



طراحی کنترلر تطبیقی برای ربات ساختار پیوسته با مکانیزم تاندونی

حبیب احمدی^{1*}، مهدی بامداد¹، سید محمد مهدی بحری²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی 316، habibahmadif@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 11 خرداد 1394

پذیرش: 30 تیر 1394

ارائه در سایت: 24 مرداد 1394

کلید واژگان:

ربات ساختار پیوسته

انحنا ثابت

کنترلر تطبیقی

اویلر برنولی

فیدبک خطی ساز

چکیده

در این مقاله دینامیک و کنترل یک ربات ساختار پیوسته با مکانیزم تاندونی مورد بررسی قرار گرفته است. ربات ساختار پیوسته مورد بررسی انحناء- ثابت فرض شده و از اثرات پیچش و تغییر طول در راستای محوری صرف نظر شده است. کابل‌های موجود با تیر اویلر برنولی تقریب زده شده و با استفاده از معادلات لاگرانژ فرم بسته معادلات دینامیکی ربات محاسبه شده است. در این مقاله کنترل ربات در دو بخش انجام شده که در مرحله اول مدل دینامیکی معین فرض شده و با استفاده از فیدبک خطی ساز به کنترل موقعیت و سرعت پرداخته شده است؛ اما نامعینی‌های موجود در مدل دینامیکی، همواره کنترل ربات‌های پیوسته را با چالش مواجه می‌کنند. در این وضعیت می‌توان با دانستن تقریبی از پارامترها و انتخاب مقدار مشخصی برای آن به کنترل ربات پرداخت اما در این روش خطا صفر نخواهد شد و در محدوده مشخصی باقی خواهد ماند. لذا در بخش دوم طراحی کنترلر، از روش کنترل تطبیقی برای حل مشکل فوق استفاده شده است. در مسئله مورد مطالعه جرم ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه به‌عنوان نامعینی در سیستم فرض شده است. لذا برای تخمین این نامعینی، یک قانون تطبیق ارائه شده است که ضمن تخمین مناسب پارامترهای فوق، خطا در ردیابی موقعیت و سرعت را صفر می‌کند. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مناسب در ردیابی سرعت و موقعیت را نشان می‌دهد.

Adaptive Control Design for a Tendon-based continuum robot

Habib Ahmadi*, Mahdi Bamdad, Seyed Mohammad Mehdi Bahri

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

* P.O.B. 316 Shahrood, Iran, habibahmadif@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 June 2015
Accepted 21 July 2015
Available Online 15 August 2015

Keywords:

Continuum robot
constant curvature
adaptive controller
Euler-Bernoulli beam
feedback linearization

ABSTRACT

In this paper, dynamics and control of a Tendon-based continuum robot is investigated. The curvature is assumed constant in each section of continuum robot. Kinematic equation is established on the basis of the Euler-Bernoulli beam. The dynamic model of the continuum robot is derived using Lagrange method. In this paper, robot control is performed in two parts: first, Dynamic model is assumed to be known and position and velocity tracking control has been achieved using the feedback linearization method; but uncertainties in the dynamic model are constantly challenged the control of continuum robots. For unknown parametric quantities such as mass coefficients, one way is to simply substitute a fixed estimate for the unknown parametric quantities. In this case tracking error is not equal to zero but it is bounded. For many applications, we cannot assume that tracking error vector is not equal to zero. In such cases adaptive controller is used. In this paper the total mass of the primary backbone and secondary backbone are uncertain parameters, therefore, a new adaptive controller is presented to estimate those uncertainties. Tracking error is asymptotically stable by using adaptive controller. Simulation results show good performance in velocity and position tracking.

1- مقدمه

در محیط‌های پیچیده و بدون ساختار منظم مانند ساختمان‌های ویران شده می‌باشند [2, 3]. همچنین این ربات‌ها در عمل‌های جراحی با حداقل آسیب به بدن بیمار مورد استفاده قرار می‌گیرند [4-7]. در حوزه مدل‌سازی دینامیکی ربات‌های ساختار پیوسته، تحقیقات متعددی انجام شده است. چیتراکاران دینامیک ربات‌های ساختار پیوسته را بر پایه اصول مکانیزم‌های پیوسته توسعه داد [8]. ماتسونو و ساتو مدلی دینامیکی برای ربات مار آبی بر پایه معادلات اویلر نیوتن ارائه دادند [9]. در دو مدل ذکر شده، بدنه ربات پیوسته زنجیره‌ای پی‌درپی از اتصالات صلب در نظر گرفته شده بود؛ همین

در سال‌های اخیر محققان با الهام گرفتن از طبیعت و مشاهده نمونه‌های بیولوژیکی از اندام‌هایی همانند خرطوم فیل، بازوی اختاپوس و زبان جانوران، به تحقیق و بررسی در مورد ربات‌هایی با پیکره انعطاف‌پذیر پرداخته‌اند. برخلاف ربات‌های رایج که از اتصال بازوهای صلب ساخته می‌شوند، پیکره این ربات‌ها از مواد انعطاف‌پذیر تشکیل می‌شود. در مقایسه با دیگر ربات‌ها، در تنه اصلی این ربات‌ها از مفاصل استفاده نمی‌شود [1]. این ربات‌ها به دلیل درجه آزادی اضافی و همچنین نرمی قابل توجه انتخاب مناسبی برای انجام عملیات

Please cite this article using:

H. Ahmadi, M. Bamdad, S. M. M. Bahri, Adaptive Control Design for a Tendon-based continuum robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 235-246, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Ahmadi, M. Bamdad, S. M. M. Bahri, Adaptive Control Design for a Tendon-based continuum robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 235-246, 2015 (In Persian)

کنترل موقعیت مجری نهایی استفاده شده است. این کنترلر برای تمام ربات‌های پیوسته که قابلیت خمش و تغییر طول محوری را دارا هستند نیز معتبر است. در [23] بازوی پیوسته‌ای ارائه شده که پوسته خارجی ربات از مواد انعطاف‌پذیر تشکیل شده است؛ در داخل پوسته منعطف از سیال الکترومغناطیسی کنترل پذیر استفاده شده است. ربات فوق از بخش‌های محدودی تشکیل شده و هر بخش به طور جداگانه قابل کنترل است. مدل دینامیکی این ربات با استفاده از روش لاگرانژ محاسبه شده است. برای کنترل این ربات از مد لغزشی استفاده شده و برای تخمین پارامترهای غیرقابل دسترس از یک مشاهده‌گر غیرخطی استفاده شده است. استفاده از حس‌گرها برای تعیین پارامترهای هندسی ربات نیز اخیراً مورد توجه قرار گرفته است. در این راستا، در مرجع [24] از کنترلر حلقه بسته برای ربات پیوسته با مقیاس کوچک استفاده شده است. در روش فوق، برای تعیین موقعیت مجری نهایی از حسگر الکترومغناطیسی استفاده شده است. در مراجع [25، 26] جهت اهداف کنترلی، از دوربین برای تعیین موقعیت استفاده شده اما محدودیت این کنترلر ها در عدم کارایی آن‌ها در محیط‌ها تاریک است. در مرجع [27] برای کنترل ربات پیوسته دو روش کنترل گشتاور محاسبه شده و کنترل مقاوم بررسی و مقایسه شده است. از روش گشتاور محاسبه شده در عدم حضور نامعینی در سیستم استفاده شده است. برای غلبه بر نامعینی‌ها نیز از روش کنترل مقاوم بهره برده شده است. در مرجع [28] برای غلبه بر نامعینی‌ها در سیستم از یک کنترلر مقاوم استفاده شده است، همچنین از الگوریتم هوشمند برای بالا بردن کیفیت نتایج نیز استفاده شده است. در مرجع [29] برای کنترل موقعیت یک ربات پیوسته که در ساختارش از آلیاژ حافظه‌دار استفاده شده از یک کنترلر سلسله مراتبی بهره جسته شده است. در مرجع [30] بازوی پیوسته با جرم، فنر و دمپر مدل شده است و برای کنترل ربات از روش مد لغزشی استفاده شده است. در کار فوق، شیب سطح لغزش با استفاده از روش گرادیان کاهش یافته است. در مرجع [31] برای غلبه بر نامعینی‌ها از کنترلر دو بخشی استفاده شده است. این دو بخش کنترلر به طور همزمان کنترل موقعیت و نیروی ربات پیوسته را انجام می‌دهند. اولین بخش کنترلر با استفاده از الگوریتم یادگیری با نظارت به کنترل موقعیت ربات می‌پردازد و بخش دوم کنترلر به کنترل نیرو بر پایه یک کنترلر شبکه عصبی تطبیق‌پذیر می‌پردازد.

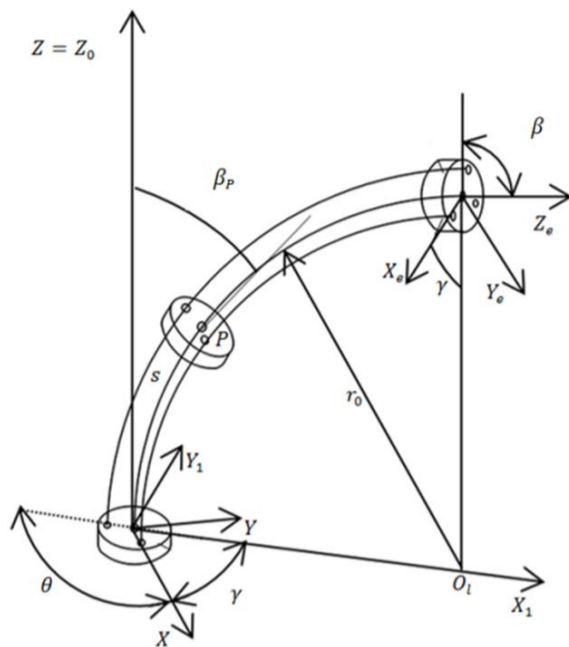
بررسی تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که در کنترل ربات‌های ساختار پیوسته کمتر به مسئله نامعینی توجه شده است که در این بین، روش کنترل تطبیقی برای تخمین پارامترهای نامعلوم در یک ربات ساختار پیوسته تاکنون انجام نشده است؛ لذا نوآوری در تحقیق حاضر استخراج فرم پارامتری برای دینامیک ربات ساختار پیوسته تاندونی، استخراج قانون تطبیق جهت تخمین پارامترها، ارائه تابع لیاپانوف مناسب، طراحی کنترلر تطبیقی و اثبات پایداری سیستم حلقه بسته بر مبنای تئوری لیاپانوف می‌باشد. بنابراین در این مقاله کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی ربات پیوسته با عملگر تاندونی در حضور نامعینی پارامتری مورد بررسی قرار گرفته است. ربات مورد مطالعه از سه کابل هدایت‌شونده، 8 دیسک جداکننده و ستون فقرات اصلی تشکیل شده است. در این تحقیق، ابتدا تحلیل سینماتیک و دینامیک برای ربات مورد مطالعه انجام شده و در مرحله اول طراحی کنترلر، با فرض اینکه مدل سیستم معلوم است؛ برای کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی از روش گشتاور محاسبه شده، استفاده شده است. در ادامه و در مرحله دوم طراحی کنترلر، جرم کابل‌ها و دیسک‌ها به‌عنوان نامعینی موجود در سیستم در نظر

امر دلیلی بر ناتوانی این مدل‌ها در توصیف پیوستگی ذاتی بدنه ربات بود. گراجن و همکارانش مدل دینامیکی ارائه دادند که برای توصیف تغییر شکل وسیع در بدنه ربات مورد استفاده قرار گرفت [10، 11]؛ اما این نوع مدل تنها در صفحه معتبر بود و قابل تعمیم یافتن در فضای سه‌بعدی نبود. در [12] مطالعه جامعی شامل طراحی مکانیکی، تحلیل سینماتیک، دینامیک و کنترل ربات صفحه ای پیوسته مهره‌ای انجام شده است، هدف اصلی در مقاله فوق دستیابی به ترکیبی مناسب از کابل‌های بکار رفته در ساختار مهره‌ای است که بیشترین دوران را در کنار انتقال بیشینه گشتاور مهره‌ای حاصل کند. موچیاما و سوزوکی [13] مدل دینامیکی در سه بعد را توسعه دادند اما در این مدل تغییر طول در راستای محوری در نظر گرفته نشده بود. تاتلیسی گلو و همکارانش مدل دینامیکی را بر اساس پارامترهای هندسی ارائه دادند که در آن تغییر طول محوری در نظر گرفته شده اما از اثرات پیچشی صرف نظر شده بود [14]. در مرجع [15] برای جبران کاستی ربات‌های پیوسته در تولید و انتقال حرکت، مدل نوینی برای ساختار بازوی مهره‌ای ارائه شده است. در مرجع [16] ربات ساختار پیوسته با سه ستون فقرات فرعی و یک ستون فقرات اصلی ارائه شده است. در این مدل، معادلات دینامیکی حاکم با فرض انحناء ثابت در هر بخش از ربات محاسبه شده است.

در سال‌های اخیر تحقیقات متعددی در زمینه کنترل ربات‌های پیوسته انجام شده است. برای کنترل مؤثر ربات‌های تاندونی، وجود تابعی که فضای هندسی و فضای مفصلی را به هم مربوط کند امری ضروری است. کنترلرهای مختص ربات‌های پیوسته با عملگر تاندونی در [17-19] ارائه شده است. کنترلر استفاده شده در [17] با تنظیم کرنش محوری تا یک مقدار ثابت، حداقل نیروی لازم برای کششی بودن نیرو در کابل‌ها را تضمین می‌کند.

نامعینی‌های موجود در مدل دینامیکی، همواره کنترل ربات‌های پیوسته را با چالش مواجه می‌کنند، لذا استراتژی کنترل در ربات‌های فوق بر این مبنا خواهد بود که در حضور نامعینی‌ها، هدف کنترلی محقق شود. در این راستا و در [20] از کنترلر مقاوم برای ربات ساختار پیوسته تاندونی استفاده شده است. این کنترلر با این هدف طراحی شده که از افزایش بیش از حد نیروی تماسی در محیط‌های ظریف، نامشخص و محدود جلوگیری کند. مدل سینماتیکی استفاده شده در تحقیق فوق از ضرب دو ماتریس تبدیل به دست آمده است؛ اولین ماتریس تبدیل مربوط به زمانی است که ربات با محیط اطراف تعامل ندارد و ماتریس تبدیل دوم، توصیف کننده رفتار ربات در زمانی است که به ربات از طرف محیط نیرو وارد می‌شود. لازم به توضیح است که روش غالب برای مدل کردن ربات‌های پیوسته روش انحناء-ثابت¹ است که در هر بخش از ربات، انحناء ثابت فرض می‌شود؛ اما اگر اثرات پیچش قابل صرف نظر کردن نباشند دیگر انحناء در هر بخش ثابت نیست و باید از نظریه میله کوسرت² استفاده کرد. لذا در تحقیق فوق با استفاده از نظریه میله کوسرت انحراف نوک ربات تحت اثر بار اعمالی محاسبه شده است. مدل ارائه شده در مقاله فوق برای ربات پیوسته با مکانیزم لوله‌های هم‌مرکز استفاده شده اما برای سایر ربات‌های پیوسته که از نظریه میله کوسرت برای فرمول‌بندی دینامیکی استفاده می‌کنند نیز معتبر است. در [21] عملیات گرفتن با حلقه زدن تنه ربات به دور جسم صورت می‌گیرد. کنترلر طراحی شده در تحقیق فوق شامل دو بخش است. بخش اول مربوط به کنترل مسیر با دقت بالا برای گرفتن اجسام و در بخش دوم با استفاده از پس‌خورد شبکه عصبی، نامعینی‌ها در مدل دینامیکی ربات جبران شده است. در [22] از کنترلر غیرخطی برای

1- Constant curvature
2- Cosserat-rod theory



شکل 2 مدل هندسی ربات پیوسته [16]

3- تحلیل سینماتیک ربات پیوسته با مکانیزم تاندونی

در [16] سینماتیک و دینامیک ربات پیوسته با فرضیات مطرح شده در بخش 1-2، محاسبه شده است. در این مقاله تنها نتایج نهایی آن ارائه شده است؛ لذا در این قسمت سینماتیک و در بخش بعدی دینامیک ربات پیوسته بطور خلاصه اشاره شده است. ماتریس ژاکوبین که فضای مفصلی را به فضای کار مربوط می کند در رابطه (1) نمایش داده شده است.

$$T = \begin{bmatrix} c^2\gamma c\beta + s^2\gamma & c\gamma s\gamma c\beta - c\gamma s\gamma & c\gamma s\beta \\ c\gamma s\gamma c\beta & s^2\gamma c\beta + c^2\gamma & s\gamma s\beta \\ -c\gamma s\beta & -s\gamma s\beta & c\beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{s}{\beta_p}(1 - c\beta_p)c\gamma & & \\ \frac{s}{\beta_p}(1 - c\beta_p)s\gamma & & \\ \frac{s}{\beta_p}s\gamma & & \\ 1 & & \end{bmatrix} \quad (1)$$

در رابطه (1)، c و s به ترتیب مخفف توابع \cos و \sin هستند. تبدیلی که موقعیت کابلها را به فضای مفصلی مربوط می کند در رابطه (2) نمایش داده شده است.

$$\begin{cases} q_1 = r\beta\cos(\gamma) \\ q_2 = r\beta\cos(-\gamma + \theta) \\ q_3 = r\beta\cos(\gamma + \theta) \end{cases} \quad (2)$$

در رابطه (2) $q_i = l - l_i$ ، بیانگر اختلاف طول کابل i ام و طول ستون فقرات اصلی است و β زاویه خمش در انتهای کابل است.

4- تحلیل دینامیک ربات

4-1- انرژی جنبشی

ساختار ربات پیوسته از سه قسمت تشکیل شده که شامل ستون فقرات اصلی، ستون فقرات ثانویه و دیسکهای جداکننده می باشد؛ لذا محاسبه انرژی جنبشی شامل سه بخش است. بخش اول مربوط به محاسبه انرژی جنبشی ستون فقرات اصلی می باشد که روند محاسبات آن در ادامه ارائه می شود. سرعت نقطه P از ربات پیوسته با مشتق گیری از درایه های مربوط به بردار موقعیت (درایه های T_{14} ، T_{24} و T_{34}) در رابطه (1) نسبت به زمان محاسبه می شود. لذا سرعت نقطه P طبق رابطه (3) به دست می آید:

گرفته شده است. در این وضعیت با طراحی یک کنترلر تطبیقی، موقعیت و سرعت مجری نهایی طوری کنترل می شود که خطای ردیابی به سمت صفر میل خواهد نمود.

2- فرضیات طراحی و مدل کردن ربات

برای مدل کردن ربات پیوسته فرضیات زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

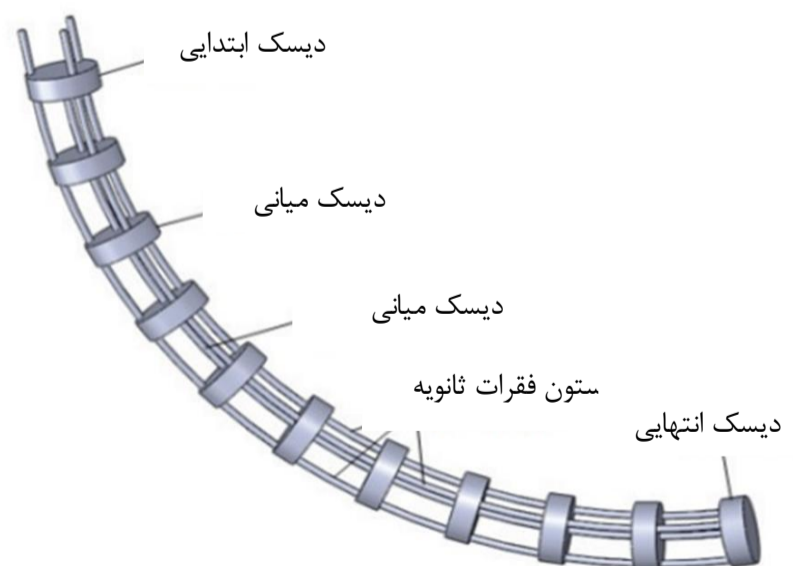
- جنس کابلها از نیکل تیتانیوم سوپر الاستیک است و رابطه بین تنش و کرنش خطی در نظر گرفته شده است، تنها نیروی خارجی وارد بر ربات نیروهای کابلها می باشند.
- از اصطکاک بین ستون فقرات و دیسکها صرف نظر شده است.
- انحنا ستون فقرات ربات ثابت فرض شده است.
- ستون فقرات اصلی و ثانویه همواره بر دیسکها عمود هستند.

همان طور که در شکل 1 مشاهده می شود ربات پیوسته مورد بررسی از دیسک ابتدایی و انتهایی، دیسکهای جداکننده، ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه تشکیل شده است.

2-1- نام گذاری پارامترهای سینماتیکی

پارامترهای هندسی مورد استفاده در این مقاله که در شکل 2 نیز نمایش داده شده است به شرح زیر می باشد:

- s - طول کمان (در پایه ربات $s = 0$ و در دیسک انتهایی $s = l$)
- r - فاصله بین ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه بر روی هر دیسک
- r_0 - شعاع انحنا در ستون فقرات اصلی، تعریف شده در صفحه خمش (صفحه X_1Z_1)
- β_p - زاویه خمش در ستون فقرات اصلی مماس بر صفحه X_1Z_1 در نقطه P
- γ - زاویه پیچش در صفحه خمش
- θ - زاویه بین کابلها
- m_1 - جرم ستون فقرات اصلی
- m_2 - جرم ستون فقرات ثانویه و دیسکها



شکل 1 ربات پیوسته متشکل از دیسک ابتدایی، دیسک انتهایی ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه و دیسکهای جداکننده [16]

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[kh \sin \frac{kh\beta}{l} \cos \gamma - \frac{1}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \cos \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} \\ - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \sin \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[kh \sin \frac{kh\beta}{l} \sin \gamma - \frac{1}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \sin \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} \\ + \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \cos \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\beta} \left(s \cdot \cos \frac{kh\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \right) \frac{d\beta}{dt} \end{cases} \quad (15)$$

لذا انرژی جنبشی کل دیسک‌ها را طبق رابطه (16) می‌توان به دست آورد:

$$E_{k3} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} m_2 \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \quad (16)$$

با جایگذاری معادله (15) در معادله (16) رابطه (17) برای محاسبه انرژی جنبشی کل دیسک‌ها به دست می‌آید.

$$E_{k3} = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 k_6 + \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^2 k_7 \quad (17)$$

مقادیر k_6 و k_7 در روابط (18) و (19) آورده شده است.

$$k_6 = \frac{h^2 n(n+1)(2n+1)}{6\beta} + (2n+1) \frac{l^2}{\beta^4} - \frac{l^2 \sin \beta + \sin \frac{(n+1)\beta}{n}}{\beta^4 \sin \frac{\beta}{n}} - \frac{hl(n+1)\sin \beta - n \sin \frac{(n+1)\beta}{n}}{\beta^3 2 \sin^2 \left(\frac{\beta}{2n} \right)} \quad (18)$$

$$k_7 = \frac{l^2}{\beta^2} \left[\frac{3n}{2} + \frac{3}{4} - \frac{\sin \beta + \sin \frac{(n+1)\beta}{n}}{\sin \frac{\beta}{n}} + \frac{\sin 2\beta + \sin \frac{2(n+1)\beta}{n}}{4 \sin \frac{2\beta}{n}} \right] \quad (19)$$

در نهایت انرژی جنبشی کل ربات پیوسته طبق رابطه (20) به دست می‌آید.

$$E_k = \frac{1}{6} (4m_1 l^2 k_1 + 3m_1 k_3 + 3m_2 k_6) \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} (m_1 l^2 k_2 + m_1 k_5 + m_2 k_7) \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_1 k_4 \frac{d\beta}{dt} \frac{d\gamma}{dt} \quad (20)$$

که در رابطه (13)، E_k برابر مجموع انرژی جنبشی ستون فقرات اصلی، ستون فقرات ثانویه و دیسک‌ها می‌باشد.

4-2- انرژی پتانسیل

برای ربات پیوسته مورد مطالعه، انرژی پتانسیل شامل دو بخش زیر است:

1. انرژی پتانسیل ناشی از جرم دیسک‌ها
2. انرژی الاستیک در کابل‌ها

انرژی الاستیک ربات پیوسته طبق رابطه (21) محاسبه می‌شود [32].

$$E_{p1} = 4 \int_0^l \frac{EI}{2} \left(\frac{d\beta_p}{ds} \right)^2 ds = 2 \frac{EI}{l} \beta^2 \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[s \cdot \sin \frac{s\beta}{l} \cos \gamma - \frac{1}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \cos \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} \\ - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \sin \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[s \cdot \sin \frac{s\beta}{l} \sin \gamma - \frac{1}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \sin \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} \\ + \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \cos \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\beta} \left(s \cdot \cos \frac{s\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{s\beta}{l} \right) \frac{d\beta}{dt} \end{cases} \quad (3)$$

بنابراین انرژی جنبشی مربوط به انرژی ستون فقرات اصلی طبق رابطه (4) محاسبه می‌شود.

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \rho A ds \quad (4)$$

در رابطه (4) چگالی ρ و A سطح مقطع ستون فقرات اصلی می‌باشند.

با انتگرال‌گیری از رابطه (4) در طول ربات رابطه (5) برای محاسبه انرژی جنبشی ستون فقرات اصلی به دست می‌آید.

$$E_{k1} = \frac{1}{6} m_1 l^2 \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 k_1 + \frac{1}{8} m_1 l^2 \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^2 k_2 \quad (5)$$

بخش دوم انرژی جنبشی مربوط به ستون فقرات ثانویه است که طبق رابطه (6) محاسبه می‌شود.

$$E_{k11} = \frac{3}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \rho A ds \quad (6)$$

پس از انتگرال‌گیری در طول ربات با استفاده از رابطه (6)، معادله (7) برای محاسبه انرژی جنبشی ستون فقرات ثانویه به دست می‌آید.

$$E_{k11} = \frac{1}{2} m_1 l^2 \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 k_1 + \frac{3}{8} m_1 l^2 \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^2 k_2 \quad (7)$$

مقادیر k_1 و k_2 در روابط (8) و (9) نمایش داده شده است

$$k_1 = (\beta^3 + 6\beta - 12\sin \beta + 6\beta \cos \beta) / \beta^5 \quad (8)$$

$$k_2 = (6\beta - 8\sin \beta + \sin 2\beta) / \beta^3 \quad (9)$$

برای محاسبه انرژی جنبشی ناشی از جابه‌جایی کابل‌ها ابتدا باید سرعت کابل‌ها را به دست آورد. بدین منظور از رابطه (2) نسبت به زمان مشتق گرفته و سرعت کابل‌ها طبق رابطه (10) محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{dt} = r \cos(\gamma) \frac{d\beta}{dt} - r \beta \sin(\gamma) \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dq_2}{dt} = r \cos(-\gamma + \theta) \frac{d\beta}{dt} + r \beta \sin(-\gamma + \theta) \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dq_3}{dt} = r \cos(\gamma + \theta) \frac{d\beta}{dt} - r \beta \sin(\gamma + \theta) \frac{d\gamma}{dt} \end{cases} \quad (10)$$

انرژی جنبشی ناشی از سرعت کابل‌ها در رابطه (11) نمایش داده شده است.

$$E_{k22} = \frac{1}{2} m_1 \left[k_3 \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 + k_4 \frac{d\beta}{dt} \frac{d\gamma}{dt} + k_5 \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^2 \right] \quad (11)$$

مقادیر k_3 ، k_4 و k_5 در روابط (12-14) نمایش داده شده است.

$$k_3 = r^2 [\cos^2(\gamma) + \cos^2(-\gamma + \theta) + \cos^2(\gamma + \theta)] \quad (12)$$

$$k_4 = r^2 \beta [-\sin(2\gamma) + \sin 2(-\gamma + \theta) - \sin 2(\gamma + \theta)] \quad (13)$$

$$k_5 = r^2 \beta^2 [-\sin^2(2\gamma) + \sin^2(-\gamma + \theta) - \sin^2(\gamma + \theta)] \quad (14)$$

سرعت هر یک از دیسک‌ها در رابطه (15) بیان شده است؛ که در رابطه مذکور h و k به ترتیب بیانگر تعداد دیسک‌ها و فاصله بین دیسک‌ها می‌باشند.

5-1- کنترل ربات با فرض عدم حضور نامعینی‌ها و اثبات پایداری

در این مرحله از روش گشتاور محاسبه شده برای کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی استفاده شده است. در ادامه قانون کنترلی و اثبات پایداری روش گشتاور محاسبه شده ارائه شده است. مدل دینامیکی (27) ربات پیوسته را می‌توان طبق رابطه (28) بازنویسی نمود.

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C_m(q, \dot{q})\dot{q} + K(q) \quad (28)$$

که با توجه به (27)، در رابطه (28)، $q = [\beta \ \gamma]^T$ بوده و $\tau = DF$ می‌باشد. قانون کنترل گشتاور محاسبه شده بر اساس روش کنترل پسخورد حالت، برای جبران غیرخطی‌های موجود در مدل دینامیکی (28) طبق رابطه (29) پیشنهاد می‌شود.

$$\tau = M(\ddot{q}_d - u) + C_m(q, \dot{q})\dot{q} + K(q) \quad (29)$$

که در رابطه (29)، q_d مسیر مطلوب و u بخش کنترل خطی کنترلگر بوده و بعد از حذف غیرخطی‌ها توسط جمله‌های دیگر معادله (29) به صورت رابطه (30) طراحی می‌شود:

$$u = -K_v \dot{e} - K_p e \quad (30)$$

که در رابطه (30)، e مقدار خطا به صورت $e = q_d - q$ تعریف می‌شود، با جایگذاری بخش کنترل خطی (30) در قانون کنترلی (29) و سپس قرار دادن نتیجه حاصل در معادله دینامیکی ربات (28) رابطه (31) برای دینامیک خطا بدست می‌آید:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (31)$$

با فرض اینکه ماتریس‌های K_p و K_v قطری با درایه‌های قطر اصلی K_{vi} و K_{pi} مثبت معین هستند، می‌توان معادله مشخصه حلقه بسته (31) را طبق رابطه (32) محاسبه نمود.

$$\Delta_s(s) = \prod_{i=1}^n (s^2 + K_{vi}s + K_{pi}) \quad (32)$$

از رابطه (32) و با توجه به فرض مثبت بودن ضرایب K_{vi} و K_{pi} تمام مقادیر ویژه و قطب‌های سیستم حلقه بسته، سمت چپ محور موهومی قرار گرفته و لذا طبق رابطه (31) با گذشت زمان مقدار خطا به سمت صفر میل خواهد نمود؛ لذا سیستم دارای پایداری مجانبی در مبدا خواهد بود و با اعمال کنترلر گشتاور محاسبه شده (29) به دینامیک (28) سیستم حلقه بسته پایدار خواهد بود.

بنابراین با توجه به رابطه (29) و (30) و اینکه $\tau = DF$ می‌باشد. کنترلر مبتنی بر روش گشتاور محاسبه شده نهایی به صورت رابطه (33) پیشنهاد می‌شود.

$$F = D^{-1}(M(\ddot{q}_d - K_v \dot{e} - K_p e) + C\dot{q} + Kq) \quad (33)$$

لازم به ذکر است که در این مرحله فرض بر این است که نامعینی در معادلات دینامیکی سیستم وجود ندارد. مسیر مطلوب حرکت ربات طبق رابطه (34) تعریف شده است [16].

$$\begin{cases} x = R \cos(\Omega t) \\ y = R \sin(\Omega t) \\ z = h_z \end{cases} \quad (34)$$

که در رابطه (34)، R شعاع دایره $71/62$ میلی‌متر، سرعت زاویه‌ای $\Omega = \frac{\pi}{6}$ رادیان بر ثانیه و ارتفاع صفحه دایره از محور z ، $z = 124.05$ mm در نظر گرفته شده است. برای ایجاد مسیر حرکتی که در رابطه (34) معرفی شد و برای قرار گرفتن مجری نهایی در مسیر معرفی شده فوق، متغیرهای β و γ باید به صورت ذیل تغییر کنند.

همچنین انرژی پتانسیل ناشی از وزن دیسک‌ها با استفاده رابطه (22) به دست می‌آید.

$$E_{p2} = \sum_{k=1}^n \frac{mgl}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \quad (22)$$

در رابطه (22) h فاصله بین دیسک‌ها و n تعداد دیسک‌ها می‌باشد؛ بنابراین انرژی پتانسیل کل ربات پیوسته E_p با استفاده رابطه (23) به دست می‌آید.

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} \quad (23)$$

4-3- نیروی‌های تعمیم‌یافته

در ربات پیوسته مورد بررسی با توجه به ساختار و شکل قرارگیری کابل‌ها، حداکثر دو کابل به‌طور همزمان می‌توانند فعال باشند. لذا فرض می‌شود نیروی‌های F_1 و F_2 فعال هستند. جابه‌جایی کابل‌ها ناشی از نیروی F_1 و F_2 برابر با q_1 و q_2 بوده و q_i معادل با $l - l_i$ می‌باشد، l طول ستون فقرات اصلی و l_i طول ستون فقرات ثانویه است. نیروهای تعمیم‌یافته در رابطه (24) نمایش داده شده است.

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 \frac{\partial q_1}{\partial \beta} + F_2 \frac{\partial q_2}{\partial \gamma} \\ Q_2 = F_1 \frac{\partial q_1}{\partial \beta} + F_2 \frac{\partial q_2}{\partial \gamma} \end{cases} \quad (24)$$

با استفاده از معادله (2)، معادله (24) را می‌توان به صورت معادله (25) برای محاسبه نیروهای تعمیم‌یافته به دست آورد.

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 r \cos(\gamma) + F_2 r \cos(-\gamma + \theta) \\ Q_2 = F_1 r \beta \sin(\gamma) + F_2 r \beta \sin(-\gamma + \theta) \end{cases} \quad (25)$$

4-4- مدل دینامیکی ربات پیوسته

برای استخراج معادلات حرکت ربات از روش لاگرانژ مطابق رابطه (26) استفاده شده است.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{p}_j} - \frac{\partial E_k}{\partial p_j} + \frac{\partial E_p}{\partial p_j} = Q_j, (j = 1, 2) \quad (26)$$

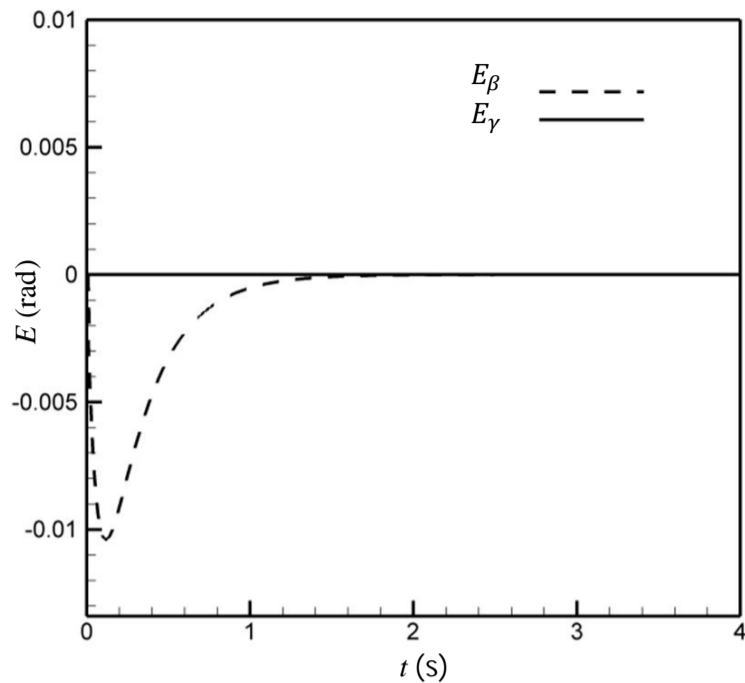
در رابطه (26) Q_j نیروی‌های تعمیم‌یافته، $p_1 = \beta$ و $p_2 = \gamma$ می‌باشند. با قرار دادن معادلات (20)، (23) و (25) در رابطه (26) معادلات دینامیکی ربات پیوسته به فرم رابطه (27) به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}^2 \\ \dot{\beta}\dot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

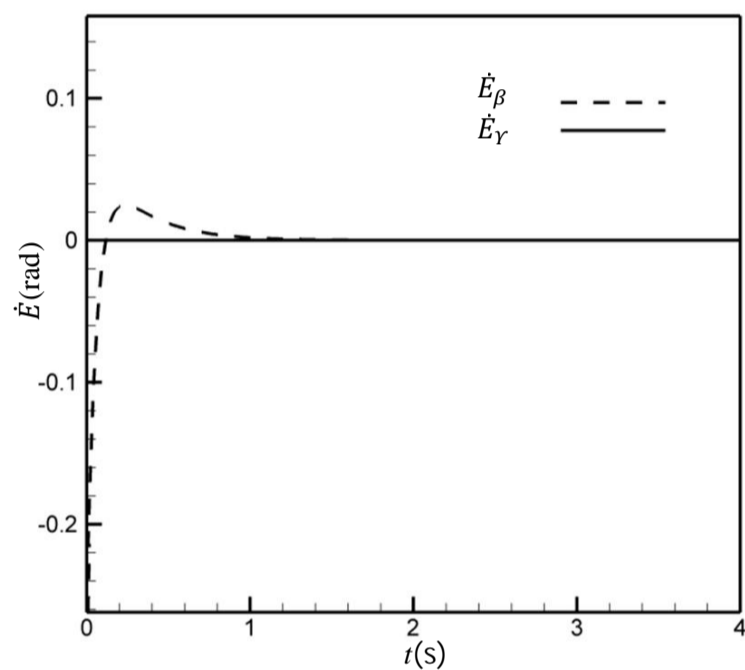
که در رابطه (27)، M ماتریس اینرسی، C ماتریس کوریولیس و K ماتریسی شامل بخش‌های گرانشی معادله حرکت ربات است؛

5- کنترل موقعیت ربات در حضور و عدم حضور نامعینی پارامتری

در بخش قبل فرم بسته معادلات دینامیکی حاکم بر ربات پیوسته به دست آمد، در این قسمت کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی بررسی شده است. در ابتدا مدل دینامیکی ربات معین فرض شده و از کنترلر فیدبک خطی ساز برای کنترل موقعیت ربات استفاده شده است؛ سپس جرم ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه به‌عنوان نامعینی در مدل دینامیکی در نظر گرفته شده و از کنترلر تطبیقی برای کنترل موقعیت ربات استفاده شده است.



الف



ب

شکل 4 خطا در مرحله اول حرکت (الف) خطای موقعیت، (ب) خطای سرعت

برای ایجاد حرکت دایره‌ای به‌طور تناوبی صفر می‌گردند. در این مرحله $\dot{\gamma}$ برابر $\frac{\pi}{6}$ و $\dot{\beta}$ برابر صفر می‌باشند.

5-2- کنترل ربات در حضور نامعینی در سیستم

تحقیقات در زمینه کنترل گر تطبیقی با طراحی خلبان خودکار که در محدوده وسیعی از سرعت و ارتفاع کار می‌کند آغاز شد. کنترل گر تطبیقی به‌عنوان یک روش خودکار کنترل‌کننده پارامترهای سیستم‌هایی که دینامیک آن‌ها با تغییرات روبه‌رو است پیشنهاد شد؛ در دهه‌های اخیر نظریه‌های منسجم کنترل تطبیقی با استفاده از ابزارهای نظری توسعه یافته است. این نظریه‌های توسعه یافته هزینه محاسباتی پایین‌تری دارند لذا محققان از این روش‌ها در موارد متعددی نظیر جابه‌جایی ربات‌ها، کنترل هواپیما و موشک، فرآیندهای شیمیایی، سیستم‌های قدرت و مهندسی پزشکی استفاده می‌کنند. بسیاری از سیستم‌های دینامیکی که بایستی کنترل شوند پارامترهای نامعلومی دارند که یا ثابت‌اند یا به‌کندی تغییر می‌کنند. از این نوع سیستم‌ها می‌توان به هواپیماها که با کاهش تدریجی سوخت و به‌تبع آن کاهش وزن، نیاز است که قدرت پیش‌ران هواپیما با وزن جدید هواپیما تطبیق پیدا کند نام برد. در ربات‌ها اگر پارامترهای بار دقیقاً شناخته‌نشده باشند و از کنترل‌گرها با بهره ثابت استفاده شود ممکن است حرکت ربات بدون دقت و ناپایدار باشد. در این

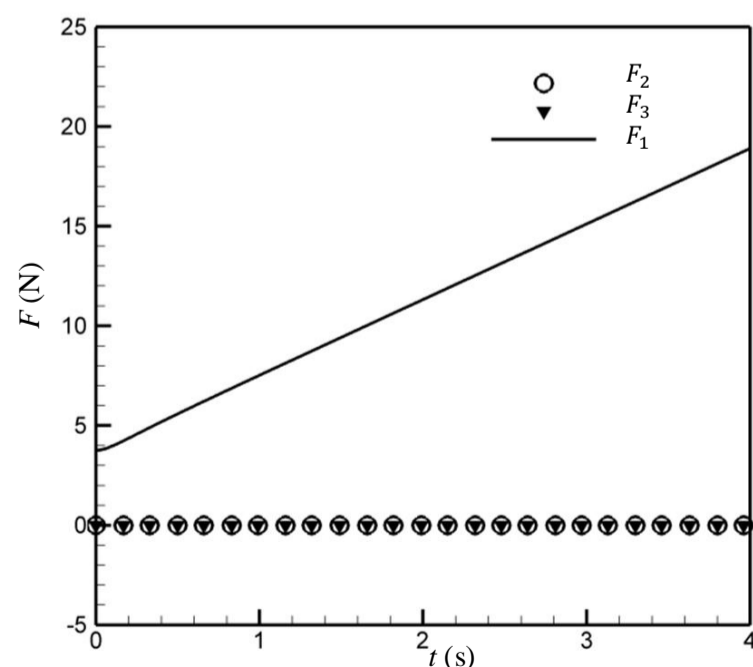
1. افزایش زاویه خمش β از صفر تا $\frac{\pi}{6}$ ؛ که در $\beta = \frac{\pi}{6}$ مجری نهایی ربات در $z = 124.05\text{mm}$ قرار می‌گیرد.

2. افزایش γ از صفر تا 2π برای طی کردن مسیر دایره‌ای مقادیر پارامترهای سیستم برای شبیه‌سازی در جدول 1 نمایش داده شده است.

در شبیه‌سازی این قسمت، $K_p = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$ و $K_v = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ در نظر گرفته شده است. برای مرحله اول حرکت، نتایج شبیه‌سازی مربوط به نیروهای عملگری در کابل‌ها در شکل 3، همچنین خطای موقعیت و سرعت مجری نهایی در شکل 4، نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل 4(الف) و 4(ب) مشاهده می‌شود خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت 1.5 ثانیه به سمت صفر میل می‌کند. در شکل 3 مشاهده می‌شود که نیروهای عملگری F_1 و F_2 برابر صفر و نیرو کابل سوم به‌صورت خطی افزایش می‌یابد تا مجری نهایی در موقعیت $z = 124.05\text{mm}$ قرار گیرد؛ لذا در این مرحله دو کابل به‌طور همزمان فعال هستند. در این مرحله از حرکت $\dot{\beta}$ برابر با $\frac{\pi}{12}$ و $\dot{\gamma}$ برابر با صفر است. در مرحله دوم حرکت، ربات مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. نتایج شبیه‌سازی برای ایجاد این حرکت، در شکل‌های 5 و 6 نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل 5(الف) و 5(ب) مشاهده می‌شود، خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت 1/5 ثانیه به سمت صفر میل می‌کند و با توجه به شکل 6 مشاهده می‌شود نیروی کابل‌ها

جدول 1 پارامترهای ربات پیوسته

پارامتر	توضیح	مقدار	واحد
m_1	جرم ستون فقرات اصلی	1	gr
m_2	جرم ستون فقرات ثانویه	1	gr
l	طول ربات	150	mm
r	فاصله بین ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه	3	mm
h	فاصله بین دیسک‌ها	15	mm
E	مدول الاستیسته	65	GPa
I	اینرسی کابل‌ها	0/62	mm ⁴



شکل 3 نیروهای عملگری در مرحله اول حرکت

تغییر می‌کنند نسبت به کنترل‌گر مقاوم ارجحیت دارند. دلیل اصلی هم در یادگیری رفتار است که در سیستم‌های کنترل تطبیقی وجود دارد کنترل‌کننده تطبیقی عملکرد خود را در حین تطبیق بهبود می‌بخشد در صورتی که یک کنترل‌کننده مقاوم سعی می‌کند که عملکرد سازگار خود را حفظ کند. دلیل دیگر این است که کنترل‌کننده تطبیقی نیاز کمتری به اطلاعات پیشینی در مورد پارامترهای سیستم دارد یا اینکه اصلاً هیچ نیازی به این اطلاعات ندارد در صورتی که در کنترل‌گر مقاوم معمولاً لازم است که تخمین‌های معقولی درباره محدودده پارامترها مهیا باشد. معمولاً از کنترل‌گر مقاوم زمانی استفاده می‌شود که در معادله دینامیکی آشفتگی داشته باشیم و یا برخی پارامترها به سرعت تغییر کنند. به طور کلی تفاوت کنترل تطبیقی و کنترل مقاوم آن است که در کنترل تطبیقی نیازی به دانستن بازه کاری سیستم و یا میزان خطای پارامترها نیست. به عبارتی، طراحی از دیدگاه کنترل مقاوم به کنترلی می‌انجامد که در بازه مشخصی به پایداری سیستم می‌انجامد بدون آنکه نیازی به تغییر قوانین کنترلی باشد، ولی با روش کنترل تطبیقی می‌توان قوانین کنترلی را به گونه‌ای با تغییر شرایط تطبیق داد که سیستم پایدار شود. کنترل تطبیقی به دو روش مستقیم و غیرمستقیم تقسیم‌بندی می‌شود که امروزه اکثر مقالات بر روی کنترل تطبیقی مستقیم تمرکز دارد. بطور خلاصه نامعینی در سیستم به دو صورت نامعینی پارامتری (نامعینی ساختاری) و نامعینی در مدل دینامیکی (نامعینی غیرساختاری) ظاهر می‌شود که بطور معمول برای جبران نامعینی‌های موجود در مدل دینامیکی از روش‌های کنترل مقاوم و برای نامعینی‌های موجود در پارامترهای سیستم از روش‌های کنترل تطبیقی استفاده می‌شود؛ لذا برای ربات پیوسته مورد بررسی در مقاله حاضر نیز جرم به عنوان نامعینی پارامتری موجود در سیستم در نظر گرفته شده و مقدارش در کنترلر نامعلوم است، همچنین فرض می‌شود که در معادله دینامیکی ربات اغتشاش وجود ندارد؛ لذا با توجه به بحث فوق و وجود نامعینی پارامتری در سیستم انتخاب روش کنترل تطبیقی بر استفاده از کنترل مقاوم ارجحیت دارد.

در مرحله قبل فرض شده بود که نامعینی در مدل دینامیکی وجود ندارد اما اگر جرم دیسک‌ها و ستون فقرات اصلی و ثانویه نامعلوم باشند دو راه پیش رو است

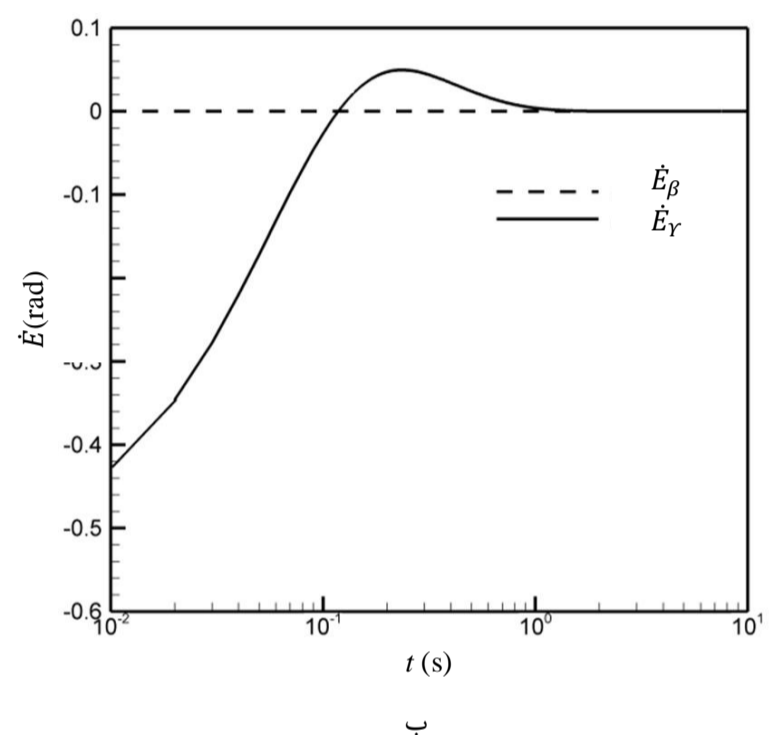
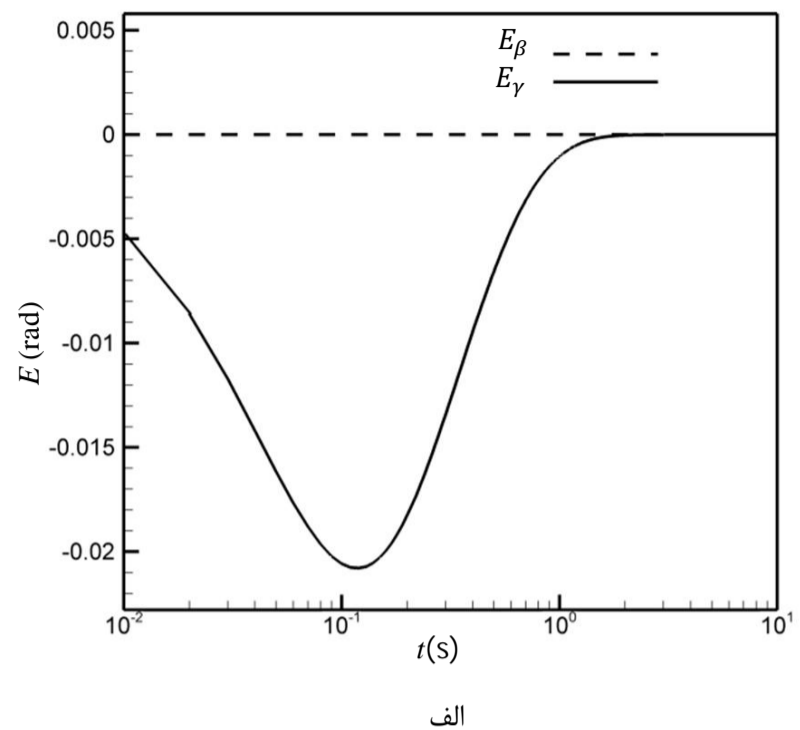
1. با دانستن تقریبی از جرم‌ها و با استفاده از روش گشتاور محاسبه‌شده، موقعیت و سرعت مجری نهایی را کنترل کرد.

2. از روش کنترل تطبیقی استفاده نمود.

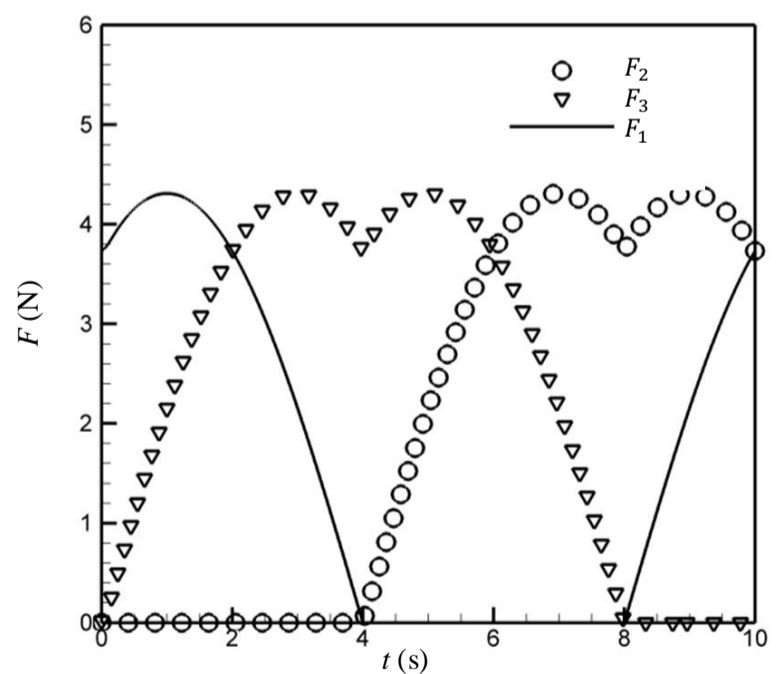
مزیت روش کنترل تطبیقی بر روش اول این است که در روش کنترل تطبیقی، خطای موقعیت و سرعت صفر می‌شود اما در روش تقریبی خطا در محدوده مشخص باقی مانده و صفر نمی‌شود. در این مقاله جهت مقایسه از هر دو روش استفاده شده است.

5-2-1- کنترل موقعیت ربات پیوسته با استفاده از روش گشتاور محاسبه‌شده در حضور نامعینی‌ها

در این بخش اثر نامعینی پارامتری با استفاده از روش گشتاور محاسبه شده با شبیه‌سازی سیستم با اعمال کنترلگر فوق بررسی شده است. برای بررسی اثر این نامعینی، مقدار جرم‌ها نزدیک به مقدار واقعی در نظر گرفته شده است. مقدار واقعی جرم‌ها برای ستون فقرات اصلی و ثانویه 1 گرم است. جرم‌های تقریب زده شده برای استفاده در کنترلر برای ستون فقرات اصلی و ثانویه به ترتیب 1/1 و 0/9 گرم در نظر گرفته شده است.



شکل 5 خطا در مرحله دوم حرکت (الف) خطای موقعیت، (ب) خطای سرعت



شکل 6 نیروهای عملگری در مرحله دوم حرکت

موارد که سیستم دارای نامعینی است از کنترل‌گرهای مقاوم یا تطبیقی استفاده می‌شود. به طوری طبیعی این سؤال پیش می‌آید که تفاوت بین کنترل‌گر مقاوم و کنترل‌گر تطبیقی چیست در اصل کنترل‌گر تطبیقی از نظر مقابله با عدم قطعیت‌ها در پارامترهای ثابت و یا پارامترهایی که به‌کندی

$$\tau = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\varphi \quad (35)$$

در رابطه (35)، W ماتریس وزن، φ بردار پارامترهای نامعلوم شامل جرم‌های m_1 و m_2 است. کنترلر تطبیقی بر اساس روش گشتاور محاسبه شده طبق رابطه (36) پیشنهاد می‌شود.

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}_d + K_v\dot{e} + K_p e) + \hat{C}_m(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{K}(q) \quad (36)$$

لازم به ذکر است که نماد $\hat{\cdot}$ بیانگر تخمینی از مدل با پارامترهای نامعلوم است. با اضافه و کم کردن عبارت $\hat{M}(q)\ddot{q}$ به رابطه (36) رابطه (37) به دست می‌آید:

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{e}_d + K_v\dot{e} + K_p e) + \hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}_m(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{K}(q) \quad (37)$$

رابطه (37) را می‌توان به فرم رابطه (38) بازنویسی کرد.

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{e}_d + K_v\dot{e} + K_p e) + W(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\varphi} \quad (38)$$

که در رابطه فوق $\hat{\varphi}$ بردار تخمین پارامترهای نامعلوم می‌باشد، با جایگذاری معادله (38) در معادله (35)، رابطه (39) برای محاسبه دینامیک خطا به دست می‌آید.

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = M^{-1}(q)W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{\varphi} \quad (39)$$

در رابطه (39)، $\tilde{\varphi}$ بردار خطای پارامتر است که به صورت رابطه (40) تعریف می‌شود.

$$\tilde{\varphi} = \varphi - \hat{\varphi} \quad (40)$$

فرم فضای حالت معادله (39) را می‌توان با رابطه (41) نمایش داد.

$$\dot{E} = AE + BM^{-1}(q)W(q, \dot{q}, \ddot{q})\tilde{\varphi} \quad (41)$$

که در رابطه (41) پارامتر E بردار خطای پارامتر است که در رابطه (42) نمایش داده شده و ماتریس‌ها A و B در رابطه (43) معرفی شده‌اند.

$$E = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_n \\ I_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix} \quad (43)$$

در رابطه (43)، n تعداد مختصات تعمیم یافته را نشان می‌دهد، I_n بیانگر ماتریس واحد $n \times n$ و 0_n بیانگر ماتریس صفر $n \times n$ است.

برای اثبات پایداری سیستم و محاسبه قانون تطبیق جهت تخمین پارامترهای سیستم، تابع لیاپانوف به صورت رابطه (44) برای سیستم پیشنهاد می‌شود.

$$V = E^T P E + \tilde{\varphi}^T \Gamma^{-1} \tilde{\varphi} \quad (44)$$

که در رابطه (44)، P یک ماتریس ثابت مثبت معین متقارن 4×4 و Γ یک ماتریس قطری مثبت معین می‌باشد که طبق رابطه (45) بیان می‌شود.

$$\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2) \quad (45)$$

لذا با توجه به تعاریف فوق، تابع لیاپانوف مربوطه در رابطه (44) مثبت معین خواهد بود. برای بررسی پایداری نیاز به بررسی علامت \dot{V} می‌باشد؛ لذا با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف رابطه (46) به دست می‌آید.

$$\dot{V} = E^T P \dot{E} + \dot{E}^T P E + 2\tilde{\varphi}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\varphi}} \quad (46)$$

با قرار دادن رابطه (41) در رابطه (46) رابطه (47) برای مشتق تابع لیاپانوف به دست می‌آید.

$$\dot{V} = E^T P (AE + BM^{-1}(q)W(\cdot)\tilde{\varphi}) + (AE + BM^{-1}(q)W(\cdot)\tilde{\varphi})^T P E + 2\tilde{\varphi}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\varphi}} \quad (47)$$

رابطه (47) را می‌توان به فرم رابطه (48) بازنویسی کرد.

$$\dot{V} = -E^T Q E + 2\tilde{\varphi}^T (\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\varphi}} + W^T(\cdot)\hat{M}^{-1}(q)B^T P E) \quad (48)$$

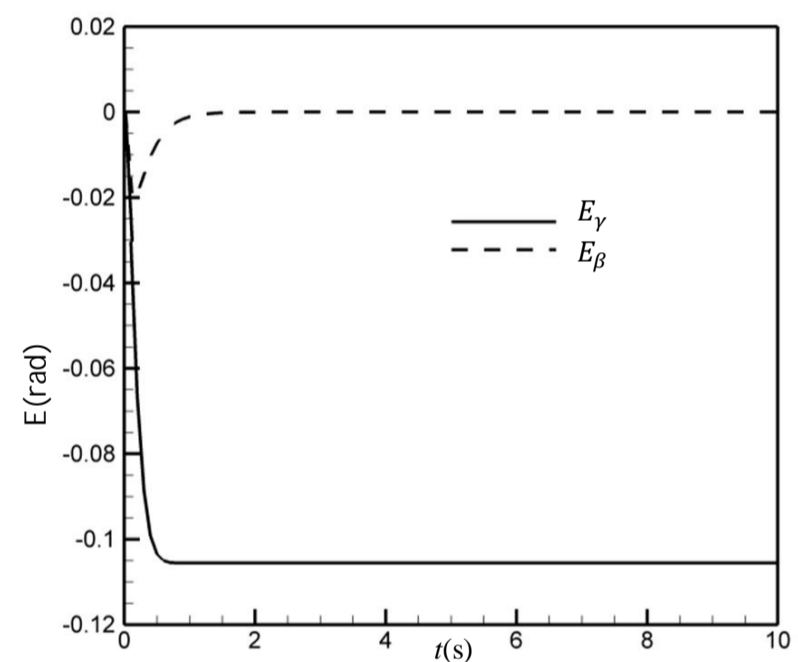
که در رابطه (48)، Q یک ماتریس مثبت معین است که رابطه لیاپانوف را مطابق با (49) ارضا می‌کند.

$$A^T P + P A = -Q \quad (49)$$

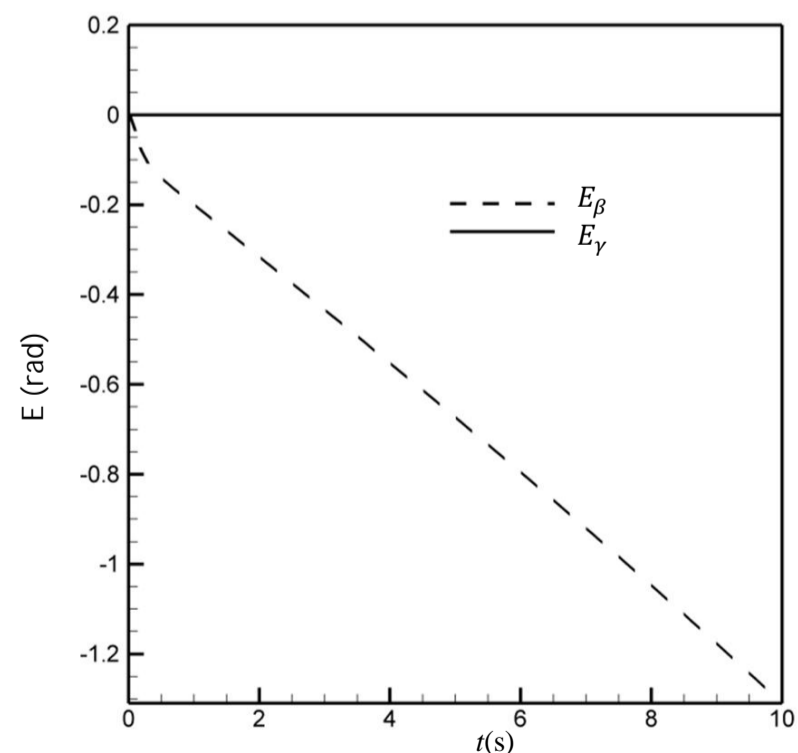
نتایج شبیه‌سازی در مرحله اول حرکت در شکل 7 نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل 7 مشاهده می‌شود در مسیر اول حرکت خطای موقعیت افزایش می‌یابد و سپس ثابت باقی می‌ماند. این خطا در حدود $0/102$ رادیان است. در شکل 8 نتایج مربوط به مرحله دوم حرکت نمایش داده شده است. در شکل 8 مشاهده می‌شود که خطای موقعیت با گذر زمان افزایش می‌یابد و پس از گذشت زمان به مقدار $-0/25$ میل می‌کند. در روش تقریبی خطا به سمت صفر میل نخواهد کرد و در محدود مشخصی باقی خواهد ماند؛ لذا با توجه به نتایج فوق مشخص است که با اعمال کنترلگر گشتاور محاسبه شده، خطای ردیابی مسیر در حضور نامعینی پارامتری به صفر میل نمی‌نماید. در ادامه و در زیربخش بعدی برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر و دستیابی به خطای ردیابی صفر در حضور نامعینی پارامتری از کنترلر تطبیقی برای غلبه بر نامعینی در سیستم استفاده شده است.

5-2-2- استخراج قانون کنترل تطبیقی و اثبات پایداری

مدل دینامیکی ربات پیوسته طبق رابطه (30) بیان شد؛ اما به منظور استخراج قانون تطبیق، بایستی مدل دینامیکی ربات به فرم پارامتری مرتب شود. با مرتب کردن رابطه (30) برحسب جرم‌های m_1 و m_2 رابطه (35) به دست می‌آید.



شکل 7 خطا موقعیت در مرحله اول حرکت



شکل 8 خطا موقعیت در مرحله دوم حرکت

τ تابعی از مقادیر محدود q ، \dot{q} و $\hat{\varphi}$ هستند، لذا مقادیر محدودی خواهند بود. از محدود بودن q ، \dot{q} ، $\hat{\varphi}$ و E می‌توان طبق رابطه (41) محدود بودن \dot{E} را نتیجه گرفت. چون \dot{E} محدود است با توجه با رابطه (59) می‌توان محدود بودن \dot{V} را نتیجه گرفت. چون V از پایین محدود است، \dot{V} منفی نیمه معین است و \dot{V} نیز محدود است، پس با استفاده از لم باربالات می‌توان رابطه (60) را نتیجه گرفت.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \quad (60)$$

با توجه به رابطه (60) و رابطه (59) هنگامی که زمان به سمت بی‌نهایت میل می‌کند خطا E به سمت صفر میل می‌کند؛ لذا می‌توان نتیجه گرفت که سیستم دارای پایداری مجانبی است.

با توجه به کنترلر تطبیقی پیشنهادی، در این قسمت نتایج شبیه‌سازی سیستم در حضور نامعینی ارائه شده است. در این شبیه‌سازی فرض شده جرم ستون فقرات اصلی m_1 و جرم ستون فقرات ثانویه و دیسک‌ها m_2 نامعلوم هستند. حدس اولیه برای جرم ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه به ترتیب 1/5 و 0/5 گرم در نظر گرفته شده است. درحالی که جرم واقعی ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه برابر 1 گرم است. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های 9-11 نمایش داده شده است. در مرحله اول حرکت $\dot{\beta} = \frac{\pi}{12}$ و $\dot{V} = 0$ می‌باشد. همان‌طور که از شکل 11 مشاهده می‌شود تغییرات جرم‌ها فقط تا ثانیه دوم ادامه یافته و پس از آن کران‌دار می‌باشند؛ این بدان معناست که مقادیر مناسب برای جرم‌ها که باعث همگرایی مجانبی در خطای ردیابی مطابق شکل 9 می‌شود، محقق شده است. نیروهای مورد نیاز در کابل‌ها در این مرحله از حرکت، برای همگرایی خطا به سمت صفر در شکل 10 ارائه شده است.

در مرحله دوم حرکت \dot{V} برابر $\frac{\pi}{6}$ و $\dot{\beta}$ برابر صفر بوده و نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های 12-14 نمایش داده شده است. با توجه به شکل 14 تغییرات جرم تخمینی برای دستیابی به همگرایی مطلوب در خطای ردیابی، نسبت به حالت قبل زیادتر بوده اما مشابه حالت قبل با گذشت زمان، جرم تخمینی به اعدادی ثابت همگرا می‌شود. از شکل 12 مشاهده می‌شود که خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت 2 ثانیه صفر می‌شود. نیروهای مورد نیاز در کابل‌ها برای همگرایی خطا به سمت صفر در شکل 13 ارائه شده است.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله معادلات حاکم بر سینماتیک و دینامیک ربات پیوسته با مکانیزم تاندونی به دست آمد، سپس با استفاده از فیدبک خطی ساز به کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی در عدم حضور نامعینی‌ها در مدل دینامیکی ربات پرداخته شد. قانون کنترلی مناسب در این خصوص ارائه شد که بخشی از آن برای جبران غیرخطی‌های موجود در مدل دینامیکی و بخشی از آن که مربوط به بخش خطی کنترلر است، طوری انتخاب شد که اثبات پایداری بر اساس روش گشتاور محاسبه شده تضمین شود. در شبیه‌سازی و برای قرار گرفتن مجری نهایی در مسیر معرفی شده، دو مرحله حرکتی لحاظ شد که با توجه به نتایج شبیه‌سازی مربوط به نیروهای عملگری در کابل‌ها و همچنین خطای موقعیت و سرعت مجری نهایی مشاهده شد، خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت مدت زمان کمی به سمت صفر میل می‌کند و نیروها طوری تغییر نمودند که مجری نهایی در موقعیت مناسب قرار گیرد.

کنترل ربات‌های پیوسته با توجه به نامعینی‌ها موجود در مدل دینامیکی آن به‌ویژه هنگامی که نیروی گرانش قابل صرف‌نظر کردن نباشد، همواره چالش‌برانگیز است، در این مقاله جرم ستون فقرات اصلی و ستون فقرات

در رابطه (49)، Q ماتریس واحد 4×4 است.

برای پایدار بودن سیستم حلقه بسته، باید مشتق تابع لیاپانوف مطابق با رابطه (48) منفی معین باشد. در نتیجه برای منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف، باید جمله دوم در رابطه (48) برابر صفر باشد. از صفر شدن جمله دوم رابطه فوق، رابطه (50) برای قانون تطبیق به دست می‌آید.

$$\dot{\hat{\varphi}} = \Gamma W^T(\cdot) \hat{M}^{-1}(q) B^T P E \quad (50)$$

مقادیر ماتریس‌های Γ ، W ، B و P در روابط (51-58) آورده شده است.

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$W_{11} = \frac{4}{3} l^2 k_1 \dot{\beta} + k_3 + \frac{1}{2} \dot{\gamma} k_4 + -\frac{2}{3} l^2 \frac{\partial K_1}{\partial \beta} \dot{\beta}^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial K_3}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \dot{\beta} \frac{\partial K_4}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \dot{\gamma}^2 l^2 \frac{\partial K_2}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \frac{\partial K_5}{\partial \beta} \quad (52)$$

$$W_{12} = \ddot{\beta} K_6 - \frac{1}{2} \dot{\beta}^2 \frac{\partial K_6}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \dot{\gamma}^2 \frac{\partial K_7}{\partial \beta} \quad (53)$$

$$W_{21} = \frac{\dot{\beta} k_4}{4} + (l^2 K_2 + K_5) \dot{\gamma} + \frac{1}{2} \frac{\partial K_3}{\partial \gamma} \dot{\beta}^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial K_4}{\partial \gamma} \dot{\beta} \dot{\gamma} - \frac{1}{2} \frac{\partial K_4}{\partial \gamma} \dot{\gamma} - \frac{1}{\beta} [m_2 g l \beta^{-2} \sin(nh\beta l) + nh l^{-1} \cos(nh\beta l)] \quad (54)$$

$$W_{22} = K_7 \dot{\gamma} \quad (55)$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} k_v k_p + \frac{1}{2} (1 + k_v) k_v & 0 \\ 0 & \frac{k_v}{2k_p} + \frac{(1 + k_v)}{2k_v} \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{2k_p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2k_p} \\ \frac{1}{2k_p} & 0 \\ 0 & \frac{(1 + k_p) k_v k_p}{2} \\ 0 & \frac{(1 + k_p) k_v k_p}{2} \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

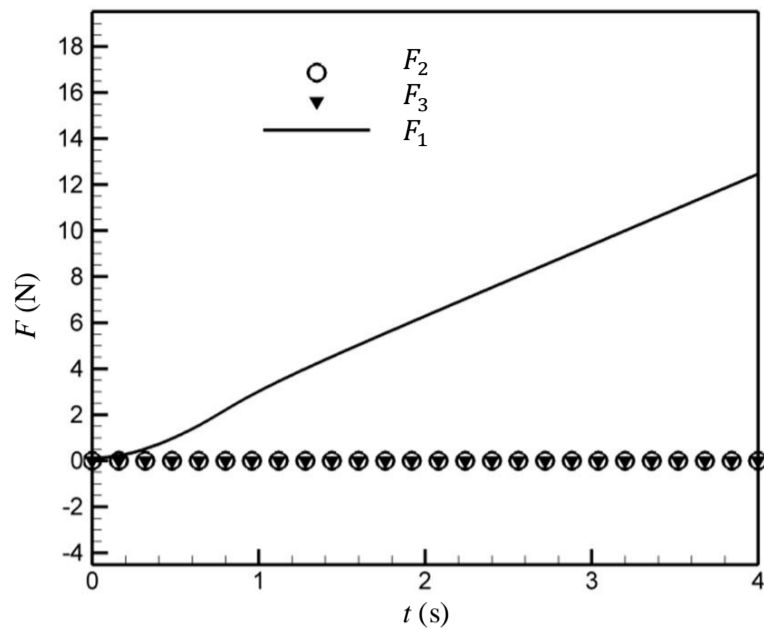
$$\Gamma = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix} \quad (58)$$

در رابطه (56)، $k_v = 10$ ، $k_p = 30$ در نظر گرفته شده‌اند.

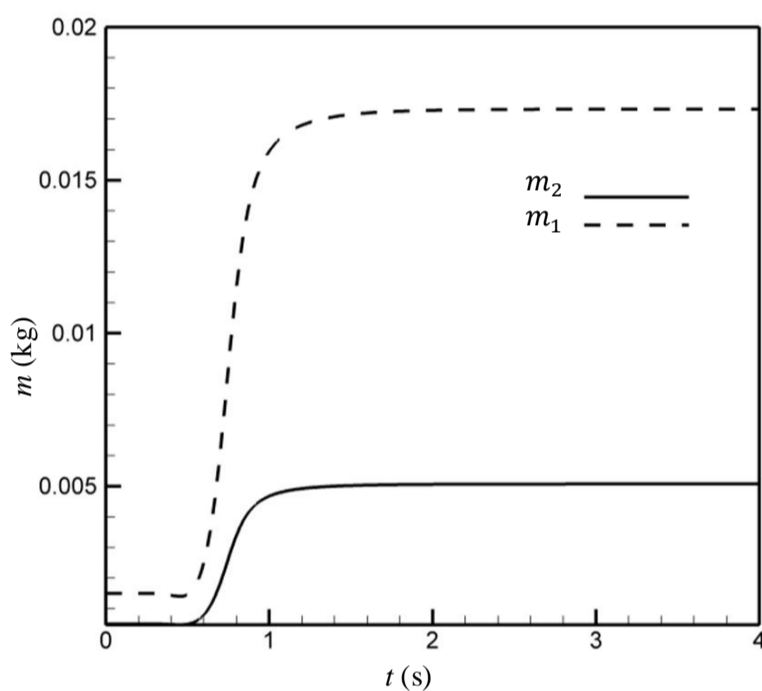
در نتیجه با جایگذاری رابطه (50) در رابطه (48) عبارت (59) برای مشتق تابع لیاپانوف به دست می‌آید.

$$\dot{V} = -EQE \quad (59)$$

با توجه به رابطه (59)، \dot{V} منفی نیمه معین است؛ لذا سیستم پایدار لیاپانوفی می‌باشد؛ اما با توجه به استدلالی که در ادامه می‌آید، ثابت می‌شود که سیستم پایدار مجانبی می‌باشد. با توجه به اینکه تابع V از پایین به صفر محدود است، V در بازه زمانی $[0, \infty]$ از بالا محدود خواهد ماند؛ یعنی $\lim_{t \rightarrow \infty} V = V_\infty$ که V_∞ یک اسکالر ثابت مثبت است، چون V از بالا محدود است با استفاده از تعریف V در معادله (44) می‌توان نتیجه گرفت که $\hat{\varphi}$ و E نیز محدود هستند، از محدود بودن $\hat{\varphi}$ و E می‌توان محدود بودن q ، \dot{q} و $\hat{\varphi}$ را نتیجه گرفت. لازم به ذکر است که فرض بر این است که مسیر مطلوب و مشتق اول و دوم آن نیز محدود هستند. با توجه به رابطه (28) و (37)، \dot{q} و



شکل 10 نیروهای عملگری در مرحله اول حرکت

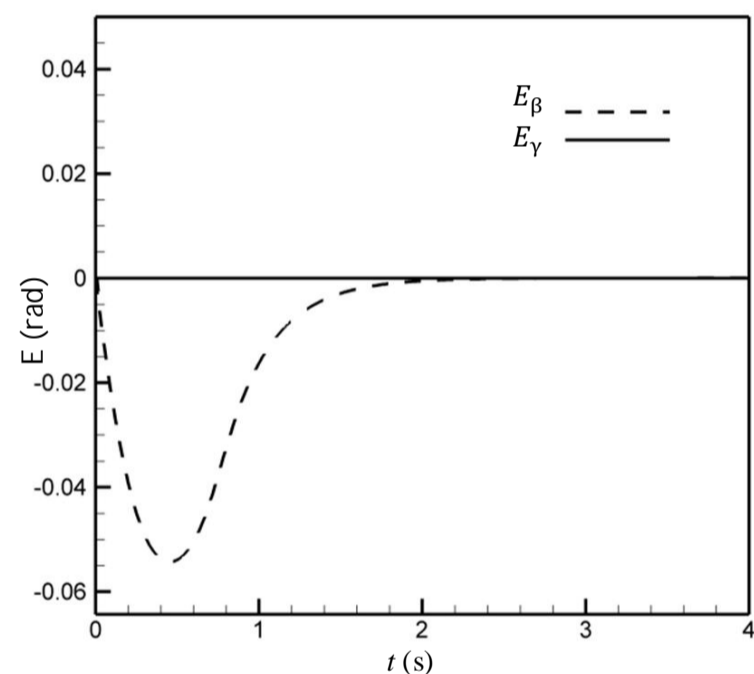


شکل 11 تغییرات جرم در مرحله اول حرکت

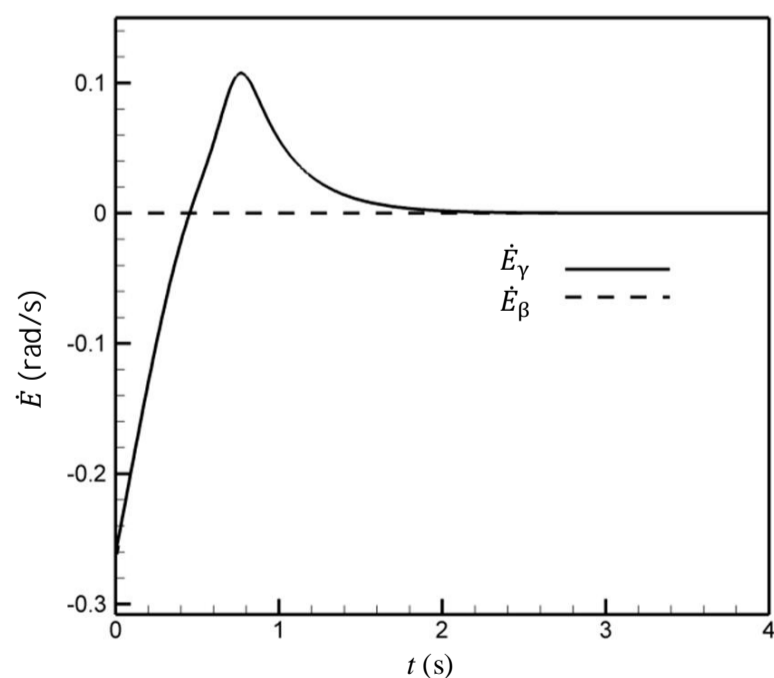
سیستم با توجه به کنترلر پیشنهادی بدست آمد. برای یافتن قانون تطبیق مناسب ابتدا تابع لیاپانوف مناسب پیشنهاد و بر اساس تئوری لیاپانوف قانون تطبیق برای تضمین پایداری سیستم استخراج شد و در نهایت از لم باربالات برای اثبات همگرایی خطای ردیابی به سمت صفر با توجه به شرایط حاکم بر روابط، استفاده شد. با توجه به کنترلر تطبیقی پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی سیستم در حضور نامعینی ارائه شد. در این شبیه‌سازی فرض شده جرم ستون فقرات اصلی و جرم ستون فقرات ثانویه و دیسک‌ها نامعلوم هستند. با انجام حدس اولیه برای جرم ستون فقرات اصلی و ستون فقرات ثانویه نتایج شبیه‌سازی بدست آمد. نتایج نشان داد که در مرحله اول حرکت، تغییرات جرم‌ها فقط تا ثانیه دوم ادامه یافته و پس از آن کران‌دار باقی ماند؛ فلذا مقادیر مناسب برای جرم‌ها که باعث همگرایی مجانبی در خطای ردیابی می‌شود، محقق شد. در مرحله دوم حرکت نیز نتایج شبیه‌سازی نشان داد که مشابه حالت قبل با گذشت زمان، جرم تخمینی به اعدادی ثابت همگرا شده و خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت زمان کوتاهی صفر می‌شود. لذا با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی مشخص شد که سرعت و دقت کنترلر پیشنهادی در حضور نامعینی پارامتری در کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی بسیار مناسب است.

ثانویه و دیسک‌ها به‌عنوان نامعینی در مدل دینامیکی ربات پیوسته در نظر گرفته شده و در ابتدا از روش تقریبی برای کنترل موقعیت و سرعت ربات استفاده شد. در این بخش اثر نامعینی پارامتری با استفاده از روش گشتاور محاسبه شده با شبیه‌سازی سیستم با اعمال کنترلر فوق بررسی شده است. برای بررسی اثر این نامعینی، مقدار جرم‌ها نزدیک به مقدار واقعی در نظر گرفته شد. نتایج شبیه‌سازی در مرحله اول حرکت نشان داد که خطای موقعیت افزایش می‌یابد و سپس ثابت باقی می‌ماند. نتایج مربوط به مرحله دوم حرکت نیز نشان می‌دهد که خطای موقعیت با گذر زمان افزایش می‌یابد و خطا موقعیت پس از گذشت زمان به مقدار مشخصی میل می‌کند و صفر نمی‌شود؛ لذا با توجه به نتایج فوق مشخص است که با اعمال کنترلر گشتاور محاسبه شده، خطای ردیابی مسیر در حضور نامعینی پارامتری به صفر میل نمی‌نماید.

به منظور استخراج کنترلر تطبیقی و قانون تطبیق مناسب برای پارامترها، مدل دینامیکی ربات به فرم پارامتری مرتب شد. این فرم ضرب ماتریس وزن در بردار پارامترهای نامعلوم سیستم شامل جرم‌های ستون فقرات اصلی و جرم ستون فقرات ثانویه و دیسک‌ها می‌باشد. سپس کنترلر تطبیقی بر اساس روش گشتاور محاسبه‌شده پیشنهاد شد و دینامیک خطای

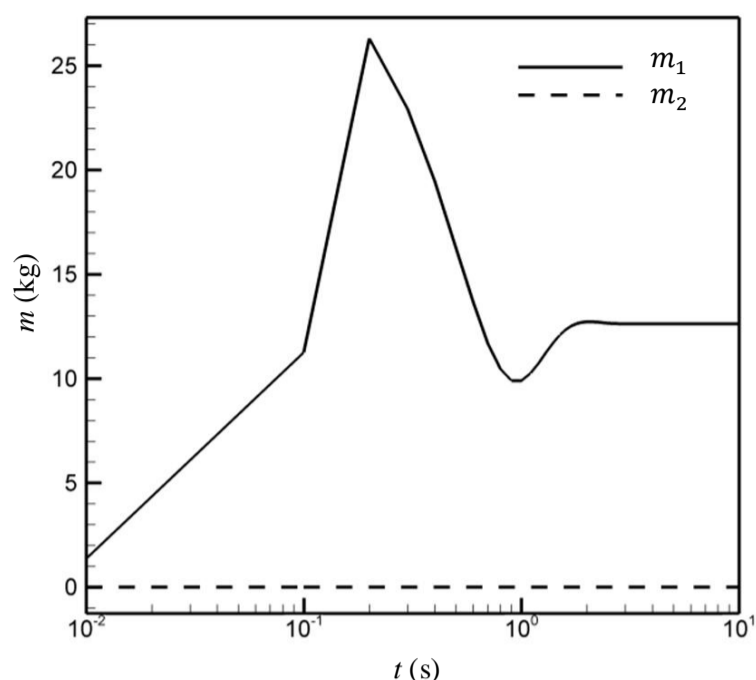


الف

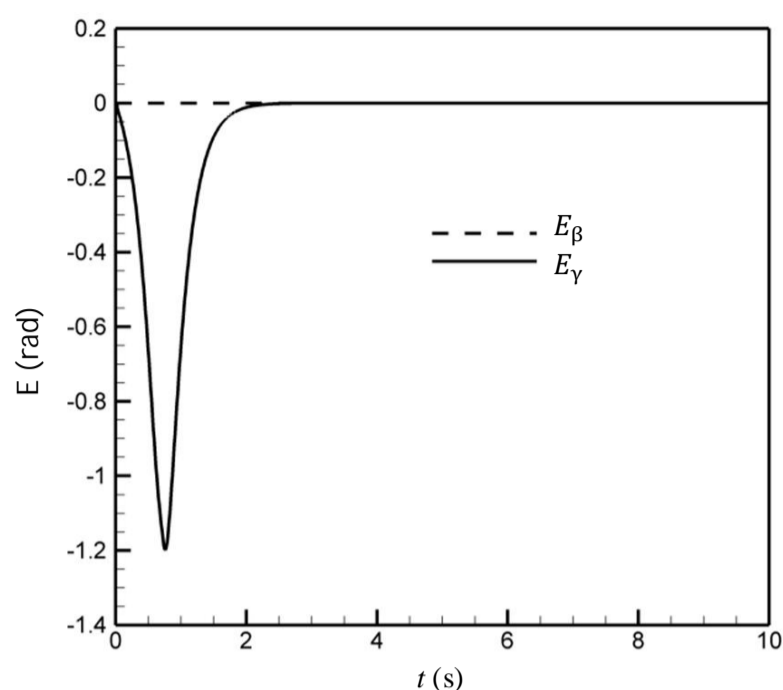


ب

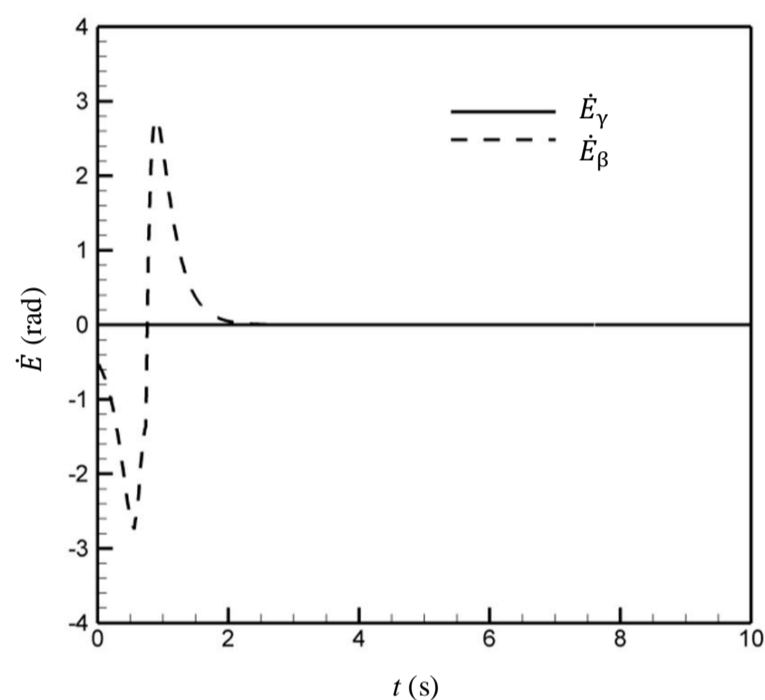
شکل 9 نتایج شبیه‌سازی با استفاده از کنترلر تطبیقی در مرحله اول حرکت (الف) خطای موقعیت، (ب) خطای سرعت



شکل 14 تغییرات جرم در مرحله دوم حرکت

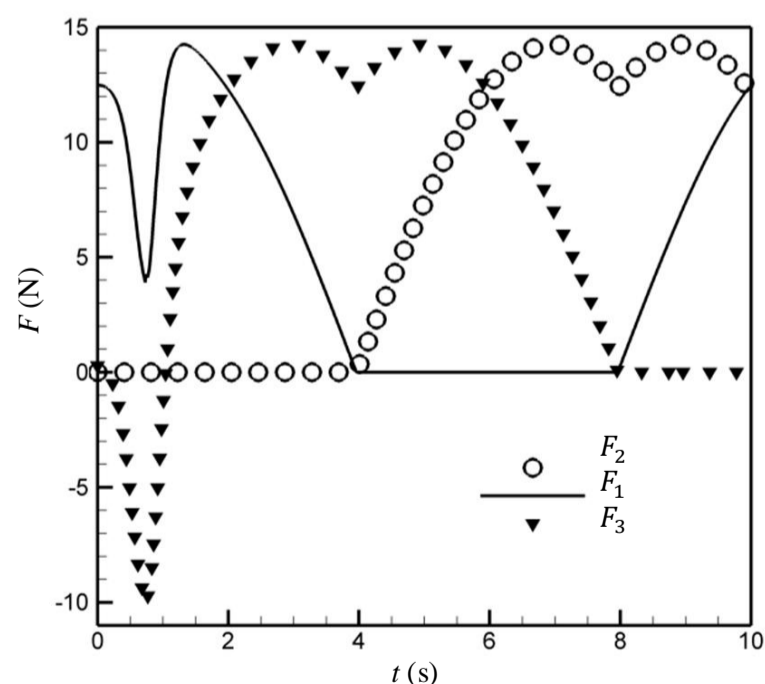


الف



ب

شکل 12 نتایج شبیه‌سازی با استفاده از کنترلر تطبیقی در مرحله دوم حرکت (الف) خطای موقعیت (ب) خطای سرعت



شکل 13 نیروهای عملگری در مرحله دوم حرکت

7-مراجع

- [1] G. Robinson, J. B. C. Davies, Continuum robots-a state of the art, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 2849-2854, 1999.
- [2] W. Wang, W. Yu, H. Zhang, JL-2: A mobile multi-robot system with docking and manipulating capabilities, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 9-18, 2010.
- [3] S. M. Rezaei, F. Barazandeh, M. S. Haidarzadeh, S. M. Sadat, The effect of snake muscular system on actuators' torque, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 59, No. 3-4, pp. 299-318, 2010.
- [4] N. Simaan, Snake-like units using flexible backbones and actuation redundancy for enhanced miniaturization, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 3012-3017, 2005.
- [5] K. Xu, N. Simaan, An investigation of the intrinsic force sensing capabilities of continuum robots, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 24, No. 3, pp. 576-587, 2008.
- [6] K. Xu, N. Simaan, Intrinsic wrench estimation and its performance index for multisegment continuum robots, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 26, No. 3, pp. 555-561, 2010.
- [7] B. A. Jones, I. D. Walker, Kinematics for multisection continuum robots, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 22, No. 1, pp. 43-55, 2006.
- [8] G. S. Chirikjian, Hyper-redundant manipulator dynamics: a continuum approximation, *Advanced Robotics*, Vol. 9, No. 3, pp. 199-217, 1994.
- [9] F. Matsuno, H. Sato, Trajectory tracking control of snake robots based on dynamic model, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 3029-3034, 2005.
- [10] I. A. Gravagne, C. D. Rahn, I. D. Walker, Good vibrations: a vibration damping setpoint controller for continuum robots, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 3877-3884, 2001.
- [11] I. A. Gravagne, C. D. Rahn, I. D. Walker, Large deflection dynamics and control for planar continuum robots, *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 8, No. 2, pp. 299-307, 2003.
- [12] M. Bamdad, A. Mardany, Motion analysis of continuum robots structures with cable actuation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, 2015. (In Persian)
- [13] H. Mochiyama, T. Suzuki, Kinematics and dynamics of a cable-like hyper-flexible manipulator, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 3672-3677, 2003.
- [14] E. Tatlicioglu, I. D. Walker, D. M. Dawson, Dynamic modelling for planar extensible continuum robot manipulators, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 1357-1362, 2007.
- [15] M. Bamdad, A. Mardany, Design and analysis of a novel cable-driven backbone for continuum robots, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 322-332, 2015. (In Persian)
- [16] T. Farzin, Optimal trajectory Planning of a modified crane considering external load uncertainty, Master Thesis, *Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood*, 2014.
- [17] D. B. Camarillo, C. F. Milne, C. R. Carlson, M. R. Zinn, J. K. Salisbury, Mechanics modeling of tendon-driven continuum manipulators, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 24, No. 6, pp. 1262-1273, 2008.
- [18] D. B. Camarillo, C. R. Carlson, J. K. Salisbury, Task-space control of continuum manipulators with coupled tendon drive, in *Proceeding of, Springer*, pp. 271-280, 2009.
- [19] S. Neppalli, M. A. Csencsits, B. A. Jones, I. D. Walker, Closed-form inverse

- configuration estimation of continuum robots, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 3350-3355, 2012.
- [27] A. Salehi, F. Piltan, M. Mirshekaran, M. Kazeminasab, Z. Esmaili, Comparative Study between Two Important Nonlinear Methodologies for Continuum Robot Manipulator *Control, IJITCS*, 2014 .
- [28] M. Bazregar, F. Piltan, A. Nabaee, M. M. Ebrahimi, Parallel Soft Computing Control Optimization Algorithm for Uncertainty Dynamic Systems, *International Journal of Advanced Science and Technology*, Vol. 51, 2013 .
- [29] T. Zheng, Y. Yang, D. T. Branson, R. Kang, E. Guglielmino, M. Cianchetti, D. G. Caldwell, G. Yang, Control design of shape memory alloy based multi-arm continuum robot inspired by octopus, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 1108-1113, 2014.
- [30] F. Piltan, S. T. Haghighi, Design Gradient Descent Optimal Sliding Mode Control of Continuum Robots, *IAES International Journal of Robotics and Automation (IJRA)*, Vol. 1, No. 4, pp. 175-189, 2012 .
- [31] A. Melingui, O. Lakhali, B. Daachi, J. B. Mbede, R. Merzouki, Adaptive Neural Network Control of a Compact Bionic Handling Arm, 2015
- [32] D. G. Fertis, *Advanced mechanics of structures*: CRC Press, 1996.
- kinematics for continuum manipulators, *Advanced Robotics*, Vol. 23, No. 15, pp. 2077-2091, 2009 .
- [20] M. Mahvash, P. E. Dupont, Stiffness control of a continuum manipulator in contact with a soft environment, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 863-870, 2011.
- [21] D. Braganza, D. Dawson, I. Walker, N. Nath, Neural network grasping controller for continuum robots, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 6445-6449, 2006.
- [22] A. Kapadia, I. D. Walker, Task-space control of extensible continuum manipulators, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 108 .1092-7,2011 .
- [23] M. Ivanescu, V. Stoian, A variable structure controller for a tentacle manipulator, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 3155-3160, 1995.
- [24] R. S. Penning, J. Jung, N. J. Ferrier, M. R. Zinn, An evaluation of closed-loop control options for continuum manipulators, in *Proceeding of, IEEE*, pp. 5392-5397, 2012 .
- [25] M. W. Hannan, I. D. Walker, Real-time shape estimation for continuum robots using vision, *Robotica*, Vol. 23, No. 05, pp. 645-651, 2005 .
- [26] B. Weber, P. Zeller, K. Kuhlentz, Multi-camera based real-time