



Parametric Study of Underwater Glider Using Hydrodynamic Performance Approach

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Hassanvand A^{1*},
Seif M S,¹

How to cite this article

Hassanvand A, Seif M S. Parametric Study of Underwater Glider Using Hydrodynamic Performance Approach. Modares Mechanical Engineering, 2023;23(03):173-182.

¹ Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

ali.hasanvand@mech.sharif.edu

Article History

Received: June 28, 2022
Accepted: December 20, 2022
ePublished: March 15, 2023

ABSTRACT

Today, the use of underwater robots to explore underwater conditions has significantly grown. Underwater gliders (UG) are a favorite of researchers for long-time operations due to their low energy consumption. Exact identification of dimensional parameters is critical to evaluate the hydrodynamic performance of underwater gliders, which properly can rise the efficiency of robots. In this research, an attempt has been made to first extract a nonlinear dynamic model from UG. The dynamic model has been verified with the results of related other research. After checking the accuracy of the model, dimensional parametric investigation in robot hydrodynamic performance has been performed. Parameters such as buoyancy tank volume, Pitch angle and wing geometry have been target this research. In the study of each parameter, other parameters are considered constant so that the effect of target parameter can be measured. The results indicate that parameters have a significant impact on efficiency and hydrodynamic performance of the robot. Properly designed glider can be more flexible in the face of external disturbances, and causes higher speeds can be achieved when efficiency is not very important.

Keywords Underwater Glider, Pitch, Buoyancy tank, Wing, Nonlinear Dynamics modeling

CITATION LINKS

1-The navys amazing ocean-powered underwater drone. 2- The development of autonomous underwater vehicles (auv); a brief summary. 3- Gliders will aid naval research. 4- Teledyne webb research reaches second milestone with u.s. navy lbs-glider program. 5- Alsema Seaexplorer 6- Slocum: An underwater glider propelled by environmental energy 7- The autonomous underwater glider" spray" 8- Seaglider: a long-range autonomous underwater vehicle for oceanographic research 9- Underwater gliders control strategies: A review. 10- Underwater glider system study. 11- Underwater glider model parameter identification. 12- Miniature underwater glider: Design and experimental results. 13- Performance and stability analysis for ZJU glider. 14- Dynamic modeling and experimental analysis of an underwater glider in the ocean. 15- Winglet effect on hydrodynamic performance and trajectory of a blended-wing-body underwater glider. 16- Developments in the investigation of underwater glider wing profile. 17- Dynamic modeling and three-dimensional motion simulation of a disk type underwater glider. 18- "LUNA" testbed vehicle for virtual mooring. 19- An analysis method and a compensation strategy of motion accuracy for underwater glider considering uncertain current. 20- A numerical study on hydrodynamic maneuvering derivatives for heave-pitch coupling motion of a ray-type underwater glider. 21- CFD approach to modelling, hydrodynamic analysis and motion characteristics of a laboratory underwater glider with experimental results. 22- Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control. 23- Modeling and control of underwater robot vehicles. 24- Marine rudders and control surfaces: principles, data, design and applications. 25- Investigating the geometry and control surface of AUV robots on hydrodynamics performance. 26- Forces and moments on flat plates of small aspect ratio with application to PV wind loads and small wind turbine blades. 27- Investigating the effect of rudder profile on 6DOF ship turning performance. 28- Investigating the effect of rudder profile on 6DOF ship course-changing performance. 29- Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle. 30- Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight. 31- Dynamic Modeling and Optimal Adaptive Robust Control of an Omni Directional Mobile Robot Using Harmony Search Algorithm.

مطالعه پارامتریک گلایدر زیرسطحی با رویکرد عملکرد هیدرودینامیکی

علی حسونند^{۱*}، محمد سعید سیف^۱

^۱ گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده

امروزه استفاده از ربات‌های زیرسطحی برای تجسس و بررسی شرایط زیر سطح آب رشد بسزایی داشته است. گلایدرهای زیرسطحی به دلیل مصرف پایین انرژی جز ربات‌های مورد علاقه محققین برای عملیات های طولانی مدت می‌باشد. شناخت دقیق عوامل ابعادی برای بررسی عملکرد گلایدرهای زیرسطحی امری حیاتی بوده که در صورت عدم بررسی دقیق متناسب سبب پایین آمدن بازدهی وسیله می‌گردد. در این پژوهش سعی شده است تا در ابتدا مدل دینامیکی غیرخطی از ربات‌های گلایدرزیرسطحی استخراج گردد. مدل دینامیکی با نتایج پژوهش‌های مرتبط راستی آزمایی شده است. پس از بررسی صحت مدل دینامیکی استخراج شده به بررسی پارامتریک ابعادی در زمینه عملکرد هیدرودینامیکی ربات پرداخته شده است. عواملی همچون حجم مخزن بویانسی، زاویه پیچ و ابعاد بالک در عملکرد هیدرودینامیکی ربات مورد سنجش قرار گرفته است. در مطالعه هر عامل مابقی پارامترها ثابت در نظر گرفته شده است تا بتوان تاثیر عامل هدف مورد سنجش قرار گیرد. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که عوامل هندسی و ابعادی تاثیر بسزایی در بازدهی و عملکرد هیدرودینامیکی ربات دارند. با طراحی متناسب گلایدر می‌توان سبب انعطاف پذیری بیشتر در مواجه با اغتشاشات خارجی شد و در مواقعی که بازدهی خیلی مطرح نیست، به سرعت های بالاتری دست یافت.

کلیدواژه‌ها: گلایدر زیرسطحی، تریم، مخزن بویانسی، بالک، دینامیک غیرخطی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۰۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۲۹

*نویسنده مسئول: ali.hasanvand@mech.sharif.edu

۱- مقدمه

گلایدرهای زیرسطحی (UG) نوعی از ربات های زیرسطحی (AUV) هستند که با استفاده از بالک ها، حرکت عمودی را به حرکتی افقی تبدیل میکنند و حرکتی مانند دندان اره ای به وجود می آورد. حرکات دندان اره ای گلایدر آهسته اما بسیار کارآمد می باشد و باعث می‌شود گلایدرها برای چندین کاربرد اقیانوس شناسی مانند اندازه گیری کیفیت آب، نقشه برداری اقیانوس ها و ماموریت های جستجو و نجات جذاب باشند. در حین حال طی مسیره های طولانی به وسیله این ربات ها با مصرف انرژی بسیار کم امکانپذیر خواهد بود و لذا مزیت بسیار جدی برای اینگونه کاربردها خواهد داشت. ماموریت های طولانی مدت چند ماهه نیاز به انرژی بسیاری برای ماموریت دارد. داشتن ربات بهینه و کم مصرف می تواند قابلیت ها، شعاع عملیاتی و زمان عملیات را به صورت چشم گیری افزایش دهد. گلایدرهای زیر سطحی همچنین به دلیل اغتشاشات کم و بی سروصدا بودن در ماموریت های محرمانه، وسیله های جذابی محسوب می‌شوند که آنها را عملاً غیر ردیابی می‌کند [1].

در سال های اخیر، توسعه گلایدرهای زیرسطحی (UG) به بلوغ فنی خود رسیده اند و امروزه به نقطه ای مطلوب برای تجاری سازی در مأموریت های طولانی مدت رسیده اند. همچنین استقرار در آب های عمیق برتری نسبت به وسایل زیرسطحی دیگری دارا می باشند [2-5]. تا سال ۲۰۰۴ گلایدرهای Slocum [6] ، spray [7] و Seaglider [8] با موفقیت برای ماموریت های نمونه گیری داده های اقیانوس به کار گرفته شده بودند.

از آن زمان، چندین گلایدر دیگر برای بهبود دامنه ماموریت گلایدرهای زیر سطحی، عملکرد عملیاتی و نحوه حرکت آن ها انجام شده است. برای بهبود حرکت گلایدرهای زیر سطحی افزایش قدرت مانور، امکان انجام حرکت مستقیم و شعاع کم برای دورزدن، یک ضرورت محسوب می شود.

مدیریت مصرف انرژی و نگهداری از ضمایم بیرونی در ماموریت های جامع امری مهم و مدنظر است [9]. فناوری پیشرفته فعلی برای کنترل حرکت چرخشی راهکارهای کارآمدی هستند چرا که در سکان های خارجی مشکلاتی اعم از سرعت کم و آب بندی محور چرخش باعث معطوف نمودن افکار مهندسی به سمت سامانه های درونی وسیله شده است.

در این راستا مطالعاتی در جهت گلایدرهای زیرسطحی صورت گرفته است. اسکات و همکاران [10] بررسی تکنولوژی و تجهیزات گلایدر سطحی و مقایسه روش های رایج برای برآورده کردن نیاز های عملیاتی را هدف قرار داده اند. شفاف کردن چگونگی پیشرفت از قابلیت های فعلی فناوری گلایدر زیرسطحی به آنچه که در چند سال آینده امکان پذیر باشد معطوف شده است. فراتانتونی [11] در پژوهش خود گلایدر زیرسطحی اسلوکام (slocum) را مدلسازی دینامیکی کرده است. توسعه مدل دینامیکی غیرخطی برای تشخیص و شناسایی عوامل موثر بر عملکرد گلایدر زیرسطحی امری مهم و قابل توجه است. نداشتن مدل دقیقی برای تخمین حالت های گلایدر دقت محاسبات عددی را پایین می آورد.

ژانگ [12] تجزیه و تحلیل بر اساس مدل سازی نیروی لیفت و درگ بالک ها را برای درک بهتر تعادل بین عملکرد گلایدر و انرژی مصرفی را انجام داده است تا براساس آن طراحی جامعی برای گلایدر ارائه کند. آزمایش و تحلیل مدل سازی صورت گرفته بیشتر برای بررسی اثرات جابجایی جرم متحرک، نیروی بویانسی و اندازه بالک بر عملکرد گلایدر انجام شده است. برای حرکت چرخشی در پژوهش یانگ [13] روشی بررسی میشود که در آن عملکرد چرخش توسط سکان صورت می‌گیرد. تجزیه و تحلیل پایداری رابطه بین پایداری حرکت گلایدر و مکان بالک های گلایدر و سکان را تعیین می‌کند. آزمون های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که گلایدر ZJU عملکرد متناسبی داشته است و می‌تواند به عنوان یک ربات هدف برای نمونه برداری اقیانوس متناسب باشد. مدل دینامیکی مبتنی بر فیزیک گلایدر زیرسطحی را می‌توان براساس معادله لاگرانژی،

۲- تشریح گلايدر زیر سطحی

طراحی گلايدر آزمایشی جهت حرکت در محیط و شرایط مدنظر اهمیت بسزایی در عوامل طراحی آن دارد. گلايدر زیرسطحی مورد نظر برای استفاده نیمه صنعتی در محیط‌های بدون اغتشاش، آرام و استفاده در آب‌های کم عمق ساحلی همچون بنادرها است و در جهت اندازه‌گیری‌های شرایط محیطی آب تلاش می‌کند. در جدول ۱ مشخصات فنی گلايدر زیرسطحی مورد نظر در این پژوهش آورده شده است.

جدول ۱) مشخصات کلی گلايدر زیرسطحی

پارامتر	مقدار	واحد
طول کلی	۱۶۵	cm
قطر	۱۶	cm
جرم	۲۰/۵	Kg
عمق عملیاتی	۲۵	m
شعاع عملیاتی	۱	Km

۲-۱- سازوکار بویانسی

گلايدر زیرسطحی با استفاده از تغییر در وزن کلی بدنه ربات در عمق آب غوص و صعود می‌کند. برای گلايدر مدنظر سازوکار مخزن بویانسی درون بدنه ربات تعبیه گردیده است تا بتوان با مکش آب به درون این مخزن و افزایش جرم، باعث غوص ربات در آب شود. همچنین برای صعود نیز با خالی نمودن مخزن، مقدار بویانسی مثبت شده و سبب صعود گلايدر می‌شود. طراحی حجم مخزن برای سازوکار مخزن بویانسی جز عوامل موثر در تاثیر گذاری بر روی عملکرد دینامیکی وسیله است. از همین رو در بخش طراحی لازم است تا اثر میزان حجم این مخزن بر عملکرد هیدرودینامیکی ربات مورد سنجش قرار گیرد.

۲-۲- سازوکار پیچ

به دلیل ثابت بودن بالک‌ها بر روی بدنه می‌بایست جهت گیری و زاویه موثر بالک را با زاویه پیچ کلی ربات تنظیم نمود. با تنظیم زاویه پیچ، زاویه حمله بالک در غوص و صعود در حالت مطلوب و بهینه ای قرار می‌گیرد. در هنگام غوص، گلايدر دارای زاویه پیچ مثبت و در صعود دارای زاویه پیچ منفی باشد. با در نظر گرفتن تمامی ممان‌ها و نیروهای استاتیکی و دینامیکی روی گلايدر در حین حرکت، برای افزایش بازدهی، باید زاویه پیچ دارای مقدار کنترل شده‌ای باشد. بررسی تاثیر زاویه مناسب پیچ و تاثیر آن بر عملکرد و بازدهی گلايدر جز مسائل مهم در مرحله طراحی می‌باشد که در بخش‌های بعدی پرداخته شده است.

۲-۳- بالک و سطوح کنترلی

بخش مهمی از نیروی تراست جهت حرکت به جلو توسط بالک‌ها تولید میگردد. عملکرد یک سطوح کنترلی در قرارگیری در محیط سیالی تحت سرعت نسبی سبب تولید دو نیروی لیفت و درگ می‌شود که این نیروها مستقیماً به بدنه گلايدر وارد میگردد. سطوح کنترلی مانند سایر اجزا دارای عوامل هندسی مجهولی

اثرات گرانش و شناوری، کوپل حرکت مخزن بویانسی و جرم متحرک بیان نمود [14].

بالک‌های گلايدر زیرسطحی مانند بال‌های هواپیما می‌باشند با این تفاوت که در گلايدر زیرسطحی بالک نسبت به بدنه ثابت می‌باشد و حرکت نسبی ندارد. تفاوت دیگر آن پروفیل بالک است که در گلايدرها به صورت متقارن است اما داشتن لبه خمیده (winglet) و تاثیر آن بر عملکرد گلايدر در محیط دینامیک سیالات محاسباتی قابل اندازه‌گیری است [15]. به طور کلی بالک‌های گلايدر وظیفه‌ی تولید نیروی رانش جهت حرکت به سمت جلو را برای گلايدر ایفا میکنند که با بهبود عملکرد هیدرودینامیکی بالک‌ها، می‌توان بازدهی کلی گلايدر را افزایش داد که این موضوع با داشتن مدل دینامیکی دقیقی از عملکرد گلايدر میسر می‌گردد [16]. حتی گاه ممکن است فرم بدنه به شکل دیسکی باشد که پیچیدگی در دینامیک وسیله ایجاد می‌کند [18]. مدل‌سازی‌های صورت گرفته نه تنها برای سنجش عملکرد گلايدر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بلکه برای شبیه‌سازی حرکت و پاسخ گلايدر به فرآیند کنترلی توسعه داده می‌شود [19]. گاه محاسبه و توسعه مدل دینامیکی کار پیچیده‌ای بوده و به‌ناچار با آزمون اسیریه صورت آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی (CFD) جهت استخراج ضرایب هیدرودینامیکی گلايدر مورد استفاده قرار می‌گیرد تا مجهول‌های مدل‌سازی دینامیکی به‌دست آیند [20-21].

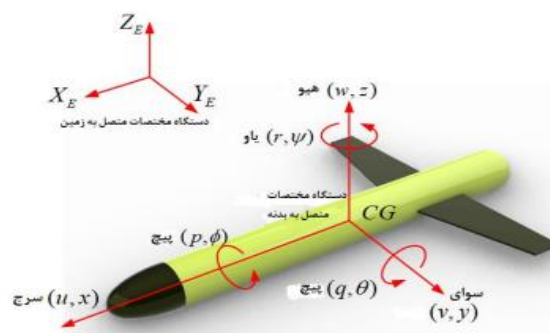
بررسی پژوهش‌های صورت گرفته نشان دهنده اهمیت مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل عملکردی آن است. وجود دینامیک غیرخطی گلايدرهای زیرسطحی پیچیدگی مدل‌سازی رفتاری آن‌ها را بیشتر می‌کند. روش‌های توسعه داده شده به اندازه زیادی زمان بر و هزینه‌زا است یا دقت کافی برای مدل‌سازی را ندارد. با تشریح و توسعه مدل دینامیکی برای گلايدر زیرسطحی تاثیر عوامل موثر در عملکرد هیدرودینامیکی آن را می‌توان سنجید. استفاده از تئوری نواری جهت محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی گلايدر روش معقول و کم هزینه‌ای می‌باشد. عدم داشتن سرعت زیاد، عدم تغییرات ناگهانی در فرم بدنه و فرم هندسی دایره شکل سبب می‌شود نتایج محاسبه شده برای این وسیله‌ها دارای نتایج مطلوبی باشد.

بررسی پارامتریک زاویه پیچ، مخزن بویانسی و هندسه بالک می‌تواند کمک شایانی به افزایش بازدهی وسیله کند که در نتیجه آن کاهش میزان مصرف انرژی، افزایش زمان و شعاع عملیاتی آن میگردد. در مقابل آن در صورت عملکرد ضعیف باعث استفاده زیاد از عمل‌گرها و زیر سامانه‌ها می‌شود که این موضوع ضعیفی برای گلايدر می‌باشد. به همین منظور می‌توان با تشریح مدل دینامیکی با دقت متناسب، تاثیرات عوامل طراحی را تا حد امکان بهینه نمود.

مانند: سطح بالک، ضریب منظری، پروفیل بالک و محل قرار گیری بر روی بدنه هستند که برای بررسی تاثیرات عملکردی آنها در ادامه بررسی گردیده است.

۳- تشریح مدل دینامیکی

تخمین حرکات و حالت های گلايدر زیرسطحي به منظور پاسخ به تغييرات ايجاد شده درون گلايدر مستلزم داشتن مدل دینامیکی دقیقی است. برای تشریح و طراحی کنترلر نیز بخش مدل دینامیکی جز بخش های اصلی و کاربردی است [30-31]. گلايدر دارای شش درجه آزادی حرکتی در فضا است که این شش حرکت با همدیگر کوپل هستند. برای مدل سازی دینامیکی همواره دو دستگاه مختصات تعریف می شود. اولی فیکس شده در قاب مرجع متصل به زمین و بی حرکت است. دومی متصل به بدنه گلايدر میباشد. برای کاهش عوامل، دستگاه مختصات متصل به بدنه در مرکز بویانسی در نظر گرفته شده است. شکل ۱ وضعیت نسبی دستگاه مختصات های تعریف شده برای شبیه سازی را نشان می دهد.



شکل ۱) موقعیت قرار گیری دستگاه مختصات ها

معادلات حاکم از سه عنصر سینماتیک، دینامیک جسم صلب و نیروهای هیدرودینامیکی تشکیل شده است. حرکت دستگاه مختصات متصل به بدنه نسبت به دستگاه مختصات قاب مرجع ثابت مرجع توصیف می شود. حرکت کلی گلايدر در شش درجه آزادی را می توان با بردارهای (۳-۱) توصیف کرد.

$$\eta_1 = [x \ y \ z]^T, \quad \eta_2 = [\phi \ \theta \ \psi]^T, \quad (1)$$

$$\eta = [\eta_1 \ \eta_2]^T$$

$$v_1 = [u \ v \ w]^T, \quad v_2 = [p \ q \ r]^T, \quad (2)$$

$$v = [v_1 \ v_2]^T$$

$$\tau_1 = [X \ Y \ Z]^T, \quad \tau_2 = [K \ M \ N]^T, \quad (3)$$

$$\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$$

در اینجا η موقعیت و جهت گیری، v سرعت انتقالی و چرخشی و τ کل نیروها و ممان های وارد بر زیرسطحي در دستگاه مختصات متصل به بدنه را توصیف می کند. مدل دینامیکی را از معادله حرکتی نیوتن-اویلر می توان به صورت معادله (۴) به دست آورد [22-23]:

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v + M_A\dot{v} + C_A(v)v + D(v)v + G = \tau \quad (4)$$

در اینجا $M \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ماتریس جرم و اینرسی، $C \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ماتریس شتاب کریلیوس و گریز از مرکز، $D \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ماتریس دمپینگ هیدرودینامیکی، $G \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ ماتریس شتاب گرانش و بویانسی، $\tau \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ بردار نیروی و گشتاور های خارجی و $v \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ بردار سرعت گلايدر زیرسطحي می باشد.

۳-۱- ماتریس نیروی برگرداننده

برای بیان نیروها و ممان های حجمی ناشی از شتاب گرانش وارد شده بر بدنه ی گلايدر زیرسطحي از رابطه (پ-۵) بهره گرفته شده است. از آنجا که دستگاه مختصات متصل به بدنه در مرکز بویانسی قرار گرفته است، پس $r_B = [0 \ 0 \ 0]^T$ ، می باشد که ماتریس نیروی برگرداننده G به صورت معادله (پ-۶) ساده می گردد.

۳-۲- شتاب کریلیوس و گریز از مرکز

ماتریس شتاب کریلیوس (M) شامل هردو مقدار جرم و اینرسی ربات می باشد که برای شش درجه آزادی توسعه داده می شود. معادلات و ماتریس های مربوط به شتاب کریلیوس در روابط (پ-۷) و (پ-۸) آورده شده است. کمیت هایی همچون اینرسی و جرم وسیله در این بخش گنجانده می شوند.

۳-۳- دمپینگ هیدرودینامیکی

کاملاً مشهود است که حرکت ربات گلايدر زیرسطحي در سیال شامل مقاومت و میرایی حرکتی است. نیروی برشی، درگ فشاری و گردابه های تولید شده توسط بدنه باعث ایجاد نیروی دمپینگ در حرکت شش درجه آزادی گلايدر می گردد. نیروی دمپینگ هیدرودینامیکی، نیرویی پیوسته و بسیار غیر خطی است که در این پژوهش با مدل سازی نیروی دمپینگ غیرخطی، سعی در مدل سازی دینامیکی دقیق تر گلايدر شده است. این نیروها را می توان به دو حالت مختلف متشکل از یک عبارت خطی و عبارت درجه دو تقسیم بندی کرد [23]. باتوجه به رابطه (۵) داریم.

$$D(v) = \text{diag}\{D_L + D_Q|v|\} \quad (5)$$

که در آن D_L و D_Q عبارات میرایی خطی و عبارت درجه دوم هستند. ماتریس میرایی $D(v)$ ، به شکل معادله (پ-۱۸) به دست می آید.

۳-۴- نیروهای بالک

بالک های گلايدر به دلیل تولید نیروی رانش سبب اهمیت مدل سازی آن می گردد. نیروی تولید شده توسط بالک را با $\tau \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ نمایش داده می شود که ترم های آن نیروها و ممان های تولید شده توسط بالک در شش درجه آزادی است. محل قرارگیری بالک ها بر روی بدنه به گونه ای است که گلايدر در دو صفحه xy و xz متقارن است و باعث می شود برخی از ترم ها و نیروهای تولید شده توسط بالک صفر شوند.

$$\tau = u^2 \delta \begin{bmatrix} X_{uu}\delta \\ 0 \\ Z_{uu}\delta \\ 0 \\ M_{uu}\delta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

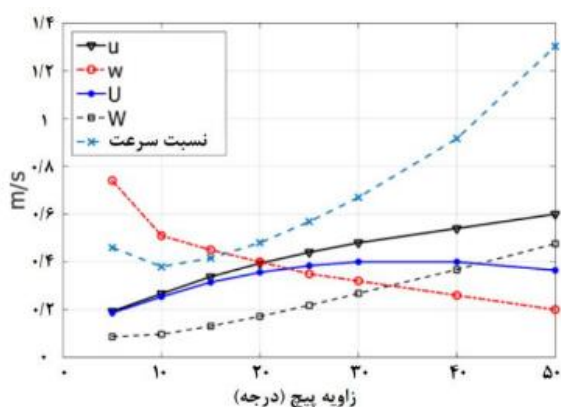
همان‌طور که در نتایج مشخص است مقدار حجم سامانه بویانسی تاثیر زیادی بر نسبت سرعت (w/u) ندارد و تقریباً این نسبت ثابت است. تاثیر میزان حجم مخزن بویانسی بر سرعت های خطی است و با افزایش حجم مخزن سرعت های خطی گلايدر افزایش می یابد.

۶-۲- زاویه پیچ

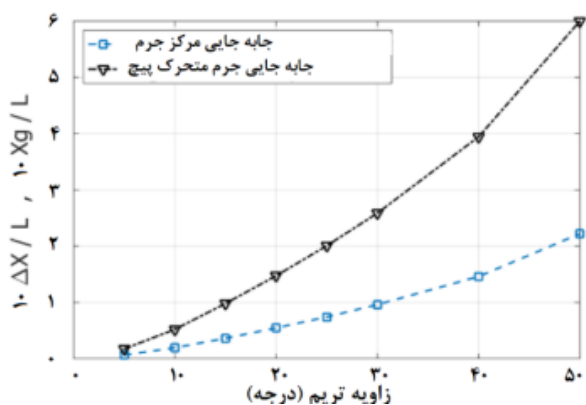
زاویه پیچ در حین غوص ربات تاثیر مستقیمی با عملکرد بالک دارد. در واقع زاویه تریم تنظیم کننده زاویه حمله بالک است. در جدول ۵ نتایج حاصل از مدل سازی آورده شده است. لازم به ذکر است جرم قسمت متحرک سامانه پیچ ۱ کیلوگرم و حجم مخزن بویانسی ۳۰۰ سی سی می باشد.

جدول ۵) نتایج حاصل از بررسی تاثیر زاویه تریم بر عملکرد گلايدر

پیچ (deg)	dX (cm)	W/U	W	U	w	u
۵	۲/۶	۰/۴۶	۰/۰۸۷	۰/۱۸۷	۰/۰۷۴	۰/۱۹۳
۱۰	۷/۸	۰/۳۸	۰/۰۹۷	۰/۲۵۴	۰/۰۵۱	۰/۲۶۷
۱۵	۱۴/۷	۰/۴۱۶	۰/۱۳۱	۰/۳۱۵	۰/۰۴۵	۰/۳۳۸
۲۰	۲۲/۱	۰/۴۸	۰/۱۷۲	۰/۳۵۶	۰/۰۴	۰/۳۹۴
۲۵	۳۰/۱	۰/۵۶۸	۰/۲۱۸	۰/۳۸۴	۰/۰۳۵	۰/۴۴
۳۰	۳۸/۸	۰/۶۷	۰/۲۶۸	۰/۴	۰/۰۳۲	۰/۴۸
۴۰	۵۹/۱۶	۰/۹۱۶	۰/۳۶۸	۰/۴	۰/۰۲۶	۰/۵۴
۵۰	۹۰	۱/۳	۰/۴۷۶	۰/۳۶۵	۰/۰۲	۰/۶



شکل ۴) سرعت های خطی گلايدر در مدل سازی با زاویه تریم های مختلف



شکل ۵) مقدار جابه جایی مرکز جرم و جابه جایی جرم متحرک پیچ براساس زاویه تریم

نتایج در جدول ۳ نشان دهنده ی تفاوت ناچیز در مقایسه بین ضرایب محاسبه شده توسط برنامه و مرجع مورد برای ربات Remus 100 را نشان می دهد. بر این اساس روند شبیه سازی و تکمیل مدل دینامیکی برای ربات های زیرسطحی دوکی شکل دارای دقت مناسبی برای بررسی و مقایسه آن دارد. لذا برای بررسی و تحلیل رفتار هیدرو دینامیکی گلايدر از روند تشریح شده استفاده می شود.

۶-۱- بحث و نتایج

قبل از ساخت گلايدر زیرسطحی نیاز است تا عوامل هندسی و دینامیکی موثر بر عملکرد وسیله سنجیده گردد. عوامل مجهولی همچون زاویه رول و پیچ که مقداری مجهول هستند باید مورد بررسی قرار گیرند.

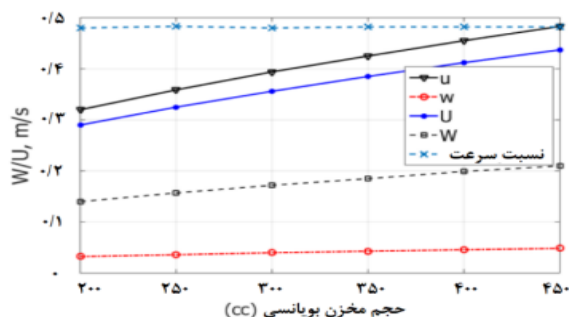
۶-۱-۱- سامانه بویانسی

میزان حجم مخزن بویانسی میزان اختلاف نیروی بویانسی و جرم را در ربات تعیین میکند. در محاسبات صورت گرفته تاثیر حجم مخزن بر عملکرد گلايدر مورد بررسی قرار گرفته است. در جدول ۴ و شکل ۳ نتایج مدل سازی ارائه شده است. در این محاسبات تمامی عوامل طراحی ثابت بوده و فقط حجم مخزن بویانسی متغیر است. لازم به ذکر است جرم قسمت متحرک سامانه پیچ ۱ کیلوگرم و زاویه پیچ ۲۰ درجه می باشد.

افزایش حجم مخزن بویانسی سبب افزایش اختلاف نیروی بویانسی و ثقلی گلايدر می گردد. این امر سبب به صورت مستقیم باعث افزایش سرعت در راستای عمودی می گردد. با افزایش سرعت عمودی، سرعت محلی بالک افزایش یافته و در نتیجه نیروی لیفت تولید شده افزایش می یابد در نتیجه با افزایش حجم مخزن سرعت های خطی افزایشی خواهد بود.

جدول ۴) نتایج حاصل از بررسی تاثیر مخزن بویانسی بر عملکرد گلايدر

حجم مخزن بویانسی (CC)	dX (cm)	W/U	W	U	w	u
۲۰۰	۲۴/۴۴	۰/۴۸	۰/۱۴	۰/۲۹	۰/۰۳۲۳	۰/۳۲
۲۵۰	۲۳/۳	۰/۴۸۳	۰/۱۵۷	۰/۳۲۵	۰/۰۳۶	۰/۳۵۸۸
۳۰۰	۲۲/۱	۰/۴۸	۰/۱۷۲	۰/۳۵۶	۰/۰۴	۰/۳۹۴
۳۵۰	۲۰/۸	۰/۴۸۲	۰/۱۸۵	۰/۳۸۵	۰/۰۴۳	۰/۴۲۵
۴۰۰	۱۹/۵۶	۰/۴۸۲	۰/۱۹۹	۰/۴۱۲	۰/۰۴۵۹	۰/۴۵۵
۴۵۰	۱۸/۳۱	۰/۴۸۲	۰/۲۱	۰/۴۳۷	۰/۰۴۸۶	۰/۴۸۳



شکل ۳) تاثیر حجم مخزن بویانسی بر سرعت گلايدر

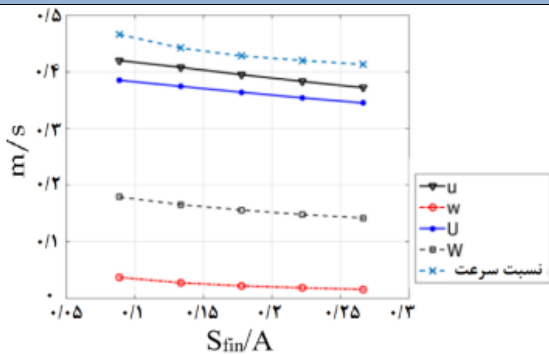
مدلسازی صورت گرفته زاویه هدف پیچ ۲۰ درجه و جرم قسمت متحرک ۱ کیلوگرم در نظر گرفته شده است.

۵-۶- هندسه بالک

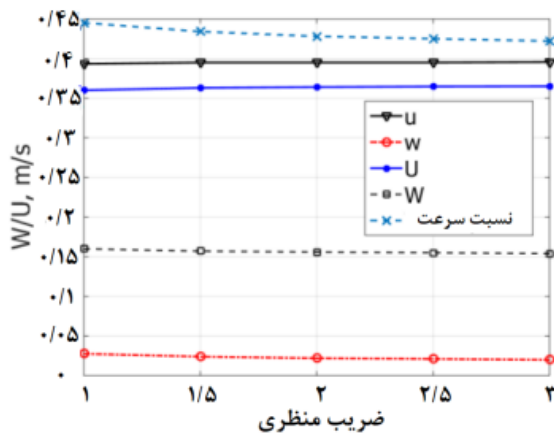
نیروی لیفت تولید شده توسط بالک گلايدر با عوامل هندسی آن متناسب است. مهمترین عامل در عملکرد بالک، مساحت سطح سطوح کنترلی آن است. در مدل سازی های صورت گرفته زاویه پیچ ۲۰ درجه و میزان حجم مخزن بویانسی ۳۰۰ سی سی است. با تغییر عوامل ابعادی بالک، تاثیرات این عامل را بر عملکرد بالک سنجیده شده است. جرم بخش متحرک سامانه پیچ ۱ کیلوگرم در نظر گرفته شده است.

جدول ۶) نتایج حاصل از بررسی تاثیر هندسه بالک بر عملکرد گلايدر

u	w	U	W	W/U	S _{fin} /A	
۰/۴۲	۰/۰۲۷	۰/۳۸۵	۰/۱۷۹	۰/۴۶۶	۰/۰۱	۰/۰۸۸۹
۰/۴۰۸	۰/۰۲۷	۰/۳۷۴	۰/۱۶۵۶	۰/۴۴۲	۰/۰۱۵	۰/۱۳۴
۰/۳۹۵	۰/۰۲۲	۰/۳۶۴	۰/۱۵۶	۰/۴۲۸	۰/۰۲	۰/۱۷۷۸
۰/۳۸۳	۰/۰۱۸	۰/۳۵۴	۰/۱۴۸	۰/۴۲	۰/۰۲۵	۰/۲۲۲
۰/۳۷۲	۰/۰۱۶	۰/۳۴۵	۰/۱۴۲	۰/۴۱۳	۰/۰۳	۰/۲۶۶۷
۰/۳۹۳۳	۰/۰۲۷۶	۰/۳۶	۰/۱۶	۰/۴۴۵		۱
۰/۳۹۵	۰/۰۲۴	۰/۳۶۳	۰/۱۵۷	۰/۴۳۴		۱/۵
۰/۳۹۵	۰/۰۲۲	۰/۳۶۴	۰/۱۵۶	۰/۴۲۸		۲
۰/۳۹۵	۰/۰۲۱	۰/۳۶۴۷	۰/۱۵۵	۰/۴۲۵		۲/۵
۰/۳۹۵۶	۰/۰۲	۰/۳۶۵	۰/۱۵۴	۰/۴۲۲		۳



شکل ۷) تاثیر مساحت بالک بر سرعت گلايدر



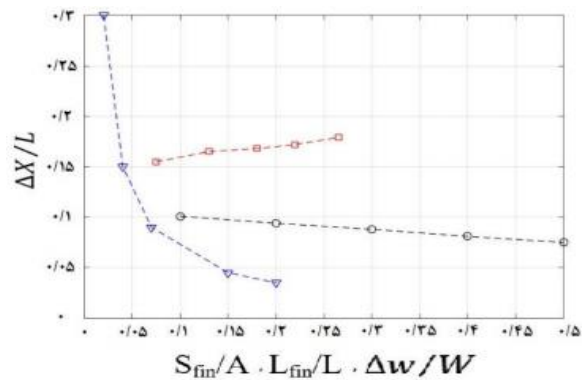
شکل ۸) تاثیر ضریب منظری بر سرعت گلايدر

همان طور که در نتایج ارائه شده مشخص است، با افزایش دامنه پیچ میزان دامنه جرم متحرک افزایش می یابد. از دیدگاه هیدرواستاتیکی این امر توجیه پذیر است. از طرف دیگر تاثیر زاویه پیچ در عملکرد گلايدر به گونه ای است که در زاویه ای مابین ۳۰ تا ۴۰ درجه به بیشترین سرعت خود خواهد رسید اما عامل مهمی مانند نسبت سرعت (w/u) در زاویه ای مابین ۱۵ تا ۲۰ درجه کمینه میگردد. پس گلايدر در زاویه مابین ۱۵ تا ۲۰ بهترین بازدهی را دارد اما در مواقعی که جریانات دریایی به عنوان اغتشاش حضور دارند، قرار گیری در زاویه پیچ بالا تر جهت رسیدن به سرعت بالاتر امکان پذیر است.

هدف زاویه پیچ تنظیم زاویه حمله بالک است به گونه ای که بتوان بیشترین لیفت و کمترین درگ ایجاد شود. در زوایای بین ۱۵ تا ۲۰ درجه شرایط دینامیکی گلايدر به شکلی رقم میخورد که بهترین وضعیت لیفت و درگ برای بدنه و بالک ها رقم می خورد.

۳-۶- جرم قسمت متحرک سامانه پیچ

جرم متحرک سامانه پیچ کنترل نیز از عوامل مجهول بخش طراحی می باشد. جرم این قسمت تاثیر مستقیم با طول جابه جایی دارد. در واقع هرچه جرم کمتر باشد طول مورد نیاز برای جابه جایی بیشتر است و عکس این قضیه نیز صحت دارد. با افزایش حجم بدنه آبند گلايدر، جرم گلايدر افزایش می یابد که برای دستیابی به زاویه مورد نظر نیاز به جرم بیشتری برای جابه جایی است. در مدل سازی های صورت گرفته زاویه پیچ هدف ۲۰ درجه است.



شکل ۹) تاثیر وزن متحرک، موقعیت طولی و هندسه بالک بر جابه جایی جرم متحرک سیستم پیچ کنترل (مشکی: موقعیت بالک، آبی: جرم قسمت متحرک پیچ، قرمز: مساحت سطح بالک)

۴-۶- موقعیت طولی بالک

موقعیت قرارگیری طولی بالک بر روی بدنه تاثیری بر عملکرد هیدرودینامیکی بالک ندارد تنها تفاوتی که ایجاد می کند تاثیر بر جابه جایی قسمت متحرک سامانه بویانسی است. در واقع هرچقدر بالک دورتر از مرکز جرم قرار گیرد ممان تاثیر گذارتری بر زاویه پیچ دارد. در شکل ۶ نتایج حاصل از مدل سازی آورده شده است. در

منابع مالی: هزینه‌های این پژوهش توسط نویسندگان تأمین شده است.

منابع

- 1- Thompson M. The Navy's Amazing Ocean-Powered Underwater Drone. 2013.
- 2- Blidberg DR. The development of autonomous underwater vehicles (AUV); a brief summary. In Iera 2001 (Vol. 4, No. 1, pp. 1-12).
- 3- RUSLING M. Gliders will aid naval research. National Defense. 2009;93(667):18-.
- 4- Benthos T. TeledyneWebb Research Reaches Second Milestone of U.S. Navy LBS-Glider Progra. July 12, 2011.
- 5- Alsema, "Seaexplorer, <https://www.alseamar-alcen.com/products/underwaterglider/seaexplorer/>" 2017.
- 6- Webb DC, Simonetti PJ, Jones CP. SLOCUM: An underwater glider propelled by environmental energy. IEEE Journal of oceanic engineering. 2001;26(4):447-52.
- 7- Sherman J, Davis RE, Owens WB, Valdes J. The autonomous underwater glider "Spray". IEEE Journal of Oceanic Engineering. 2001;26(4):437-46.
- 8- Eriksen CC, Osse TJ, Light RD, Wen T, Lehman TW, Sabin PL, Ballard JW, Chiodi AM. Seaglider: A long-range autonomous underwater vehicle for oceanographic research. IEEE Journal of oceanic Engineering. 2001; 26(4):424-36.
- 9- Ullah B, Ovinis M, Baharom MB, Javaid MY, Izhar SS. Underwater gliders control strategies: A review. In 2015 10th Asian Control Conference (ASCC) 2015 (pp. 1-6). IEEE.
- 10- Jenkins SA, Humphreys DE, Sherman J, Osse J, Jones C, Leonard N, Graver J, Bachmayer R, Clem T, Carroll P, Davis P. Underwater glider system study.
- 11- Graver JG, Bachmayer R, Leonard NE, Fratantoni DM. Underwater glider model parameter identification. In Proc. 13th Int. Symp. on Unmanned Untethered Submersible Technology (UUST) 2003 (Vol. 1, pp. 12-13).
- 12- Zhang F, Thon J, Thon C, Tan X. Miniature underwater glider: Design and experimental results. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2013; 19(1):394-9.
- 13- Yang C, Peng S, Fan S. Performance and stability analysis for ZJU glider. Marine Technology Society Journal: The International, Interdisciplinary Society Devoted to Ocean and Marine Engineering, Science and Policy M. 2014;48(3):88-103.
- 14- Jing G, Lei L, Gang Y. Dynamic modeling and experimental analysis of an underwater glider in the ocean. Applied Mathematical Modelling. 2022; 108: 392-407.
- 15- Lyu D, Song B, Pan G, Yuan Z, Li J. Winglet effect on hydrodynamic performance and trajectory of a blended-wing-body underwater glider. Ocean Engineering. 2019; 188:106303.
- 16- Magano K, Meyers L, Msomi V. Developments in the investigation of underwater glider wing profile. Materials Today: Proceedings. 2022; 56:2311-5.

از نتایج ارائه شده می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر میزان سطح بالک تأثیر بیشتر بر سرعت های گلایدر دارد. اما نسبت ضریب منظری تأثیر کمتری بر سرعت دارد. با افزایش میزان سطح بالک سرعت های گلایدر کاهش می‌باشد اما نسبت سرعت های خطی که تأثیر زیادی در بازدهی گلایدر دارد کاهش است. انتخاب عوامل بالک بسته به دیدگاه طراح دارد و می‌توان ابعاد متغیری داشته باشد. در شکل ۶ نیز تأثیر سطح بالک بر میزان جابه جایی جرم متحرک دیده شده است.

نیروی کلی بالک با مساحت بالک و ضریب منظری ارتباط دارد به شکلی که اگر میزان مساحت افزایشی باشد نیروهای بالک افزایش می‌یابد. نیروهای درگ و لیفت مانند دمپر در مقابل سرعت عمودی گلایدر (W) خواهد داشت که سبب کاهش سرعت کلی می‌گردد. اما همانطور که از نتایج مشخص است با افزایش مساحت بالک میزان نسبت سرعت (W/U) کاهش می‌یابد علت این موضوع را می‌توان در نرخ افزایش نیروی درگ و لیفت دانست. با افزایش مساحت و ضریب منظری بالک، میزان افزایش نیروی لیفت نسبت به نیروی درگ بیشتر است که سبب می‌شود نسبت سرعت کاهش یابد.

۷- نتیجه گیری

پژوهش صورت گرفته به بررسی مدل‌سازی دینامیکی غیرخطی گلایدر زیرسطحی و بررسی تأثیرات ابعادی بر عملکرد هیدرودینامیکی آن پرداخته شد. دینامیک غیرخطی گلایدرهای زیرسطحی پیچیدگی زیادی در بررسی عملکرد آن‌ها ایجاد نموده است که می‌توان با تشریح مدل غیرخطی تأثیر این عوامل را آشکار نمود.

دینامیک گلایدر زیرسطحی وابستگی زیادی به نیروی لیفت و درگ تولید شده توسط بالک و بدنه و همچنین عامل سومی همچون نیروی ثقلی دارد. نیروی ثقلی در جهات مختلف وابستگی زیادی به میزان اختلاف جرم و بویانسی، تریم، رول و فاصله عمودی مرکز جرم تا مرکز بویانسی دارد.

گاه‌ها در دیدگاه طراحی ممکن است عوامل متنوعی مدنظر باشند که فاکتور مهم و تابع هدف ممکن است متفاوت باشد که با بررسی پارامتریک می‌توان آن را پوشش داد به گونه ای نسبت به شرایط محیطی تصمیم‌گیری بهتری داشت.

انعطاف پذیری تریم و حجم مخزن بویانسی می‌تواند در شرایط متفاوت مدنظر قرار گیرد چرا که با افزایش تریم و حجم مخزن بویانسی سرعت های خطی بیشتر می‌شود اما بازدهی عملکردی کاهش می‌یابد که این موضوع می‌تواند در شرایط بد محیطی مانند وجود جریان‌ات دریایی مناسب باشد.

تأییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است.

تعارض منافع: در این مقاله هیچ تعارض منافی برای اظهار ندارد.

- 26- Ortiz X, Rival D, Wood D. Forces and moments on flat plates of small aspect ratio with application to PV wind loads and small wind turbine blades. *Energies*. 2015;8(4):2438-53.
- 27- Hasanvand A, Hajivand A. Investigating the effect of rudder profile on 6DOF ship turning performance. *Applied Ocean Research*. 2019; 92:101918.
- 28- Hasanvand A, Hajivand A, Ali NA. Investigating the effect of rudder profile on 6DOF ship course-changing performance. *Applied Ocean Research*. 2021; 117:102944.
- 29- Presterro TT. *Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle* (Doctoral dissertation, Massachusetts institute of technology).
- 30- Navabi M, Mirzaei H. Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(5).
- 31- Najafi MR. Dynamic Modeling and Optimal Adaptive Robust Control of an Omni Directional Mobile Robot Using Harmony Search Algorithm. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(8):191-200.

۸- پیوست ۱

۸-۱- ماتریس های تبدیل دستگاه مختصات

برای تبدیل مختصات اولیه سرعت‌های انتقالی بین دستگاه مختصات متصل به وسیله با دستگاه مختصات مرجع زمین از رابطه (پ-۱) استفاده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = J_1(\eta_2)v_1 \quad \text{پ-۱} \quad (1)$$

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad \text{پ-۲} \quad (2)$$

۸-۲- ماتریس های بازگرداننده

$$G = \begin{bmatrix} f_B + f_G \\ r_B \times f_B + r_G \times f_G \end{bmatrix} \quad \text{پ-۵} \quad (3)$$

که در معادله ی (پ-۵) بردار نیروی بویانسی و f_G بردار نیروی جرم ناشی از شتاب گرانش مربوط به گلايدر می‌باشد. در حالی که $r_B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ مرکز ثقل و $r_G \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ مرکز بویانسی در دستگاه مختصات متصل به بدنه می‌باشد. حالا، از آنجا که دستگاه مختصات متصل به بدنه در مرکز بویانسی قرار گرفته‌است، پس $r_B = [0 \ 0 \ 0]^T$ می‌باشد. ماتریس نیروی بازگرداننده G به صورت معادله (۱۵) بیان می‌شود.

$$G = \begin{bmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \sin \phi \cos \theta \\ -(W - B) \cos \phi \cos \theta \\ (y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi + (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ (x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \sin \theta \end{bmatrix} \quad \text{پ-۶} \quad (6)$$

- 17- Yu P, Wang T, Zhou H, Shen C. Dynamic modeling and three-dimensional motion simulation of a disk type underwater glider. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2018;10(3):318-28.
- 18- Nakamura M, Hyodo T, Koterayama W. "LUNA" testbed vehicle for virtual mooring. In *The Seventeenth International Offshore and Polar Engineering Conference 2007*. OnePetro.
- 19- Wu H, Niu W, Wang S, Yan S. An analysis method and a compensation strategy of motion accuracy for underwater glider considering uncertain current. *Ocean Engineering*. 2021; 226:108877.
- 20- Lee S, Choi HS, Kim JY, Paik KJ. A numerical study on hydrodynamic maneuvering derivatives for heave-pitch coupling motion of a ray-type underwater glider. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2020; 12:892-901.
- 21- Singh Y, Bhattacharyya SK, Idichandy VG. CFD approach to modelling, hydrodynamic analysis and motion characteristics of a laboratory underwater glider with experimental results. *Journal of Ocean Engineering and Science*. 2017;2(2):90-119.
- 22- Fossen TI. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons; 2011.
- 23- Yuh J. Modeling and control of underwater robotic vehicles. *IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetics*. 1990 Nov;20(6):1475-83.
- 24- Molland AF, Turnock SR. *Marine rudders and control surfaces: principles, data, design and applications*. Elsevier; 2011 Feb 24.
- 25- Seif MS, Hasanvand A. Investigating the geometry and control surface of AUV robots on hydrodynamics performance. *Journal Of Marine Engineering*. 2021; 17(33):53-64.

از طرفی که

تبدیل سرعت‌های دورانی بین دستگاه مختصات ثابت مرجع و بدنه وسیله با رابطه ی (پ-۳) بدست می‌آید:

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)v_2 \quad \text{پ-۳} \quad (4)$$

از طرفی که

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad \text{پ-۴} \quad (5)$$

باید این را در نظر گرفت که $J_2(\eta_2)$ برای زاویه پیچ $\theta = \mp 90$ تعریف نمی‌شود. این مسئله نمی‌تواند مشکلی در روند حل مسئله ایجاد کند چون حرکت گلايدر معمولاً به نزدیکی این زاویه در حین حرکت نمی‌رسد. برای مدلسازی بردار شتاب گرانش و بویانسی از دو ماتریسی با نام f_B و f_G استفاده می‌شود.

۳-۸- شتاب کریلیوس و گریز از مرکز

ماتریس M شامل هردو مقدار جرم و اینرسی می‌باشد که M_{RB} ماتریس جسم صلب بدنه و M_A جرم افزوده هیدرودینامیکی می‌باشند. آنگاه ماتریس M_{RB} به صورت (۱۶) تشریح می‌شود.

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (۸-پ)$$

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (۷-پ)$$

$C(v)$ ماتریس جرم متشکل از دو ماتریس است $C_{RB}(v)$ و $C_A(v)$ تشکیل دهنده این ماتریس هستند. $C_{RB}(v)$ ماتریس شتاب کریلیوس و گریز از مرکز مرتبط به ماتریس M_{RB} است در صورتی که ماتریس $C_A(v)$ ماتریس شتاب کریلیوس مرتبط با ماتریس M_A می‌باشد. در معادله ی (۹-پ) ماتریس $C_{RB}(v)$ تشریح شده است.

ماتریس جرم افزوده M_A ، به صورت معادله (۸-پ) است.

$$C_{RB}(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & -mw & mv & 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_z r & I_{yz}r + I_{xy}p - I_y q \\ mw & 0 & -mu & I_{yz}q + I_{xz}p - I_z r & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_x p \\ -mv & mu & 0 & -I_{yz}r - I_{xy}p + I_y q & I_{xz}r + I_{xy}q - I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (۹-پ)$$

$$b_1 = X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \quad (۱۴-پ)$$

شتاب کریلیوس مرتبط با ماتریس C_A با ماتریس (۱۰-پ) توصیف می‌شود.

$$b_2 = X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \quad (۱۵-پ)$$

$$b_3 = X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r \quad (۱۶-پ)$$

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۰-پ)$$

۴-۸- دمپینگ های هیدرودینامیکی
توصیف نیروی دمپینگ هیدرودینامیکی به شکل را رابطه (پ-۱۷) می‌باشد.

در حالی که

$$D(v) = \text{diag}\{D_L + D_Q|v|\} \quad (۱۷-پ)$$

که در آن D_L و D_Q عبارات میرایی خطی و عبارت درجه دوم هستند. ماتریس میرایی $D(v)$ ، به شکل معادله ی (پ-۱۸) بدست می‌آید.

$$a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \quad (۱۱-پ)$$

$$a_2 = X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \quad (۱۲-پ)$$

$$a_3 = X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \quad (۱۳-پ)$$

$$D(v) = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} + X_{|u|}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} + Y_{|v|}|v| & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} + Y_{|r|}|r| \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} + Z_{|w|}|w| & 0 & Z_{\dot{q}} + Z_{|q|}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} + K_{|p|}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} + M_{|w|}|w| & 0 & M_{\dot{q}} + M_{|q|}|q| & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} + N_{|v|}|v| & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} + N_{|r|}|r| \end{bmatrix} \quad (۱۸-پ)$$

۵-۸- معادلات شش درجه آزادی ربات زیرسطحی

به طور کلی معادلات شش درجه آزادی برای گلايدر زیرسطحی به صورت معادله (پ-۱۹) استخراج میگردد.

$$m[\dot{u} - vr + wq + z_g(pr + \dot{q})] = X_{|u|}|u| + X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{\dot{u}}u + X_{wq}wq + X_{q\dot{q}}q\dot{q} + X_{vr}vr + X_{rr}rr + (W - B) \sin \theta + X_{uu}\delta^2 \delta \quad (۱۹-پ)$$

$$m[\dot{v} - wp + ur + z_g(qr - \dot{p})] = Y_{|v|}|v| + Y_{|r|}|r| + Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r + Y_{ur}ur + Y_{wp}wp + Y_{uv}uv + Y_{pq}pq - (W - B) \sin \phi \cos \theta \quad (۲۰-پ)$$

$$m[\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2)] = Z_{|w|}|w| + Z_{|q|}|q| + Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{q}}q + Z_{uw}uw + Z_{vp}vp + Z_{rp}rp + Z_{uu}\delta^2 \delta - (W - B) \cos \phi \cos \theta \quad (۲۱-پ)$$

$$I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - m[z_g(\dot{v} - wp + ur)] = K_{|p|}|p| + K_{\dot{p}}\dot{p} + K_{\dot{p}}p + (y_gW - y_bB) \cos \theta \cos \phi - (z_gW - z_bB) \cos \theta \sin \phi \quad (۲۲-پ)$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp + m[z_g(\dot{u} - vr + wq)] = M_{|w|}|w| + M_{|q|}|q| + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{uq}uq + M_{vp}vp + M_{rp}rp + M_{uw}uw + M_{uu}\delta^2 \delta + (z_gW - z_bB) \sin \theta + (x_gW - x_bB) \cos \theta \cos \phi \quad (۲۳-پ)$$

$$I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq = N_{|v|}|v| + N_{|r|}|r| + N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{r}}r + N_{ur}ur + N_{wp}wp + N_{pq}pq + N_{uv}uv + (x_gW - x_bB) \cos \theta \sin \phi - (y_gW - y_bB) \sin \theta \quad (۲۴-پ)$$