



## تحلیل انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای ارتوتروپیک دوجداره تحت برخورد موج با دو زاویه مختلف بر پایه تئوری الاستیسیته سه‌بعدی

روح الله طالبی توتی<sup>1\*</sup>، امیرمحمد چوداری خامنه<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 16846-13114، rtalebi@iust.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 06 تیر 1395  
 پذیرش: 05 مرداد 1395  
 ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

افت انتقال صوت  
 الاستیسیته سه‌بعدی  
 ارتوتروپیک دوجداره  
 روش فضای حالت  
 ماتریس انتقال

### چکیده

در این مقاله، افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره‌ی ارتوتروپیک بر مبنای تئوری الاستیسیته سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از این مقاله، بررسی تاثیر برخورد موج آکوستیکی، تحت دو زاویه مختلف، بر افت انتقال صوت پوسته می‌باشد. مدل ارائه شده در این مقاله، یک پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک دوجداره با طول بی‌نهایت و غوطه‌ور در سیال می‌باشد، که یک موج آکوستیکی صفحه‌ای تحت دو زاویه  $\theta$  و  $\delta$  به سطح خارجی آن برخورد می‌نماید. به جهت مدل‌سازی هر دو جداره‌ی پوسته‌ی استوانه‌ای، از روش فضای حالت و به کارگیری روش مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال، بهره‌گیری شده است. همچنین به دلیل برخورد موج صفحه‌ای تحت دو زاویه  $\theta$  و  $\delta$ ، معادلات انتشار امواج با در نظر گرفتن این دو زاویه بازویسی شده‌اند. مقایسه‌ی نتایج حاصله با نتایج سایر محققان، بر دقت و صحت مدل ارائه شده در این مقاله صحه‌گذاری می‌نمایند. علاوه بر این، به منظور بررسی دقیق‌تر افت انتقال صوت از این پوسته‌ها، پارامترهای مختلفی که در میزان افت انتقال صوت موثر می‌باشند مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهند که میزان افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره نسبت به پوسته‌های استوانه‌ای تک جداره، به خصوص در فرکانس‌های بالا، بیشتر می‌باشد. همچنین میزان افت انتقال صوت وابسته به هر دو زاویه  $\theta$  و  $\delta$  می‌باشد. به نحوی که تغییر در هر یک از این زوایا، سبب تغییر در افت انتقال صوت سازه می‌شود.

## Sound transmission across double-walled orthotropic cylindrical shells under incidence wave with two various angles based on the three-dimensional elasticity theory

Roohollah Talebitooti<sup>\*</sup>, Amir Mohammad Choudari Khameneh

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
<sup>\*</sup> P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, rtalebi@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 26 June 2016  
 Accepted 26 July 2016  
 Available Online 11 September 2016

### Keywords:

Sound transmission loss  
 Three-dimensional elasticity  
 Double-walled orthotropic  
 State space method  
 Transfer matrix

### ABSTRACT

In this paper, sound transmission loss through double-walled orthotropic cylindrical shells based on three-dimensional elasticity theory is investigated. Hence, the purpose of this paper is to analyze the effect of the acoustic wave incidence under two different angles on sound transmission loss through the shell. The present model is a double-walled orthotropic cylindrical shell immersed in a fluid with an infinite length, whereas the acoustic plane incident waves impinge upon the shell with two different angles of  $\theta$  and  $\delta$ . The state space method is used to investigate the laminate approximated model along with transfer matrix approach for modeling both walls of cylindrical shell. In order to consider the two different angles of  $\theta$  and  $\delta$ , the corresponding wave equations have been modified according to the wave numbers. Comparing the results obtained from the present study with those of other researchers shows an excellent agreement between the results. Moreover, the effects of different parameters on sound transmission loss through the shell have been evaluated. The results show an enhancement of sound transmission loss in double-walled cylindrical shells rather than single-walled cylindrical shells, particularly in high frequency range. Also, the results indicate the dependency of sound transmission loss on both the  $\theta$  and  $\delta$  angles. In other words, the variation in two incident angles may cause significant variations in sound transmission loss.

### 1- مقدمه

می‌شود که امروزه در صنایع روز دنیا نظیر: خودرو، هوافضا، دریایی و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. بنابراین مطالعه‌ی این سازه‌ها در حوضه‌های مختلف، از اهمیت زیادی برخوردار است. به جهت اهمیت رفتار این سازه‌ها در حوضه‌ی

پوسته‌های استوانه‌ای شکل از جمله سازه‌هایی هستند که امروزه به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. اهمیت این سازه‌ها زمانی مشخص

Please cite this article using:

R. Talebitooti, A. M. Choudari Khameneh, Sound transmission across double-walled orthotropic cylindrical shells under incidence wave with two various angles based on the three-dimensional elasticity theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 1-11, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

می‌یابد. تنگ [10]، انتقال صوت از پوسته‌ی ساندویچی استوانه‌ای را مطالعه نمود به طوری که پوسته‌ی استوانه‌ای در محیط سیال و تحت برخورد موج صفحه‌ای قرار دارد. علاوه بر این، او سیال‌های محیط داخل و خارج پوسته را نیز متفاوت در نظر گرفت. با توجه به این که در مطالعات گذشته از اثرات برش و چرخش صرف نظر می‌شد، اما او به دلیل بهره‌گیری از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول<sup>7</sup> (FSDT)، این اثرات را در مطالعه‌ی خود مد نظر قرار داد. لی و کیم [11]، با حل همزمان معادلات ارتعاش پوسته و موج آکوستیک، به ارائه‌ی یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای با طول بی‌نهایت پرداختند. آن‌ها افت انتقال صوت محاسبه شده از این روش را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند و مشاهده کردند که در فرکانس‌های پایین به دلیل شرایط مرزی اختلاف زیادی دارند به طوری که در فرکانس‌های بالا مطابقت مناسبی وجود دارد. همچنین ایشان در مطالعه‌ی دیگری به بررسی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره پرداختند و نتایج تحلیل خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند [12]. پس از کیم، دانشجو و همکارانش [13]، مطالعات قبلی که فقط محدود به پوسته‌های ایزوتروپیک بود را گسترش داده و به مطالعه‌ی انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی پرداختند. آن‌ها به حل تحلیلی با استفاده از حل همزمان معادلات حرکت پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی و موج آکوستیک پرداختند و افت انتقال صوت را بر اساس روش‌های عددی و با استفاده از الگوریتمی، جهت همگرا نمودن سری‌های بی‌نهایت محاسبه نمودند. آن‌ها در این مطالعه از تئوری کلاسیک<sup>8</sup> (CST) برای مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای استفاده نمودند. سپس ایشان در مطالعه‌ی دیگری، مطالعه‌ی قبلی خود را گسترش داده و نتایج دقیق‌تری را برای افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای با جنس کامپوزیت لایه‌ای استخراج نمودند [14]. آن‌ها در این مطالعه از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول برای مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای بهره‌گیری نمودند. آن‌ها در این مطالعه پس از به دست آوردن معادلات حرکت پوسته‌ی استوانه‌ای مبتنی بر در نظر گرفتن جابجایی در هر سه راستای محور مختصات، به حل همزمان معادلات حرکت و امواج آکوستیکی پرداختند. آن‌ها از این مطالعه نتیجه گرفتند که اثرات برش و چرخش در بررسی افت انتقال صوت، فقط در فرکانس‌های پایین قابل صرف نظر کردن می‌باشد به طوری که در فرکانس‌های بالا این اثرات سبب افزایش افت انتقال صوت می‌شود، بنابراین این اثرات در فرکانس‌های بالا قابل صرف نظر کردن نمی‌باشند. هاشمی‌نژاد و رجبی [15]، پراکندگی امواج آکوستیکی صفحه‌ای هارمونیک از یک استوانه‌ی FGM مستغرق و پر شده با سیال را مطالعه نمودند. همچنین هاشمی‌نژاد و رجبی [16]، پراکندگی امواج آکوستیکی از یک پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک جدار ضخیم را با استفاده از فرمولاسیون فضای حالت و به کارگیری مدل لایه‌ای تقریبی مورد ارزیابی قرار دادند. سپس ایشان مطالعه‌ی خود را گسترش داده و پراکندگی امواج آکوستیکی از پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک لایه‌ای با اتصال ناقص را مطالعه نمودند [17]. دانشجو و همکارانش [18]، در سال 2010 به بررسی افت انتقال صوت از یک پوسته‌ی استوانه‌ای متشکل از مواد تابعی هدفمند پرداختند. آن‌ها در این مطالعه از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم<sup>9</sup> (TSDT) برای مدلسازی پوسته بهره‌گیری نمودند. آن‌ها از این مطالعه نتیجه گرفتند که در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم یا به عبارتی پوسته‌های با

انتقال نویز، مطالعات گسترده‌ای در رابطه با رفتار این سازه‌ها صورت پذیرفته است که این مطالعات در حال حاضر نیز همچنان ادامه دارد. همچنین امروزه از مواد ارتوتروپیک به دلیل خواص مناسب آن‌ها نسبت به مواد ایزوتروپیک، به خصوص وزن کمتر، به طور فراوان بهره‌گیری می‌شود. لذا مطالعه‌ی انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای با جنس ارتوتروپیک<sup>1</sup>، مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است.

مطالعات زیادی در رابطه با افت انتقال صوت<sup>2</sup> (TL) در پوسته‌های استوانه‌ای تک‌داره و دو جداره با جنس‌های مختلف، نظیر: ایزوتروپیک، ارتوتروپیک، مواد تابعی هدفمند<sup>3</sup> (FGMs) و ... انجام شده است. به طوری که هریک سعی در ارائه‌ی مدل دقیق‌تر نسبت به مطالعه‌ی قبلی دارند و به نوعی سبب کامل‌تر شدن مطالعه‌ی صورت گرفته در این حوزه می‌شوند.

اسمیت [1]، اولین مطالعه در زمینه‌ی انتقال نویز از سازه‌های منحنی شکل را انجام داد. او مطالعه خود را با فرض اینکه در اثر مکانیزمی نامشخص در داخل پوسته، تنها امواج صوتی داخل شونده بر رفتار پوسته موثر می‌باشند، صورت داد. همچنین او در مطالعه‌ی خود به صورت نیمه ریاضی، انتقال صوت در چنین سازه‌هایی را بررسی نمود. علاوه بر این، او انرژی جذب شده توسط سازه را به عنوان افت انتقال صوت و به صورت نسبت کسری توان جذب شده به توان برخوردی در طول پوسته معرفی نمود. پس از آن اینگارد [2]، مطالعه‌ی اسمیت را گسترش داده و بحث انعکاس امواج را وارد مطالعه‌ی اسمیت نمود. زیرا مطالعه‌ی اسمیت فقط محدود به امواج انتقالی به داخل پوسته بود. فاکسول و فرانکلین [3]، از مدل ساده شده‌ی دو بعدی با در نظر گرفتن تغییرات بی‌نهایت کوچک در راستای محور استوانه استفاده نمودند. همچنین آن‌ها بررسی خود را با مطالعه‌ی ارتعاشات یک استوانه جدار نازک تقویت شده که در معرض امواج صوت می‌باشند، انجام دادند. مانینگ و مایدانیک [4]، انتقال و انعکاس امواج در اثر حرکت سیال گذرنده با شرایط صفحه‌ای و برخورد آن به سازه‌ی استوانه‌ای شکل را مطالعه نمودند. وایت [5]، با بررسی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای با طول محدود، فرکانس رینگ<sup>4</sup> و انطباقی<sup>5</sup> را نتیجه گرفت. او در مطالعه‌ی خود متوجه شد که افت انتقال صوت سازه در دو نقطه از بازه‌ی فرکانسی دارای مقادیر کمینه-ای می‌باشد و در نتیجه این دو نام را برای آن‌ها معرفی نمود. رانکل و هارت [6]، به بررسی مقاومت پوسته‌های استوانه‌ای مستغرق در سیال آکوستیک در مقابل اثرات انعکاسی، به خصوص زیردریایی‌ها پرداختند. کوال [7]، با استفاده از روش امپدانس<sup>6</sup>، انتقال نویز از دماغه‌ی هواپیما را مطالعه نمود. به دلیل اینکه او در مطالعه‌ی خود به طور همزمان جریان سیال و برخورد موج صفحه‌ای در خارج پوسته و همچنین فشار سیال در داخل پوسته را در نظر گرفت، لذا مطالعه‌ی انتقال صوت را با دقت مناسبی به دست آورد. همچنین او مطالعه‌ی خود را بر روی پوسته‌های استوانه‌ای نامحدود و با جنس ایزوتروپیک و ارتوتروپیک انجام داد. کوال، در مطالعه‌ی دیگری اثر رینگ و استرینگر بر افت انتقال صوت را مطالعه نمود و نتیجه گرفت که رینگ و استرینگر سبب افزایش انتقال صوت در ناحیه‌ی جرم کنترل می‌شوند [8]. پس از کوال، بلیس و همکارش [9]، نشان دادند که می‌توان برای یک پوسته‌ی بزرگ از مدل دوبعدی استفاده نمود و اگر فرکانس انطباقی به فرکانس رینگ نزدیک گردد، افت انتقال صوت به مقدار قابل توجهی افزایش

<sup>1</sup> Orthotropic

<sup>2</sup> Sound transmission Loss

<sup>3</sup> Functionally graded materials

<sup>4</sup> Ring frequency

<sup>5</sup> Coincidence frequency

<sup>6</sup> Impedance method

<sup>7</sup> First order shear deformation theory

<sup>8</sup> Classical shell theory

<sup>9</sup> Third order shear deformation theory

مطالعه‌ی افت انتقال صوت در این پوسته‌ها کاملاً احساس می‌شود. این امر زمانی اهمیت خود را نشان می‌دهد که امروزه پوسته‌های دوجداره به طور گسترده‌ای مورد توجه و استفاده قرار گرفته‌اند. همچنین نکته‌ی اساسی دیگری که در مطالعات گذشته وجود دارد این است که در تمامی مطالعاتی که به بررسی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای تک جداره و دوجداره پرداخته شده است، موج برخوردی تحت یک زاویه‌ی در نظر گرفته شده است. در صورتی که در مطالعه‌ی حاضر، موج آکوستیکی برخوردی تحت دو زاویه متفاوت به سطح خارجی پوسته برخورد می‌نماید. فقط در کار ليو و همکارانش، موج آکوستیکی برخوردی تحت دو زاویه‌ی متفاوت آن هم در پوسته‌های استوانه‌ای با لایه‌ی میانی متخلخل در نظر گرفته شده است. علاوه بر این در مطالعه‌ی آن‌ها به مانند اکثر مطالعات گذشته از تئوری ساده سازی شده‌ی کلاسیک برای مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای بهره‌گیری شده است. بنابراین با مطالعه و بررسی دقیق کارهای گذشته می‌توان نتیجه گرفت که در هیچ یک از مطالعات گذشته، مدل دقیق و کاملی برای محاسبه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دوجداره ارتوتروپیک تحت دو زاویه‌ی برخورد متفاوت، ارائه نشده است. لذا در این مقاله به مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک دوجداره بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سه‌بعدی پرداخته شده است. در این مدل با استفاده از روش فضای حالت و بهره‌گیری از روش مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال، افت انتقال صوت در این پوسته‌ها محاسبه شده است.

## 2- مشخصات مدل

با توجه به شکل 1، پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک تحت برخورد یک موج صفحه‌ای مایل قرار می‌گیرد، به طوریکه موج برخوردی دارای دو زاویه‌ی مختلف به طور همزمان می‌باشد. با توجه به شکل 1،  $\theta$  زاویه‌ی بین موج برخوردی و محور  $x$  می‌باشد، به طوریکه  $0 < \theta < 90$  است. همچنین  $\delta$  زاویه‌ی بین تصویر موج برخوردی در صفحه‌ی  $z - y$  و محور  $z$  می‌باشد، به طوریکه  $0 < \delta < 180$  است. در اثر برخورد این موج، قسمتی از آن عبور نموده و قسمتی نیز از سطح آن منعکس می‌شود. همچنین این پوسته دارای طول بی‌نهایت می‌باشد و هر دو جداره‌ی آن از جنس ارتوتروپیک است. علاوه بر این، یک جریان هوای خارجی با سرعت  $V$ ، روی سطح پوسته جریان می‌یابد. با توجه به شکل 1، این پوسته دارای سه ناحیه‌ی آکوستیکی می‌باشد: ناحیه 1، محیط خارجی پوسته می‌باشد به طوریکه  $(\rho_1, c_1)$ ، به ترتیب چگالی و سرعت صوت در این ناحیه می‌باشند. ناحیه 2، فضای بین دوجداره‌ی پوسته است به طوریکه  $(\rho_2, c_2)$ ، به ترتیب چگالی و سرعت صوت در این ناحیه است. ناحیه 3، محیط داخل پوسته می‌باشد به طوریکه  $(\rho_3, c_3)$ ، به ترتیب چگالی و سرعت صوت در این ناحیه است.

## 3- معادلات انتشار اموج

مطابق با شکل 1، در محیط بیرونی پوسته، فشار آکوستیکی  $P_1$  به پوسته وارد می‌شود. این فشار برابر با مجموع فشار آکوستیکی برخوردی و منتقل شده، می‌باشد  $(P_1 = P_1^I + P_1^R)$ . بر این اساس معادله‌ی موج در محیط خارجی پوسته و در سیستم مختصات استوانه‌ای به صورت زیر می‌باشد [21,18]:

$$c_1^2 \nabla^2 (P_1^I + P_1^R) - \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 (P_1^I + P_1^R) = 0 \quad (1)$$

که در آن  $P_1^I$  و  $P_1^R$  به ترتیب فشار آکوستیکی برخوردی و انعکاسی در سطح خارجی پوسته می‌باشند. همچنین  $\nabla$ ، اپراتور لاپلاسین در سیستم

$R/h$  کم، استفاده از تئوری‌های کلاسیک و تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول به خصوص در فرکانس‌های بالا دارای خطا در محاسبه‌ی افت انتقال صوت می‌باشند. در صورتی که تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم از دقت بالاتری برای محاسبه‌ی افت انتقال صوت در اینگونه پوسته‌ها برخوردار می‌باشد. لذا تئوری‌های کلاسیک و تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول مناسب برای محاسبه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های جدار ضخیم نمی‌باشند. پس از دانشجو، طالبی و همکارانش [19]، با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم، افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای ارتوتروپیک را مورد مطالعه قرار دادند. اخیراً طالبی و همکارانش [20]، با استفاده از تئوری سه‌بعدی به مطالعه‌ی افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای از جنس ارتوتروپیک پرداختند. آن‌ها در این مطالعه با استفاده از روش فضای حالت<sup>1</sup> و همچنین با بهره‌گیری از روش مدل لایه‌ای<sup>2</sup> تقریبی و رویکرد ماتریس انتقال<sup>3</sup>، افت انتقال صوت در سازه را محاسبه نمودند. سپس دانشجو و همکارانش [21]، با بهره‌گیری از تئوری سه‌بعدی، افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم و با جنس ایزوتروپیک را محاسبه نمودند. آن‌ها در این مطالعه از روش تجزیه‌ی هلمهولتز<sup>4</sup> بهره‌گیری نمودند. رجبی و همکارانش [22] بر مبنای معادلات الاستیسیته‌ی سه‌بعدی ناهمسانگرد، پراکندگی امواج آکوستیکی صفحه‌ای هارمونیک از یک پوسته‌ی استوانه‌ای ناهمسانگرد و غوطه‌ور در سیال ایده‌آل را مورد ارزیابی قرار دادند. برای این منظور، آن‌ها در مطالعه‌ی خود از روش فضای حالت و مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال بهره‌گیری نمودند. همچنین ایشان در مطالعه‌ی دیگری کار قبلی خود را گسترش داده و با استفاده از این روش، پراکندگی امواج آکوستیکی صفحه‌ای هارمونیک از پوسته‌ی استوانه‌ای از جنس کامپوزیت لایه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند [23]. ليو و همکارانش [24]، به مطالعه‌ی تاثیر جریان داخلی در افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای با لایه‌ی میانی متخلخل<sup>5</sup> پرداختند. آن‌ها در این مطالعه دو زاویه‌ی مختلف را برای موج آکوستیکی برخوردی در نظر گرفتند. همچنین ایشان در مطالعه‌ی دیگری افت انتقال صوت یک پوسته‌ی استوانه‌ای ساندویچی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از تئوری کلاسیک برای مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای استفاده نمودند. همچنین ماده‌ی متخلخل را به صورت یک سیال معادل<sup>6</sup> مدلسازی نمودند [25].

با توجه به مطالعات گذشته می‌توان نتیجه گرفت که، مطالعات گسترده‌ای در حوضه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای صورت پذیرفته است. در این مطالعات از تئوری‌های مختلفی برای مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای از جنس متفاوت، استفاده شده است. نکته‌ی اساسی که در این مطالعات وجود دارد این است که اکثر این مطالعات، از تئوری‌های ساده‌سازی شده‌ی کلاسیک، تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم بهره‌گیری شده است و از تئوری سه‌بعدی برای مدلسازی پوسته‌ی استوانه‌ای، فقط در کار طالبی و همکارانش [20] و همچنین دانشجو و همکارانش [21]، آن هم برای پوسته‌ی تک جداره استفاده شده است. بنابراین نکته‌ی مهم دیگری که در مطالعات گذشته وجود دارد این است که در اکثر مطالعات گذشته، پوسته‌ی استوانه‌ای، تک جداره می‌باشد و مطالعات بسیار محدودی در زمینه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره صورت پذیرفته است. بنابراین خلاء وجود یک مدل دقیق و کامل برای

<sup>1</sup> State space method

<sup>2</sup> Laminate approximated model

<sup>3</sup> Transfer matrix

<sup>4</sup> Helmholtz decomposition

<sup>5</sup> Poroelastic material

<sup>6</sup> Equivalent fluid

مختصات استوانه‌ای می‌باشد و برابر است با:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

با توجه به شکل 1،  $P_2^T$  و  $P_2^R$  به ترتیب فشار آکوستیکی انتقالی از جداره‌ی بیرونی و فشار آکوستیکی انعکاسی از جداره‌ی داخلی در فضای بین دو جداره‌ی پوسته‌ی استوانه‌ای می‌باشند. بر این اساس، معادله‌ی موج در فضای بین دو جداره و در سیستم مختصات استوانه‌ای برابر است با [12]:

$$c_2^2 \nabla^2 (P_2^T + P_2^R) - \frac{\partial^2 (P_2^T + P_2^R)}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

همچنین با توجه به  $P_3^T$  که فشار آکوستیکی منتقل شده از پوسته می‌باشد، معادله‌ی موج در محفظه‌ی داخلی پوسته برابر است با [21,18]:

$$c_3^2 \nabla^2 P_3^T - \frac{\partial^2 P_3^T}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

موج صفحه‌ای برخوردی  $P_1^I$  را می‌توان به صورت معادله‌ی (5)، در سیستم مختصات کارتزین و به صورت هارمونیک بیان نمود [24]:

$$P_1^I(x, y, z, t) = P_0 e^{i(\omega t - k_{1z}z - k_{1y}y - k_{1x}x)} \quad (5)$$

که در آن  $P_0$  دامنه‌ی موج صفحه‌ای برخوردی،  $i = \sqrt{-1}$  و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای می‌باشند. مولفه‌های اعداد موج آکوستیکی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} k_{1x} &= k_1 \cos(\theta) \\ k_{1y} &= k_1 \sin(\theta) \sin(\delta) \\ k_{1z} &= k_1 \sin(\theta) \cos(\delta) \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن:

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} \left( \frac{1}{1 + M \sin(\theta) \cos(\delta)} \right) \quad (7)$$

همچنین  $M = V/c_1$  عدد ماخ در محیط خارجی پوسته می‌باشد.

در معادله‌ی (5)، ترم  $e^{i(-k_{1z}z)}$  در تمام میدان آکوستیکی بدون تغییر باقی می‌ماند. دو ترم دیگر از اجزای اعداد موج را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (6) به صورت زیر بیان نمود [24]:

$$\begin{aligned} k_{1y}y + k_{1x}x &= k_{1x}r \cos(\varphi) + k_{1y}r \sin(\varphi) = \\ &= k_1 r \cos(\theta) (\cos(\varphi) + \tan(\theta) \sin(\delta) \sin(\varphi)) = \\ &= k_1 r \frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha)} (\cos(\varphi) \cos(\alpha) + \sin(\varphi) \sin(\alpha)) = \\ &= k_{1r} r \cos(\varphi + \alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

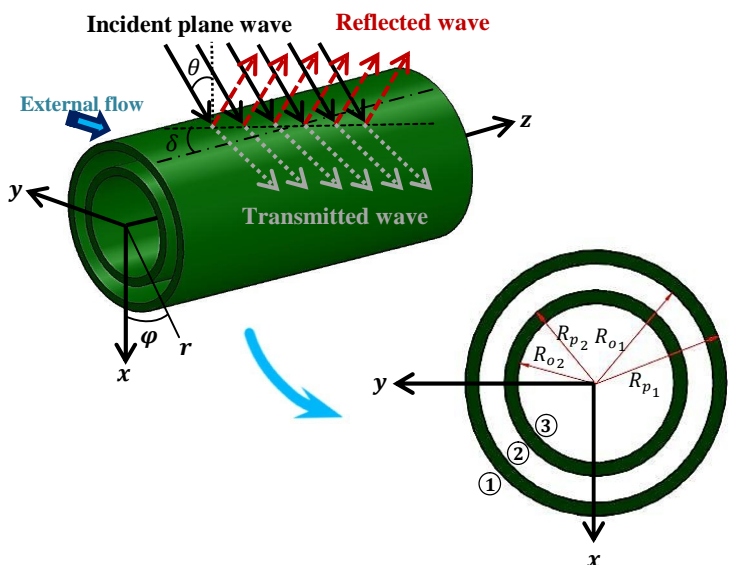


Fig. 1 Geometry of an orthotropic double-walled cylindrical shell

شکل 1 شکل هندسی یک پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک دوجداره

که در آن، عدد موج شعاعی برابر است با:

$$k_{1r} = k_1 \frac{\cos(\theta)}{\cos(\alpha)}, \quad k_{1r} = \sqrt{k_1^2 - k_{1z}^2} \quad (9)$$

با جایگذاری معادله‌ی (8) در (5)، موج برخوردی به صورت هارمونیک در محیط خارجی و در سیستم مختصات استوانه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید [24]:

$$P_1^I(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r}r) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z}z)} \quad (10)$$

که در آن  $n = 1, 2, 3, \dots$  و  $\varepsilon_n$  ضریب نیومن می‌باشد و برابر است با:

$$\varepsilon_n \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n > 1 \end{cases} \quad (11)$$

همچنین  $J_n$  تابع بسل نوع اول و مرتبه‌ی  $n$  می‌باشد.

همچنین زاویه‌ی کمکی  $\alpha$  را می‌توان به صورت زیر به دست آورد [24]:

$$\tan(\alpha) = \tan(\theta) \sin(\delta) \quad (12)$$

امواج انتقالی و انعکاسی در محیط خارج، بین دو جداره و محیط داخل پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره به صورت زیر می‌باشند [24]:

$$P_1^R(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{1n}^R H_n^1(k_{1r}r) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{j(\omega t - k_{1z}z)} \quad (13)$$

$$P_2^T(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{2n}^T H_n^1(k_{2r}r) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{j(\omega t - k_{2z}z)} \quad (14)$$

$$P_2^R(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{2n}^R H_n^2(k_{2r}r) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{j(\omega t - k_{2z}z)} \quad (15)$$

$$P_3^T(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}r) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{j(\omega t - k_{3z}z)} \quad (16)$$

که در آن  $H_n^1$  و  $H_n^2$  توابع هنکل از نوع اول و دوم و مرتبه‌ی  $n$  می‌باشند.

همچنین اعداد موج در راستای شعاعی و محوری در محیط خارجی، بین دو جداره و محیط داخلی پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره به صورت زیر می‌باشند [24]:

$$\begin{aligned} k_{1z} &= k_1 \sin(\theta) \cos(\delta) \\ k_{1z} &= k_{2z} = k_{3z} \\ k_{2r} &= \sqrt{k_2^2 - k_{2z}^2}, \quad k_2 = \frac{\omega}{c_2} \\ k_{3r} &= \sqrt{k_3^2 - k_{3z}^2}, \quad k_3 = \frac{\omega}{c_3} \end{aligned} \quad (17)$$

#### 4- معادلات حاکم بر جداره‌ی $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره

با توجه به قانون هوک در حالت سه‌بعدی، معادله‌ی (18) را می‌توان برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک در سیستم مختصات استوانه‌ای  $(r, \varphi, z)$  بیان نمود [20]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rrk} \\ \sigma_{\varphi\varphi k} \\ \sigma_{zzk} \\ \sigma_{\varphi z k} \\ \sigma_{rz k} \\ \sigma_{r\varphi k} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11k} & Q_{12k} & Q_{13k} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12k} & Q_{22k} & Q_{23k} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13k} & Q_{23k} & Q_{33k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{rrk} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi k} \\ \varepsilon_{zzk} \\ \gamma_{\varphi z k} \\ \gamma_{rz k} \\ \gamma_{r\varphi k} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

که در آن،  $[\sigma_{ijk}]$  و  $[\varepsilon_{ijk}]$  به ترتیب، مولفه‌های تنش و کرنش جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره‌ی ارتوتروپیک، مطابق شکل 2 و

$$\frac{\partial}{\partial r} v_k = L_k u_k \quad (22)$$

که در آن بردار حالت به صورت زیر می‌باشد:

$$u_k = [u_{z_k} \ u_{\varphi_k} \ u_{r_k} \ \sigma_{rr_k} \ \sigma_{r\varphi_k} \ \sigma_{rz_k}] \quad (23)$$

$L_k$  ماتریس ضرایب  $6 \times 6$  می‌باشد که در پیوست الف آمده است.

در ادامه، بردار حالت  $u_k$  برای جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره را می‌توان بر اساس ضرایب مودال مجهول، با استفاده از بسط مودال [20]، به صورت زیر بسط داد:

$$\begin{aligned} u_{z_k}(r, \varphi, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} j R_{o_k} \bar{y}_{z,n_k}(\lambda) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ u_{\varphi_k}(r, \varphi, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} R_{o_k} \bar{y}_{\varphi,n_k}(\lambda) \sin[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ u_{r_k}(r, \varphi, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} R_{o_k} \bar{y}_{r,n_k}(\lambda) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ \sigma_{rr_k}(r, \varphi, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} Q_{44k}^1 \bar{\sigma}_{rr,n_k}(\lambda) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ \sigma_{r\varphi_k}(r, \varphi, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} Q_{44k}^1 \bar{\sigma}_{r\varphi,n_k}(\lambda) \sin[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \\ \sigma_{rz_k}(r, \varphi, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} j Q_{44k}^1 \bar{\sigma}_{rz,n_k}(\lambda) \cos[n(\varphi + \alpha)] e^{i(\omega t - k_{1z} z)} \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن پارامتر شعاعی بی‌بعد می‌باشد. همچنین  $Q_{44k}^1$  مقدار  $Q_{44}$  در سطح داخلی  $k$ -امین جداره از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره می‌باشد. حال با جایگذاری معادله‌ی (24) در معادله‌ی (22) و به کارگیری تعامد توابع سه گانه، معادله‌ی زیر استخراج می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \{\zeta_{n_k}\} = [Z_{n_k}] \{\zeta_{n_k}\} \quad (25)$$

که در آن  $\zeta_{n_k}$  بردار حالت مودال و به صورت زیر می‌باشد:

$$\zeta_{n_k} = [\bar{y}_{z,n_k} \ \bar{y}_{\varphi,n_k} \ \bar{y}_{r,n_k} \ \bar{\sigma}_{rr,n_k} \ \bar{\sigma}_{r\varphi,n_k} \ \bar{\sigma}_{rz,n_k}]^T \quad (26)$$

$Z_{n_k}$  ماتریس ضرایب مودال  $6 \times 6$  می‌باشد که در پیوست ب آمده است.

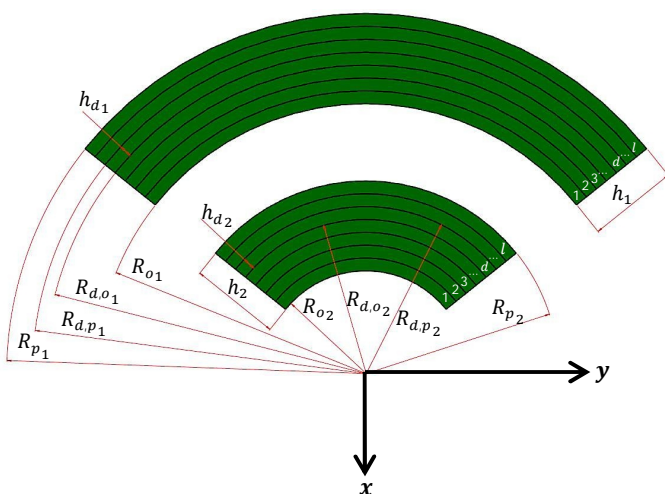


Fig. 2 Layers and sublayers of an orthotropic double-walled cylindrical shell

شکل 2 لایه‌ها و زیر لایه‌های یک پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک دوجداره

در سیستم مختصات استوانه‌ای می‌باشند. به طوریکه  $k = 1, 2$  نشان‌دهنده‌ی جداره‌ی اول و دوم می‌باشد. همچنین  $[Q_{ij}]_k$  ماتریس سفتی می‌باشد که درایه‌های آن با توجه به مشخصات ماده مورد استفاده به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} Q_{11k} &= E_{11k} \frac{1 - \nu_{23k} \nu_{32k}}{\Delta} \\ Q_{12k} &= E_{22k} \frac{\nu_{12k} - \nu_{32k} \nu_{13k}}{\Delta} \\ Q_{13k} &= E_{22k} \frac{\nu_{13k} - \nu_{12k} \nu_{23k}}{\Delta} \\ Q_{22k} &= E_{22k} \frac{1 - \nu_{31k} \nu_{13k}}{\Delta} \\ Q_{23k} &= E_{33k} \frac{\nu_{23k} - \nu_{21k} \nu_{13k}}{\Delta} \\ Q_{33k} &= E_{33k} \frac{1 - \nu_{12k} \nu_{21k}}{\Delta} \\ Q_{44k} &= G_{23k}, \quad Q_{55k} = G_{13k}, \quad Q_{66k} = G_{12k} \\ \Delta &= 1 - \nu_{12k} \nu_{21k} - \nu_{23k} \nu_{32k} - \nu_{31k} \nu_{13k} - 2\nu_{21k} \nu_{32k} \nu_{13k} \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن،  $E_{11k}$ ،  $E_{22k}$  و  $E_{33k}$  مدول‌های الاستیسیته‌ی جداره‌ی  $k$ -ام، به ترتیب در جهت  $r$ ،  $\varphi$  و  $z$  می‌باشند. همچنین  $G_{12k}$ ،  $G_{13k}$  و  $G_{23k}$  مدول‌های برشی و  $\nu_{12k}$ ،  $\nu_{23k}$  و  $\nu_{13k}$  ضرایب پواسون جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره می‌باشند.

مولفه‌های کرنش، مطابق با تئوری الاستیسیته‌ی سه‌بعدی و بر اساس تغییر فرم‌های کوچک در سیستم مختصات استوانه‌ای به شکل زیر می‌باشند [20]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr_k} &= \frac{\partial u_{r_k}}{\partial r} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi_k} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\varphi_k}}{\partial \varphi} + \frac{u_{r_k}}{r} \\ \varepsilon_{zz_k} &= \frac{\partial u_{z_k}}{\partial z} \\ \gamma_{\varphi z} &= \frac{\partial u_{\varphi_k}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{z_k}}{\partial \varphi} \\ \gamma_{r\varphi} &= \frac{\partial u_{\varphi_k}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r_k}}{\partial \varphi} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_{r_k}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z_k}}{\partial r} \end{aligned} \quad (20)$$

که در آن  $u_{r_k}$ ،  $u_{\varphi_k}$  و  $u_{z_k}$  به ترتیب جابجایی‌های جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره در جهت  $r$ ،  $\varphi$  و  $z$  می‌باشند.

معادلات حرکت جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره، در سیستم مختصات استوانه‌ای در محدوده‌ی الاستیسیته خطی و در غیاب نیروهای حجمی، براساس مولفه‌های تنش و بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته سه‌بعدی به صورت زیر بیان می‌شوند [20]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr_k}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\varphi_k}}{r \partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz_k}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr_k} - \sigma_{\varphi\varphi_k}) &= \rho_{c_k} \frac{\partial^2 u_{r_k}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi_k}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi_k}}{r \partial \varphi} + \frac{2}{r} \sigma_{r\varphi_k} + \frac{\partial \sigma_{z\varphi_k}}{\partial z} &= \rho_{c_k} \frac{\partial^2 u_{\varphi_k}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{rz_k}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z_k}}{r \partial \varphi} + \frac{\sigma_{rz_k}}{r} + \frac{\partial \sigma_{zz_k}}{\partial z} &= \rho_{c_k} \frac{\partial^2 u_{z_k}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن چگالی جرمی ماده می‌باشد.

در ادامه با استفاده از روش فضای حالت و با توجه به معادلات (18) تا (21)، معادله‌ی (22) برای جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره ارتوتروپیک، استخراج می‌گردد:

5- روش مدل لایه‌ای و رویکرد ماتریس انتقال

با توجه به اینکه ماتریس  $[Z_{n_k}]$  در معادله‌ی (25) تابعی از  $\lambda$  بوده و از طرفی  $\lambda$  نیز وابسته به مختصه شعاعی  $r$  می‌باشد، لذا حل مستقیم معادله‌ی (25) بسیار دشوار می‌باشد. بنابراین از روش مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال استفاده می‌شود. برای این منظور با توجه به شکل 2، فرض می‌شود که هر جداره از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره به  $l$  زیر لایه تقسیم شده است به طوری که  $l = 1, 2, 3, \dots, d$ . این زیر لایه‌ها در مرزهای خود کاملاً به هم چسبیده می‌باشند و نیز تمامی زیر لایه‌ها از یک جنس می‌باشند. با توجه به اینکه اندازه‌ی  $l$  بزرگ می‌باشد، لذا ضخامت این زیر لایه‌ها نیز به اندازه‌ی کافی کوچک می‌باشد. بنابراین ماتریس ضرایب  $[Z_{n_k}]$  را می‌توان ثابت و مستقل از مختصه شعاعی  $r$  در نظر گرفت. همچنین ماتریس ضرایب برای زیر لایه‌ی  $d$  را می‌توان به صورت  $Z_{n_k}(\lambda_{d-1})$  نشان داد، که در آن  $h_{d_k} = h_k/L$  علاوه بر این  $\lambda_{d-1} = R_{0_k} + (d-1)h_{d_k}/R_{p_k}$  ضخامت زیر لایه‌ها در جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره می‌باشد. بنابراین با توجه به روش فوق معادله‌ی (25) را می‌توان به صورت زیر برای زیر لایه‌ی  $d$ -ام حل نمود:

$$\zeta_n(\lambda)_k = \zeta_n(\lambda_{d-1})_k \exp[(\lambda - \lambda_{d-1})Z_{n_k}(\lambda_{d-1})_k], \quad (27)$$

$$R_{0_k} + (d-1)h_{d_k}/R_{p_k} \leq \lambda \leq (R_{0_k} + dh_{d_k})/R_{p_k}$$

با استفاده از روش فوق، می‌توان متغیرهای حالت در سطح خارجی زیر لایه‌ی  $d$ -ام را به سطح داخلی آن مرتبط نمود. در نهایت با استناد به شرایط پیوستگی در سطوح مشترک زیرلایه‌ها، متغیرهای حالت در سطح خارجی جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره را می‌توان با استفاده از یک ماتریس ضرایب مودال  $I_{n_k}$  به سطح داخلی آن به صورت زیر مرتبط نمود:

$$\zeta_n(\lambda_l)_k = I_{n_k} \zeta_n(\lambda_0)_k \quad (28)$$

که در آن:

$$I_{n_k} = \sum_{d=1}^l \exp\left[\frac{h_{d_k} Z_{n_k}(\lambda_{d-1})_k}{R_{p_k}}\right] \quad (29)$$

همچنین  $\zeta_n(\lambda_l)_k$  و  $\zeta_n(\lambda_0)_k$  به ترتیب، بردار حالت مودال در سطح خارجی و سطح داخلی جداره‌ی  $k$ -ام از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره می‌باشند و برابر است با:

$$\zeta_n(\lambda_l)_k = [\bar{y}_{z,n}(\lambda_l)_k \bar{y}_{\varphi,n}(\lambda_l)_k \bar{y}_{r,n}(\lambda_l)_k \bar{\sigma}_{rr,n}(\lambda_l)_k \bar{\sigma}_{r\varphi,n}(\lambda_l)_k \bar{\sigma}_{rz,n}(\lambda_l)_k]^T$$

$$\zeta_n(\lambda_0)_k = [\bar{y}_{z,n}(\lambda_0)_k \bar{y}_{\varphi,n}(\lambda_0)_k \bar{y}_{r,n}(\lambda_0)_k \bar{\sigma}_{rr,n}(\lambda_0)_k \bar{\sigma}_{r\varphi,n}(\lambda_0)_k \bar{\sigma}_{rz,n}(\lambda_0)_k]^T \quad (30)$$

6- شرایط مرزی

در این بخش شرایط مرزی حاکم بر بخش‌های مختلف پوسته عنوان می‌شود. این شرایط به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial(P_1^I + P_1^R)}{\partial r} = -\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla\right)^2 u_{r_1} \quad \text{در } r = R_{p_1} \quad (31)$$

$$\frac{\partial(P_2^T + P_2^R)}{\partial r} = -\rho_2 \frac{\partial^2 u_{r_1}}{\partial t^2} \quad \text{در } r = R_{o_1} \quad (32)$$

$$\frac{\partial(P_2^T + P_2^R)}{\partial r} = -\rho_2 \frac{\partial^2 u_{r_2}}{\partial t^2} \quad \text{در } r = R_{p_2} \quad (33)$$

$$\frac{\partial P_3^T}{\partial r} = -\rho_3 \frac{\partial^2 u_{r_2}}{\partial t^2} \quad \text{در } r = R_{o_2} \quad (34)$$

$$\sigma_{rr_1}(R_{p_1}, \varphi, z, t) = -(P_1^I + P_1^R) \quad \text{در } r = R_{p_1} \quad (35)$$

$$\sigma_{r\varphi_1}(R_{p_1}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{p_1} \quad (36)$$

$$\sigma_{rz_1}(R_{p_1}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{p_1} \quad (37)$$

$$\sigma_{rr_1}(R_{o_1}, \varphi, z, t) = -(P_2^T + P_2^R) \quad \text{در } r = R_{o_1} \quad (38)$$

$$\sigma_{r\varphi_1}(R_{o_1}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{o_1} \quad (39)$$

$$\sigma_{rz_1}(R_{o_1}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{o_1} \quad (40)$$

$$\sigma_{rr_2}(R_{p_2}, \varphi, z, t) = -(P_2^T + P_2^R) \quad \text{در } r = R_{p_2} \quad (41)$$

$$\sigma_{r\varphi_2}(R_{p_2}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{p_2} \quad (42)$$

$$\sigma_{rz_2}(R_{p_2}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{p_2} \quad (43)$$

$$\sigma_{rr_2}(R_{o_2}, \varphi, z, t) = -P_3^T \quad \text{در } r = R_{o_2} \quad (44)$$

$$\sigma_{r\varphi_2}(R_{o_2}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{o_2} \quad (45)$$

$$\sigma_{rz_2}(R_{o_2}, \varphi, z, t) = 0 \quad \text{در } r = R_{o_2} \quad (46)$$

$$\sigma_{rr_2}(R_{o_2}, \varphi, z, t) = -P_3^T$$

$$\sigma_{r\varphi_2}(R_{o_2}, \varphi, z, t) = 0$$

$$\sigma_{rz_2}(R_{o_2}, \varphi, z, t) = 0$$

با توجه به شرایط مرزی، می‌توان ضرایب مجهول  $P_{2n}^R, P_{2n}^T, P_{1n}^R$  و  $P_{3n}^T$  و همچنین بردار حالت مودال در سطح داخلی جداره‌ی اول  $\zeta_n(\lambda_0)_1$  و جداره‌ی دوم  $\zeta_n(\lambda_0)_2$  را محاسبه نمود.

بردار حالت مودال در سطح داخلی جداره‌ی اول و دوم از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره برابر است با:

$$\zeta_n(\lambda_0)_1 = [\bar{y}_{z,n}(\lambda_0)_1 \bar{y}_{\varphi,n}(\lambda_0)_1 \bar{y}_{r,n}(\lambda_0)_1 \bar{\sigma}_{rr,n}(\lambda_0)_1 \bar{\sigma}_{r\varphi,n}(\lambda_0)_1 \bar{\sigma}_{rz,n}(\lambda_0)_1]^T$$

$$\zeta_n(\lambda_0)_2 = [\bar{y}_{z,n}(\lambda_0)_2 \bar{y}_{\varphi,n}(\lambda_0)_2 \bar{y}_{r,n}(\lambda_0)_2 \bar{\sigma}_{rr,n}(\lambda_0)_2 \bar{\sigma}_{r\varphi,n}(\lambda_0)_2 \bar{\sigma}_{rz,n}(\lambda_0)_2]^T \quad (47)$$

با جایگذاری معادلات (17-1) و همچنین معادله‌ی (28) در معادلات (31-46)، 16 معادله به فرم ماتریسی  $\{\psi\}_{16 \times 1} = \{\chi\}_{16 \times 1}$  حاصل می‌شود که با حل همزمان این معادلات ضرایب مجهول محاسبه می‌شوند.

7- افت انتقال صوت

ضریب افت انتقال صوت ( $TL$ )، نسبت توان موج برخوردی به توان موج منتقل شده در طول واحد استوانه می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود [24]:

$$TL = 10 \log_{10} \left( \frac{W^I(\theta, \delta)}{W^T(\theta, \delta)} \right) \quad (48)$$

که در آن  $W^I(\theta, \delta)$  توان موج منتقل شده در طول واحد استوانه به صورت زیر می‌باشد [24]:

$$W^I(\theta, \delta) = R_{p_1} \frac{P_0^2}{\rho_1 C_1} (\sin^2(\theta) \sin^2(\delta) + \cos^2(\theta))^{1/2} \times (1 + M \sin(\theta) \cos(\delta)) \quad (49)$$

$W_n^T$ ، توان موج منعکس شده در طول واحد استوانه به صورت زیر می‌باشد [24]:

$$W^T(\theta, \delta) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ P_{3n}^T H_n^1(k_{3r} r) \cdot (j\omega(\bar{y}_{r,n}(\lambda_0)_2))^* \} \times \int_0^{2\pi} \cos^2[n(\varphi + \alpha)] r d\varphi = \frac{\pi R_{o_2}}{\varepsilon_n} \times \text{Re} \{ P_{3n}^T H_n^1(k_{3r} R_{o_2}) \cdot (j\omega(\bar{y}_{r,n}(\lambda_0)_2))^* \} \quad (50)$$

که در آن  $\text{Re}$  و علامت \* قسمت حقیقی و مزدوج عبارت فوق می‌باشند. در نتیجه افت انتقال صوت به صورت زیر محاسبه می‌شود [24]:

$$TL(\theta, \delta) =$$



روش ارائه شده توسط کوال [7] و همچنین لی و کیم [11]، برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای تک جداره ایزوتروپیک با  $R/h = 1000$  و با مشخصات مرجع [7]، را نشان می‌دهد. همانطور که شکل 4 نشان می‌دهد، بین مطالعه‌ی حاضر و روش ارائه شده توسط کوال، تطابق مناسبی به خصوص در فرکانس‌های بالا مشاهده می‌شود. اما با توجه به اینکه معادلات فلاگ در مطالعه‌ی کوال مورد استفاده قرار گرفته است و از طرفی استفاده از معادلات فلاگ سبب ایجاد تفاوت با تئوری‌های دیگر به خصوص در فرکانس‌های پایین می‌شود، لذا اختلاف مشاهده شده بین مطالعه‌ی حاضر و روش ارائه شده توسط کوال به این جهت می‌باشد. همچنین با توجه به شکل 4 اختلافاتی بین مطالعه‌ی حاضر و کوال با روش ارائه شده توسط لی و کیم وجود دارد که دلیل آن، ناشی از خطاهای محاسباتی می‌باشد که در روش لی و کیم به وجود آمده است.

شکل 5، مقایسه‌ی بین روش ارائه شده‌ی حاضر و مطالعه‌ی صورت گرفته توسط لی و کیم [11] و همچنین دانشجو و همکارانش [18] را به تصویر کشیده است. مقایسه‌ی صورت گرفته‌ی حاضر، برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای تک جداره از جنس ایزوتروپیک، با  $R/h = 100$  و مشخصات ارائه شده در مرجع [11]، می‌باشد. با مقایسه‌ی بین مطالعه‌ی حاضر و مطالعه‌ی صورت گرفته توسط دانشجو و همکارانش، اختلافاتی مشاهده می‌شود. دلیل این اختلاف، دقت بالای مطالعه‌ی حاضر می‌باشد، زیرا در مطالعه‌ی دانشجو و همکارانش، از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم بهره‌گیری شده است. این تئوری دارای دقت بالایی نسبت به تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و کلاسیک می‌باشد، اما با توجه به اینکه تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم در حالت دو بعدی است، بنابراین نسبت به مطالعه‌ی حاضر که بر پایه‌ی تئوری سه‌بعدی می‌باشد، از دقت به مراتب پایین‌تری برخوردار است. با توجه به شکل 5، با مقایسه‌ی بین مطالعه‌ی حاضر و روش لی و کیم، اختلافاتی بین مطالعه‌ی حاضر و مطالعه‌ی صورت گرفته توسط دانشجو و همکارانش مشاهده می‌شود. این اختلافات، همانگونه که در توضیحات مربوط به شکل 4 بیان شده است، به دلیل خطاهای محاسباتی می‌باشد که در روش لی و کیم وجود دارد.

شکل 6، مقایسه‌ی روش حاضر و روش ارائه شده توسط بلیس [9] را نشان می‌دهد. مقایسه‌ی حاضر برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای تک جداره از جنس آلومینیوم و با مشخصات مرجع [9]، می‌باشد. همانطور که شکل 6

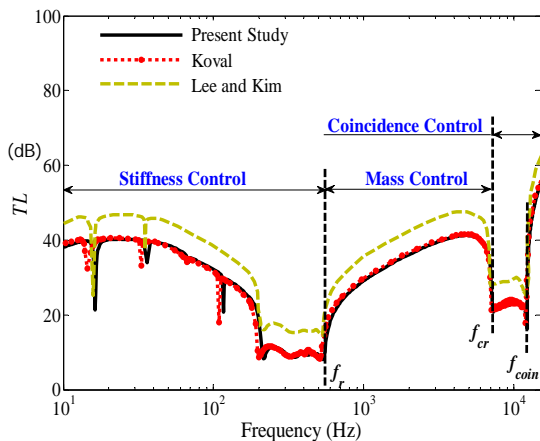


Fig. 4 Comparison of present study with Koval and Kim

شکل 4 مقایسه‌ی مطالعه‌ی حاضر با مطالعه‌ی کوال و کیم

$$-10 \log_{10} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{Re} \left\{ P_{3n}^T \cdot H_n^1(k_{3r} R_{o2}) \cdot \left( j\omega(\bar{y}_{r,n}(\lambda_0)_z) \right)^* \right\}}{R_{p1} \epsilon_n P_0^2} \times \frac{1}{R_{o2} \rho_1 C_1 \pi} \times (\sin^2(\theta) \sin^2(\delta) + \cos^2(\theta))^{1/2} (1 + M \sin(\theta) \cos(\delta)) \quad (51)$$

### 8- الگوریتم همگرایی

با توجه به اینکه معادلات حاکم بر مسئله متشکل از سری‌های بی‌نهایت می‌باشند، لذا دو اشکال عمده در روند حل مسئله ایجاد می‌شود:

- 1- جهت حل مسئله، بررسی بی‌نهایت مود غیر ممکن می‌باشد.
- 2- با توجه به مطالعه‌ی تنگ و همکارانش [10]، افت انتقال صوت برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای نسبتاً نازک، به دلیل حل واگرا، بسیار بالا گزارش شد. بنابراین اگر از تعداد مود کم در محاسبات استفاده گردد، افت انتقال صوت بیش از حد می‌گردد.

بنابراین جهت حل مسئله، لازم است که سری در یک مود مناسب مختوم گردد. لذا این امر نیازمند الگوریتم مناسبی می‌باشد. به دلیل اینکه تعداد مودهای بالاتری جهت محاسبه‌ی افت انتقال صوت در فرکانس‌های بالا نیاز است، لذا اگر الگوریتم در فرکانس مشخصی همگرا گردد، در فرکانس‌های پایین‌تر از آن نیز همگرا می‌شود. بنابراین با توجه به شکل 3، حلقه همگرایی تا زمانی که شرط همگرایی برقرار گردد ادامه می‌یابد. هنگامی که ضریب افت انتقال صوت محاسبه شده در دو محاسبه‌ی متوالی دارای درصد خطایی کمتر از خطای مجاز باشد، تحلیل همگرایی خاتمه می‌یابد.

### 9- نتایج، مقایسه و بحث

#### 9-1- درستی سنجی نتایج

به منظور صحت‌گذاری بر روش ارائه شده‌ی حاضر، لازم است تا این روش، با مطالعات و پژوهش‌های محققان گذشته مورد مقایسه و ارزیابی قرار گیرد. برای این منظور، مطالعه‌ی حاضر با روش ارائه شده توسط محققان گذشته، نظیر: لی و کیم، کوال، بلیس، دانشجو و... مقایسه و ارزیابی می‌شوند. نتایج، بر دقت و درستی روش ارائه شده‌ی حاضر تاکید می‌نمایند.

به جهت اعتبارسنجی نتایج برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای تک جداره، لازم است تا با میل دادن فاصله‌ی هوایی بین دو جداره در پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره به صفر، این پوسته به یک پوسته‌ی استوانه‌ای تک جداره تبدیل شود. شکل 4، مقایسه‌ی از افت انتقال صوت حاصله از مطالعه‌ی حاضر و

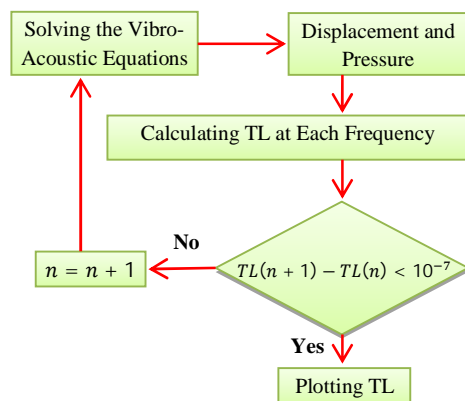


Fig. 3 Algorithm for identifying the optimum mode number

شکل 3 الگوریتم جهت شناسایی شماره‌ی مود پهنه

کیم که در اکثر مقایسه‌ها به وضوح قابل مشاهده می‌باشد، این است که در مطالعه‌ی ایشان، خطاهای محاسباتی در به دست آوردن توان‌های برخوردی و انتقالی وجود دارد. شکل 8، مقایسه‌ی میزان افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای تک جداره و دو جداره را نشان می‌دهد. در این مقایسه، اندازه‌ها، شرایط محیطی، جنس، زوایای برخورد و تمامی پارامترها در هر دو پوسته یکسان می‌باشند. در مقایسه‌ی صورت گرفته در شکل 8، اندازه‌ی ضخامت هر دو پوسته برابر و به مقدار 31 میلیمتر می‌باشد. تنها تفاوت بین این دو پوسته این است که پوسته‌ی دو جداره از دو جداره‌ی ارتوتروپیک با ضخامت 15 میلیمتر تشکیل شده است که این دو جداره با فاصله‌ی هوایی 1 میلیمتر از هم قرار دارند و پوسته‌ی تک جداره از یک پوسته‌ی ارتوتروپیک تک جداره با ضخامت 31 میلیمتر تشکیل شده است. همانطور که شکل 8 نشان می‌دهد، میزان افت انتقال صوت در هر دو پوسته‌ی تک جداره و دو جداره در فرکانس‌های پایین برابر است ولی با افزایش فرکانس، مقدار افت انتقال صوت در پوسته‌ی دو جداره نسبت به پوسته‌ی تک جداره افزایش می‌یابد. در واقع در فرکانس‌های پایین، استفاده از پوسته‌های دو جداره تأثیری بر میزان افت انتقال صوت ندارد، ولی در فرکانس‌های بالا میزان افت انتقال صوت به اندازه‌ی قابل توجهی افزایش می‌یابد.

نشان می‌دهد، تطابق بسیار مناسبی بین نتایج وجود دارد و نشان دهنده‌ی دقت بالای روش ارائه شده توسط بلیس می‌باشد. برتری مطالعه‌ی بلیس که سبب شده است مطالعه‌ی او از دقت قابل قبولی برخوردار باشد، این است که او از میدان جایجایی سه بعدی ولی از مرتبه‌ی اول استفاده نموده است. همچنین برتری دیگری که باعث افزایش دقت مطالعه‌ی او شده است، این است که او در مطالعه‌ی خود اثرات اینرسی چرخشی و طولی را نیز در نظر گرفته است.

شکل 7، مقایسه‌ی از مطالعه‌ی حاضر و مطالعه‌ی صورت گرفته توسط لی و کیم [12] را نشان می‌دهد. مقایسه‌ی حاضر، با توجه به در نظر گرفتن پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره از جنس آلومینیوم، صورت پذیرفته است. در این مقایسه، اندازه‌ها و مشخصات محیط خارجی، فاصله‌ی هوایی بین دو جداره و محیط داخلی پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره، با توجه به مرجع [12]، می‌باشد. همانطور که شکل 7 نشان می‌دهد، روند تغییرات نمودار افت انتقال صوت در بازه‌ی فرکانسی 10 تا 10000 هرتز، در هر دو نمودار مشابه می‌باشد. همچنین با توجه به شکل 7، نقاط نزولی افت انتقال صوت در هر دو مطالعه، منطبق می‌باشد. اما اختلافاتی بین نتایج حاصله از هر دو مطالعه وجود دارد که با توجه به اشکال 4 و 5، این اختلافات همواره در مقایسه‌های قبلی نیز وجود داشته است. علت اختلافات به وجود آمده نسبت به روش لی و

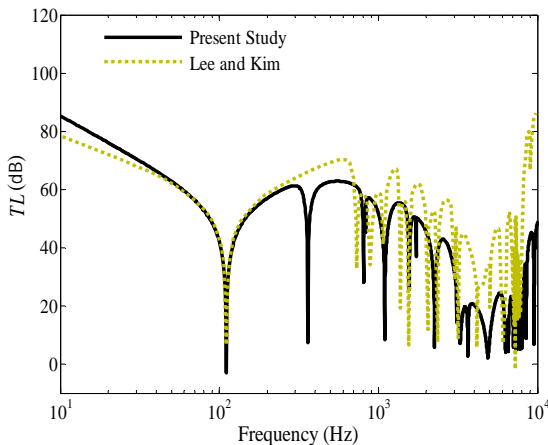


Fig. 7 Comparison of present study with Lee and Kim for a double-walled shell

شکل 7 مقایسه‌ی مطالعه‌ی حاضر با مطالعه‌ی لی و کیم برای یک پوسته‌ی دوجداره

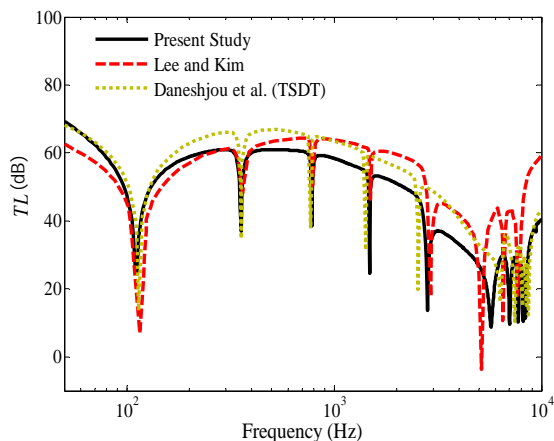


Fig. 5 Comparison of present study with Lee and Daneshjou et al. (TSDT)

شکل 5 مقایسه‌ی مطالعه‌ی حاضر با مطالعه‌ی کیم و دانشجو

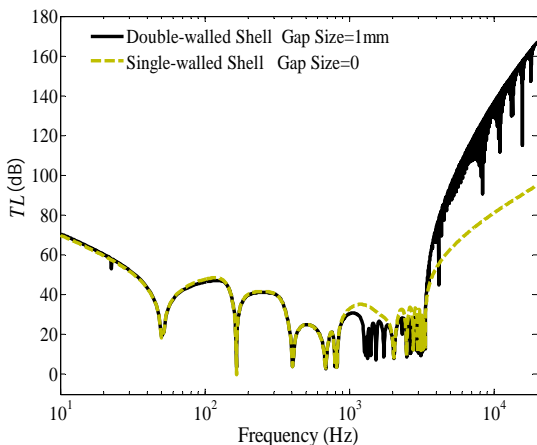


Fig. 8 Comparison TL between single and double-walled cylindrical shell

شکل 8 مقایسه‌ی افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای تک جداره و دوجداره

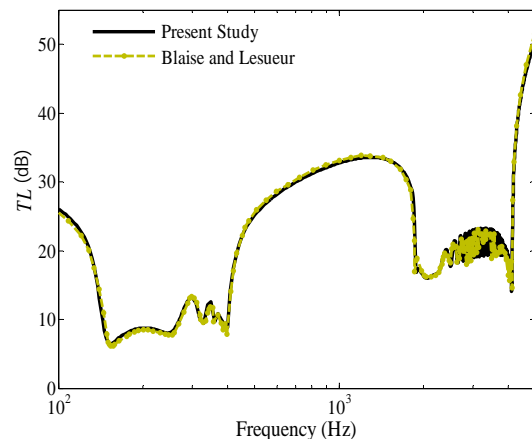
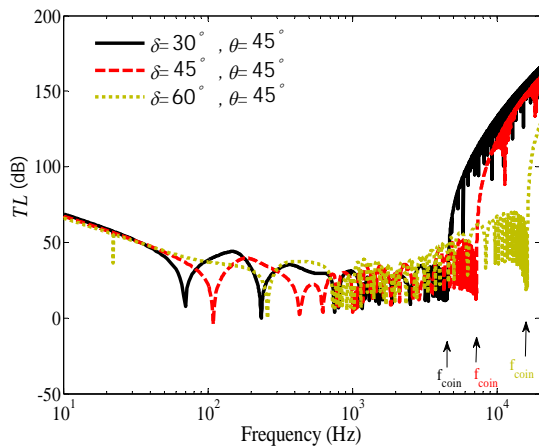


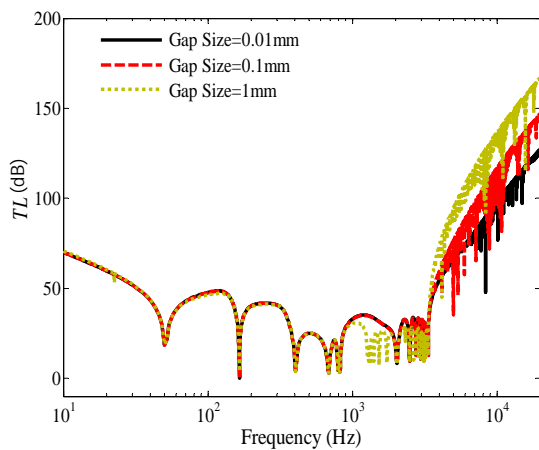
Fig. 6 Comparison of present study with Blaise and Lesueur

شکل 6 مقایسه‌ی مطالعه‌ی حاضر با مطالعه‌ی بلیس





**Fig. 9** Effect of the  $\delta$  angle in TL of the double-walled cylindrical shell  
شکل 9 اثر تغییر زاویه‌ی  $\delta$  بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره



**Fig. 10** Effect of the air-gap size in TL of the double-walled cylindrical shell  
شکل 10 اثر تغییر فاصله‌ی هوایی بین دوجداره بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره

شکل 11، تاثیر میزان عدد ماخ بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره را نشان می‌دهد. در بررسی صورت گرفته در شکل 11، میزان افت انتقال صوت با در نظر گرفتن عدد ماخ به میزان 0، 0.3 و 0.5 مورد مطالعه و ارزیابی قرار گرفته است. همانگونه که شکل 11 نشان می‌دهد افزایش عدد ماخ سبب افزایش فرکانس‌های بحرانی و انطباق می‌شود. در نتیجه این امر باعث افزایش طول ناحیه‌ی جرم کنترل می‌شود. همچنین با توجه به شکل 11، می‌توان نتیجه گرفت که افزایش عدد ماخ تاثیری بر میزان فرکانس رینگ ندارد و عدم تاثیر پذیری فرکانس رینگ از جریان خارجی را نشان می‌دهد. علاوه بر این با توجه به شکل 11، افزایش عدد ماخ، باعث افزایش میزان افت انتقال صوت در فرکانس‌های بین فرکانس رینگ و فرکانس انطباق می‌شود در واقع با توجه به مشاهدات اسگارد و همکارانش، جریان خارجی می‌تواند منجر به افزودن سفتی منفی و میرایی تشعشعی به سیستم شود.

## 10- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، به تحلیل افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای ارتوتروپیک دوجداره بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سبهدی و تحت برخورد موج صفحه‌ای دارای دو زاویه‌ی متفاوت  $\theta$  و  $\delta$  پرداخته شده است. در این مدل

## 9-2- بررسی اثر پارامترهای موثر بر افت انتقال صوت سازه

با توجه به این که تغییر هر یک از پارامترهای موثر بر افت انتقال صوت نظیر: زاویه‌ی برخورد موج، اندازه‌ی فاصله‌ی هوایی بین دو جداره‌ی پوسته و ... بر رفتار افت انتقال صوت پوسته موثر می‌باشند، لذا در این بخش به منظور شناسایی و بررسی این پارامترها، یک پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره ارتوتروپیک مطابق با جدول 1 در نظر گرفته و با تغییر این پارامترها به تفسیر نتایج می‌پردازیم. شکل 9، اثرات تغییر زاویه‌ی  $\delta$  بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره را نشان می‌دهد. در بررسی صورت گرفته در شکل 9، میزان افت انتقال صوت با در نظر گرفتن موج آکوستیکی تحت زاویه‌ی  $\delta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین در این مطالعه، زاویه‌ی  $\theta = 45^\circ$  در نظر گرفته شده است. همانگونه که شکل 9 نشان می‌دهد، افزایش زاویه‌ی  $\delta$  باعث کاهش میزان افت انتقال صوت به خصوص در فرکانس‌های بالا می‌شود. همچنین با توجه به شکل 9، افزایش زاویه‌ی  $\delta$  سبب افزایش فرکانس انطباق می‌شود و این فرکانس به سمت جلو حرکت می‌نماید.

شکل 10، تاثیرات اندازه‌ی فاصله‌ی هوایی بین دو جداره در پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره را نشان می‌دهد. در این بررسی، میزان افت انتقال صوت برای پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره با فاصله‌ی هوایی بین دو جداره به اندازه‌ی 0.01، 0.1 و 1 میلی‌متر و با شرایط یکسان، بررسی شده است. همانگونه که شکل 10 به تصویر کشیده است، افزایش فاصله‌ی هوایی بین دو جداره در فرکانس‌های پایین تاثیری بر افت انتقال صوت پوسته نمی‌گذارد. اما در فرکانس‌های بالاتر افزایش فاصله‌ی هوایی باعث افزایش میزان افت انتقال صوت سازه می‌شود. بنابراین با توجه به بررسی صورت گرفته می‌توان نتیجه گرفت که در طراحی یک سازه با توجه به در نظر گرفتن محدودیت‌های طراحی و همچنین نوع کاربرد سازه، می‌توان فاصله‌ی هوایی بین دو جداره را تا میزان لازم افزایش داد.

**جدول 1** پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره

**Fig. 1** Parameters to calculate TL of the double-walled cylindrical shell

	محیط داخلی	محیط بین دوجداره	محیط خارجی	جداره‌های پوسته
ماده	هوای	هوای	هوای	گرافیت اپوکسی
چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )	0.94	1.03	1.21	1600
$E_{11}$ (GPa)	-	-	-	137.5
$E_{22}$ (GPa)	-	-	-	8.96
$E_{33}$ (GPa)	-	-	-	8.96
$G_{12}$ (GPa)	-	-	-	7.10
$G_{13}$ (GPa)	-	-	-	7.10
$G_{23}$ (GPa)	-	-	-	6.21
$\nu_{12}$	-	-	-	0.30
$\nu_{13}$	-	-	-	0.30
$\nu_{23}$	-	-	-	0.49
سرعت صوت (m/s)	389	371	343	-
ضخامت (mm)	-	1	-	15
شعاع ( $R_{p1}$ ) (m)	-	-	-	0.5
زاویه برخورد	$\theta = 45^\circ, \delta = 0$			

$$L_k = \begin{bmatrix} L_{11k} & L_{12k} \\ L_{21k} & L_{22k} \end{bmatrix} \quad (52)$$

که درایه‌های ماتریس  $L_k$  برابر است با:

$$L_{11k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{1}{r} & -\frac{\partial}{r\partial\varphi} \\ -\frac{Q_{13k}}{Q_{11k}} \frac{\partial}{\partial z} & -\frac{Q_{12k}}{Q_{11k}} \frac{\partial}{r\partial\varphi} & -\frac{Q_{12k}}{Q_{11k}} \frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$L_{12k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{Q_{55k}} \\ 0 & \frac{1}{Q_{66k}} & 0 \\ \frac{1}{Q_{11k}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$L_{21k} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (55)$$

در ماتریس  $L_{21k}$  داریم:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\mu_{2k}}{r} \frac{\partial}{\partial z} \\ a_{12} &= \frac{\mu_{1k}}{r^2} \frac{\partial}{\partial\varphi} \\ a_{13} &= \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\mu_{1k}}{r^2} \\ a_{21} &= -\frac{(Q_{44k} + \mu_{2k})}{r} \frac{\partial^2}{\partial\varphi\partial z} \\ a_{22} &= \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} - Q_{44k} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\mu_{1k}}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \\ a_{23} &= -\frac{\mu_{1k}}{r^2} \frac{\partial}{\partial\varphi} \\ a_{31} &= \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_{3k} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{Q_{44k}}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \\ a_{32} &= -\frac{(Q_{44k} + \mu_{2k})}{r} \frac{\partial^2}{\partial\varphi\partial z} \\ a_{33} &= -\frac{\mu_{2k}}{r} \frac{\partial}{\partial z} \end{aligned} \quad (56)$$

همچنین:

$$L_{22k} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \left( \frac{Q_{22k}}{Q_{11k}} - 1 \right) & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\varphi} & -\frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{Q_{12k}}{Q_{11k}} \frac{\partial}{r\partial\varphi} & -\frac{2}{r} & 0 \\ -\frac{Q_{13k}}{Q_{11k}} \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (57)$$

علاوه بر این در روابط بالا داریم:

$$\begin{aligned} \mu_{1k} &= Q_{22k} - \frac{Q_{12k}^2}{Q_{11k}}, \quad \mu_{2k} = Q_{23k} - \frac{Q_{13k}Q_{12k}}{Q_{11k}} \\ \mu_{3k} &= Q_{33k} - \frac{Q_{13k}^2}{Q_{11k}} \end{aligned} \quad (58)$$

پیوست ب

$Z_{nk}$ ، ماتریس ضرایب مودال  $6 \times 6$  و به صورت زیر می‌باشد:

$$Z_{nk} = \begin{bmatrix} Z_{n,11k} & Z_{n,12k} \\ Z_{n,21k} & Z_{n,22k} \end{bmatrix} \quad (59)$$

که درایه‌های ماتریس  $Z_{nk}$  برابر است با:

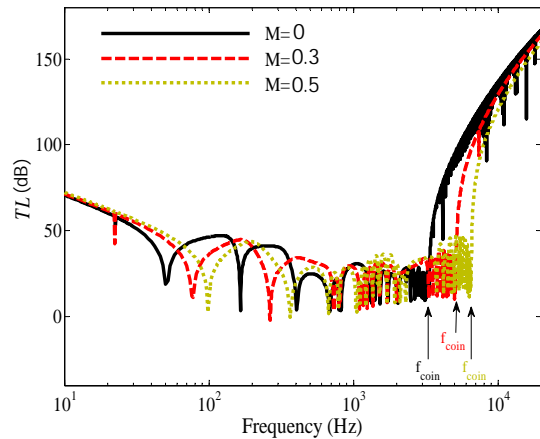


Fig. 11 Effect of the Mach number in TL of the double-walled cylindrical shell

شکل 11 تاثیر عدد ماخ بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره

ابتدا معادلات حاکم بر هر دو جداره‌ی پوسته‌ی استوانه‌ای استخراج شده و پس از به‌کارگیری روش فضای حالت، به حل دقیق معادلات با استفاده از روش مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال پرداخته شده است. در نهایت با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب در محیط خارجی پوسته، فاصله‌ی هوایی بین دوجداره و محیط داخلی پوسته‌ی استوانه‌ای دو جداره، افت انتقال صوت محاسبه شده است. نتایج حاصله با نتایج سایر محققان مورد مقایسه قرار گرفته است. مقایسه‌های صورت گرفته با مطالعات گذشته، درستی و دقت مطالعه‌ی حاضر را نشان می‌دهد. علاوه بر این به منظور مطالعه‌ی دقیق‌تر افت انتقال صوت، به بررسی اثر پارامترهای مختلف بر افت انتقال صوت پوسته نیز پرداخته شده است. نتایج حاصله به شرح زیر می‌باشند:

1- افزایش زاویه‌ی  $\delta$  باعث کاهش میزان افت انتقال صوت به خصوص در فرکانس‌های بالا می‌شود. همچنین افزایش زاویه‌ی  $\delta$  سبب افزایش فرکانس انطباق می‌شود و این فرکانس به سمت جلو حرکت می‌نماید.

2- استفاده از پوسته‌ی استوانه‌ای دوجداره تاثیر در افزایش میزان افت انتقال صوت در فرکانس‌های پایین ندارد. ولی میزان افت انتقال صوت پوسته‌های دوجداره در فرکانس‌های بالا به مراتب بسیار بالاتر از پوسته‌های استوانه‌ای تک جداره می‌باشد. در واقع تاثیر فاصله‌ی هوایی بین دوجداره در افت انتقال صوت سازه در فرکانس‌های بالا قابل مشاهده می‌باشد.

3- در فرکانس‌های پایین، تغییر اندازه‌ی فاصله‌ی هوایی بین دو جداره تاثیر بر میزان افت انتقال صوت ندارد. این در صورتی است که، در فرکانس‌های بالا افزایش اندازه‌ی فاصله‌ی هوایی بین دوجداره، سبب افزایش افت انتقال صوت سازه می‌شود.

4- سرعت جریان خارجی بر میزان افت انتقال صوت تاثیرگذار می‌باشد. به طوری که افزایش عدد ماخ، سبب افزایش فرکانس‌های بحرانی و انطباق و در نتیجه باعث افزایش طول ناحیه‌ی جرم کنترل می‌شود.

11- پیوست

پیوست الف

$L_k$  ماتریس ضرایب  $6 \times 6$  به صورت زیر می‌باشد:

- America, Vol. 31, No. 7, pp. 1035-1036, 1959.
- [3] J. H. Foxwell, R.E Franklin, The vibrations of a thin-walled stiffened cylinder in an acoustic field, *The Aeronautical Quarterly*, Vol. 10, No. 1, pp. 47-64, 1959.
- [4] J. N. Manning, G. Maidanik, Radiation properties of cylindrical shells, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 36, No. 9, pp. 1691-1698, 1964.
- [5] P. H. White, Sound transmission through a finite, closed, cylindrical shell, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 40, No. 5, pp. 1124-1130, 1966.
- [6] C. J. Runkle, F.D. Hart, *The radiation resistance of cylindrical shells*, NASA, CR-1417, 1969.
- [7] L. R. Koval, On sound transmission into a thin cylindrical shell under flight conditions, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 48, No. 2, pp. 265-275, 1976.
- [8] L. R. Koval, On sound transmission into a stiffened cylindrical shell with rings and stringers treated as discrete elements, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 71, No. 4, pp. 511-521, 1980.
- [9] A. Blaise, C. Lesuer, Acoustic transmission through a 3-D orthotropic multi-layered infinite cylindrical shell, part II: formulation of the problem, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 171, No. 5, pp. 665-680, 1994.
- [10] Y. Y. Tang, R. J. Silcox, J. H. Robinson, Sound transmission through two concentric cylindrical sandwich shells, *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference*, Japan: pp. 1488-1492, 1996.
- [11] J. H. Lee, J. Kim, Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models, *Applied Acoustics*, Vol. 65, No. 6, pp. 611-632, 2003.
- [12] J. H. Lee, J. Kim, Measurement of sound transmission through a double walled cylindrical shell, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 251, No. 4, pp. 631-649, 2002.
- [13] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, Sound transmission through laminate composite cylindrical shells using analytical model, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 77, No. 7, pp. 363-379, 2007.
- [14] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, Analytical model of sound transmission through laminated composite cylindrical shells considering transverse shear deformation, *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, Vol. 29, No. 9, pp. 1165-1177, 2008.
- [15] S. M. Hasheminejad, M. Rajabi, Acoustic resonance scattering from a submerged functionally graded cylindrical shell, *Journal of sound and vibration*, Vol. 302, No. 1, pp. 208-228, 2007.
- [16] S. M. Hasheminejad, M. Rajabi, Acoustic scattering characteristics of thick-walled orthotropic cylindrical shell at oblique incidence, *Ultrasonics*, Vol. 74, No. 1, pp. 32-48, 2007.
- [17] M. Rajabi, S. M. Hasheminejad, Acoustic resonance scattering from a laminated orthotropic cylindrical shell with imperfect bonding, *Ultrasonics*, Vol. 49, No. 8, pp.682-695, 2009.
- [18] K. Daneshjou, M. M. Shokrieh, M. G. Moghaddam, R. Talebitooti, Analytical Model of sound transmission through relatively thick FGM cylindrical shells considering third order shear deformation theory, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 1, pp. 67-78, 2010.
- [19] M. H. Shojaeefard, R. Talebitooti, R. Ahmadi, M. R. Gheibi, Sound transmission across orthotropic cylindrical shells using third-order shear deformation theory, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 11, No. 11, pp. 2039-2072, 2014.
- [20] R. Talebitooti, R. Ahmadi, M. H. Shojaeefard, Three-Dimensional wave propagation on orthotropic cylindrical shells with arbitrary thickness considering state space method, *Composite Structures*, Vol. 132, pp. 237-254, 2015.
- [21] K. Daneshjou, R. Talebitooti, A. Tarkashvand, Analysis of sound transmission loss through thick-walled cylindrical shell using three-dimensional elasticity theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 106, pp. 286-296, 2016.
- [22] M. Rajabi, M. Behzad, Interaction of a plane progressive sound wave with anisotropic cylindrical shells, *Composite Structures*, Vol. 116, pp. 474-760, 2014.
- [23] M. Rajabi, M. Ahmadian, J. Jamali, Acoustic scattering from submerged laminated composite cylindrical shells, *Composite Structures*, Vol. 128, pp. 395-405, 2015.
- [24] Yu. Liu, Chuanbo. He, Analytical modelling of acoustic transmission across double-wall sandwich shells: Effect of an air gap flow, *Composite Structures*, Vol. 136, pp. 149-161, 2016.
- [25] Yu. Liu, Chuanbo. He, Diffuse field sound transmission through sandwich composite cylindrical shells with poroelastic core and external mean flow, *composite Structures*, Vol. 135, pp. 383-396, 2016.

$$Z_{n,11k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \xi \\ 0 & 1 & n \\ -\frac{Q_{13k}}{Q_{11k}} \xi & -\frac{Q_{12k}}{Q_{11k}} \frac{n}{\lambda} & -\frac{Q_{12k}}{Q_{11k}} \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$Z_{n,12k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{Q_{44k}^1}{Q_{55k}^1} \\ 0 & \frac{Q_{44k}^1}{Q_{66k}^1} & 0 \\ \frac{Q_{44k}^1}{Q_{11k}^1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$Z_{n,21k} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \quad (62)$$

که در ماتریس  $Z_{n,21k}$  داریم:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{\mu_{2k} \xi}{Q_{44k}^1 \lambda} \\ b_{12} &= \frac{\mu_{1k} n}{Q_{44k}^1 \lambda^2} \\ b_{13} &= \frac{1}{Q_{44k}^1} \left( \beta + \frac{\mu_{1k}}{\lambda^2} \right) \\ b_{21} &= \frac{(Q_{44k}^1 + \mu_{2k}) n \xi}{Q_{44k}^1 \lambda} \\ b_{22} &= \frac{1}{Q_{44k}^1} \left( \beta + Q_{44k}^1 \alpha^2 + \frac{\mu_{1k} n^2}{\lambda^2} \right) \\ b_{23} &= -\frac{\mu_{1k} n}{Q_{44k}^1 \lambda^2} \\ b_{31} &= \frac{1}{Q_{44k}^1} \left( \beta + \mu_{3k} \xi^2 + \frac{Q_{44k}^1 n^2}{\lambda^2} \right) \\ b_{32} &= \frac{(Q_{44k}^1 + \mu_{2k}) n \xi}{Q_{44k}^1 \lambda} \\ b_{33} &= \frac{Q_{12k} \xi}{Q_{44k}^1 \lambda} \end{aligned} \quad (63)$$

همچنین:

$$Z_{n,22k} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda} \left( \frac{Q_{22k}}{Q_{11k}} - 1 \right) & -\frac{n}{\lambda} & -\xi \\ \frac{Q_{12k} n}{Q_{11k} \lambda} & -\frac{2}{\lambda} & 0 \\ -\frac{Q_{13k} \xi}{Q_{11k}} & 0 & -\frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (64)$$

همچنین در معادلات فوق:

$$\xi = k_{12} R_{0k}, \quad \beta = -\rho_c \omega^2 R_{0k}^2 \quad (65)$$

## 12- مراجع

- [1] P. W. Smith Jr, Sound Transmission Through Thin Cylindrical Shells, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 29, No. 6, pp. 721-729, 1957.
- [2] C. R. Ingard, Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and transmission, *Journal of the Acoustical Society of*