مجله مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1395، دوره 16، شماره 4، ص‌ص 354-360

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مطالعه عملکرد برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی دارای غیرخطینگی‌های هندسی، میرایی و مادی با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه

کمال جهانی[1*]، پریسا آقازاده[2]

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تبریز، تبریز
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
*تبریز، صندوق پستی51665-315، ka_jahani@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 07 دی 1394
پذیرش: 11 اسفند 1394
ارائه در سایت: 11 اردیبهشت 1395

کلید واژگان:
برداشت انرژی
غیرخطینگی
روش مقیاس‌های زمانی چندگانه

چکیده

یکی از روش‌های مناسب برداشت انرژی از ارتعاشات مکانیکی موجود در محیط، استفاده از سیستم‌های پیزوالکتریکی است. در این مقاله مدل یک درجه آزادی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی به صورت تیر یکسر گیردار تک لایه مورد بررسی قرار گرفته است. ضریب سختی، میرایی و کوپلینگ الکترومکانیکی غیرخطی در مدل‌سازی مذکور لحاظ شده است. دستگاه معادلات حاکم بر سیستم پس از بی بعدسازی به‌روش مقیاس های زمانی چندگانه حل شده است. ابتدا با درنظر گرفتن یک جمله از بسط فرض شده برای پاسخ‌ها تاثیر کلیه پارامترهای غیرخطی بر منحنی پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد درنظر گرفتن یک جمله از پاسخ، تاثیر ضریب میرایی غیرخطی را بر دامنه حرکت جسم و توان تولیدی در مصرف کننده درست ارزیابی می‌نماید. افزایش این ضریب سبب کاهش دامنه فرکانس تحریک و بیشنه توان تولیدی می‌شود. اما اثر ضریب سختی و کوپلینگ غیرخطی با فرض تنها یک جمله از پاسخ منطقی به نظر نمی‌رسد زیرا در این حالت، ماکزیمم دامنه و توان تولیدی مستقل از ضرایب غیرخطی می‌شود. به همین جهت درنظر گرفتن لااقل دو جمله از پاسخ ضروری است. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که افزایش ضریب سختی غیرخطی سبب افزایش رنج فرکانسی و ماکزیمم توان برداشت شده می‌شود. وجود ضریب کوپلینگ غیرخطی در معادلات باعث افزایش سختی و کاهش کرنش تیر و در نتیجه کاهش توان می باشد.

Investigating the performance of piezoelectric energy harvester including geometrical, damping and material nonlinearities with the method of multiple scales

Kamal Jahani[1*], Parisa Aghazadeh[2]

1- Department of Aerospace Engineering, Tabriz University, Tabriz, Iran
2-Department of Mechanical Engineering, Tabriz University, Tabriz, Iran
*P.O.B. 51665-315Tabriz, Iran,ka_jahani@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 28 December 2015
Accepted 01 March 2016
Available Online 30 April 2016

Keywords:
Energy harvestin
Nonlinearity
Multiple Scales method

ABSTRACT

Employing piezoelectric systems is one of the suitable methods for harvesting energy from mechanical vibrations available in the environment. In this work,single degree of freedom model for cantilever beam with piezoelectric layer is considered. Simulation contains nonlinear coefficients like: stiffness, damping and coupling coefficient. Governing system of equations is solved by multiple scales method. First, by assuming one term in approximate response, the effects of all nonlinear parameters on frequency curve are investigated. Results show that assuming only one term in response evaluates the effect of nonlinear damping correctly. Increasing this coefficient leads to reducing the range of excitation frequency and maximum harvested power. But one term assumption could not assess the effects of nonlinear stiffness and coupling coefficient logically. In this case, the peak of frequency response curve is independent of nonlinear coefficients. So for obtaining accurate results assuming at least two terms of response is necessary. Results show increasing nonlinear stiffness coefficient increases the maximum harvested power and the range of excitation frequency. The effect of nonlinear coupling coefficient is a decrease in the maximum power because this coefficient increases the stiffness of the system.

1- مقدمه

در سال‌های اخیر سیستم‌های میکروالکترومکانیکی(ممز)[1] که شامل انواع حسگرها[2] و عملگرها[3] است، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. ممز در

[1] Micro Electro Mechanical Systems, MEMS
[2] Sensors
[3] Actuators

Please cite this article using:
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:
K. Jahani,P. Aghazadeh, Investigating the performance of piezoelectric energy harvester including geometrical, damping and material nonlinearities with the method of multiple scales, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 16, No. 4, pp. 354-360, 2016 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.27.6]

سیستم دزدگیر، ترمز و سوخت‌رسانی خودرو به کار برده می‌شود. از دیگر موارد مصرف ممز می‌توان به پرینترهای جوهرافشان، اسکنرها و انواع حسگرها برای کمیت هایی نظیر درجه حرارت، فشار و ... اشاره کرد.

باتری‌ها منبع تغذیه اصلی سنسورها به‌شمار می‌روند. مشکل اصلی باتری‌ها عمر محدود آن‌ها است. تعویض دائمی باتری‌ها یا شارژ مجدد آن‌ها در بسیاری از شرایط امکان‌پذیر نیست. از طرف دیگر پیشرفت‌های صورت گرفته در تکنولوژی باتری‌ها همگام با رشد سریع این تجهیزات الکترونیکی نیست.

مشکلات مربوط به باتری‌ها از یک سو و کاهش توان مصرفی سنسورها با توجه به پیشرفت‌های اخیر از سوی دیگر سبب شده برای تامین توان مصرفی آن‌ها از انرژی ارتعاشات مکانیکی موجود در محیط استفاده شود. سه مکانیزم اصلی برای برداشت انرژی از ارتعاشات محیط وجود دارد: سیستم‌های الکترومغناطیسی [1] الکتروستاتیکی [2] و پیزوالکتریکی [3]. برداشت‌گر پیزوالکتریکی به علت داشتن چگالی توان بالا، نیاز نداشتن به منبع ولتاژ جداگانه و سادگی جاگذاری در یک سیستم بیشترین توجه را به خود اختصاص داده است. مکانیزم متداول برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی، تیر یکسر گیرداری است که یک یا دو لایه پیزوالکتریک به سطح آن متصل است، در اثر انتقال حرکت پایه مرتعش به لایه پیزوالکتریک و ایجاد کرنش در آن ولتاژ تولید می‌شود.

سیستم‌های پیزوالکتریکی به دو صورت گسسته و پارامترهای توزیع شده مدل‌سازی شده اند. مدل پارامترهای توزیع شده برای تیرهای نازک بر پایه تئوری اولر-برنولی است. ارترک [4] با استفاده از همین تئوری،حل تحلیلی دقیقی برای برداشت‌کننده پیزوالکتریکی به شکل تیر یکسر گیردار تک لایه، ارائه داد. کرنش و در نتیجه توان تولیدی در تیر ذوزنقه‌ای معکوس (قاعده بزرگ در محل تکیه‌گاه قرار دارد) بیشتر از تیر مستطیلی است. همچنین به علت بزرگتر بودن سطح تماس تیر در محل اتصال، این برداشت‌کننده دارای عمر بیشتری نیز هست. اصغرزاده و همکاران [5] تولید انرژی الکتریکی توسط تیر یکسر گیردار ذوزنقه‌ای با یک لایه پیزوالکتریک را با روش پارامترهای توزیع شده مورد مطالعه قرار دادند. مدل پارامترهای توزیع شده معمولا توسط روش گالرکین [6]، ریلی ریتز [7] یا روش المان محدود گسسته‌سازی می شوند.

برداشت‌کننده های پیزوالکتریکی در شرایط رزونانس بهترین عملکرد را دارند. اما با انحراف فرکانس تحریک از فرکانس طبیعی، کارایی آن‌ها افت می نماید. برای حل این مشکل روش‌های مختلفی وجود دارد. بعضی از این روش‌ها که ماهیتی مکانیکی دارند عبارتند از: تغییر مرکز ثقل جرم متمرکز متصل به انتهای تیر و در نتیجه تغییر فرکانس طبیعی سیستم در هر لحظه، [8] اعمال پیش بار فشاری [9]، ساخت برداشت‌کننده‌هایی شامل تیرهای پیزوالکتریکی مختلف در یک قطعه [10] و استفاده از برداشت‌کننده‌های غیرخطی.

عبدالکیفی [11]، با استفاده از مدل غیرخطی پارامترهای توزیع شده که توسط روش گالرکین گسسته سازی شده است، تیر پیزوالکتریکی نازک را مورد بررسی قرار داد. نتایج مطالعات وی نشان می‌دهد که افزایش یکی از ضرایب کوپلینگ غیرخطی منجر به افزایش سختی سیستم و کاهش ولتاژ تولیدی می‌شود که در این کار تحقیقاتی (مقاله حاضر) نیز این امر بررسی خواهد شد. یانگ و همکاران [12] نمونه‌ای از یک سیستم برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی را به صورت تحلیلی و تجربی مورد بررسی قرار دادند. برداشت‌کننده به صورت سیستم یک درجه آزادی شامل انواع غیرخطینگی‌های هندسی، میرایی و پیزوالکتریکی درنظر گرفته شد و توسط روش بالانس هارمونیک مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حرکت حالت پایدار نشان می‌دهد با افزایش ضریب کوپلینگ غیرخطی پاسخ مکانیکی سیستم کاهش و ولتاژ خروجی افزایش می‌یابد. تریپلت و کواین [13] مدلی گسسته و غیرخطی برای برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی ارائه نمودند. روش تقریبی لیندستد-پوانکاره با در نظر گرفتن یک جمله نشان می دهد بیشینه توان برداشت شده در حرکت حالت پایدار مستقل از ضریب سختی غیرخطی است که چندانمنطقی به نظر نمی‌رسد. روش عددی نیز برای بررسی تاثیر پارامترهای غیرخطی بر عملکرد برداشت‌کننده پیزوالکتریکی مورد مطالعه قرار گرفته است [14]. روش مقیاس‌های زمانی چندگانه یکی از روش‌هایی است که برای تحلیل معادلات غیرخطی توسط محققین مورد استفاده قرار می‌گیرد. پورجمشیدیان و همکاران [15] با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه، به تحلیل ارتعاشات عرضی یک تیر دو سر مفصل تحت بار محوری ثابت پرداختند. مدل‌سازی ریاضی حرکت غیرخطی کوپل غلت و حرکت عمودی شناور در امواج دریا تحت تحریک هارمونیک نیز توسط همین روش مورد بررسی قرار گرفته است [16]. ارترک و اینمن [17] با استفاده از این روش، به مطالعه مدل یک درجه آزادی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی شامل ضریب سختی غیرخطی پرداختند. نتایج تحقیقات نشان می‌دهد در نظر گرفتن تنها یک جمله از پاسخ تقریبی منجر به ثابت ماندن بیشینه ولتاژ با افزایش ضریب سختی غیرخطی می‌شود که منطقی به نظر نمی‌رسد.

در این مقاله برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی،به صورت سیستم یک درجه آزادی مدل‌سازی شده است.پارامترهای غیرخطی شامل ضریب سختی، ضریب میرایی و ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی در مدل‌سازی لحاظ شده اند. دستگاه معادلات حاکم برسیستم با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه تحلیل می‌گردد. در نظر گرفتن یک جمله از پاسخ تقریبی در پاره‌ای از موارد رفتار سیستم را به درستی ارزیابی نمی‌کند. به همین جهت در این کار تحقیقاتی به منظور بررسی تاثیر ضریب سختی غیرخطی از دو جمله استفاده شده است. همچنین تاثیر ضریب میرایی و کوپلینگ الکترومکانیکی غیرخطی با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه بر عملکرد سیستم مورد بررسی قرار گرفته است.

2- مدل‌سازی به صورت سیستم یک درجه آزادی

مدل یک درجه آزادی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی به شکل تیر یکسر گیردار تک لایه، تحت تحریک هارمونیک با دامنه بزرگ، در شکل 1 نشان داده شده است. در شکل 1 M_{eq}، k_1، c_1، PZT، C_p و Rبه ترتیب نشان دهنده جرم معادل سیستم، سختی، میرایی، پیزوالکتریک، ظرفیت لایه پیزوالکتریک و مقاومت مصرف کننده هستند. به علت تغییر شکل‌های بزرگ تیر، ترم‌های غیرخطی هندسی، تا مرتبه سه درنظر گرفته شده‌اند. در این برداشت‌کننده ثابت پیزوالکتریک نیز به صورت غیرخطی فرض شده است.

دستگاه معادلات الکترومکانیکی حاکم بر سیستم، در معادله (1) ارائه شده است.

$$\begin{cases} M_{\mathrm{eq}}\ddot{z} + c_1\dot{z} + k_1 z + \psi_1 \dot{v} = -M_{\mathrm{eq}}\ddot{x}_B \\ C_p\dot{v} + \dfrac{v}{R} = \psi_2 \dot{z} \end{cases} \qquad (1)$$

در دستگاه معادلات (1)،v،x_Bو zبه ترتیب نشان دهنده ولتاژ تولید شده در مصرف‌کننده، جابه‌جایی پایه و جابه‌جایی جسم نسبت به پایه است.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.27.6]

$$z = x - x_B \tag{2}$$

توابع مربوط به کلیه ضرایب میرایی، سختی، کوپلینگ الکترومکانیکی و همچنین جابه‌جایی هارمونیک پایه با فرکانس Ω در روابط (3-7) ارائه شده است.

$$c_1 = a_1 + a_2|\dot{z}| \tag{3}$$
$$k_1 = b_1 + b_3 z^2 \tag{4}$$
$$\psi_1 = d_{1+} d_2 z \tag{5}$$
$$\psi_2 = e_{1+} e_2 z \tag{6}$$
$$x_B = X_B \sin\Omega t \tag{7}$$

2-1- بی‌بعدسازی دستگاه معادلات

به علت وجود تعداد زیاد پارامترها، به منظور سادگی محاسبات، از فرم بی‌بعد دستگاه معادلات (1) استفاده می‌شود. معادلات (8) و (9) روابطی برای جابه‌جایی نسبی جسم و ولتاژ ارائه می‌نماید که در این معادلات z_{nd} و v_{nd} به ترتیب نشان‌دهنده جابه‌جایی نسبی و ولتاژ بی‌بعد است. مقادیر عددی ضرایب Z_m و V_m طوری انتخاب شده است که ضعیف بودن میرایی، غیرخطینگی در سختی و ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی را به خوبی نشان دهد. مرتبه ضرایب بی بعد موجود در معادله مکانیکی،در معادله (13) ارائه شده است. اما توان برداشت شده در مصرف کننده مستقل از مقادیر ضرایب Z_m و V_m است.

$$z = Z_m z_{nd} \tag{8}$$
$$v = V_m v_{nd} \tag{9}$$

با به‌کارگیری معادلات (8) و (9) و ضرایب بی‌بعد تعریف شده در جدول 1 به فرم بدون بعد دستگاه معادلات (1) دست می یابیم. پریم نشان دهنده مشتق نسبت به τ است.

$$z''_{nd} + \mu \acute{z}_{nd} + \eta \acute{z}_{nd}|\acute{z}_{nd}| + z_{nd} + \beta z^3{}_{nd} + \theta_1 v_{nd} + \theta_2 v_{nd} z_{nd} = D\omega^2 \sin\omega\tau \tag{10}$$

$$\acute{v}_{nd} + \frac{v_{nd}}{\rho} = \acute{z}_{nd}(\gamma_1 + \gamma_2 z_{nd}) \tag{11}$$

3- حل دستگاه معادلات بی بعد به روش مقیاس‌های زمانی چندگانه با در نظر گرفتن یک جمله

به منظور یافتن پاسخ تقریبی سیستم در وضعیت رزونانس اولیه ($\omega \approx 1$)، از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه [18] استفاده می‌شود. در مقاله حاضر،

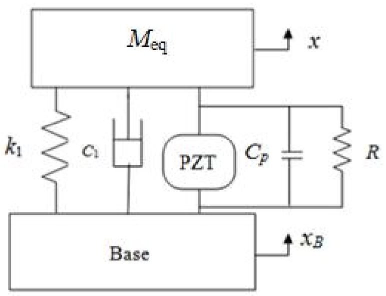

Fig.1 Electromechanical SDOF model of unimorph beam piezoelectric energy harvester

شکل 1 مدل الکترومکانیکی یک درجه آزادی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی به شکل تیر تک لایه

میرایی، ضرایب کوپلینگ الکترومکانیکی و سختی غیرخطی سیستم برداشت کننده انرژی، ضعیف فرض شده اند. به همین جهت این ضرایب را از مرتبه ε فرض می‌نماییم (ε پارامتری کوچک و بدون بعد است). معادله (12) میزان نزدیکی فرکانس تحریک به فرکانس طبیعی در حالت بی بعد، را نشان می‌دهد. در این معادله، σ، پارامتر تنظیم بوده و از مرتبه یک است.

$$\omega = 1 + \varepsilon\sigma \tag{12}$$

زمانی که $\sigma = 0$ شود، پاسخ سیستم خطی نامیرا، نامحدود خواهد بود. در یک سیستم واقعی وجود میرایی و غیرخطینگی‌ها سبب محدود شدن دامنه می‌شود. به همین جهت برای یافتن پاسخ منطقی، D نیز باید از مرتبه ε، هم‌مرتبه با جملات مربوط به میرایی و سختی غیرخطی، در نظر گرفته شود.

$$z''_{nd} + \varepsilon\bar{\mu}\acute{z}_{nd} + \varepsilon\bar{\eta}\acute{z}_{nd}|\acute{z}_{nd}| + z_{nd} + \varepsilon\bar{\beta}z^3{}_{nd} + \varepsilon\overline{\theta_1}v_{nd} + \varepsilon\overline{\theta_2}z_{nd}v_{nd} = \varepsilon\bar{D}\,\omega^2 \sin(1+\varepsilon\sigma)\tau \tag{13}$$

برای یافتن پاسخ مرتبه اول سیستم دو مقیاس زمانی بی‌بعد T_0 و T_1 با رابطه $T_n = \varepsilon^n \tau$، تعریف می‌شود. در نتیجه مشتق نسبت به τ به شکل بسط زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial T_0}}_{\mathrm{D}_0}\frac{\mathrm{d}T_0}{\mathrm{d}\tau} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial T_1}}_{\mathrm{D}_1}\frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{D}_0 + \varepsilon\mathrm{D}_1 \tag{14}$$

مشتق دوم نسبت به τ نیز به صورت مشابه به دست می‌آید.

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\tau^2} = \mathrm{D}_0{}^2 + 2\varepsilon\mathrm{D}_0\mathrm{D}_1 \tag{15}$$

روابط (16) و (17) بیانگر بسط متغیرهای z_{nd} و v_{nd} برحسب دو مقیاس زمانی T_0 و T_1 است.

$$z_{nd} = z_0(T_0, T_1) + \varepsilon z_1(T_0, T_1) \tag{16}$$
$$v_{nd} = v_0(T_0, T_1) + \varepsilon v_1(T_0, T_1) \tag{17}$$

با جای‌گذاری روابط (14)، (15)، (16) و (17) در معادله های (11) و (13) و برابر قرار دادن ضرایب ε^0 و ε^1 در دو سمت معادله داریم:

ضرایب ε^0 در معادله (13):

$$\mathrm{D}^2{}_0 z_0 + z_0 = 0 \tag{18}$$

ضرایب ε^0 در معادله (11):

$$\mathrm{D}_0 v_0 + \frac{1}{\rho}v_0 - \gamma_1\mathrm{D}_0 z_0 - \gamma_2 z_0\mathrm{D}_0 z_0 = 0 \tag{19}$$

ضریب ε^1 در معادله (13):

$$\mathrm{D}_0{}^2 z_1 + z_1 = -2\mathrm{D}_0\mathrm{D}_1 z_0 - \bar{\mu}\mathrm{D}_0 z_0 - \bar{\eta}\mathrm{D}_0 z_0|\mathrm{D}_0 z_0| - \bar{\beta}z_0{}^3 - \bar{\theta}_1 v_0 - \bar{\theta}_2 v_0 z_0 + \bar{D}\sin(1+\epsilon\sigma)\tau \tag{20}$$

جدول 1 ضرایب بی بعدمعادلات (10) و (11)

Table 1 Dimensionless coefficients in equations (10) and (11)

ضریب بی بعد	عبارت ریاضی	ضریب بی بعد	عبارت ریاضی
μ	$\frac{a_1}{\sqrt{M_{eq}b_1}}$	ω	$\Omega\sqrt{\frac{M_{eq}}{b_1}}$
η	$\frac{a_2 Z_m}{M_{eq}}$	ρ	$C_p\sqrt{\frac{b_1}{M_{eq}}}$
β	$\frac{b_3 Z_m{}^2}{b_1}$	γ_1	$\frac{Z_m e_1}{C_p V_m}$
θ_1	$\frac{V_m d_1}{b_1 Z_m}$	γ_2	$\frac{e_2 Z_m{}^2}{C_p V_m}$
θ_2	$\frac{V_m d_2}{b_1}$	τ	$\sqrt{\frac{b_1}{M_{eq}}}t$
D	$\frac{X_B}{Z_m}$		

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.27.6]

رابطه (21) بیانگر پاسخ معادله دیفرانسیل (18) است. در این رابطه A نشان دهنده تابع مختلط نامعلومی است که در ادامه به دست می‌آید و cc نشانگر مزدوج مختلط ترم اول است.

$$z_0 = A(T_1)\mathrm{e}^{iT_0} + \mathrm{cc} \tag{21}$$

با جای‌گذاری پاسخ به‌دست آمده برای z_0 در معادله (19) تابع v_0را می‌یابیم:

$$v_0 = \gamma_1\left[\frac{A(T_1)i\mathrm{e}^{iT_0}}{i+\frac{1}{\rho}}\right] + \gamma_2\left[\frac{A^2(T_1)i\mathrm{e}^{2iT_0}}{2i+\frac{1}{\rho}}\right] + \mathrm{cc} \tag{22}$$

برای تعیین تابع مختلط A پاسخ های به دست آمده برای z_0 و v_0 در معادله (20) جایگزین می‌گردد، سپس ضرایب جملات سکولار (جملاتی که ضرایبی از پاسخ همگن معادله هستند، در این‌جا ضرایب e^{iT_0} یا e^{-iT_0} که منجر به پاسخ‌هایی می‌شوند که دامنه آن‌ها با گذر زمان به‌صورت نامحدود رشد می‌کنند) برابر صفر قرار داده می‌شود.

ضرایب e^{iT_0}.

$$-2i\mathrm{D}_1A - \bar{\mu}iA - \bar{\eta}\left[Ai\mathrm{e}^{iT_0} - \bar{A}i\mathrm{e}^{-iT_0}\right]\left|Ai\mathrm{e}^{iT_0} - \bar{A}i\mathrm{e}^{-iT_0}\right| -3\bar{\beta}A^2\bar{A} - \frac{\overline{\theta_1}\gamma_1Ai}{\left(i+\frac{1}{\rho}\right)} - \frac{\overline{\theta_2}\gamma_2iA^2\bar{A}}{\left(2i+\frac{1}{\rho}\right)} + \frac{\bar{D}}{2i}\mathrm{e}^{i\sigma T_1} = 0 \tag{23}$$

تابع مختلط A را به فرم معادله (24) در نظر گرفته و در معادله (23) جایگزین می‌نماییم.

$$A(T_1) = \frac{1}{2}a(T_1)\mathrm{e}^{i\varphi_1(T_1)} \tag{24}$$

$$-i\acute{a} + a\acute{\varphi}_1 - \frac{1}{2}\bar{\mu}ai + \frac{8a^2\bar{\eta}}{6\pi i} - \frac{3}{8}\bar{\beta}a^3 - \frac{\gamma_1ai\overline{\theta_1}}{2\left(i+\frac{1}{\rho}\right)} - \frac{\gamma_2a^3i\overline{\theta_2}}{8\left(2i+\frac{1}{\rho}\right)} + \frac{\bar{D}}{2i}\mathrm{e}^{i(\sigma T_1-\varphi_1)} = 0 \tag{25}$$

جمله مربوط به میرایی غیرخطی در معادله (25) توسط جمله اول بسط فوریه سینوسی تقریب زده شده است. با تعریف تابع ϕ در معادله (26)، جایگزین کردن آن در معادله (25) و جدا کردن بخش‌های حقیقی و موهومی عبارات داریم:

$$\sigma T_1 - \varphi_1 = \phi \tag{26}$$

بخش موهومی:

$$-\acute{a} - \frac{1}{2}\bar{\mu}a - \frac{\gamma_1\overline{\theta_1}}{2\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}a - \frac{4\bar{\eta}}{3\pi}a^2 - \frac{\gamma_2\overline{\theta_2}}{8\rho\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}a^3 - \frac{1}{2}\bar{\mathrm{D}}\cos\phi = 0 \tag{27}$$

بخش حقیقی:

$$a(\sigma-\acute{\phi}) - \frac{\gamma_1\overline{\theta_1}}{2\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}a - \frac{3}{8}\bar{\beta}a^3 - \frac{\gamma_2\overline{\theta_2}}{4\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}a^3 + \frac{1}{2}\bar{D}\sin\phi = 0 \tag{28}$$

برای تعیین پاسخ حالت پایدار، $\acute{a}$ و$\acute{\phi}$ در معادلات (27) و (28) را برابر صفر قرار داده،طرفین دو معادله را به توان دو رسانده و با هم جمع می‌نماییم، بدین ترتیب تابع ضمنی a برحسب σ به دست می‌آید:

$$\frac{1}{4}\bar{D}^2 = [a\left\{-\frac{1}{2}\bar{\mu} - \frac{\gamma_1\overline{\theta_1}}{2\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right\} + a^2\left\{-\frac{4\bar{\eta}}{3\pi}\right\} + a^3 \times \left\{-\frac{\gamma_2\overline{\theta_2}}{8\rho\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right\}]^2 + [a\left\{\sigma - \frac{\gamma_1\overline{\theta_1}}{2\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right\} + a^3 \times \left\{-\frac{3}{8}\bar{\beta} - \frac{\gamma_2\overline{\theta_2}}{4\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right\}]^2 \tag{29}$$

همچنین تابع فاز در حرکت حالت پایدار نیز، با صفر قرار دادن $\acute{a}$ و $\acute{\phi}$ در معادلات (27) و (28) و در دست داشتن تابع a برحسب σ قابل دستیابی است.

در نهایت با تعیین دامنه و فاز به پاسخ تقریبی مرتبه اول برای جابه‌جایی نسبی و ولتاژ دست می‌یابیم.

$$z_{nd\approx}z_0 = a\cos(\omega T_0 - \phi) \tag{30}$$

$$v_{nd} \approx v_0 = \left[\frac{\gamma_1}{\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right]a\cos(\omega T_0-\phi) - \left[\frac{\gamma_1}{\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right] \times a\sin(\omega T_0-\phi) + \left[\frac{\gamma_2}{4+\frac{1}{\rho^2}}\right]a^2\cos(2\omega T_0 - 2\phi) - \left[\frac{\gamma_2}{2\rho(4+\frac{1}{\rho^2})}\right]a^2\sin(2\omega T_0-2\phi) \tag{31}$$

4- بررسی پایداری حرکت

به منظور نشان دادن رابطه‌ای که بیانگر پایداری یا عدم پایداری یک نقطه تعادل باشد، با استفاده از مرجع [18] می‌توان نوشت:

$$a = a_0 + a_1 \tag{32}$$

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 \tag{33}$$

در معادلات بالا a_0 وϕ_0 نشان دهنده دامنه و فاز در نقطه تعادل‌اند، a_1 وϕ_1 مقادیر بسیار کوچکی هستند که انحراف از تعادل را نشان می‌دهند و از توان‌های بالاتر از یک آن‌ها صرف‌نظر شده است. با جایگزین کردن روابط (32) و (33) در معادلات (27) و (28) داریم:

$$\acute{a}_1 = \frac{-1}{2}\bar{\mu}(a_0+a_1) - \frac{\gamma_1\bar{\theta}_1}{2\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}(a_0+a_1) - \frac{4\bar{\eta}}{3\pi}(a_0+a_1)^2 - \frac{\gamma_2\bar{\theta}_2}{8\rho\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}(a_0+a_1)^3 - \frac{1}{2}\bar{D}\cos(\phi_0+\phi_1) \tag{34}$$

$$\acute{\phi}_1 = \sigma - \frac{\gamma_1\bar{\theta}_1}{2\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)} - \frac{3}{8}\bar{\beta}(a_0+a_1)^2 - \frac{\gamma_2\bar{\theta}_2}{4\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}(a_0 + a_1)^2 + \frac{1}{2(a_0+a_1)}\bar{D}\sin(\phi_0+\phi_1) \tag{35}$$

با حذف مشتقات دامنه و فاز در روابط (27) و (28) و جای‌گذاری روابط حاصل در معادلات (34) و (35) به رابطه (36) دست می‌یابیم:

$$\begin{Bmatrix}\acute{a}_1\\ \acute{\phi}_1\end{Bmatrix} = \left[\text{ماتریس ضرایب}\right]\begin{Bmatrix}a_1\\ \phi_1\end{Bmatrix} \tag{36}$$

$$\left[\text{ماتریس ضرایب}\right] = \begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix} \tag{37}$$

که در آن:

$$A = \frac{-1}{2}\bar{\mu} - \frac{\gamma_1\bar{\theta}_1}{2\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)} - \frac{8\bar{\eta}}{3\pi}a_0 - \frac{3\gamma_2\bar{\theta}_2}{8\rho\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}{a_0}^2 \tag{38}$$

$$B = -\sigma a_0 + \frac{\gamma_1\bar{\theta}_1}{2\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}a_0 + \frac{3}{8}\bar{\beta}{a_0}^3 + \frac{\gamma_2\bar{\theta}_2}{4\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}{a_0}^3 \tag{39}$$

$$C = \frac{-9}{8}\bar{\beta}a_0 + \frac{\sigma}{a_0} - \frac{\gamma_1\bar{\theta}_1}{2\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)a_0} - \frac{3\gamma_2\bar{\theta}_2}{4\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}a_0 \tag{40}$$

$$D = \frac{-1}{2}\bar{\mu} - \frac{\gamma_1\bar{\theta}_1}{2\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)} - \frac{4\bar{\eta}}{3\pi}a_0 - \frac{\gamma_2\bar{\theta}_2}{8\rho\left(4+\frac{1}{\rho^2}\right)}{a_0}^2 \tag{41}$$

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.27.6]

مثبت بودن مقادیر ویژه ماتریس ضرایب در یک نقطه به منزله پایداری آن نقطه تعادل است.

$$\text{مثبت بودن مقادیر ویژه} \rightarrow AD - BC < 0 \tag{42}$$

5- توان میانگین تولید شده در مصرف کننده

رابطه (43) بیانگر توان تولیدی میانگین در مقاومت است، در این معادله T بیانگر دوره تناوب تابع هارمونیک vاست.

$$P_{\text{avg}} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} \frac{v^2}{R}\mathrm{d}t \tag{43}$$

در صورت استفاده از متغیرهای بی‌بعد داریم:

$$P_{\text{avg}} = \frac{{V_m}^2 C_p}{\rho}\sqrt{\frac{b_1}{M_{eq}}}\int_{0}^{T\sqrt{\frac{b_1}{M_{eq}}}} {v_{nd}}^2\,\mathrm{d}\tau \tag{44}$$

انتگرال موجود در رابطه (44)، با استفاده از روش انتگرال گیری عددی محاسبه می‌شود، شیوه انتگرال‌گیری برای تابع دلخواه $f(\tau)$ در معادله (45) توضیح داده شده است.

$$\int_{0}^{\tau} f(\tau)\mathrm{d}\tau = \sum_{i=0}^{N}\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} f(\tau)\mathrm{d}\tau = \sum_{i=0}^{N} f(\tau_i)\Delta\tau \tag{45}$$

در نتیجه داریم:

$$P_{\text{avg}} = \frac{{V_m}^2 C_p \Delta\tau}{\rho N}\sum_{i=0}^{N} {v_{nd}}^2 \tag{46}$$

بنابراین با داشتن مقادیر aو ϕ در هر فرکانس تحریک و جای‌گذاری معادله (31) در معادله (46) توان میانگین تولید شده در مقاومت به دست می‌آید.

6- بررسی تاثیر پارامترهای غیرخطی روی پاسخ فرکانسی و توان تولیدی در یک نمونه مطالعاتی

در این بخش یک نمونه مطالعاتی با ویژگی های ارائه شده در جدول 2 را مورد بررسی قرار می دهیم.

1-6- تاثیر ضریب میرایی غیرخطی ($\bar{\eta}$)

شکل 2 بیانگر تابع a برحسب σ است که با صفر در نظرگرفتن ضریب سختی غیرخطی،$\bar{\beta}$ و ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی غیرخطی $\overline{\theta_2}$ در معادله (29)، به دست آمده است.

با توجه به شکل 2 مشاهده می‌شود در هیچ یک از نقاط منحنی پدیده پرش (وجود بیش از یک مقدار برای a در هر فرکانس) وجود ندارد، بنابراین کلیه نقاط منحنی پایداراند. همچنین افزایش ضریب میرایی غیرخطی صرفا سبب کاهش قله شده و فرکانس رزونانس را تغییر نمی‌دهد. رابطه (47) نیز که با مشتق‌گیری ضمنی از معادله (29) به دست آمده است، تائید کننده مستقل بودن فرکانس تشدید از $\bar{\eta}$ است. این رابطه نشان می‌دهد وجود ضرایب کوپلینگ الکترومکانیکی ($\bar{\theta}_1$ و $\bar{\gamma}_1$) سبب می‌شود تشدید دقیقا در فرکانس طبیعی سیستم، $\sigma = 0$ رخ ندهد.

$$\sigma_{\text{res}} = \frac{\gamma_1\overline{\theta_1}}{2\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)} \tag{47}$$

بدیهی است افزایش ضریب میرایی غیرخطی سبب کاهش بیشینه توان تولیدی و رنج فرکانس تحریک می‌شود. این موضوع در تصویر 3 نشان داده

جدول 2 پارامترهای فیزیکی نمونه مطالعاتی

Table 2 Physical parameters of the case study

پارامتر	اندازه	پارامتر	اندازه
جرم معادل M_{eq}(kg)	0.0112	مقاومت R(Kohm)	990
دامنه جابه‌جایی پایه X_B(m)	0.0041	ضریب کوپلینگ خطی d_1(N/V)	0.0019
سختی خطی b_1(N/m)	183.8207	فرکانس تحریک Ω(Hz)	10-33
ضریب میرایی خطی a_1(Ns/m)	1.2	دوره تناوب T(s)	1
ظرفیت لایه پیزوالکتریک C_p(nF)	0.8	پارامتر کوچک بی بعد ε	0.1
پارامتر لازم جهت بی‌بعدسازی جابه جایی نسبی Z_m(mm)	10	پارامتر لازم جهت بی بعدسازی ولتاژ V_m(V)	100

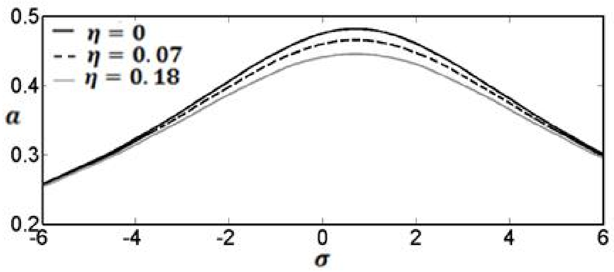

Fig 2 Effect of nonlinear damping coefficient on frequency response curve

شکل 2. اثر ضریب میرایی غیرخطی روی منحنی پاسخ فرکانسی

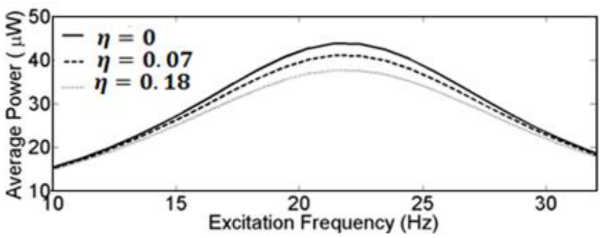

Fig 3 Effect of nonlinear damping coefficient on harvested power

شکل 3. اثر ضریب میرایی غیرخطی بر توان برداشت شده

شده است.

2-6- تاثیر ضریب سختی و ضریب کوپلینگ غیرخطی

شکل 4 تاثیر ضریب سختی غیرخطی را بر منحنی پاسخ فرکانسی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش $\bar{\beta}$ با توجه به مثبت بودن، آن، قله به سمت فرکانس‌های بالاتر حرکت کرده و سبب افزایش رنج فرکانسی در این ناحیه می‌شود. اما اندازه ماکزیمم دامنه جابه‌جایی نسبی تغییری نمی‌کند. معادله (48) نیز مستقل بودن قله از $\bar{\beta}$ را نشان می‌دهد.

$$a_{\max} = \frac{0.5\bar{D}}{\sqrt{\frac{\bar{\mu}}{2}+\frac{\bar{\theta}_1\gamma_1}{2\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}}} \tag{48}$$

شکل 5 تاثیر $\bar{\beta}$ بر توان متوسط را نشان می‌دهد. با توجه به شکل اندازه قله تغییر نکرده و همانند تصویر 4 تنها به سمت فرکانس‌های بالاتر حرکت کرده است. اما در واقعیت ماکزیمم دامنه حرکت جسم و در نتیجه ماکزیمم توان برداشت شده در مصرف کننده، تابع ضریب سختی غیرخطی بوده و با افزایش آن افزایش می‌یابد. بنابراین در این حالت، روش مقیاس‌های زمانی چندگانه با درنظر گرفتن یک جمله از پاسخ منجر به پاسخ صحیح نشده و نیازمند در نظر گرفتن جملات بیشتر است. هنگام بررسی تاثیر ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی غیرخطی ($\bar{\theta}_2$ و $\bar{\gamma}_2$) نیز مشابه همین وضعیت وجود دارد.

افزایش این ضرایب به دلیل بالا بردن سختی سیستم و در نتیجه کاهش کرنش، عملا منجر به کاهش ماکزیمم توان برداشت شده می‌شود. اما با توجه به شکل 6 کاهش ماکزیمم دامنه به شدت ناچیز است. بنابراین در این دو حالت هنگام استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه، بیش از یک جمله از پاسخ باید درنظر گرفته شود.

7- استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه با درنظر گرفتن دو جمله

در این بخش با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه و تقریب پاسخ ها با دو جمله، تاثیر تنها ضریب سختی غیرخطی بر پاسخ فرکانسی و توان تولیدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به علت طولانی شدن محاسبات هنگام بررسی تاثیر ضریب کوپلینگ غیرخطی در این حالت، از بررسی تاثیر این پارامتر بر توان تولیدی صرف‌نظر شده است.

با درنظر گرفتن سه مقیاس زمانی بی بعد T_0، T_1 و T_2جابه‌جایی و ولتاژ بی بعد را به فرم بسط‌های ارائه شده در رابطه (49) و (50) فرض می‌نماییم:

$$z_{nd} = z_0(T_0,T_1,T_2) + \varepsilon z_1(T_0,T_1,T_2) + \varepsilon^2 z_2(T_0,T_1,T_2) \quad (49)$$

$$v_{nd} = v_0(T_0,T_1,T_2) + \varepsilon v_1(T_0,T_1,T_2) + \varepsilon^2 v_2(T_0,T_1,T_2) \quad (50)$$

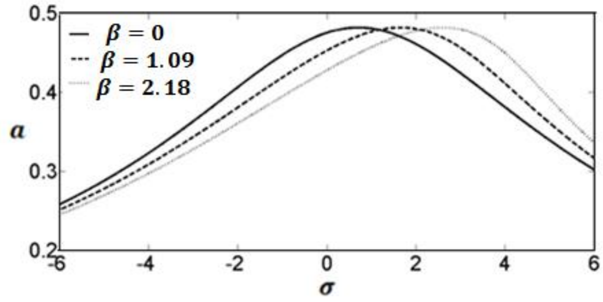

Fig 4 Effect of nonlinear stiffness coefficient on frequency response curve

شکل 4. اثر ضریب سختی غیرخطی روی منحنی پاسخ فرکانسی

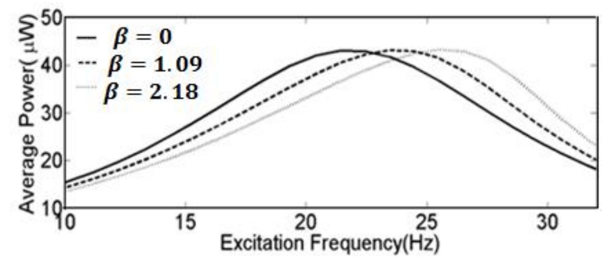

Fig 5 Effect of nonlinear stiffness coefficient on harvested power

شکل 5. اثر ضریب سختی غیرخطی روی توان برداشت شده

با وجود سه مقیاس زمانی، داریم:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{D}_0 + \varepsilon \mathrm{D}_1 + \varepsilon^2 \mathrm{D}_2 \quad (51)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\tau^2} = {\mathrm{D}_0}^2 + 2\varepsilon \mathrm{D}_0\mathrm{D}_1 + 2\varepsilon^2 \mathrm{D}_0\mathrm{D}_2 \quad (52)$$

با جای‌گذاری روابط (49-52) در معادله (11) و (13) و برابر قرار دادن ضرایب ε در دو سمت معادله، جملات اول مربوط به پاسخ z_{nd} و v_{nd} مشابه روابط (30) و (31) به‌دست می‌آید. برای یافتن جمله دوم پاسخ، معادله دیفرانسیل مربوط به تساوی ضرایب ε در معادله (13) را پس از حذف جملات سکولار که منجر به رابطه (29) می‌شود حل می‌نماییم.

$${\mathrm{D}_0}^2 z_1 + z_1 = -\bar{\beta}(A^3 \mathrm{e}^{3iT_0} + \mathrm{cc}) \quad (53)$$

بنابراین پاسخ z_1 برحسب تابع مجهول B به صورت رابطه (54) به‌دست می‌آید:

$$z_1 = B\mathrm{e}^{iT_0} + \frac{1}{8}\bar{\beta}A^3 \mathrm{e}^{3iT_0} + \mathrm{cc} \quad (54)$$

با مساوی قرار دادن ضرایب ε در دو سمت معادله (11) داریم:

$$\mathrm{D}_0 v_1 + \frac{1}{\rho} v_1 = -\mathrm{D}_1 v_0 + \gamma_1 \mathrm{D}_1 z_0 + \gamma_1 \mathrm{D}_0 z_1 \quad (55)$$

در حرکت حالت پایدار $\mathrm{D}_1 v_0$ و $\mathrm{D}_1 z_0$ برابر صفر است. بنابراین تابع v_1 برابر می‌شود با:

$$v_1 = \frac{\gamma_1 B i}{i + \frac{1}{\rho}} \mathrm{e}^{iT_0} + \frac{3\bar{\beta}\gamma_1 A^3 i}{3i + \frac{1}{\rho}} \mathrm{e}^{3iT_0} + \mathrm{cc} \quad (56)$$

برای تعیین تابع Bضرایب ε^2 را در دو سمت معادله (13) برابر قرار داده و جملات سکولار را حذف می‌نماییم:

$$-\bar{\mu}Bi - 3\bar{\beta}\left(A^2\bar{B} + \frac{1}{8}\bar{\beta}A^3\bar{A}^2 + 2A\bar{A}B\right) - \frac{\bar{\theta}_1\gamma_1 B i}{i + \frac{1}{\rho}}$$
$$-2B'i + \frac{\bar{D}\sigma}{i}\mathrm{e}^{i\sigma T_1} = 0 \quad (57)$$

با تعریف تابع B و فاز ψ به فرم زیر، جایگزینی آن در معادله (57)، جدا کردن بخش‌های خقیقی و موهومی و حل دستگاه حاصله تابع B تعیین می‌گردد.

$$B = \frac{1}{2}b\mathrm{e}^{i\varphi_2} \quad (58)$$

$$\sigma T_1 - \varphi_2 = \psi \quad (59)$$

بخش حقیقی:

$$-\frac{1}{2}\bar{\mu}b\sin\psi - \frac{3}{8}\bar{\beta}a^2 b\cos(\psi - 2\phi) - \frac{3\bar{\beta}^2 a^5}{256}\cos\phi$$
$$-\frac{3}{4}\bar{\beta}a^2 b\cos\psi - \frac{1}{2}\bar{\theta}_1\gamma_1 b[\frac{1}{1+\frac{1}{\rho^2}}](\cos\psi + \frac{1}{\rho}\sin\psi)$$
$$+b\sigma\cos\psi = 0 \quad (60)$$

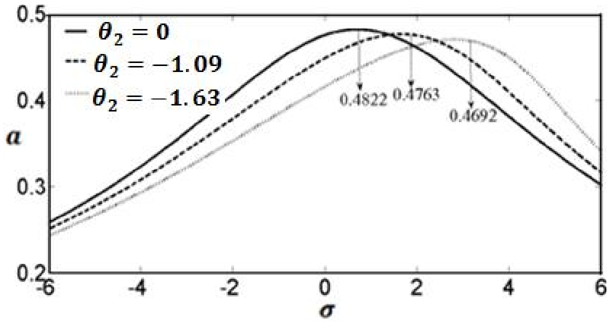

Fig 6 Effect of nonlinear coupling coefficient on frequency response curve

شکل 6. اثر ضریب کوپلینگ غیرخطی روی منحنی پاسخ فرکانسی

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.27.6]

بخش موهومی:

$$-\frac{1}{2}\bar{\mu}b\cos\psi-\frac{3}{8}\bar{\beta}a^2b\sin(\psi-2\phi)+\frac{3\bar{\beta}^2a^5}{256}\sin\phi+\frac{3}{4}\bar{\beta}a^2b\sin\psi+\frac{1}{2}\bar{\theta}_1\gamma_1b[\frac{1}{1+\frac{1}{\rho^2}}](\sin\psi+\frac{1}{\rho}\cos\psi)-b\sigma\sin\psi-\bar{D}\sigma=0 \qquad (61)$$

با حل معادلات (60) و (61) تابع bو ψ به دست می‌آید. در نتیجه توابع v_{nd}وz_{nd} بادر نظر گرفتن دو جمله از بسط به فرم زیر درمی‌آیند:

$$z_{nd}\approx z_0+\varepsilon z_1=a\cos(\omega T_0-\phi)+\varepsilon[b\cos(\omega T_0-\psi)+\frac{1}{32}\bar{\beta}a^3\cos(3\omega T_0-3\phi)] \qquad (62)$$

$$v_{nd}\approx v_0+\varepsilon v_1=\left[\frac{\gamma_1}{\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right]a\cos(\omega T_0-\phi)-\left[\frac{\gamma_1}{\rho\left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)}\right]\times a\sin(\omega T_0-\phi)+\varepsilon[\gamma_1b[\frac{1}{1+\frac{1}{\rho^2}}]\{\cos(\omega T_0-\psi)-\frac{1}{\rho}\sin(\omega T_0-\phi)\}+\frac{3}{32}\gamma_1\bar{\beta}\left[\frac{1}{9+\frac{1}{\rho^2}}\right]a^3\{3\cos(3\omega T_0-3\phi)-\frac{1}{\rho}\sin(3\omega T_0-3\phi)\}] \qquad (63)$$

با جایگزین کردن معادله (63) در رابطه (46) توان برداشت شده توسط سیستم محاسبه می‌شود که در تصویر 7 نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود در هیچ یک از نمودارهای مربوط به پاسخ فرکانسی، ناحیه ناپایدار (پدیده پرش) وجود ندارد. با قرار دادن پاسخ فرکانسی هر یک از نقاط تعادل (a_0) در شرط پایداری ارائه شده در بخش 4 نیز می‌توان این موضوع را تائید نمود.

8- بحث و نتیجه گیری

در مقاله حاضر مدل یک درجه آزادی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی شامل غیرخطینگی‌های هندسی، مادی و میرایی مورد بررسی قرار گرفت. حل دستگاه معادلات کوپل حاکم بر مسئله پس از بی‌بعدسازی به روش مقیاس‌های زمانی چندگانه صورت گرفت. مشاهده شد درنظر گرفتن یک جمله از بسط فرضی پاسخ، منجر به ارزیابی صحیح تاثیر ضریب میرایی غیرخطی بر پاسخ فرکانسی می‌شود. اما هنگام بررسی تاثیر ضریب سختی و کوپلینگ غیرخطی، درنظر گرفتن یک جمله از بسط مربوطه نتایج منطقی و دقیق ارائه نمی‌دهد. به عبارتی مثلا هنگام بررسی تاثیر ضریب سختی غیرخطی، با درنظر گرفتن یک جمله از پاسخ،ماکزیمم دامنه حرکت جسم مستقل از این ضریب به دست می‌آید که منطقی نیست. به همین جهت علی‌رغم طولانی شدن محاسبات درنظر گرفتن حداقل دو جمله ضروری است.

نتایج حاکی از آن بود افزایش ضریب سختی غیرخطی، سبب افزایش ماکزیمم توان تولیدی و رنج فرکانس تحریک می‌شود. بنابراین با افزایش این ضریب می‌توان مشکل مربوط به کارایی پایین سیستم برداشت کننده انرژی پیزوالکتریکی را هنگام انحراف از وضعیت رزونانس برطرف نمود. افزایش ضریب میرایی غیرخطی سبب کاهش ماکزیمم توان تولیدی و رنج فرکانسی شد. اما فرکانس رزونانس با افزایش این ضریب تغییری نکرد. به علت بسیار

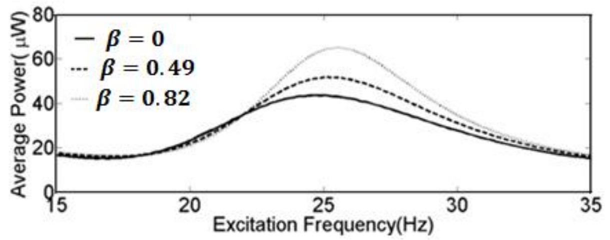

Fig 7 Effect of nonlinear coupling coefficient on harvested power

شکل 7. اثر ضریب کوپلینگ غیرخطی روی توان برداشت شده

طولانی شدن محاسبات هنگام درنظر گرفتن دو جمله از پاسخ، تاثیر ضریب کوپلینک غیرخطی بر توان تولیدی مورد بررسی قرار نگرفت.

9- مراجع

[1] A. Rahimi, O. Zorlu, A. Muhtaroglu and H. Kulah, Fully self-powered electromagnetic energy harvesting system with highly efficient dual rail output,*Sensors* Vol. 12, No.6, pp. 2287-2298, 2012.

[2] L. G. W. Tvedt, D. S. Nguyen and E. Halvorsen, Nonlinear behavior of an electrostatic energy harvester under wide- and narrow-band excitation, *Microelectromechanical Systems,* Vol. 19,No.2, pp. 305-316, 2010.

[3] A. Nechibvute, A. Chawanda and P. Luhanga, Piezoelectric energy harvesting devices: an alternative energy source for wireless sensors, *Smart Materials Research,* 2012.

[4] A. Erthurk and D. J. Inman, A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters, *Vibration and Acoustics,* Vol. 130, pp. 041002-1-15,No.4, 2008.

[5] M. R. Asgharzadeh, K. Jahani, A. Kianpoor, and M. H. Sadeghi, energy harvesting investigation from unimorph trapezoidal beam vibrations using distributed parameters method, *Mechanics Modares,* Vol. 14,No.15, pp. 96-102, 2015.(in persian فارسی)

[6] A. Erthurk and D. J. Inman, An experimentally validated bi- morph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, *Smart Materials and Structures,* Vol. 18,No.2, p. 025009, 2009.

[7] H. A. Sodano, D. J. Inman, and G. Park, A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials, *Shock and Vibration Digest,* Vol. 36,No.3, pp. 197-206, 2004.

[8] X. Wu, J. Lin, S. Kato, K. Zhang, T. Ren, and L. Liu, A frequency adjustable vibration energy harvester, *Proceedings of PowerMEMS,* pp. 245-248, 2008.

[9] E. S. Leland and P. K. Wright, Resonance tuning of piezoelectric vibration energy scavenging generators using compressive axial preload, *Smart Materials and Structures,* Vol. 15,No.5, p. 1413, 2006.

[10] H. Xue, Y. Hu, and Q. M. Wang, Broadband piezoelectric energy harvesting devices using multiple bimorphs with different operating frequencies, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control,* Vol. 55,No.9, pp. 2104-2108, 2008.

[11] A. Abelkefi, A. H. Nayfeh, and M. R. Hajj, Global nonlinear distributed-parameter model of parametrically excited piezoelectric energy harvesters, *Nonlinear Dynamics,* Vol. 67, pp. 1147-1160,No.2, 2012.

[12] Z. Yang, Y. Zhu, and J. Zu, Theoretical and experimental investigation of a nonlinear compressive-mode energy harvester with high power output under weak excitations, *Smart Materials and Structures,* Vol. 24,No.2, p. 025028, 2015.

[13] A. Triplett and D. D. Quinn, The effect of non-linear piezoelectric coupling on vibration-based energy harvesting, *Intelligent Material Systems and Structures,* Vol. 20, pp. 1959-1967,No.16, 2009.

[14] Z. Chen, B. Guo, Y. Luo, and Y. Yang, Numerical investigations into the effects of multiple parameters on nonlinear piezoelectric vibration energy harvesters, *Advances in Mechanical Engineering,* Vol. 6, p. 604704, 2014.

[15] M.Poorjamshidan, J.Sheikhi, S.MahjoobMoghadas, and M.Norouzinia, an analytic solution of transversal vibrations and frequency response of quantic non-linear beam, *Mechanics Modares,* Vol. 13,No.15, pp. 1-9, 2014.(in persian فارسی)

[16] N. Rahmat, S. Ebrahimi, and A. Mazidi, Nonlinear vibrations modeling and sensitivity analysis of the coupled roll and heave motions, *Mechanics Modares,* Vol. 15, pp. 200-208,No.12, 2015.(in persian فارسی)

[17] A. Erturk and D. J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*. First edition, pp. 234-247, John Wiley & Sons, 2011.

[18] A. H. Nayfeh and D. T. Mook, *Nonlinear oscillations*. pp. 163-175, New York, Wiley & Sons, 1979.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.27.6]