39}$$

که در آن σ_1 یک ثابت مثبت قابل تنظیم است.

2-3-کنترل لغزشی – تطبیقی حرکت انتقالی

روال کار در این قسمت کاملاً مشابه حالت قبل می‌باشد، با این تفاوت که در این بخش جرم کوادروتور به طور مستقیم با استفاده از قانون تطبیق محاسبه و در قانون کنترل قرار می‌گیرد. رابطه (12) به صورت رابطه (30) بدست می‌آید:

$$m\ddot{\xi} + mg_z + B_t(\dot{\xi}) + d_2(t) = RUe_z \tag{40}$$

به طوری که:

$$\|d_2(t)\| < D_2$$
$$B_t = -F_a$$
$$g_z = -F_g$$
$$e_z = [0 \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}}$$

مدل سیستم در دسترس به صورت رابطه (41) تعریف می‌شود. $\hat{m}$ تخمین جرم کوادروتور می‌باشد:

$$\hat{m}(\ddot{\xi} + \mathrm{g_z}) = R.U \tag{41}$$

ابتدا قبل از طراحی کنترل‌کننده چگونگی محاسبه زوایای چرخش (φ_d) و فراز (θ_d) شرح داده می‌شود، ورودی مجازی U_v به صورت روابط (42) تعریف می‌شوند:

$$U_v = RUe_z = \begin{bmatrix}u_x\\ u_y\\ u_z\end{bmatrix} \tag{42}$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} u_x &= f_1\,U = \left(\mathrm{S}_{\psi_d}\mathrm{S}_{\varphi_d} + \mathrm{C}_{\psi_d}\mathrm{S}_{\theta_d}\mathrm{C}_{\varphi_d}\right)U \\ u_y &= f_2\,U = \left(\mathrm{S}_{\psi_d}\mathrm{S}_{\theta_d}\mathrm{C}_{\varphi_d} - \mathrm{C}_{\psi_d}\mathrm{S}_{\varphi_d}\right)U \\ u_z &= f_3\,U = \left(\mathrm{C}_{\theta_d}\mathrm{C}_{\varphi_d}\right)U \end{aligned} \tag{43}$$

از رابطه (43)، U به صورت رابطه (44) به دست می‌آید:

$$U = \frac{u_z}{f_3} \tag{44}$$

با جایگذاری رابطه (44) در (43) رابطه (45) بدست می‌آید:

$$u_x = \frac{f_1}{f_3}u_z = \left(\frac{\mathrm{S}_{\psi_d}\mathrm{S}_{\varphi_d} + \mathrm{C}_{\psi_d}\mathrm{S}_{\theta_d}\mathrm{C}_{\varphi_d}}{\mathrm{C}_{\theta_d}\mathrm{C}_{\varphi_d}}\right)u_z \tag{45}$$

u_x، u_y، u_z را به توان 2 رسانده و با هم جمع می‌شوند:

$$\begin{aligned} &\left(f_1{}^2 + f_2{}^2 + f_3{}^2\right)U^2 = u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2 \\ &\left(f_1{}^2 + f_2{}^2 + f_3{}^2\right) = 1 \end{aligned} \tag{46}$$

اگر ψ_d برابر صفر در نظر گرفته شود، در نتیجه u_y و u_x به صورت روابط (48,47) ساده می‌شوند:

$$u_x = \tan(\theta_d)u_z \tag{47}$$

$$u_y = -\sin(\varphi_d)U \tag{48}$$

در نهایت ورودی کنترلی U و زوایای مطلوب جهت ردگیری مسیر مرجع به صورت مجموعه روابط (49) بدست می‌آید :

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2} \\ \theta_d &= \arctan\left(\frac{u_x}{u_z}\right) \\ \varphi_d &= \arcsin\left(\frac{-u_y}{\sqrt{u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2}}\right) \\ \psi_d &= 0 \end{aligned} \tag{49}$$

اکنون به طراحی کنترل‌کننده موقعیت با ورودی مجازی U_v پرداخته می‌شود، کلیه مراحل مشابه طراحی کنترل‌کننده حرکت چرخشی می‌باشد، خطای ردگیری e_2، سطح لغزشی s_2، مسیر مرجع $\ddot{\xi}_r$ و $\dot{s}_2$ به صورت مجموعه روابط (50) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} e_2 &= \xi_d - \xi \\ s_2 &= \dot{e}_2 + \Lambda_2 e_2 \\ \ddot{\xi}_r &= \ddot{\xi}_d + \Lambda_2\dot{e}_2 \\ \dot{s}_2 &= \ddot{\xi}_r - \ddot{\xi} \end{aligned} \tag{50}$$

با استفاده از روابط فوق رابطه (51) حاصل می‌شود:

$$m\dot{s}_2 = \left(\ddot{\xi}_r + g_z - \dot{s}_2\right) = U_v \tag{51}$$

قانون کنترل U_v بر اساس مد لغزشی به صورت رابطه (52) معرفی می-شود:

$$U_v = \widehat{U}_v + U_{vd} \tag{52}$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} \widehat{U}_v &= \widehat{m}\left(\ddot{\xi}_r + g_z\right) + k_{d2}s_2 \\ U_{vd} &= k_2\frac{s_2}{\|s_2\|} \end{aligned}$$

با اعمال رابطه (52) به رابطه (51) نتیجه می‌شود:

$$m\dot{s}_2 = \widetilde{m}\left(\ddot{\xi}_r + g_z\right) - k_{d2}s_2 + \Gamma_2 - k_2\frac{s_2}{\|s_2\|} \tag{53}$$

به طوری که Γ_2 عدم قطعیت مجتمع و k_2 حد بالای Γ_2 می‌باشد:

$$\Gamma_2 = B_t(\dot{\xi}) + d_2(t) \quad , \quad k_2 > \|\Gamma_2\| \tag{54}$$

اکنون با معرفی تابع لیاپانوفی به صورت (55) جرم جسم $\widehat{m}$ و همین‌طور حد بالای عدم قطعیت $\hat{k}_2$ تخمین‌زده می‌شود.

$$V_2\left(s_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}\right) = 0.5\left(m s_2{}^{\mathrm{T}}s_2 + \gamma_m{}^{-1}\widetilde{m}^2 + \gamma_2{}^{-1}\tilde{k}_2\right) \tag{55}$$

$\widetilde{m}$، $\tilde{k}_2$ خطای تخمین حد بالای عدم قطعیت و جرم کوادروتور می‌باشند:

$$\widetilde{m} = m - \widehat{m} \quad , \quad \tilde{k}_2 = k_2 - \hat{k}_2 \tag{56}$$

از رابطه (55) مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{V}_2\left(s_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}\right) = s_2{}^{\mathrm{T}}m\dot{s}_2 - \gamma_m{}^{-1}\widetilde{m}\dot{\widehat{m}} - \gamma_2{}^{-1}\tilde{k}_2\dot{\hat{k}}_2 \tag{57}$$

رابطه (53) را در رابطه (57) قرار داده و با ساده‌سازی رابطه (58) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2\left(s_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}\right) = &-s_2{}^{\mathrm{T}}k_{d2}s_2 + \widetilde{m}\left[s_2{}^T\left(\ddot{\xi}_r + g_z\right) + \right. \\ &\left.\gamma_m{}^{-1}\dot{\widehat{m}}\right] + \tilde{k}_2\left(\|s_2\| - \gamma_2{}^{-1}\dot{\hat{k}}_2\right) \end{aligned} \tag{58}$$

قوانین تطبیق به صورت روابط (59) بدست می‌آیند:

$$\dot{\widehat{m}} = \gamma_1 s_2{}^{\mathrm{T}}\left(\ddot{\xi}_r + g_z\right) \quad , \quad \dot{\hat{k}}_2 = \gamma_2\|s_2\| \tag{59}$$

برای جلوگیری از واگرا شدن پارامترهای تطبیق به صورت زیر عمل می-شود:

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{m}} &= \gamma_m s_2{}^{\mathrm{T}}\left(\ddot{\xi}_r + g_z\right) - \sigma_m\widehat{m} \\ \dot{\hat{k}}_2 &= \gamma_2\|s_2\| - \sigma_2\hat{k}_2 \end{aligned} \tag{60}$$

لازم به توضیح است که همگرایی پارامترهای تطبیق (از جمله تخمین جرم) به مقدار واقعی، نیازمند آن است که سیگنال اعمالی به فرآیند که در اینجا همان سیگنال کنترل است از نوع تحریک کامل (PE) باشد. اما با توجه به اینکه در سیستم کنترل حلقه بسته انتخاب سیگنال کنترل با تحریک کامل میسر نیست بعبارتی سیگنال کنترل در حلقه با توجه به طرح کنترلی تولید میشود، بنابراین تضمینی برای همگرایی پارامترهای تطبیق به مقدار واقعی وجود ندارد. آنچه مسلم است پایداری سیستم با توجه به قوانین تطبیق تضمین شده و عملکرد مناسب سیستم نیز با انتخاب بهره‌های تطبیق قابل حصول است.

قوانین کنترل (28) و (52) دارای لرزش در سیگنال کنترل می‌باشند، که موجب ناپایداری سیستم می‌شود. برای حل این مشکل در حالت کلی برای هر دو قانون کنترل می‌توان قسمت U_{vd} و τ_d را به صورت زیر تغییر داد، به طوری که ϵ_1 و ϵ_2 عددی کوچک و مثبت می‌باشد.

$$U_{vd} = k_1\frac{s_1}{\|s_1\| + \epsilon_1} \qquad \epsilon_1 > 0 \tag{61-الف}$$

$$\tau_d = k_2\frac{s_2}{\|s_2\| + \epsilon_2} \qquad \epsilon_2 > 0 \tag{61-ب}$$

4- اثبات پایداری

با توجه به اینکه $\dot{V}_1\left(s_1, \tilde{k}_1\right) \leq 0$ و $\dot{V}_2\left(s_2, \tilde{k}_2\right) \leq 0$ است می‌توان گفت که در تمام زمان‌ها:

$$V_1\left(s_1, \tilde{k}_1\right) \leq V_1\left(s_1(0), \tilde{k}_1(0)\right) \tag{62-الف}$$

$$V_2\left(s_2, \tilde{k}_2, \widetilde{m}\right) \leq V_2\left(s_2(0), \tilde{k}_2(0), \widetilde{m}(0)\right) \tag{62-ب}$$

در نتیجه می‌توان گفت که s_1، s_2، $\tilde{k}_1$، $\tilde{k}_2$ و $\widetilde{m}$ محدود می‌باشند. لذا می‌توان ادعا کرد که e_1، $\dot{e}_1$، e_2 و $\dot{e}_2$ محدود بوده و با فرض اینکه η_d و ξ_d محدود و مشتق مرتبه اول و دوم آنها موجود می‌باشد، در نتیجه تمام متغیرهای سیستم محدود می‌باشند و سیستم پایدار می‌باشد.

5- شبیه سازی

برای اعتبارسنجی قوانین کنترلی ارائه شده سیستم یک کوادروتور به همراه کنترل‌کننده لغزشی تطبیقی مقاوم طراحی شده در نرم افزار متلب با موارد زیر شبیه‌سازی شده است. پارامترهای به کار رفته در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده‌اند:

$$k_{d1} = \mathrm{Diag}(0.8\ , 0.8\ , 0.4)$$

k_{d2} = Diag(0.3 , 0.3 , 0.3)
Λ_1 = Diag(2.5 , 2.5 , 2.5)
Λ_2 = Diag(5 , 5 , 5)
$\gamma_1 = 0.5 \quad , \quad \gamma_2 = 0.5 \quad , \quad \gamma_m = 0.1$
$\sigma_1 = 0.1 \quad , \quad \sigma_2 = 0.08 \quad , \quad \sigma_m = 0.05$

پارامترهای شبیه‌سازی مربوط به کوادروتور در جدول 1 ذکر شده‌اند.

مقادیر اولیه زوایای اویلر (φ, θ, ψ) و موقعیت مکانی (x, y, z) کوادروتور به صورت $\xi(0) = 0$ و $\eta(0) = 0$ در نظر گرفته شده است. مأموریت کوادروتور ردگیری یک مسیر مرجع مارپیچ به صورت است:

$$x_d = 2\sin(t) \;,\; y_d = 2\cos(t) \;,\; z_d = 1 + 0.3t \;,\; \psi_d = 0$$

برای راستی آزمایی کنترل‌کننده طراحی شده، دو اغتشاش با مقاطع متفاوت زمانی به سیستم اعمال می‌شود و 25 % نامعینی برای مقادیر ماتریس اینرسی I در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} W_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] & t < 5 \\ W_1 = [w_{x1} \quad w_{y1} \quad 0 \quad 0 \quad w_{\theta 1} \quad w_{\psi 1}] & 5 \leq t < 15 \\ W_1 = [w_{x2} \quad w_{y2} \quad 0 \quad w_{\varphi 1} \quad 0 \quad w_{\psi 2}] & 15 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] & t < 5 \\ W_1 = [w_{x3} \quad w_{y3} \quad 0 \quad w_{\varphi 2} \quad w_{\theta 2} \quad 0] & 5 \leq t < 20 \\ W_1 = [w_{x4} \quad w_{y4} \quad 0 \quad w_{\varphi 3} \quad 0 \quad w_{\psi 3}] & 20 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

به طوری که:

$$w_{x1} = 2.5[\sin(0.4\pi t) + \cos(0.5\pi t)]$$
$$w_{y1} = -2.5[\sin(0.5\pi t) + \cos(0.4\pi t)]$$
$$w_{x2} = [\sin(0.6\pi t) + \cos(0.5\pi t)]$$
$$w_{y2} = -[\sin(0.5\pi t) + \cos(0.6\pi t)]$$
$$w_{x3} = 1.2[\sin(0.4\pi t) + \cos(0.3\pi t)]$$
$$w_{y3} = -1.2[\sin(0.3\pi t) + \cos(0.4\pi t)]$$
$$w_{x4} = 1.6[\sin(0.5\pi t) + \cos(0.4\pi t)]$$
$$w_{y4} = 1.6[\sin(0.4\pi t) + \cos(0.5\pi t)]$$
$$w_{\varphi 1} = 5[\sin(5\pi t) + \cos(3.5\pi t)]$$
$$w_{\theta 1} = -5[\sin(6\pi t) + \cos(4.5\pi t)]$$
$$w_{\psi 1} = 2.5[\sin(3.5\pi t) + \cos(2.5\pi t)]$$
$$w_{\varphi 2} = 4[\sin(6\pi t) + \cos(5\pi t)]$$
$$w_{\theta 2} = 4[\sin(4\pi t) + \sin(5\pi t)]$$
$$w_{\psi 2} = 1.5[\sin(5\pi t) + \cos(6\pi t)]$$
$$w_{\varphi 3} = 5[\sin(5\pi t) + \cos(3\pi t)]$$
$$w_{\psi 3} = 1.5[\sin(3\pi t) + \cos(4\pi t)]$$

در شکل 2 مسیر ردگیری شده توسط کوادروتور برای هردو عدم قطعیت نشان داده شده است. جهت‌گیری زوایای اویلر محاسبه شده برای ردگیری مسیر توسط کوادروتور در شکل 3 نشان داده شده است.

در شکل 4 خطای ردگیری مربوط به موقعیت مکانی کوادروتور و در شکل5 خطای ردگیری زوایای سه گانه اویلر تحت تاثیر هر دو اغتشاش باد

جدول 1 پارامترهای شبیه‌سازی کوادروتور

Table 1 Parameters for simulation of quadrotor

پارامتر	مقدار	واحد
جرم	0.65	kg
طول هر بازو	0.24	m
اینرسی حول محور x	8.1×10^{-3}	Kg.m[2]
اینرسی حول محور y	8.1×10^{-3}	Kg.m[2]
اینرسی حول محور z	14.2×10^{-3}	Kg.m[2]
اینرسی حول محور گردنده	104×10^{-6}	Kg.m[2]
ضرایب گشتاور اصطکاک (K_r)	Diag(0.045 , 0.052 , 0.075)	N/rad/s
ضرایب نیروی اصطکاک (K_t)	Diag(0.035 , 0.057 , 0.046)	N/m/s
ضریب نیروی رانش (b)	54.2×10^{-6}	N.m/rad/s
ضریب گشتاور پسا (d)	1.1×10^{-6}	N.m/rad/s

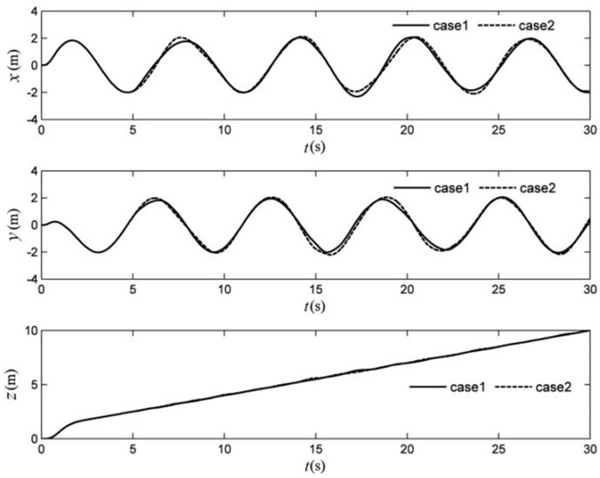

Fig. 2 Position (x, y, z) and trajectory tracking

شکل 2 موقعیت (x, y, z) و ردگیری مسیر مرجع

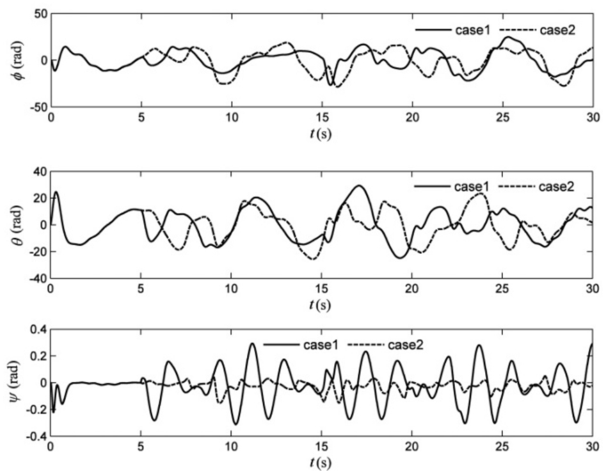

Fig. 3 Tracking of orientation (φ, θ, ψ)

شکل 3 جهت گیری زوایای اویلر

مشاهده می‌شود، به دلیل تقریب استفاده شده جهت جلوگیری از لرزش سیگنال کنترل در رابطه (61) و همچنین قرار گرفتن کوادروتور در معرض باد در بازه زمانی اعمال اغتشاش مقداری خطا در ردگیری مسیر مرجع مشاهده می‌شود که در برابر حفظ تعادل کوادروتور قابل چشم پوشی می‌باشد.

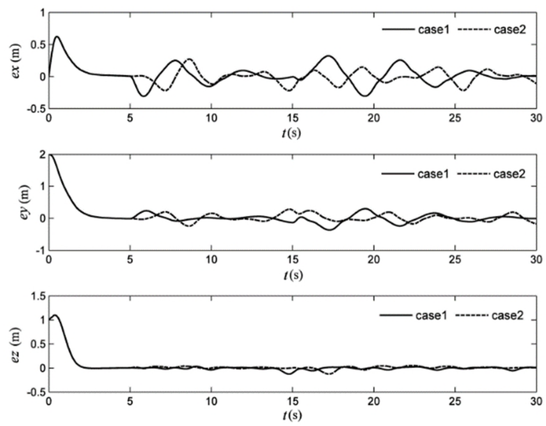

Fig. 4 Error of trajectory tracking

شکل 4 خطای ردگیری مسیر مرجع کوادروتور

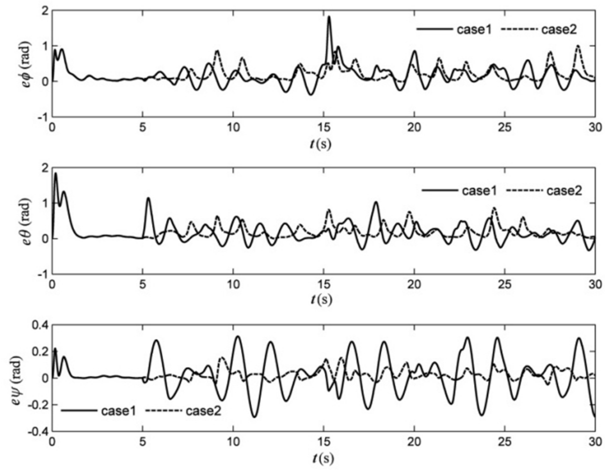

Fig. 5 Error of orientation (φ, θ, ψ)

شکل 5 خطای جهت گیری زوایای اویلر

شکل‌های 6 و 7 سیگنال‌های کنترلی محاسبه شده توسط کنترل‌کننده تحت اغتشاش اول و دوم را نشان می‌دهند. تلاش کنترلی جهت مقابله با تاثیر اغتشاش در این شکل‌ها مشاهده می‌شود.

در شکل 8 تخمین جرم کوادروتور حد بالای عدم قطعیت‌ها نمایش داده شده است. تأثیر استفاده از روش سیگما برای جلوگیری از واگرا شدن پارامترها مشاهده می‌شود. همچنین در زمان آغاز و پایان اعمال اغتشاش دیده می‌شود که تخمین پارامتر و محدوده اغتشاش متناسب با میزان تاثیر اغتشاش می‌باشد.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از روش کنترل لغزشی، کنترل‌کننده تطبیقی مقاومی جهت پایدارسازی و ردگیری مسیر مرجع توسط یک کوادروتور در حضور اغتشاش باد و عدم قطعیت مجتمع شده است. مدل استفاده شده در این پژوهش به روش نیوتن اویلر بدست آمده و شامل اثرات آیرودینامیکی نامطلوب نیز می‌باشد. صرف‌نظر کردن از اثرات نامطلوب مانند اصطکاک و نیروهای مقاوم در فضای خارج از یک محیط بسته و همچنین شرایط جوی متفاوت موجب ناپایداری و سقوط کوادروتور می‌شود. کنترل کننده لغزشی تطبیقی مقاوم طراحی شده، در حضور اغتشاش باد و همینطور عدم اطلاع

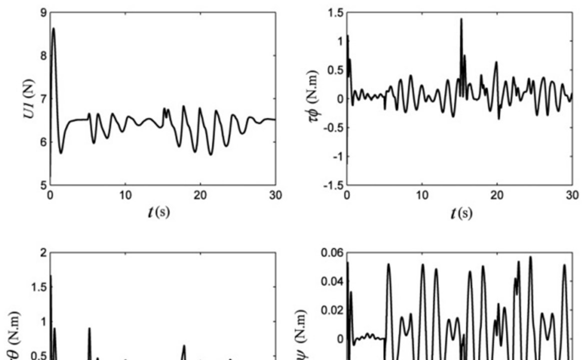

Fig. 6 Control inputs for first disturbance

شکل 6 ورودی‌های کنترل تحت اغتشاش اول

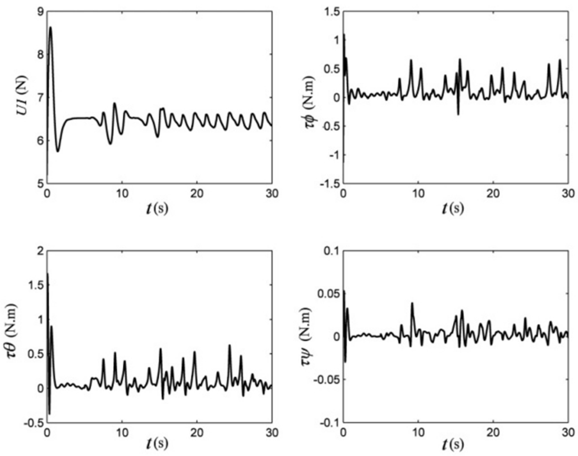

Fig. 7 Control inputs for first disturbance

شکل 7 ورودی‌های کنترل تحت اغتشاش اول

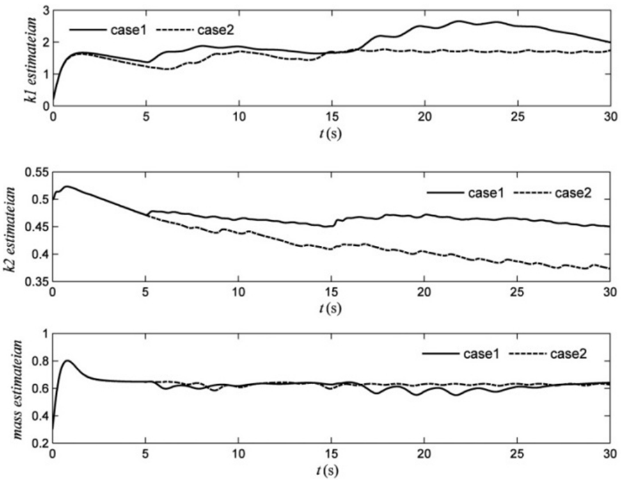

Fig. 8 Mass and uncertainty Estimation

شکل 8 تخمین جرم و عدم قطعیت مجتمع

کامل از ساختار اثرات آیرودینامیکی و سایر عدم قطعیت‌ها به خوبی مقدار مورد نیاز جهت غلبه بر تغییرات ناخواسته را تخمین زده و در قانون کنترل بکار می‌گیرد تا تعادل کوادروتور حفظ شده و از مسیر تعیین شده منحرف نشود . نتایج شبیه‌سازی عملکرد مقاوم سیستم را در حضور اغتشاش نشان می‌دهد.

7- مراجع

[1] P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul, Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft, *Journal of IEEE Transactions on Control systems Technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 510-516, 2004.

[2] E. Altug , J. P.Ostrowski, R. Mahony , Control of a quadrotor helicopter using visual feedback, *Proceedings of the IEEE, International Conference on Robotics and Automation*, United state, WashingtonDC, May, 10-17, 2002.

[3] S. Bouabdallah, *Design and control of quadrotor with application to autonomous flying*, phD Thesis, Lausanne Polytechnic University, zürich, 2007.

[4] M. A. Tofigh, M. Mahjoob, M. Ayati, Modeling and nonlinear tracking control of a novel multi-rotor UAV, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 281-290, 2015. (in persian فارسی)

[5] S. Borji Monfared, A, Kalhor, M. Amiri Atashghah, Robust nonlinear $H_\infty$and MPC control for path tracking of a quadrotor through estimation of system parameters, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 32-42, 2016. (in persian فارسی)

[6] A. A. Mian, D. Wang, Dynamic modeling and nonlinear control strategy for an under-actuated quadrotor rotorcraft, *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, Vol. 9, No. 4, pp. 539-545,2008.

[7] M. Mohammadi, A. Mohammad Shari, Adaptive nonlinear stabilization control for a quadrotor UAV: Theory, Simulation and Experimentation,

Journal of Intelligent Robot Systems,Vol. 72, No. 1, pp. 105-122, 2013.

[8] M. Mirzaie, F. Shabani Nia, H. Mohammadi, Applying Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control to an Underactuted System, *2nd International Conference on control Control, Instrumentation and Automation* (*ICCIA*), *Iran, Shiraz* , Desember, 27-29, 2011

[9] E. Valeria, R. Caldera, S. Lara, J. Guichard, LQR control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation, *International Conference on Electronics, Communications and Computing*, March, 11-13, 2013.

[10] M. Basri, A. Husain, K. A. Danapalsingam, Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle, *Journal of Intelligent Robot System*s, Vol. 79, No. 2, pp. 295-321, 2014.

[11] S. LK. Runcharoon, V.Srichatrapimuk, Sliding Mode Control of quadrotor, *International Conference on Electronics and Computer Engineering*, 9-11, 2013.

[12] G. Yong, S. Zhao Qing, L. Xiao, A Robust adaptive sliding mode control method for attitude control of the quad-rotor, *Advanced Materials Research*,Vol. 852, pp. 391-395 ,2014.

[13] Alireza Modirrousta, Mahdi Khodabandeh, Adaptive Second Order Terminal Backstepping Sliding Mode for Attitude Control of Quadrotor with External Disturbances, *Majlesi Journal of Electrical Engineering*, Vol. 9, No. 2, pp. 51-58, 2015.

[14] Hakim Bouadi, S. Simoes Cunha, A. Drouin and F. Mora-Camino, Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor Attitude Stabilization and Altitude Tracking, *12th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics*, Hungry, Budapest November, 21-22, 2011.

[15] A. Ahmad Mian, D. Wang, Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, No. 3, pp. 261-268, 2008.

[16] S. Islam, P. X. Liu, A. saddik, Nonlinear Adaptive Control For Quadrotor flying Vehicle, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 78, No. 1, pp. 117-133, 2014.

[17] E**.** Suicmez**,** Optimal path tracking control of a quadrotor UAV, *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, United state, Orlando, May 27-30, 2014.

[18] T. Madani, A. Menallegue, Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, China, Beijing, October, 9-15, 2006.

[19] J.J.E. Slotine, and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, pp. 277-307 Prentice Hall, New Jersey, Englewood Cliffs, 1991.

[20] Ioannou P. and J. Sun. *Robust Adaptive Control*, pp. 555-580, Prentice-Hall, New York, Dover Publication, 1996