



کنترل دقیق موقعیت سیستم‌های مکانیکی با اصطکاک بر اساس مدل دینامیکی لوگره

حمید انصاری^۱، امیرحسین دوائی مرکزی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 ۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 * صندوق پستی ۱۶۳-۱۶۷۶۵، markazi@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: ۱۲ اسفند ۱۳۹۱
 پذیرش: ۳۰ تیر ۱۳۹۲
 ارائه در سایت: ۰۵ بهمن ۱۳۹۲
 کلید واژگان:
 مدل دینامیکی لوگره
 رویت گر اصطکاک
 کنترل مد لغزشی
 کنترل فازی تطبیقی

چکیده

وجود اصطکاک در اکثر سیستم‌های کنترلی مکانیکی یک مسأله اجتناب‌ناپذیر است. اصطکاک بر رفتار دینامیکی سیستم‌های کنترلی تأثیر منفی داشته و لازم است در روند طراحی کنترلی، در نظر گرفته شود. به‌طور خاص، برای سیستم‌های حرکتی با کارایی بالا، اصطکاک می‌تواند به‌شدت بر عملکرد سیستم تأثیر گذاشته و باعث ایجاد خطای ماندگار زیاد، افزایش زمان نشست و ایجاد سیکل‌های حدی شود. در این مقاله، راه‌کاری بر مبنای روش مد لغزشی فازی تطبیقی برای کنترل موقعیت سیستم‌های مکانیکی با اصطکاک ارائه شده است. برای طراحی رویت‌گر اصطکاک، از مدل دینامیکی لوگره، که یک مدل مرتبه یک است، استفاده شده است. برخلاف کارهای پیشین، اصطکاک می‌تواند با ضریب بهره متفاوت نسبت به ورودی کنترلی به سیستم اعمال شود. یک الگوریتم تطبیقی برای تخمین نسبت نامعلوم بین بهره‌های ورودی کنترلی و اصطکاک به‌کار گرفته شده است. همچنین، وجود عدم قطعیت در پارامترهای مدل اصطکاک در نظر گرفته شده و ورودی کنترلی مناسب برای غلبه بر این نامعینی‌ها طراحی شده است.

Precise position control of mechanical systems with friction based on the dynamic LuGre model

Hamid Ansari¹, Amir Hossein Davaie Markazi^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran.
 2- Department of Mechanical Engineering, Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran.
 *P.O.B. 16765- 163 Tehran, markazi@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 02 March 2013
 Accepted 21 July 2013
 Available Online 25 January 2014

Keywords:

Dynamic LuGre Model
 Friction Observer
 Sliding Mode Control
 Adaptive Fuzzy Control

ABSTRACT

Friction is an inevitable issue in most of mechanical servo systems. Friction has a counter-effect on the dynamic performance of servo mechanisms and needs to be considered in the design process. Particularly, in high-performance motion systems, friction can severely deteriorate performance and can cause tracking errors, longer settling time and limit cycles. In this paper, a new method is presented based on the adaptive fuzzy sliding mode control strategy for position control of mechanical systems. The first order dynamic LuGre model is used for the design of friction observer. Unlike previous papers, the control input and friction are applied to the system with non-equal gains. An adaptive law is employed for the estimation of the ratio between the gains of input and friction terms. Various uncertainties on parameters of friction also are considered and an appropriate control strategy is designed to tackle these uncertainties.

۱- مقدمه

از این رو، لازم است که تا حد امکان، اصطکاک توسط یک مدل مناسب مدل شده و پارامترهای این مدل شناسایی شوند.

مدل‌های ارائه‌شده برای اصطکاک را می‌توان به دو دسته کلی مدل‌های استاتیکی و مدل‌های دینامیکی تقسیم کرد. مدل‌های استاتیکی، اصطکاک را به‌صورت تابعی استاتیکی از سرعت نسبی بین سطوح تماس در نظر می‌گیرند. مدل‌های کلاسیک مشابه مدل کولمب از این دسته هستند. از طرفی، آزمایش‌های عملی که در دهه‌های اخیر انجام شده نشان می‌دهد که برخی پدیده‌های اصطکاک از جمله اثر استریک^[۱]، حرکت پیش از لغزش^[۲] و پس‌افت اصطکاک^[۳] را نمی‌توان با مدل‌های استاتیکی تشریح کرد. بنابراین

در سیستم‌های کنترلی با کارایی بالا، وجود اصطکاک ممکن است به‌شدت بر عملکرد سیستم تأثیر بگذارد و باعث ایجاد تأثیرات منفی مثل افزایش خطای ردیابی، افزایش زمان نشست و ایجاد سیکل‌های حدی^۱ شود. از طرفی، نیاز سیستم‌های کنترلی امروزی به دقت و سرعت بالا، ایجاب می‌کند که وجود اصطکاک در طراحی کنترلی در نظر گرفته شود. یک روش معمول برای جبران‌سازی اصطکاک، استفاده از پیش‌خوراند^۲ است. به این صورت که مقدار اصطکاک در سیستم به صورت آنی محاسبه شده و مقدار محاسبه شده به‌شکل مناسب در جهت غلبه بر اصطکاک به ورودی کنترلی اضافه می‌شود.

3- Stribeck effect
 4- Pre-sliding displacement
 5- Frictional lag

1- Limit cycle
 2- Feedforward

Please cite this article using:

H. Ansari, A.H. Davaie Markazi, Precise position control of mechanical systems with friction based on the dynamic LuGre model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 1-9, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

می‌کنند، افزایش یافته است. در میان روش‌های کنترل غیرخطی، کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی^۳، براساس تئوری کلاسیک کنترل مد لغزشی و با بهره جستن از خاصیت تقریب‌گری سیستم‌های فازی در کنار روابط تطبیقی، روشی را ارائه می‌کند که کمترین حساسیت را به عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی داشته و قابل پیاده‌سازی برای طیف گسترده‌ای از سیستم‌های غیرخطی با معادلات نامعلوم است [۱۶].

در این مقاله، یک روش بر مبنای الگوریتم مد لغزشی فازی تطبیقی برای کنترل دقیق موقعیت سیستم‌های مکانیکی در حضور اصطکاک دینامیکی، ارائه شده است. برخلاف بسیاری از روش‌های ارائه شده قبلی، روش ارائه شده در این مقاله قابل پیاده‌سازی روی دسته گسترده‌ای از سیستم‌های مکانیکی با معادلات غیرخطی و پارامترهای نامعلوم می‌باشد. یک معادله رؤیت‌گر جدید بر مبنای مدل دینامیکی لوگره برای تخمین متغیر حالت اصطکاک ارائه شده، به گونه‌ای که پایداری مجانبی سیستم را تضمین می‌کند. علاوه بر این، حالتی در نظر گرفته شده که در معادله دینامیکی سیستم، ورودی کنترلی و نیروی اصطکاک با بهره‌های متفاوت و با نسبت ثابت و نامعلوم به سیستم اعمال شوند. در این شرایط، یک قانون تطبیقی برای تخمین نسبت بین بهره‌های ورودی کنترلی و نیروی اصطکاک ارائه شده است.

در ادامه، در بخش دوم مقاله مدل دینامیکی لوگره و معادلات حاکم بر آن تشریح می‌شود. در بخش سوم، مختصری در مورد روش کنترلی مد لغزشی فازی تطبیقی توضیح داده می‌شود. در بخش چهارم به طراحی کنترلی و رؤیت‌گر اصطکاک برای سیستم‌های مکانیکی و اثبات پایداری الگوریتم ارائه شده پرداخته می‌شود. در بخش پنجم یک روش برای مقابله با پدیده شوریدگی^۴ معرفی می‌شود. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن عملکرد الگوریتم ارائه شده در بخش ششم آورده خواهد شد.

۲- مدل دینامیکی لوگره

نیروی اصطکاک در مدل لوگره به این صورت مدل می‌شود:

$$F_d = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \ddot{x}_r \quad (1)$$

که در آن z متغیر حالت مدل لوگره است، \dot{x}_r سرعت نسبی بین سطوح در حال تماس است و σ_0 ، σ_1 و σ_2 ضرایب سختی و استهلاک در مدل لوگره را نشان می‌دهند. معادله دینامیکی مدل لوگره به صورت زیر بیان می‌شود [۱۴]:

$$\dot{z} = \dot{x}_r - \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} z \quad (2)$$

که در آن $h(\dot{x}_r)$ تابعی مثبت با مقدار محدود از سرعت نسبی است. یک بیان برای تابع $h(\dot{x}_r)$ به این صورت است:

$$h(\dot{x}_r) = \frac{1}{\sigma_0} \left(F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{x}_r}{x_s}\right)^2} \right) \quad (3)$$

در معادله (۳)، F_c نیروی اصطکاک کولمب یعنی مقدار اصطکاک حاصل از تماس جامد با جامد در سرعت ثابت است، F_s نیروی جدایش یعنی نیروی لازم برای شروع حرکت نسبی بین دو سطح را نشان می‌دهد، که معمولاً از اصطکاک کولمب بزرگ‌تر است و x_s سرعت استریک نامیده می‌شود، یعنی سرعتی که اثر استریک در آن اتفاق می‌افتد.

لم [۱۴]: متغیر حالت z محدود است، یعنی همواره داریم $z \leq a$ ، که a یک مقدار مثبت است.

تابع $h(\dot{x}_r)$ هم بر رفتار حالت گذرا و هم بر رفتار حالت پایای اصطکاک، یعنی زمانی که سرعت نسبی ثابت می‌ماند، تأثیر می‌گذارد. برای شرایط پایا با

در سال‌های اخیر، به دلیل این که انتظارات از کنترل دقیق سیستم‌ها بیشتر شده و سخت‌افزارهای جدید نیز توانایی پیاده‌سازی کنترل‌های جدید را ایجاد کرده‌اند، توجه‌ها به سمت دینامیک اصطکاک کشیده شده است. مدل‌های دینامیکی، اصطکاک را با استفاده از یک معادله فضای حالت دینامیکی بیان می‌کنند. سرعت نسبی بین سطوح، ورودی مدل فضای حالت است و با توجه به مرتبه دینامیکی مدل، تعداد متغیرهای حالت اصطکاک متغیر است. مدلی که برای جبران‌سازی دقیق اصطکاک انتخاب می‌شود باید از طرفی توانایی تشریح مناسب پدیده‌های اصطکاک را داشته باشد و از سوی دیگر محاسبات آن به اندازه کافی ساده بوده تا در پیاده‌سازی عملی کمترین تأخیر را در سیستم ایجاد کند. یکی از مدل‌های دینامیکی که در سال‌های اخیر ارائه شده و مورد توجه محققان در زمینه جبران‌سازی اصطکاک قرار گرفته، مدل لوگره [۴] است. این مدل، یک مدل دینامیکی مرتبه یک، دارای یک متغیر حالت است که قادر است بسیاری از پدیده‌های مشاهده شده اصطکاک را توصیف کند.

برای محاسبه نیروی اصطکاک با استفاده از مدل لوگره، لازم است که متغیر حالت اصطکاک محاسبه شود. اما این متغیر حالت مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیست. بنابراین، برای محاسبه آن نیاز به طراحی یک رؤیت‌گر است. روش‌های مختلفی در زمینه طراحی رؤیت‌گر و کنترلی بر مبنای مدل لوگره ارائه شده است. در مرجع [۵] جبران‌سازی تطبیقی با استفاده از کنترلی خطی برای مکانیزم سرو DC انجام شده است. در این کار، تغییرات پارامترهای مدل در اثر تغییر نیروی عمودی و دما مورد بررسی قرار گرفته است. در [۶]، روش ارائه شده در [۵] روی یک ربات هیدرولیکی صنعتی پیاده‌سازی شده است. یک کنترلی مدل مینا برای کنترل دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی با اصطکاک در [۷] ارائه شده است. در [۸] روشی برای شناسایی پارامترهای مدل دینامیکی اصطکاک در حوزه فرکانس معرفی شده است. کنترل سرو سیستم‌های دقیق با اصطکاک دینامیکی با استفاده از کنترلی ساختار متغیر در [۹] بررسی شده است. در [۱۰] کنترل مد لغزشی و رؤیت‌گر تطبیقی برای جبران اصطکاک استفاده شده و برای تخمین عدم قطعیت‌ها، از یک سیستم شبکه عصبی کمک گرفته شده است. روش دیگری بر مبنای رؤیت‌گر و کنترلی مد لغزشی با استفاده از روابط تطبیقی در [۱۱] ارائه شده است. در [۱۲] یک رؤیت‌گر اصطکاک در کنار کنترلی مد لغزشی برای کنترل موقعیت دقیق استفاده شده و وجود عدم قطعیت در ضرایب مدل در نظر گرفته شده است. همچنین، از یک سیستم فازی-عصبی برای جبران عدم قطعیت‌ها استفاده شده است. رؤیت‌گر ارائه شده در [۱۲]، در [۱۳] به همراه کنترل پسگام^۲ برای جبران اصطکاک به کار گرفته شده است. در [۱۴] و [۱۵] از خطی‌سازی نقطه به نقطه مدل و طراحی رؤیت‌گر اصطکاک براساس تئوری‌های رؤیت‌گر خطی استفاده شده است.

اشکال عمده روش‌های ذکر شده در بالا این است که مسأله جبران‌سازی اصطکاک را برای یک سیستم خاص و به طور معمول برای سیستم خطی اینرسی ساده و یا یک سیستم با معادلات مشخص در نظر گرفته‌اند. همچنین، در کارهای گذشته، همواره شرایطی در نظر گرفته شده که اصطکاک به طور مستقیم و با بهره یکسان با ورودی کنترلی بر سیستم تأثیر می‌گذارد. شرایطی که ممکن است همواره برقرار نباشد. از طرفی، در سال‌های اخیر تمایل به الگوریتم‌های کنترلی که حساسیت کمتری نسبت به مدل سیستم تحت کنترل داشته و از روش‌های تطبیقی و بی‌نیاز به مدل سیستم استفاده

3- Adaptive fuzzy sliding mode control
4- Chattering phenomenon

1- LuGre
2- Backstepping control

صفر قرار دادن \dot{x} از معادله (۲) داریم [۴]:

$$z_{ss} = \frac{\dot{x}_r}{|\dot{x}_r|} h(\dot{x}_r) = h(\dot{x}_r) \text{sgn}(\dot{x}_r) \quad (4)$$

و نیروی اصطکاک حالت پاپا نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_{ss}(\dot{x}_r) = \sigma_0 h(\dot{x}_r) \text{sgn}(\dot{x}_r) + \sigma_2 \dot{x}_r \quad (5)$$

که $\text{sgn}(\cdot)$ تابع علامت را نشان می‌دهد. با قرار دادن \dot{x} از (۲) در (۱)، نیروی اصطکاک بر حسب متغیر حالت z به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_d = \Phi(\dot{x}_r)z + \sigma_3 \dot{x}_r \quad (6)$$

که در آن

$$\Phi(\dot{x}_r) = \sigma_0 - \sigma_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \quad (7)$$

و

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (8)$$

برای محاسبه نیروی اصطکاک از (۶) نیاز به داشتن مقدار متغیر حالت z است. اما این مقدار به طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست. بنابراین، در بخش چهارم یک رؤیت‌گر طراحی خواهد شد که این مقدار را تخمین بزند.

۳- کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی

سیستم دینامیکی مرتبه n با معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g_u u \quad (9)$$

که در آن $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ بردار متغیرهای حالت سیستم است؛ $f(\cdot)$ تابعی هموار و نامعلوم از متغیرهای حالت است؛ u ورودی کنترلی است و g_u ضریب بهره‌ورودی کنترلی می‌باشد که فرض می‌شود دارای مقدار نامعلوم ولی علامت مشخص می‌باشد. با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، سطح لغزش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(t) = \{x | s(x) = 0\} \quad (10)$$

که در آن

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x}(t) \quad (11)$$

در معادله (۱۱)، λ مقدار ثابت و مثبتی است و $\tilde{x}(t)$ خطای ردیابی ورودی مرجع است که به این شکل بیان می‌شود:

$$\tilde{x}(t) = x_d(t) - x(t) \quad (12)$$

که $x_d(t)$ سیگنال ورودی مرجع می‌باشد. با مشتق‌گیری از (۱۱) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x}(t) = \left(\frac{d^n}{dt^n} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^{n-1} \lambda^i \frac{d^{n-i}}{dt^{n-i}}\right) \tilde{x}(t) \\ &= x_d^{(n)} - x^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^{n-1} \lambda^i \frac{d^{n-i}}{dt^{n-i}} \tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ می‌باشد. مقدار ورودی معادل برای شرایطی که $\dot{s} = 0$ باشد، با قرار دادن (۹) در (۱۳) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u_{eq} = g_u^{-1} \left[-f(x) + x_d^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i^{n-1} \lambda^i \frac{d^{n-i}}{dt^{n-i}} \tilde{x} \right] \quad (14)$$

برای محاسبه ورودی معادل از (۱۴)، نیاز به معلوم بودن توابع و پارامترهای سیستم است. اما این شرایط همیشه برقرار نیست. بنابراین، از یک سیستم فازی با ورودی s و خروجی u^{fuz} با n_r قاعده فازی اگر و آن‌گاه به فرم زیر برای تقریب ورودی معادل استفاده می‌شود [۱۶]:

$$r = 1, 2, \dots, n_r, u^{fuz} = \theta^r \text{ است، آنگاه } A^r$$

که در آن θ^r خروجی تک مقداری فازی مربوط به قاعده r ام بوده و A^r مجموعه فازی است که توسط تابع عضویت $\mu_{A^r}(s)$ مشخص می‌شود. خروجی

سیستم فازی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u^{fuz} = \theta^T W \quad (15)$$

که در آن $\theta = [\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^{n_r}]^T$ بردار خروجی‌های سیستم فازی و $W = [w^1, w^2, \dots, w^{n_r}]^T$ بردار ضرایب تأثیر هر قانون فازی را نشان می‌دهد. W^T به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$w^r = \frac{\mu_{A^r}(s)}{\sum_{r=1}^{n_r} \mu_{A^r}(s)} \quad (16)$$

طبق قضیه تقریب عمومی [۱۹]، سیستم فازی بیان شده با (۱۵) و (۱۶) یک تقریب‌گر عمومی است. یعنی قادر است هر تابع پیوسته با ورودی‌هایی متعلق به یک مجموعه فشرده \mathcal{X} را با هر میزان دقت دلخواه تخمین بزند. بنابراین، برای صحت استفاده از تقریب فازی، با توجه به (۱۴) فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

فرض ۱: $x_d^{(n)}$ دارای مقدار محدود و هموار است.

فرض ۲: متغیرهای حالت سیستم متعلق به مجموعه فشرده Ω_X هستند که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Omega_X = \{X \in R^n : \|X\| \leq M_X < \infty\} \quad (17)$$

در این صورت بردار خروجی بهینه θ^* به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \left\{ \sup_{x \in \Omega_X} |\theta^T W - u_{eq}| \right\} \quad (18)$$

خطای تقریب ایده‌آل با استفاده از مقدار بهینه θ^* به شکل زیر است:

$$\psi = u_{eq} - \theta^{*T} W \quad (19)$$

فرض می‌شود ψ محدود باشد، یعنی:

$$|\psi| \leq \Psi \quad (20)$$

که Ψ مقداری ثابت و مثبت است. اما مقدار بهینه θ^* قابل محاسبه نیست. بنابراین، از رابطه تطبیقی زیر برای تخمین این مقدار استفاده می‌کنیم [۱۶]:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\tilde{\theta} = \alpha W \text{sgn}(g_u) s \quad (21)$$

که در آن α یک ثابت مثبت است که توسط طراح تعیین می‌شود، $\tilde{\theta}$ مقدار تخمینی θ^* است و $\tilde{\theta}$ خطای تخمین است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{\theta}(t) = \theta^* - \tilde{\theta}(t) \quad (22)$$

از طرفی، مقدار حد بالای خطای تقریب Ψ به راحتی قابل تعیین نیست. بنابراین، یک رابطه تطبیقی نیز برای تقریب Ψ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۶]:

$$\dot{\tilde{\Psi}} = -\tilde{\Psi} = \beta |s| \quad (23)$$

که β مقدار مثبتی است که توسط طراح تعیین می‌شود، $\tilde{\Psi}$ مقدار تخمینی محاسبه شده برای Ψ است و $\tilde{\Psi}$ خطای تخمین به صورت زیر است:

$$\tilde{\Psi}(t) = \Psi - \tilde{\Psi}(t) \quad (24)$$

حال، ورودی کنترلی برای سیستم (۹) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$u = \hat{u}^{fuz}(\tilde{\theta}, s) + u_{rb}(s) \quad (25)$$

که در آن

$$\hat{u}^{fuz} = \tilde{\theta}^T W \quad (26)$$

و

$$u_{rb} = \tilde{\Psi} \text{sgn}(g_u) \text{sgn}(s) \quad (27)$$

حال اگر (۲۵) را در (۹) قرار دهیم، مقدار $x^{(n)}$ به دست می‌آید. با جای‌گذاری مقدار حاصل در (۱۳) و با استفاده از (۱۴)، (۱۹)، (۲۲) و (۲۶) خواهیم داشت:

$$\dot{s} = g_u \left[\tilde{\theta}^T W + \psi - u_{rb} \right] \quad (28)$$

قضیه زیر، پایداری سیستم ذکر شده را بررسی می‌کند.

1- Universal approximation theorem

2- Compact set

سطح لغزش برای این سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s = \dot{x} + \lambda \tilde{x} \quad (36)$$

با مشتق گیری از (36) خواهیم داشت:

$$\dot{s} = \dot{x}_d - \ddot{x} + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (37)$$

با قرار دادن برابر صفر و با استفاده از (35)، ورودی معادل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{eq} = u_{eq}^{nf} + \gamma F_d \quad (38)$$

که در آن u_{eq}^{nf} معادل ورودی معادل برای سیستمی است که اصطکاک در آن وجود ندارد و از معادله زیر به دست می‌آید:

$$u_{eq}^{nf} = g_u^{-1} [\ddot{x}_d - f(X) + \lambda \dot{\tilde{x}}] \quad (39)$$

از آنجایی که پارامترهای سیستم نامشخص هستند، از سیستم فازی (26) با تنظیم تطبیقی ضرایب توسط (21) برای تقریب u_{eq}^{nf} استفاده می‌شود. از طرف دیگر، چون متغیر حالت z قابل اندازه‌گیری نیست، مقدار F_d را نمی‌توان مستقیماً از (6) محاسبه کرد. علاوه بر این، وجود عدم قطعیت در پارامترهای شناسایی شده اصطکاک، محاسبه دقیق اصطکاک را غیر ممکن می‌کند. بنابراین، یک رؤیت‌گر برای تخمین متغیر حالت z نیروی اصطکاک با استفاده از مقادیر نامی پارامترها طراحی می‌شود. فرض کنید مقادیر نامی شناسایی شده برای پارامترهای مدل اصطکاک با $\bar{\sigma}_0$ ، $\bar{\sigma}_1$ و $\bar{\sigma}_2$ نشان داده شوند که اختلاف آن‌ها با مقادیر واقعی به صورت زیر باشد:

$$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0 - \bar{\sigma}_0 \quad (40-الف)$$

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 - \bar{\sigma}_1 \quad (40-ب)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 - \bar{\sigma}_2 \quad (40-ج)$$

همچنین، فرض کنید تابع $h(\dot{x}_r)$ در (2) مشخص باشد. حال، رؤیت‌گر زیر برای تخمین اصطکاک در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{z} = \dot{x}_r - \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \dot{z} + \mu \bar{\Phi}(\dot{x}_r) \text{sgn}(g_f) s \quad (41)$$

که در آن \dot{z} مقدار تخمینی برای z است، μ یک مقدار ثابت و مثبت است و تابع $\bar{\Phi}(\dot{x}_r)$ از قرار دادن مقادیر نامی پارامترها در رابطه (7) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{\Phi}(\dot{x}_r) = \bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \quad (42)$$

رابطه خطای رؤیت‌گر با کم کردن (41) از (2) به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\dot{z} = -\frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \dot{z} - \mu \bar{\Phi}(\dot{x}_r) \text{sgn}(g_f) s \quad (43)$$

با استفاده از مقادیر نامی پارامترها و مقدار تخمینی z ، مقدار نیروی اصطکاک \hat{F}_d تخمین زده می‌شود:

$$\hat{F}_d = \bar{\Phi}(\dot{x}_r) \dot{z} + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r \quad (44)$$

که در آن $\bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2$ است که در مقایسه با مقدار واقعی دارای خطای تخمینی نیروی اصطکاک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_d - \hat{F}_d = \Phi(\dot{x}_r) z + \sigma_3 \dot{x}_r - (\bar{\Phi}(\dot{x}_r) \dot{z} + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r) \\ = \bar{\Phi}(\dot{x}_r) \dot{z} + \left(\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \right) z + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r \quad (45)$$

نسبت بین ضرایب بهره‌ورودی و اصطکاک، γ ، که در معادله (38) آمده نیز ممکن است نامشخص باشد. بنابراین رابطه تطبیقی زیر را برای محاسبه آن در نظر می‌گیریم:

$$\dot{\gamma} = -\dot{\gamma} = \eta \hat{F}_d \text{sgn}(g_u) s \quad (46)$$

که η یک مقدار ثابت و مثبت است، $\hat{\gamma}$ مقدار تخمینی γ ، و $\tilde{\gamma}$ خطای تخمین به صورت $\tilde{\gamma} = \gamma - \hat{\gamma}$ می‌باشد.

قضیه 1 [16]: سیستم دینامیکی (9) را در نظر بگیرید. اگر ورودی کنترلی از رابطه (25) محاسبه شود که در آن تخمین فازی ورودی معادل با رابطه (26) است و ضرایب آن از رابطه (20) به دست می‌آید، همچنین u_{rb} ورودی مقاوم برای غلبه بر خطای تخمین و اغتشاشات خارجی است که از رابطه (27) محاسبه شده و مقدار محدوده خطا در آن توسط رابطه (23) تنظیم می‌شود، آن‌گاه، سیستم ورودی مرجع را به صورت مجانبی دنبال می‌کند.

اثبات: تابع مثبت معین زیر به عنوان تابع لیاپانوف در نظر گرفته می‌شود:

$$V_1(s, \bar{\theta}, \bar{\Psi}) = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2\alpha} |g_u| \bar{\theta}^T \bar{\theta} + \frac{1}{2\beta} |g_u| \bar{\Psi}^2 \quad (29)$$

با مشتق گیری از (29) و جای گذاری (21)، (23)، (27) و (28) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s\dot{s} + \frac{1}{\alpha} |g_u| \bar{\theta}^T \dot{\bar{\theta}} + \frac{1}{\beta} |g_u| \bar{\Psi} \dot{\bar{\Psi}} \\ &= s g_u \left(\bar{\theta}^T W + \psi - \bar{\Psi} \text{sgn}(g_u) \text{sgn}(s) \right) \\ &\quad - \frac{1}{\alpha} |g_u| \bar{\theta}^T \alpha W \text{sgn}(g_u) s \\ &\quad - \frac{1}{\beta} |g_u| (\bar{\Psi} - \beta) \beta |s| \\ &= s g_u \psi - |s| |g_u| \bar{\Psi} \\ &\leq -|s| |g_u| (\bar{\Psi} - |\psi|) \leq 0 \end{aligned} \quad (30)$$

از آنجایی که مشتق تابع لیاپانوف منفی نیمه معین است، پایداری از دیدگاه لیاپانوف اثبات می‌شود، یعنی مقادیر s ، $\bar{\theta}$ ، و $\bar{\Psi}$ محدود می‌مانند. حال تابع زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\Gamma(t) = |s| |g_u| (\bar{\Psi} - |\psi|) \leq -\dot{V}_1 \quad (31)$$

با انتگرال گیری از (31) خواهیم داشت:

$$\int_0^t \Gamma(\tau) d\tau \leq V_1(0) - V_1(t) \quad (32)$$

چون $V_1(0)$ کران دار است و $V_1(t)$ غیرافزایشی است، می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Gamma(\tau) d\tau \leq \infty \quad (33)$$

از طرفی می‌دانیم که تابع قدر مطلق یک تابع پیوسته یکنواخت است و مقادیر s و $\bar{\Psi}$ نیز دارای مشتق محدود و پیوسته یکنواخت هستند. بنابراین تابع $\Gamma(t)$ یک تابع پیوسته یکنواخت است. از این رو، طبق لم باربلات [17] نتیجه می‌شود که $\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = 0$. از این رو، طبق (31) می‌توان گفت مقدار متغیر لغزش s و در نتیجه خطای ردیابی به صورت مجانبی به صفر میل می‌کند، یعنی $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0$.

4- طراحی رؤیت‌گر اصطکاک و کنترلر براساس مدل لوگره و کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی

یک سیستم مکانیکی را که معادلات حاکم بر رفتار آن به صورت زیر بیان می‌شود، در نظر بگیرید:

$$\ddot{x} = f(X) + g_u u - g_f F_d \quad (34)$$

که در آن $X = [x, \dot{x}]^T = [x_1, x_2]^T$ بردار متغیرهای حالت سیستم یعنی موقعیت و سرعت خطی یا دورانی را نشان می‌دهد؛ $f(x)$ تابعی هموار و نامعلوم از متغیرهای حالت است؛ u نمایانگر ورودی کنترلی است؛ F_d نیروی اصطکاک در سیستم را بیان می‌کند که از معادله (6) به دست می‌آید و g_u و g_f به ترتیب بهره‌های ورودی کنترلی و نیروی اصطکاک هستند که فرض می‌شود دارای مقدار نامشخص و علامت مشخص باشند. با تعریف نسبت تبدیل به صورت $\gamma = g_u^{-1} g_f$ رابطه (34) را می‌توان به صورت زیر باز نویسی کرد.

$$\ddot{x} = f(X) + g_u (u - \gamma F_d) \quad (35)$$

حال ورودی کنترلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u = \hat{u}^{fuz} + \hat{\gamma} \hat{F}_d + u_{rb} \quad (47)$$

با جاگذاری (47) در (35) و با توجه به (37) خواهیم داشت:

$$\dot{s} = g_u \left[\psi + \gamma \left(\left(\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \right) z + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r \right) + \bar{\theta}^T W + \hat{\gamma} F_d - u_{rb} \right] + g_r \bar{\Phi}(\dot{x}_r) \bar{z} \quad (48)$$

برای ساده‌سازی، متغیر ϵ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\epsilon = \psi + \gamma \left(\left(\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \right) z + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r \right) \quad (49)$$

بنابراین معادله (48) به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\dot{s} = g_u \left[\epsilon + \bar{\theta}^T W + \hat{\gamma} F_d - u_{rb} \right] + g_r \bar{\Phi}(\dot{x}_r) \bar{z} \quad (50)$$

چون پارامترهای نامی و واقعی مدل اصطکاک محدود هستند و طبق لم ۱، متغیر حالت z نیز محدود است، می‌توان رابطه نامساوی زیر را نوشت:

$$\begin{aligned} |\epsilon| &= \left| \psi + \gamma \left(\left(\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma}_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} \right) z + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r \right) \right| \\ &\leq |\psi + \gamma \bar{\sigma}_0 z| + \left| -\gamma \bar{\sigma}_1 \frac{|\dot{x}_r|}{h(\dot{x}_r)} z + \bar{\sigma}_3 \dot{x}_r \right| \\ &\leq |\psi + \gamma \bar{\sigma}_0 z| + \left(\left| \frac{\gamma \bar{\sigma}_1}{h(\dot{x}_r)} z \right| + |\bar{\sigma}_3| \right) |\dot{x}_r| \\ &\leq \Psi_1 |\dot{x}_r| + \Psi_2 \end{aligned} \quad (51)$$

که در آن Ψ_1 و Ψ_2 مقادیر ثابت و مثبتی هستند که محدوده خطای تخمین و عدم قطعیت‌ها را مشخص می‌کنند. برای تخمین این دو مقدار، از روابط تطبیقی زیر استفاده می‌شود:

$$\hat{\Psi}_1 = -\dot{\Psi}_1 = \beta_1 |\dot{x}_r| |s| \quad (52)$$

$$\hat{\Psi}_2 = -\dot{\Psi}_2 = \beta_2 |s| \quad (53)$$

که در آن β_1 و β_2 ضرایب مثبت و ثابت هستند، $\hat{\Psi}_1$ و $\hat{\Psi}_2$ به ترتیب مقادیر تخمینی Ψ_1 و Ψ_2 می‌باشند و $\hat{\Psi}_1$ و $\hat{\Psi}_2$ خطای تخمین را نشان می‌دهند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{\Psi}_1 = \Psi_1 - \hat{\Psi}_1 \quad (54)$$

$$\tilde{\Psi}_2 = \Psi_2 - \hat{\Psi}_2 \quad (55)$$

حال، ورودی کنترلی مقاوم u_{rb} را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$u_{rb} = (\hat{\Psi}_1 |\dot{x}_r| + \hat{\Psi}_2) \text{sgn}(g_u) \text{sgn}(s) \quad (56)$$

قضیه زیر، پایداری روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

قضیه ۲: سیستم دینامیکی (35) را در نظر بگیرید. اگر ورودی کنترلی از رابطه (47) محاسبه شود که در آن تخمین فازی ورودی معادل با رابطه (26) است و ضرایب آن با رابطه (21) به دست می‌آید، مقدار تخمین زده شده برای اصطکاک است که با توجه به روابط (41) و (44) محاسبه می‌شود، $\hat{\gamma}$ تخمین ضریب تناسب γ است که توسط (46) به دست می‌آید و u_{rb} ورودی مقاوم برای غلبه بر خطای تخمین و عدم قطعیت‌هاست که از رابطه (56) محاسبه شده و مقادیر محدوده خطا در آن توسط روابط (52) و (53) تنظیم می‌شوند؛ آن‌گاه، سیستم حلقه بسته ورودی مرجع را به صورت مجانبی دنبال می‌کند.

اثبات: تابع مثبت معین زیر به عنوان تابع لیاپانوف در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} V_2 = \frac{1}{2} s^2 + \frac{|g_r|}{2\mu} \bar{z}^2 + \frac{|g_u|}{2\alpha} \bar{\theta}^T \bar{\theta} + \frac{|g_u|}{2\beta_1} \tilde{\Psi}_1^2 + \frac{|g_u|}{2\beta_2} \tilde{\Psi}_2^2 \\ + \frac{|g_u|}{2\eta} \tilde{\gamma}^2 \end{aligned} \quad (57)$$

با مشتق گیری از (57) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = s \dot{s} + \frac{|g_r|}{\mu} \bar{z} \dot{\bar{z}} + \frac{|g_u|}{\alpha} \bar{\theta}^T \dot{\bar{\theta}} + \frac{|g_u|}{\beta_1} \tilde{\Psi}_1 \dot{\tilde{\Psi}}_1 + \frac{|g_u|}{\beta_2} \tilde{\Psi}_2 \dot{\tilde{\Psi}}_2 \\ + \frac{|g_u|}{2\eta} \dot{\tilde{\gamma}} \end{aligned} \quad (58)$$

با جای‌گذاری مقادیر تعیین شده در صورت قضیه و با استفاده (43) و (50)، رابطه (58) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{V}_2 = s g_u \left(\epsilon - (\hat{\Psi}_1 |\dot{x}_r| + \hat{\Psi}_2) \text{sgn}(g_u) \text{sgn}(s) \right) - \frac{|g_r| |\dot{x}_r|}{\mu h(\dot{x}_r)} \bar{z}^2 \quad (59)$$

از رابطه (59) می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\dot{V}_2 \leq -|s| |g_u| (\hat{\Psi}_1 |\dot{x}_r| + \hat{\Psi}_2 - \epsilon) - \frac{|g_r| |\dot{x}_r|}{\mu h(\dot{x}_r)} \bar{z}^2 \leq 0 \quad (60)$$

از آن جایی که \dot{V}_2 منفی نیمه معین است، پایداری سیستم از دیدگاه لیاپانوف تضمین می‌شود، یعنی مقادیر s ، \bar{z} ، $\tilde{\Psi}_1$ ، $\tilde{\Psi}_2$ و $\tilde{\gamma}$ محدود باقی می‌مانند. حال برای اثبات پایداری مجانبی، تابع زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\Gamma(t) = |s| |g_u| (\hat{\Psi}_1 |\dot{x}_r| + \hat{\Psi}_2 - \epsilon) + \frac{|g_r| |\dot{x}_r|}{\mu h(\dot{x}_r)} \bar{z}^2 \leq -\dot{V}_2 \quad (61)$$

چون $V_2(0)$ کران‌دار است و $V_2(t)$ غیر افزایشی است، می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\int_0^t \Gamma(\tau) d\tau \leq V_1(0) - V_1(t) < \infty \quad (62)$$

همچنین، مشابه قضیه ۱ می‌توان استدلال کرد که تابع $\Gamma(t)$ پیوسته یکنواخت است. بنابراین با استفاده از لم باربالات می‌توان گفت که $\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = 0$. چون معادله (61) شامل دو عبارت بزرگ‌تر یا مساوی صفر است که مجموع آن‌ها به صفر میل می‌کند، بنابراین هر یک از آن‌ها باید به طور جداگانه به صفر میل کنند. این بدین معنی است که $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{z} = 0$. در نتیجه کنترلر و رؤیت‌گر ارائه شده برای اصطکاک به‌طور مجانبی پایدار هستند و سیستم حلقه بسته قادر است موقعیت مرجع را ردیابی کند.

۵- حذف پدیده شوریدگی

وجود تابع ناپیوسته $\text{sgn}(s)$ در تعریف ورودی کنترلی مقاوم، می‌تواند موجب ایجاد پدیده شناخته شده شوریدگی و تحریک دینامیک‌های مدل نشده سیستم شود. به این دلیل، لازم است که ورودی ناپیوسته توسط تابعی پیوسته تقریب زده شود. برای این کار، یک لایه مرزی نازک با ضخامت ϕ حول سطح لغزش در نظر گرفته می‌شود و تابع علامت با تابعی پیوسته مثل $\text{sat}(s)$ که به صورت زیر تعریف می‌شود، جایگزین می‌شود [۱۸]:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s) & |s| > \phi \\ \frac{s}{\phi} & |s| \leq \phi \end{cases} \quad (63)$$

با این کار، ورودی به صورت پیوسته تغییر می‌کند، اما مقدار s به جای رسیدن به صفر وارد لایه مرزی شده و درون آن باقی می‌ماند. با انتخاب مناسب ϕ می‌توان به تعادل مناسبی بین ورودی و خطا در سیستم دست یافت.

۶- شبیه‌سازی عددی

در این بخش، دو مثال را برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ارائه شده بررسی می‌کنیم.

۶-۱- سیستم خطی اینرسی ساده

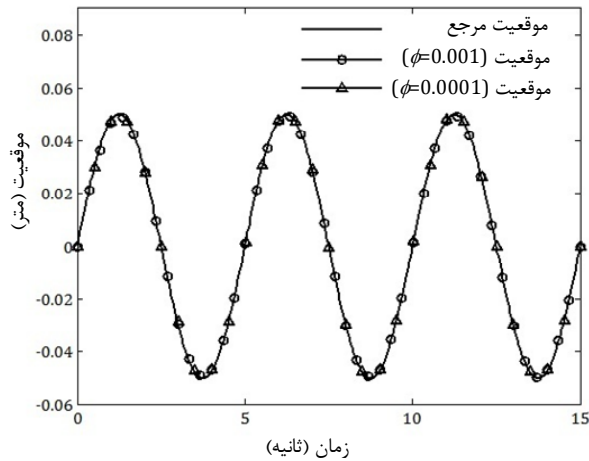
سیستم انتخاب شده در این قسمت یک جرم ساده است که روی سطحی با اصطکاک حرکت می‌کند. معادله سیستم به صورت زیر است:

$$m \ddot{x} = u - F_d \quad (64)$$

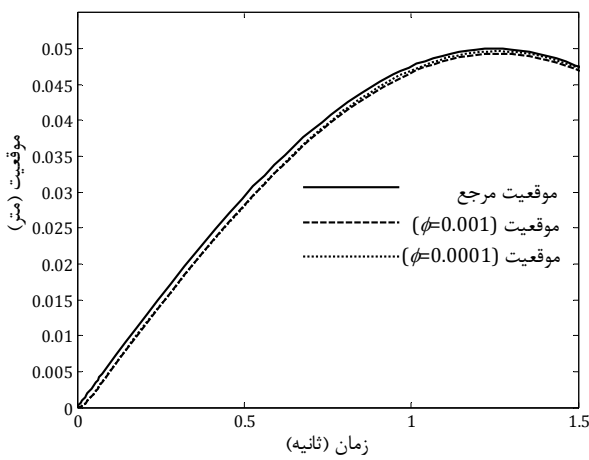
که m جرم سیستم می‌باشد. نتیجه شبیه‌سازی با مرجع [۱۲] مقایسه شده است تا کارایی الگوریتم ارائه شده در مقایسه با روش‌های دیگر بررسی شود.

پارامترهای سیستم در جدول ۱ آمده است. هدف طراحی، ردیابی سیگنال مرجع به صورت زیر است:

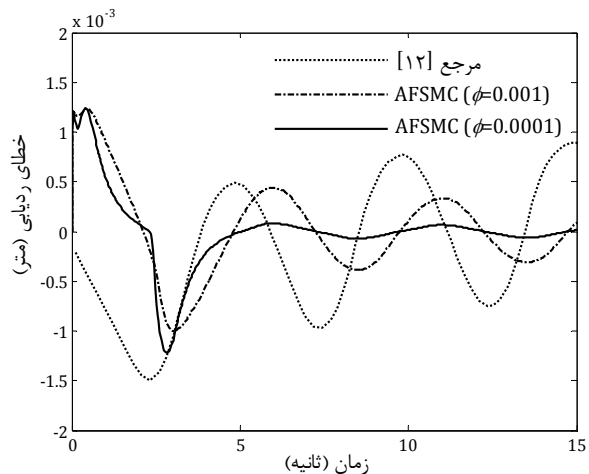
$$x_d = 0.05 \sin(2\pi \times 0.2t)$$



شکل ۲ پاسخ سیستم در ردیابی موقعیت مرجع



شکل ۳ پاسخ سیستم در ثانیه‌های اولیه



شکل ۴ مقایسه خطای ردیابی برای الگوریتم ارائه شده در این مقاله و روش ارائه شده در مرجع [۱۲]

با بررسی نتایج حاصل از شبیه سازی، می‌توان دید که در سیستم مورد مطالعه، با تغییر اندک در ورودی کنترلی می‌توان خطای ردیابی را به مقدار قابل ملاحظه‌ای تغییر داد. با مشاهده نمودار خطای ردیابی می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم ارائه شده در این مقاله قادر است با اعمال ورودی کنترلی مناسب، خطای ردیابی را کاهش دهد. همچنین با تنظیم پارامتر ϕ می‌توان خطا را به میزان دلخواه کاهش داد، به شرط آنکه ورودی کنترلی دارای مقادیر قابل قبولی بوده و باعث ایجاد شوریدگی نشود.

رؤیت‌گر اصطکاک بر اساس مقادیر موجود در جدول ۱ طراحی می‌شود، اما نیروی اصطکاک اعمال شده به سیستم برابر $F_d = 3\bar{F}_d$ در نظر گرفته می‌شود که \bar{F}_d مقدار نامی اصطکاک است.

برای سیستم تخمین‌گر فازی، سه قانون فازی برای حالت‌هایی که مقدار متغیر s مثبت، صفر و منفی است در نظر گرفته شده است. توابع عضویت مربوط به مجموعه‌های فازی در شکل ۱ مشاهده می‌شود. همچنین، پارامترهای طراحی سیستم کنترل در جدول ۲ آمده است.

شرایط اولیه برای متغیرهای تطبیقی به صورت $\Psi_1(0) = 0$ و $\Psi_2(0) = 0.6$ و $\hat{\theta}(0) = [0, 0, 0]^T$ انتخاب شده است. شبیه‌سازی برای دو مقدار مختلف $\phi = 0.0001$ و $\phi = 0.001$ که شیب تابع sat استفاده شده برای تقریب تابع ناپیوسته sgn را تعیین می‌کند، انجام شده است.

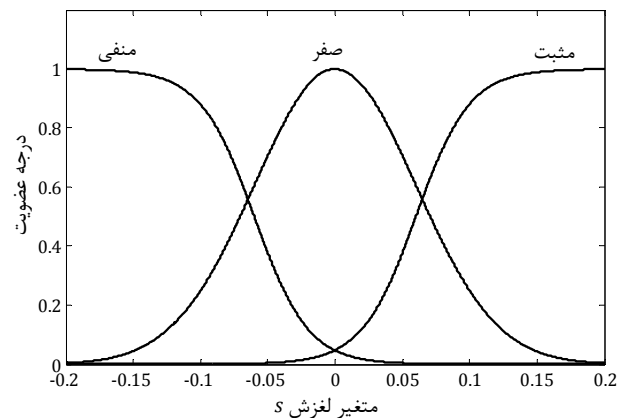
شکل ۲ پاسخ سیستم در تعقیب موقعیت مرجع را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که سیستم به‌خوبی موقعیت مطلوب را دنبال کرده است. در شکل ۳ پاسخ سیستم در ثانیه‌های اولیه و وجود خطا در ابتدای حرکت، مشاهده می‌شود. نمودار خطای ردیابی برای حالت‌های مختلف در شکل ۴ مقایسه شده است. همچنین در شکل ۵ ورودی کنترلی مورد نیاز نمایش داده شده است. برای وضوح بیشتر، نمودار در نقاط مختلف بزرگ نمایش داده و تفاوت‌های جزئی در ورودی کنترلی را نشان می‌دهد.

جدول ۱ پارامترهای فیزیکی سیستم

پارامتر	مقدار
جرم (m)	۰/۲۴۶ kg
F_c	۰/۹۰۱ N
F_s	۱/۱۳۳ N
\dot{x}_s	۰/۰۵۶ m/s
σ_0	۱۰/۳۵ N/m
σ_1	۴/۷ Ns/m
σ_2	۱۰/۰۹۷ Ns/m

جدول ۲ پارامترهای سیستم کنترل

پارامتر	مقدار
λ	۲
β_1	۵۰
β_2	۱۰۰
α	۱۰
μ	۱



شکل ۱ توابع عضویت استفاده شده برای سیستم فازی

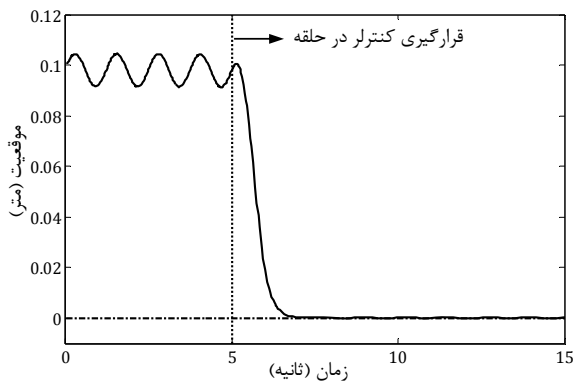
جدول ۳ پارامترهای فیزیکی سیستم

مقدار	پارامتر
۰/۲	b
۱	K
Δ rad/s	ω
δ	γ
$۳/۶$ N	F_c
$۴/۶$ N	F_s
$۰/۰۶$ m/s	\dot{x}_s
۱۰ N/m	σ_0
δ Ns/m	σ_1
$۱/۱$ Ns/m	σ_2

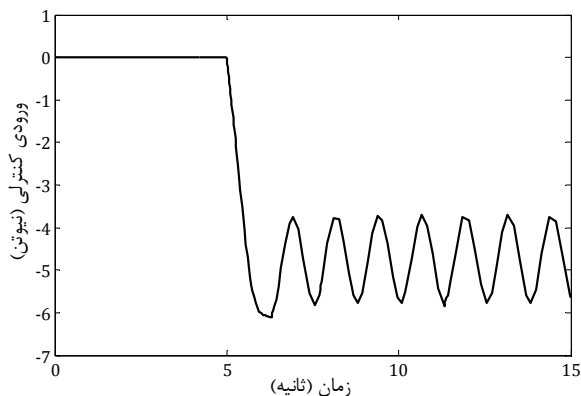
جدول ۴ پارامترهای سیستم کنترل

مقدار	پارامتر
δ	λ
۸	β_1
۸	β_2
۱	α
۳	η
۰/۱	μ
۰/۰۰۱	ϕ

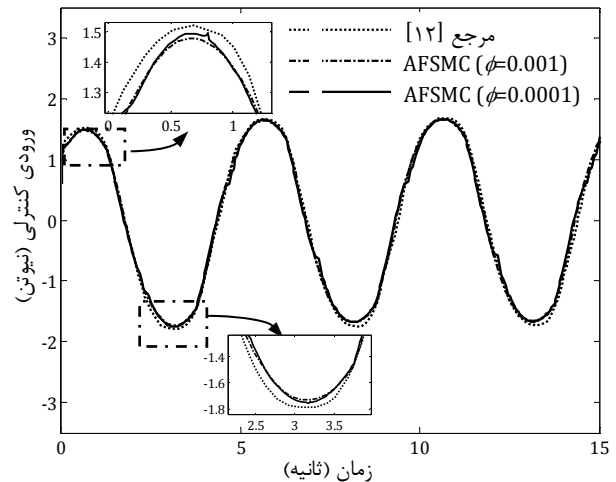
شکل ۷ پاسخ زمانی سیستم را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تا زمان قبل از ۵ ثانیه سیستم رفتار نوسانی داشته، ولی پس از ورود کنترلر به مدار، موقعیت سیستم در زمان کوتاه به نقطه دلخواه می‌رسد. ورودی کنترلی مورد نیاز در شکل ۸ نشان داده شده است.



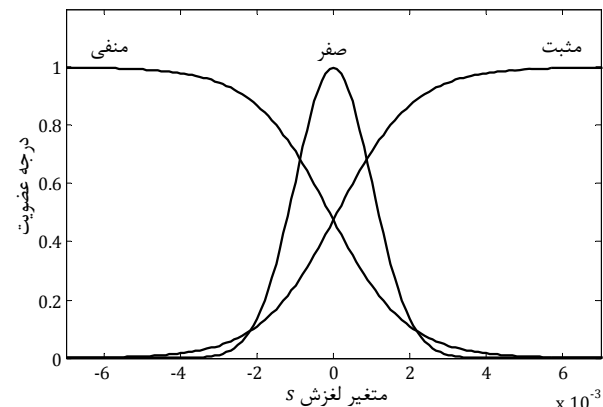
شکل ۷ پاسخ سیستم قبل و بعد از اعمال کنترلر



شکل ۸ ورودی کنترلی مورد نیاز



شکل ۵ مقایسه ورودی کنترلی برای الگوریتم ارائه شده در این مقاله و روش ارائه شده در مرجع [۱۲]



شکل ۶ توابع عضویت استفاده شده برای سیستم فازی

۲-۶- سیستم مکانیکی با دمپینگ ون در پل

همان‌طور که گفته شد، روش ارائه شده قابل پیاده‌سازی روی دسته گسترده‌ای از سیستم‌های مکانیکی غیر خطی با دینامیک نامشخص است. در این بخش یک سیستم مکانیکی را که رفتار آن با معادله ون در پل [۲۰] بیان می‌شود و اصطکاک نیز به آن اضافه شده است، بررسی می‌کنیم. فرض می‌شود ورودی کنترلی و نیروی اصطکاک با نسبت γ به سیستم اعمال شوند. معادله دینامیکی سیستم به شکل زیر است:

$$\ddot{x} + (x^2 - b)\dot{x} + x - K \cos(\omega t) + \gamma F_d = u \quad (۶۵)$$

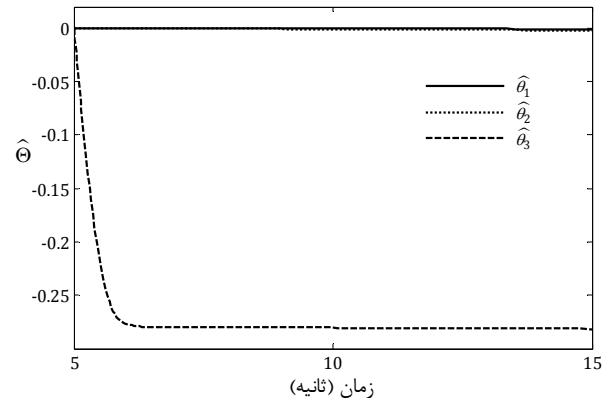
هدف کنترلی، حفظ موقعیت سیستم در مبدأ می‌باشد. پارامترهای فیزیکی سیستم در جدول ۳ آمده است. کلیه ضرایب استفاده شده در طراحی روی‌ت گر اصطکاک، ۳۰ درصد کمتر از مقادیر واقعی موجود در جدول ۳ در نظر گرفته شده است. همچنین، مطابق مثال قبل، برای سیستم تخمین‌گر فازی، سه قانون فازی برای حالت‌هایی که مقدار متغیر s مثبت، صفر و منفی است در نظر گرفته شده است. توابع عضویت مربوط به مجموعه‌های فازی در شکل ۶ مشاهده می‌شود. پارامترهای طراحی کنترلر نیز در جدول ۴ دیده می‌شود.

در اینجا چون ورودی کنترلی و نیروی اصطکاک با نسبت غیر مساوی به سیستم اعمال می‌شوند، از رابطه (۴۶) برای تخمین این نسبت استفاده می‌کنیم. شرایط اولیه سیستم به صورت $x(0) = 0.1$ و $\dot{x}(0) = 0$ در نظر گرفته شده است.

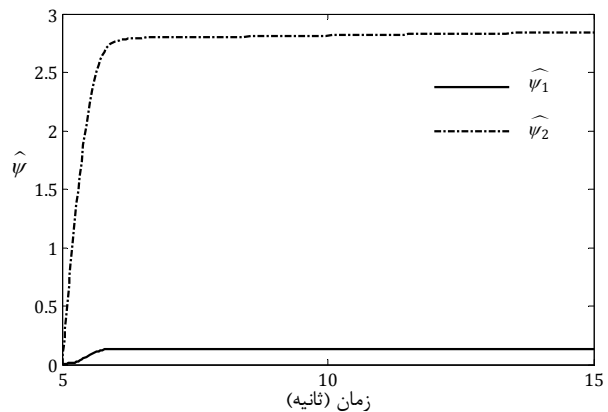
استفاده شد که قادر است بسیاری از پدیده‌های اصطکاکی را تشریح کند. این مدل دارای یک متغیر حالت است که قابل اندازه‌گیری نیست. بنابراین، برای تخمین آن یک رؤیت‌گر بر مبنای مدل شناسایی شده طراحی شد. برای کنترل سیستم، روش کنترلی مد لغزشی فازی تطبیقی، که یک روش مقاوم در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات است، به کار گرفته شد. با بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای سیستم‌های خطی و غیر خطی، کارایی الگوریتم ارائه شده در کنترل سیستم‌های ناشناخته و با عدم قطعیت مشاهده شد. همچنین نتایج نشان داد که به کارگیری روابط تطبیقی برای تخمین پارامترهای نامعلوم به جای استفاده از ثوابت بزرگ و محافظه کارانه که عمدتاً باعث ایجاد ورودی‌های بزرگ و متغیر در کنترلر می‌شوند، موجب بهینه‌شدن کنترلر ارائه شده و اعمال ورودی هموار و مناسب به سیستم می‌شود.

۸- مراجع

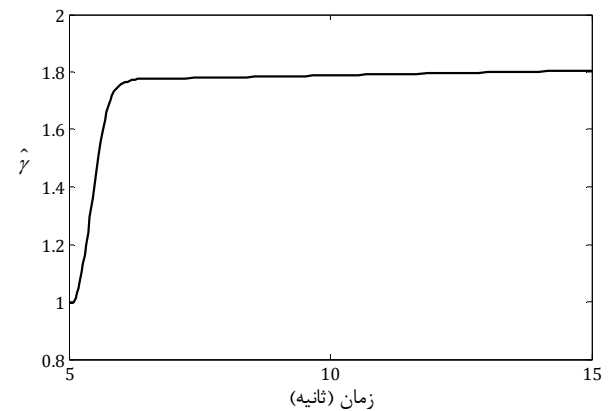
- [1] R. Stribeck, Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager, *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Vol. 46, No. 38, pp. 1342-1348, 1902.
- [2] J. S. Courtney-Pratt, E. Eisner, The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 238, No. 1215, pp. 529-550, 1957.
- [3] D. P. Hess, A. Soom, Friction at a lubricated line contact operating at oscillating sliding velocities, *Journal of Tribology*, Vol. 112, No. 1, pp. 147-152, 1990.
- [4] C. C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, P. Lischinsky, A new model for control of systems with friction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 419-425, 1995.
- [5] C. C. de Wit, P. Lischinsky, Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model, *International journal of adaptive control and signal processing*, Vol. 11, No. 1, pp. 65-80, 1997.
- [6] P. Lischinsky, C. C. de Wit, G. Morel, Friction compensation for an industrial hydraulic robot, *IEEE Control Systems*, Vol. 19, No. 1, pp. 25-32, 1999.
- [7] R. M. Hirschorn, G. Miller, Control of nonlinear systems with friction, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 7, No. 5, pp. 588-595, 1999.
- [8] R. H. Hensen, M. J. Molengraft, M. Steinbuch, Frequency domain identification of dynamic friction model parameters, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 10, No. 2, pp. 191-196, 2002.
- [9] S. I. Han, The position tracking control of precise servo systems with nonlinear dynamic friction using variable structure control and friction observer, *JSME International Journal Series C*, Vol. 45, No. 3, pp. 784-793, 2002.
- [10] S. I. Han, Y. S. Cho, S. M. Jin, C. D. Lee, S. Y. Yang, Adaptive friction observer and sliding mode controller development with rfn for nonlinear friction compensation, *Proceedings of ICROS-SICE International Joint conference*, Fukuoka, Japan, IEEE, pp. 4971-4976, 2009.
- [11] W. F. Xie, Sliding-mode-observer-based adaptive control for servo actuator with friction, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 54, No. 3, pp. 1517-1527, 2007.
- [12] H. M. Kim, S. H. Park, S. I. Han, Precise friction control for the nonlinear friction system using the friction state observer and sliding mode control with recurrent fuzzy neural networks, *Mechatronics*, Vol. 19, No. 6, pp. 805-815, 2009.
- [13] S. I. Han, K. S. Lee, Robust friction state observer and recurrent fuzzy neural network design for dynamic friction compensation with back stepping control, *Mechatronics*, Vol. 20, No. 3, pp. 384-401, 2010.
- [14] J. Ishikawa, S. Tei, D. Hoshino, M. Izutsu, N. Kamamichi, Friction compensation based on the LuGre friction model, *Proceedings of SICE Annual Conference*, Hongo, IEEE, pp. 9-12, 2010.
- [15] D. Hoshino, N. Kamamichi, J. Ishikawa, Friction compensation using time variant disturbance observer based on the LuGre model, *In The 12th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 2012.
- [16] A. Poursamad, A. H. Davaie-Markazi, Robust adaptive fuzzy control of unknown chaotic systems, *Applied Soft Computing*, Vol. 9, No. 3, pp. 970-976, 2009.



شکل ۹ مقادیر تخمینی بردار خروجی سیستم فازی



شکل ۱۰ مقادیر تخمینی محدوده عدم قطعیت‌ها



شکل ۱۱ مقدار تخمینی نسبت تبدیل γ

علاوه بر این که سیستم قادر به ردیابی موقعیت مطلوب است، می‌توان دید که مقادیر پارامترهای تطبیقی نیز طبق اثبات پایداری، محدود باقی مانده و به مقادیر ثابتی همگرا می‌شوند. شکل ۹ مقدار تخمینی بردار خروجی سیستم فازی را نشان می‌دهد که با توجه به شرایط موجود، تغییرات یکی از مؤلفه‌ها بیش از بقیه بوده است. شکل ۱۰ مقادیر تخمینی محدوده عدم قطعیت‌ها را نشان می‌دهد. مقدار تخمینی نسبت تبدیل بین بهره ورودی کنترلی و نیروی اصطکاک نیز در شکل ۱۱ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مطابق انتظار، تمامی پارامترها محدود مانده و به مقادیر ثابتی همگرا می‌شوند.

۷- جمع بندی

در این مقاله، روشی برای کنترل دقیق موقعیت سیستم‌های مکانیکی با اصطکاک ارائه شد. برای مدل‌سازی اصطکاک، از مدل دینامیکی لوگره

- [19] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, New Jersey: Prentice hall, 1997.
- [20] Z. Chen, Z. Q. Wu, P. Yu, The critical phenomena in a hysteretic model due to the interaction between hysteretic damping and external force, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 284, No. 3, pp. 783-803, 2005.
- [17] H. K. Khalil, J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*, Vol. 3, New Jersey: Prentice hall, 1996.
- [18] A. Gholami, A. H. Davaie-Markazi, A new adaptive fuzzy sliding mode observer for a class of mimo nonlinear systems, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 70, No. 3, pp. 2095-2105, 2012.