



# Modified Self-Consistent Micromechanics Approach to the Prediction of the Stress-Strain Behavior of Elastomeric Nanocomposite Using Incremental Theory

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Karimi Dona M.<sup>1</sup>,  
Taheri-Behrooz F.<sup>1\*</sup>,  
Mohammadi B.<sup>1</sup>,

### How to cite this article

Karimi Dona M, Mohammadi B, Taheri-Behrooz F. Modified Self-Consistent Micromechanics Approach to the Prediction of the Stress-Strain Behavior of Elastomeric Nanocomposite Using Incremental Theory. Modares Mechanical Engineering; 2023;23(08):467-474.

<sup>1</sup> School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran.

### \*Correspondence

Address: University of Science and Technology, School of Mechanical Engineering, Tehran, Iran.

Taheri@iust.ac.ir

### Article History

Received: April 24, 2023  
Accepted: July 2, 2023  
ePublished: October 6, 2023

## ABSTRACT

This research aims to develop a new constitutive model using classic micromechanics methods to predict the stress-strain behavior of elastomeric nanocomposites. For this purpose, using the concept of eigen strain in polymer nanocomposites, an improved self-consistent implicit model was applied to develop a new constitutive model while it was used only to predict the elastic properties of these materials before. Additionally, using this model, a constitutive model relying on a modified self-consistent model and incremental theory is presented to predict the stress-strain behavior of elastomeric nanocomposites. The model was verified by comparing results obtained from the theoretical and experimental models. Examining the results has shown that the newly developed constitutive model based on the improved self-consistent micromechanics method can predict the stress-strain behavior of elastomer nanocomposites with better accuracy compared to other theoretical models, including Mori-Tanaka's model.

**Keywords** Carbon Black, Micromechanics, Eshelby Model, Elastomer, Nanocomposite

## CITATION LINKS

1- Stress softening in rubber vulcanizates ... 2- Rapid preparation of expanded graphite at low temperature... 3- Graphene nanoplatelets/epoxy nanocomposites: A review ... 4- Rubber composites based on graphene nanoplatelets, ... 5- An efficient multiscale model of damping ... 6- Nonlinear multiscale modeling approach to characterize ... 7- Micromechanics-based modelling of stiffness ... 8- Mechanical behavior of particle filled elastomers ... 9- Rubber science and technics toward the next century: a prospective view... 10- Micromechanics and macromechanics of carbon nanotube-enhanced ... 11- Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers ... 12- An efficient method for obtaining the hyperelastic properties ... 13- Constitutive modelling of the amplitude and frequency dependency of filled elastomers utilizing a modified ... 14- Effect of graphene nanosheets (GNS) and graphite nanoplatelets (GNP) ... 15- Extraction of material parameters for static and ... 16- Filler reinforcement in cross-linked elastomer nanocomposites: ... 17- Measurements of near-ultimate strength for multiwalled ... 18- Theoretical studies of the elastic behaviour of crystals. 19- Berechnung der fließgrenze von mischkristallen ... 20- . The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems... 21- Micromechanics of defects in solids. 22- Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. 23- A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. 24- Further studies on Mori-Tanaka models for ... 25- A modified Mori-Tanaka approach incorporating filler-matrix interface failure to model graphene/polymer nanocomposites. 26- Theoretical and experimental investigation of MWCNT dispersion effect ... 27- An extended Mori-Tanaka micromechanics model ... 28- A damage plasticity constitutive model for ... 29- Solutions for effective shear properties ... 30- On the overall elastic moduli of polymer-clay nanocomposite ... 31- Constitutive modeling of isotropic hyperelastic ... 32- Generalized self-consistent electroelastic estimation ... 33- A combined self-consistent method to ... 34- A generalized self-consistent model for ... 35- A micromechanics model for predicting ... Computational materials science. 36- Micromechanics models of particulate ... 37- Stress softening in rubber vulcanizates. ..

## استفاده از روش میکرومکانیک خودسازگار بهبود یافته در پیش بینی رفتار تنش-کرنش نانو مواد مرکب الاستومری با استفاده از تئوری افزایشی

محمدحسین کریمی دونا<sup>۱</sup>، فتح اله طاهری بهروز<sup>۱</sup>، بیژن محمدی<sup>۱</sup>  
<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

### چکیده

هدف از این تحقیق ارائه مدل ساختاری جدید با استفاده از روش های میکرومکانیک کلاسیک به منظور پیش بینی رفتار تنش-کرنش نانو مواد مرکب الاستومری است. برای این منظور با استفاده از مفهوم کرنش ویژه در نانومواد مرکب پلیمری، مدل ضمنی خود سازگار بهبود یافته که پیش از این برای پیش بینی خواص الاستیک نانومواد مرکب مورد استفاده قرار می گرفت در توسعه یک مدل ساختاری جدید به کار گرفته شد. در این راستا با بهره گیری از این مدل روابط مربوط به مدل ساختاری متکی بر تئوری افزایشی جهت پیش بینی رفتار تنش-کرنش نانو مواد مرکب الاستومری استخراج گردید. با هدف صحت گذاری مدل جدید، نتایج حاصل از حل عددی با نتایج آزمون های تجربی و همچنین نتایج منتشر شده در متون علمی مقایسه شد. بررسی نتایج نشان داده است مدل ساختاری توسعه یافته جدید با اتکا بر روش میکرومکانیک خودسازگار بهبود یافته می تواند رفتار تنش کرنش نانو مواد مرکب الاستومری را در مقایسه با سایر مدل های تئوری از جمله مدل موری تاناکا با دقت بهتری پیش بینی نماید.

**کلیدواژه ها:** کربن سیاه، میکرومکانیک، مدل اشلیبی، الاستومر، نانو ماده مرکب

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۱۱

\* نویسنده مسئول: Taheri@iust.ac.ir

### ۱- معرفی

مواد مرکب الاستومری از دیرباز مورد توجه محققین قرار داشته است<sup>[1]</sup>. امروزه مواد مرکب سهم مهمی در رشد مواد نو ترکیب دارند و کاربرد آنها در بخش های مختلف صنعت در حال گسترش است. با توسعه ساخت ترکیبات جدید از افزودنی ها و شکل گیری طیف گسترده ای از مواد مرکب، بررسی و شناخت خواص مکانیکی این مواد در کنار سایر خواص آنها اهمیت ویژه ای یافته است. به عنوان مثال سنتز ذرات بسط یافته گرافیتی<sup>[2]</sup>، مشخصه سازی نانو مواد مرکب گرافن اپوکسی<sup>[3]</sup>، اثر آلوتروپ های کربن و ترکیب آن بر مواد مرکب لاستیکی<sup>[4]</sup> نمونه هایی از این دست می باشند. هرچند بسیاری از نانو مواد مرکب پلیمری دارای خواص شیمیایی مقاوم تری نسبت به ماده پلیمری زمینه هستند ولی آگاهی از رفتار ماده، خواص مکانیکی و استحکام آنها به عنوان زیربنایی اساسی در کاربردهای صنعتی و واقعی از آنها خواهد بود. به عنوان مثال

مراجع<sup>[5,6]</sup> با استفاده از مدل چندمقیاسی به مطالعه اثر میرایی و همچنین رفتار الاستوپلاستیک نانو ماده مرکب الاستومری با در نظر گرفتن ناحیه میانی و ضعیف بودن اتصال این ناحیه پرداخته اند. اگرچه پیش بینی رفتار نانو مواد مرکب پلیمری با دشواری های ذاتی از جمله وابستگی فزاینده آن به فرایند تولید ماده روبه رو است ولی انجام پیش بینی از طریق ارائه مدل هایی بر مبنای ساختار ماده در مقیاس میکرو گام مهمی در مشخصه سازی این مواد برداشته و می تواند نیازمندی تولیدکنندگان این مواد را به آزمون های تجربی قطعه و یا حتی آزمون عملیاتی واقعی تا حد قابل قبولی کاهش دهد<sup>[7,8]</sup>.

در میان نانو مواد مرکب پلیمری، الاستومرها (و یا همان لاستیک ها) و نیز مواد مرکب زمینه الاستومری دارای اهمیت ویژه و کاربردهای گسترده ای می باشند. این مواد اگرچه دارای ویسکوزیته بالا هستند ولی اساساً بی شکل و مایع مانند می باشند لذا می توان آنها را موادی مایع با ویسکوزیته بالا (Liquid-like high viscosity material) نامید<sup>[9]</sup> و به لحاظ ساختار، رفتار هایپرالاستیک، رئولوژی، خواص متغیر با زمان، خواص متغیر با کرنش در بارگذاری مونوتونیک، میرایی، وابستگی دمایی، وابستگی فرکانسی و وابستگی به دامنه بارگذاری در بارهای متناوب در مقایسه با بسیاری از ترموست های پلیمری دارای تفاوت ها و ویژگی های منحصر به فرد است<sup>[10-13,5]</sup>. بسیاری از نانو مواد مرکب پلیمری مثل موادی با زمینه اپوکسی در پایان فرایند ساخت دارای ساختاری هستند که تراکم اتصالات عرضی در مقیاس میکروبی بالا بوده و این مسأله مانع رفتار انعطاف پذیر و شکست ماده در کرنش های پایین می شود<sup>[14]</sup>. در مقابل مواد مرکب زمینه الاستومری در پایان فرایند تولید در ریزاجزای خود علاوه بر داشتن درصد کمی از تراکم اتصالات عرضی، دارای بخش های شیشه ای، کریستالی، و مهمتر از همه دارای زنجیره های درهم تنیده (Entanglement) و به هم گره خورده ای می باشند که رفتار الاستیک ماده را تضمین می نمایند<sup>[15]</sup>. در این بین اضافه شدن نانوذرات در ساختار ماده همچون نودهای اتصالات عرضی عمل نموده و سبب اتصال بیشتر زنجیره های درهم تنیده شده و برخی از خواص ماده را ارتقا می دهد. وجود ریزساختاری متنوع در مواد الاستومری پیش بینی رفتار ماده را در شرایط مختلف پیچیده می نماید و بر اهمیت و ضرورت کنترل سهم هر کدام از اجزای فوق الذکر در حین فرایند تولید می افزاید<sup>[16,17]</sup>.

یافتن خواص الاستیک یک ماده مرکب با استفاده از خواص الاستیک اجزای تشکیل دهنده آن از دیرباز مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل های وویت (Voigt) و رئوس (Reuss) به عنوان مدل هایی پیشگام در این حوزه بوده و حد تئوریک بالا و پایین خواص الاستیک ماده را پیش بینی می نمایند<sup>[18,19]</sup>. یکی از مهمترین مدل های تحلیلی که بر اساس قانون هوک و رفتار خطی ماده در مقیاس میکرو توسعه یافته است مدل های میکرومکانیک کلاسیک

در این تحقیق با استفاده از مدل اصلاح شده اشلیبی برای نانومواد مرکب پلیمری و مدل ضمنی خودسازگار که در مقایسه با مدل صریح موری تاناکا در بازه بزرگتری از ذرات تقویت کننده دارای اعتبار است رفتار تنش- کرنش نانومواد مرکب الاستومری پیش بینی می شود. برای این منظور ابتدا با استفاده از مدل اصلاح شده اشلیبی [37] خواص الاستیک ماده مرکب محاسبه می شود. همچنین با استفاده از تئوری افزایشی، تغییر مدول الاستیک الاستومرها در طول بارگذاری محاسبه می گردد. در نهایت با ترکیب روش خودسازگار بهبودیافته و تئوری افزایشی، یک مدل ساختاری جدید به منظور پیش بینی نانومواد مرکب الاستومری ارائه گردید که می تواند با استفاده از داده های آزمایشگاهی آزمون کشش ماده زمینه، رفتار تنش-کرنش ماده را در طیف وسیعی از کسر حجمی ذرات تقویت کننده پیش بینی نماید. مقایسه میان مدل ارائه شده و نتایج آزمون های تجربی نشان می دهد مدل جدید از دقت خوبی برخوردار است.

## ۲- بیان مسأله

مفهوم کرنش ویژه به عنوان بخش غیر الاستیک کرنش که ناشی از عواملی همچون انبساط حرارتی، تغییر فاز متالورژیک، کرنش پلاستیک، رسوب (Precipitation) و یا نابجایی (Dislocation) در مواد است می تواند پایه و اساس روش اشلیبی محسوب شده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \varepsilon_{ij}^* \quad (1)$$

که در رابطه فوق  $\varepsilon_{ij}$ ،  $e_{ij}$  و  $\varepsilon_{ij}^*$  به ترتیب کرنش کل ماده در یک نقطه، بخش الاستیک کرنش و کرنش ویژه می باشند و با توجه حالت انبساطی کرنش ویژه از علامت جمع استفاده شده است. مرجع [37] با ارائه تفسیری متفاوت از کرنش ویژه که دارای انطباق بهتری در مواد مرکب پلیمری می باشد به رابطه جدیدی از تانسور تمرکز کرنش اشلیبی دست یافته است که به صورت زیر می باشد:

$$A = [I - (I - S) : (C^{(1)})^{-1} : S : (C^{(1)} - C^{(2)})]^{-1} \quad (2)$$

که در رابطه فوق S تانسور اشلیبی، I ماتریس واحد، C تانسور سفتی ماده از مرتبه ۴ و بالانویس های ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به ماده زمینه و نانوذر است. همچنین از (:) نماد ضرب دونقطه ای میان تانسور مرتبه ۴ و مرتبه ۲ می باشد. در ادامه با استفاده از تانسور تمرکز کرنش فوق و مدل خودسازگار رابطه ضمنی (۴) حاصل می شود:

$$A^* = [I - (I - S) : (C^*)^{-1} : S : (C^* - C^{(2)})]^{-1} \quad (3)$$

$$C_{ijkl}^* = C_{ijkl} + c_2(C^{(2)} - C^*) : A^* \quad (4)$$

که در رابطه فوق  $c_2$  درصد کسر حجمی نانوذرات تقویت کننده بوده و خواص الاستیک نهایی ماده طی چندین مرحله تکرار به دست می آید. مقدار  $C_{ijkl}^*$  در شروع محاسبات برابر با  $C^{(1)}$  در نظر گرفته می شود. همچنین مقدار  $C_{ijkl}^*$  محاسبه شده در هر مرحله با مقدار متناظر آن در مرحله قبل مقایسه می شود و زمانی که اختلاف میان

هستند. این مدل ها اساساً بر مبنای شکل گیری عیوبی همچون ترک و یا حفرات توخالی در جامدات برای اولین بار در سال ۱۹۵۷ توسط اشلیبی ارائه شد [20]. اشلیبی با استفاده از روابط ریاضی ثابت کرد میدان تنش یا کرنش در داخل یک جزء نامتجانس بیضی شکل مقداری ثابت است. سپس مورا (Mura) [21] با تکیه بر مفهوم کرنش ویژه روابط اشلیبی را مجدداً بازنویسی کرد که در آن خواص الاستیک ماده مرکب با یک ذره نامتجانس بیضی شکل استخراج و برای سایر اشکال تعمیم داده شد. در ادامه این مدل توسط موری-تاناکا (Mori-Tanaka) (در سال ۱۹۷۳) [22] و سپس بنونیست (Benvenist) [23] برای مواد مرکب دوفازی به گونه ای تکامل یافت که در آن مرز یک جزء نامتجانس توسط یک ماده زمینه ای احاطه می شود که خواص آن پیش از این تحت تأثیر یک جزء نامتجانس دیگر تغییر یافته است.

در سال های اخیر مدل موری-تاناکا همچنان در بسیاری از تحقیقات مواد مرکب مشارکت دارد. به عنوان مثال در یافتن ضرایب انبساط حرارتی مواد مرکب [24]، در شناسایی تخریب ناحیه میانی [25] بررسی نسبت منطری و توزیع ایده آل نانو ذرات [26]، بررسی اثر اعوجاج نانوتیوب ها [27] و همچنین در ارائه یک مدل ساختاری در تخریب پلاستیک مواد مرکب تقویت شده با نانوتیوب های ماریپیچی [28] از مدل موری تاناکا استفاده شده است.

علاوه بر مدل های دوفازی فوق که عموماً مبتنی بر پیوند ایده آل میان نانوذرات و رزین است مدل های سه فازی دیگری نیز وجود دارند که از تانسور اشلیبی در پیش بینی خواص الاستیک نانومواد مرکب پلیمری استفاده می نمایند. این مدل ها در ابتدا توسط کریستنسن [29] توسعه یافت که در آن با استفاده از روش انرژی معادل اشلیبی مدول برشی ماده تقویت شده با نانوذرات کروی شکل و استوانه ای شکل به طور جداگانه حاصل شد. این مدل در مقایسه با مدل های دوفازی دارای دقت بهتری هستند. در مدل سه فازی تعمیم یافته خودسازگار ماده تقویت کننده ابتدا با رزین احاطه شده و سپس مجموع آنها توسط ماده مرکب با خواص الاستیک موثر احاطه می شود. از ترکیب مدل خودسازگار و سایر روش ها در پیش بینی خواص الاستیک ماده مرکب به شکل گسترده استفاده می شود [30-34]

مرجع [35,36] با استفاده از روش میکرومکانیکی موری-تاناکا و تئوری افزایشی به پیش بینی رفتار تنش-کرنش الاستومرها پرداخته اند که به ترتیب استفاده از مدل دو جزئی و همچنین مدلسازی ماده در کرنش های محدود مورد توجه بوده است. همچنین مرجع [35] با استفاده از روش اشلیبی-موری تاناکا مرسوم، مدل دو جزئی و تئوری افزایشی تلاش نموده است اثر به هم چسبیدگی ذرات کربن سیاه را از طریق معرفی کسر حجمی جدید از این ذرات اصلاح نماید. این در حالی است که مدل موری-تاناکا با تکیه بر مفهوم خود تنها در گستره کوچکی از کسر حجمی ذرات تقویت کننده دارای اعتبار می باشد.

آنها از عدد مشخصی (به عنوان مثال  $10^{-6}$ ) کمتر باشد محاسبات متوقف خواهد شد.

از سوی دیگر تمامی روش های میکرومکانیک کلاسیک و از جمله روش خودسازگار بهبودیافته بر فرض رابطه خطی میان تنش و کرنش استوار است که در آنها خواص الاستیک ماده ثابت می ماند. این در حالی است که مواد الاستومری دارای رابطه غیرخطی تنش-کرنش و مدول یانگ متغیر در طول بارگذاری می باشند. در چنین شرایطی استفاده از داده های آزمون تجربی منحنی تنش-کرنش ماده زمینه بسیار موثر خواهد بود. در این شرایط تانسور خواص الاستیک ماده زمینه در بازه های بسیار کوچک کرنش محاسبه و در محاسبه خواص الاستیک ماده مرکب که مربوط به هر گام کرنش مجزا می باشد استفاده می شود. بدیهی است در چنین شرایطی هر ماده الاستومری با خواص الاستیک متغیر، در هر گام کرنش از قانون هوک پیروی خواهد نمود. مدول الاستیک و ضریب پواسون ماده الاستومری در گام  $n$  ام از کرنش در راستای بارگذاری (۱) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E^n = \frac{\sigma_1^n - \sigma_1^{n-1}}{\varepsilon_1^n - \varepsilon_1^{n-1}} \quad (5)$$

$$\nu^n = \frac{(1 + \varepsilon_1^{n-1})^{-1/2} - (1 + \varepsilon_1^n)^{-1/2}}{\varepsilon_1^n - \varepsilon_1^{n-1}} \quad (6)$$

که در روابط فوق  $\sigma$  و  $\varepsilon$  به ترتیب تنش و کرنش در راستای بارگذاری می باشند. بنابراین با استفاده از روابط (۵) و (۶)، تانسور تمرکز کرنش اصلاح شده اشلیبی و مدل خودسازگار بهبود یافته در هر گام کرنش ماده الاستومری محاسبه می شود و برای هر کسر حجمی دلخواه از ذرات تقویت کننده می توان رفتار تنش-کرنش ماده مرکب الاستومری را با استفاده از خواص فیزیکی اجزای تشکیل دهنده آن پیش بینی نمود.

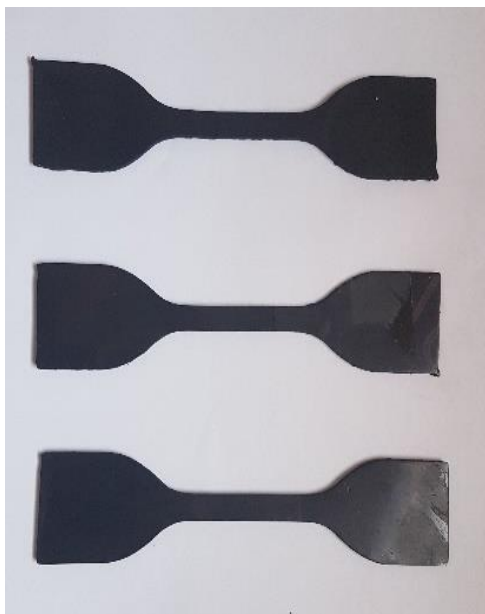
### ۳- ساخت نمونه و آزمایش

به منظور صحت گذاری و ارزیابی مدل تئوری ارائه شده یک نمونه الاستومر تقویت شده با نانوذرات کربن سیاه ساخته می شود. کربن سیاه از نوع MT Black و درجه N990 بوده و ساخت شرکت US-NANO می باشد و به عنوان ذرات کروی شکل در نظر گرفته می شود. همچنین ماده زمینه ای یک الاستومر اشباع با نام تجاری وایتون FKM است که ساخت شرکت مدرن اندیشان صنعت اسپادان در ایران است. در ماده زمینه نانوذرات کربن سیاه بدون نیاز به هیچگونه عملیات اصلاح سطح قادر به ایجاد پیوند واندوالسی به ماده زمینه می باشند. همچنین از آنجایی که ماده زمینه ای در حین فرایند ساخت نمونه همواره به صورت نیمه جامد می باشد بنابراین ایجاد حباب های ناشی از پخت نمونه در آن به حداقل می رسد.

به منظور ساخت نمونه ابتدا ۱۰۰ گرم از ماده زمینه ای آماده شده و با استفاده از غلتک مکانیکی دو محوره آماده توزیع نانوذرات بر روی آن می شود. سپس نانوذرات کربن سیاه به مقدار ۱۰٪ وزنی به

تدریج به ماده زمینه اضافه شده و نانوذرات به صورت مکانیکی توزیع می شوند. این فرایند به مدت ۵ دقیقه ادامه داشته تا به توزیع یکنواختی برسد. نمونه ها با یک ترازوی دیجیتال با دقت ۰/۰۱ گرم توزین شده اند. سپس نمونه ۲۴ ساعت در شرایط محیط نگهداری شده و سپس با استفاده از قالب مخصوص در حین پخت به صورت صفحه ای با ضخامت تقریبی ۲ میلیمتر تبدیل می شود. دستگاه پخت نمونه که همزمان با انتقال حرارت به نمونه آن را تحت فشار قرار می دهد ساخت شرکت MATSUDA از کشور ژاپن بوده است. نمونه پس از گرم شدن قالب در آن قرار گرفته و تحت فشار قرار می گیرد. دما و فشار قالب توسط دستگاه اندازه گیری آنالوگ نشان داده می شود. همچنین در پایان به منظور انجام فرایند پخت تکمیلی با استفاده از کوره دما بالا نمونه به مدت ۲ ساعت در دمای ۲۳۲ قرار داده می شود. کوره پخت تکمیلی نمونه ساخت شرکت آذکوره ایران با دقت ۱ درجه سانتی بوده است.

نمونه ساخته شده بعد از پایان عملیات حرارتی پخت تکمیلی مطابق با شرایط آزمون استاندارد ASTM D 412 توسط دستگاه پانچ به صورت دمبلی شکل تبدیل می شود. شکل ۱ تصویر نمونه های ساخته شده جهت انجام آزمون کشش را نشان می دهد. آزمون سپس با استفاده از دستگاه آزمون کشش که ساخت شرکت GOTECH (مدل AI-7000) از کشور تایوان است در شرایط آزمون کشش مونوتونیک قرار می گیرد. سرعت بارگذاری در این آزمون ۵۰۰ میلی متر بر دقیقه و با دقت ۰/۵ درصد است. سه نمونه دمبلی شکل تا رسیدن به نقطه شکست کامل کشیده می شود. کلیه شرایط فوق شامل ساخت نمونه، عملیات حرارتی و انجام آزمون کشش برای نمونه فاقد نانوذره تکرار می شود.



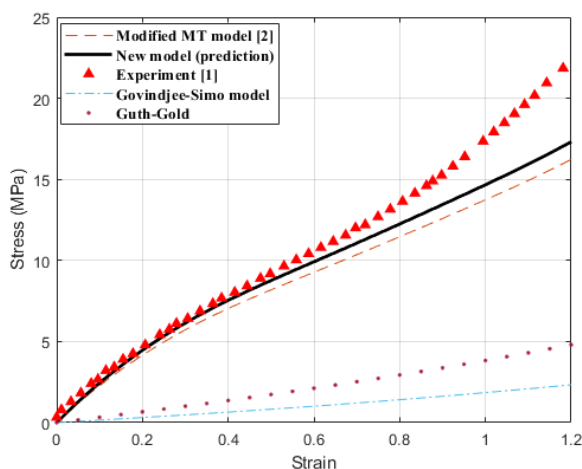
شکل ۱) نمونه های ساخته شده از ماده مرکب وایتون حاوی ۱۰٪ وزنی کربن سیاه جهت آزمون کشش

#### ۲-۴- بررسی نانوماده مرکب لاستیک طبیعی

در این بخش نتایج حاصل از حل عددی مدل ارائه شده با نتایج آزمون کشش نانوماده مرکب لاستیک طبیعی گزارش شده در مرجع [1] مقایسه شده است. ذرات تقویت کننده لاستیک طبیعی از نوع کربن سیاه می باشند که در درصدهای وزنی مختلف آزمایش شده اند. شکل ۳ مقایسه نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی ۲۰/۸۵٪ کربن سیاه با استفاده از مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته، مدل موری-تاناکا و سایر مدل های مرتبط را نشان می دهد. بررسی نتایج حاکی از آن است که مدل خودسازگار بهبودیافته پیش بینی قابل قبولی را نسبت به سایر مدل ها تا کرنش ۰/۸ ارائه نماید. برای سایر مقادیر کرنش این مدل حد بالای منحنی را پیش بینی نموده است. شکل ۴ نتایج پیش بینی مدل ارائه شده را در درصدهای مختلف از کسر حجمی ذرات کربن سیاه نشان می دهد. با توجه به مفهوم روش های میکرومکانیک کلاسیک در نانومواد مرکب، دقت روش خودسازگار بهبودیافته در درصد های اندک از نانوذرات تقویت کننده بیشتر است.

#### ۳-۴- بررسی سایر فاکتورهای موثر بر رفتار تنش-کرنش نانو مواد مرکب الاستومری

در این بخش اثر نسبت منطری نانوذرات تقویت کننده بر رفتار تنش-کرنش نانومواد مرکب الاستومری بررسی می شود. نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی ۱۳٪/۸۷ کربن سیاه با استفاده از ذرات تقویت کننده با نسبت منطری مختلف و مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته در شکل ۵ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۵ ملاحظه می گردد با افزایش نسبت منطری ذرات، استحکام نانوماده مرکب الاستومری در کسر حجمی ثابت از ذرات تقویت کننده افزایش یافته است. بررسی نتایج نشان می دهد با افزایش نسبت منطری تا عدد ۲۰ تنش اسمی ماده مرکب در کرنش ۲ به میزان ۱۳۰٪ افزایش یافته است.



شکل ۳) پیش بینی و مقایسه نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی ۲۰٪ کربن سیاه با استفاده از مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته و سایر مدل های مرتبط

#### ۴- صحه گذاری، نتایج و بحث

در این بخش به منظور راستی آزمایی مدل ارائه شده، ابتدا نتایج حاصل از حل عددی معادلات با نتایج حاصل از آزمون کشش نمونه آزمایشگاهی نانوماده مرکب الاستومری مقایسه می شود. همچنین در ادامه از نتایج نمونه های آزمایشگاهی گزارش شده در متون علمی جهت صحه گذاری استفاده خواهد شد. علاوه بر این اثرات تغییر نسبت منطری بر رفتار تنش-کرنش نانومواد مرکب الاستومری بررسی می گردد.

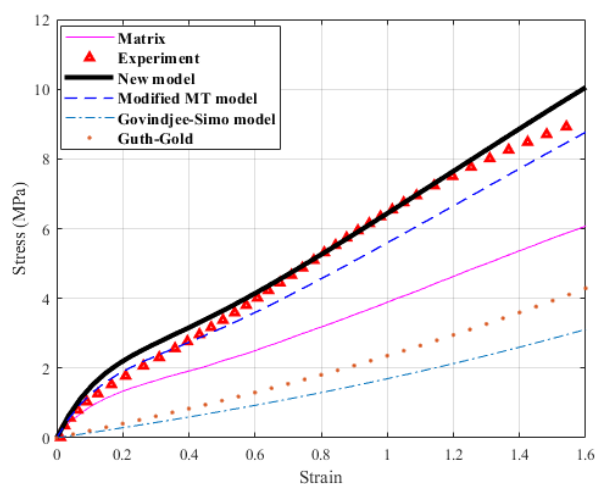
#### ۱-۴- بررسی نانوماده مرکب وایتون

خواص فیزیکی ماده زمینه (مدول یانگ آغازین) از طریق آزمایش مشخص گردید و ضریب پواسون آن تقریباً ۰/۵ در نظر گرفته شد. همچنین خواص فیزیکی نانو ذره کربن سیاه که در این بخش از مدلسازی استفاده شده است (مرجع [35]) و به شرح جدول ۱ می باشد.

همچنین به منظور ارزیابی بهتر مدل ارائه شده، از نتایج سایر مدل های تحلیلی شامل مدل موری-تاناکا، مدل، گوینگجی-سیمو (Govindjee-Simo) و مدل گوث-گلد (Guth-Gold) نیز استفاده شده است (شکل ۲). بررسی نتایج نشان می دهد مدل خودسازگار بهبود یافته نسبت به سایر مدل ها تحلیلی در مقایسه با نتایج تجربی دارای انطباق بهتری می باشد. کرنش نهایی ماده زمینه و همچنین ماده مرکب الاستومری حاوی ۱۰٪ از نانوذرات کربن سیاه به ترتیب ۲/۸۰ و ۱/۷۸۵ اندازه گیری شده است.

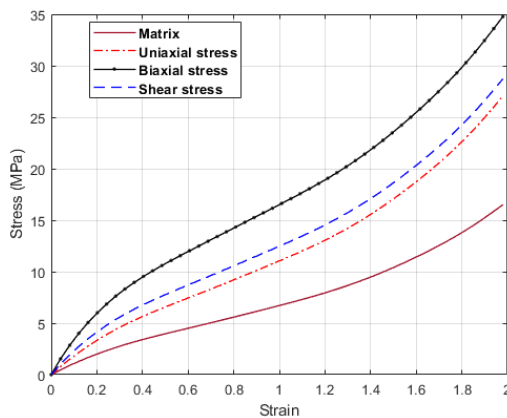
جدول ۱) خواص فیزیکی ماده زمینه و نانوذره کروی شکل

مدول یانگ کربن سیاه	۱۰ GPa
ضریب پواسون کربن سیاه	۰/۳
مدول یانگ آغازین الاستومر	۱/۳۵ MPa
ضریب پواسون الاستومر	۰/۵



شکل ۲) پیش بینی و مقایسه نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب وایتون حاوی ۱۰٪ کربن سیاه با استفاده از مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته و سایر مدل های مرتبط

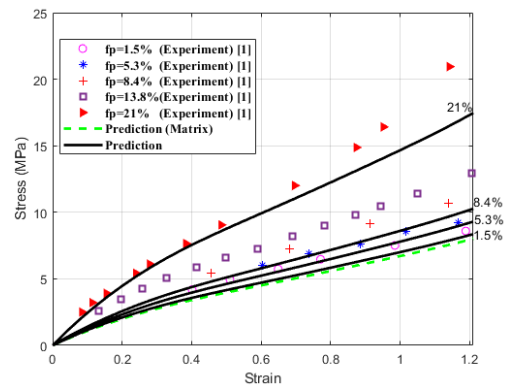
با استفاده از نتایج آزمون کشش ماده الاستومری و ترکیب آن با مدل تحلیلی بهبود یافته و روش تئوری افزایشی می توان رفتار تنش کرنش ماده مرکب الاستومری را در درصد های مختلف از کسر وزنی ذرات بسط یافته گرافیتی و در شرایط مختلف برش خالص (Shear)، کشش دو محوره (Biaxial) علاوه بر کشش تک محوره (Uniaxial) استفاده نمود. شکل ۷ با استفاده از نتایج فوق رفتار تنش-کرنش ماده مرکب را در  $13/8\%$  کسر حجمی ذرات تقویت کننده در مقایسه با منحنی تنش-کرنش ماده زمینه نشان می دهد.



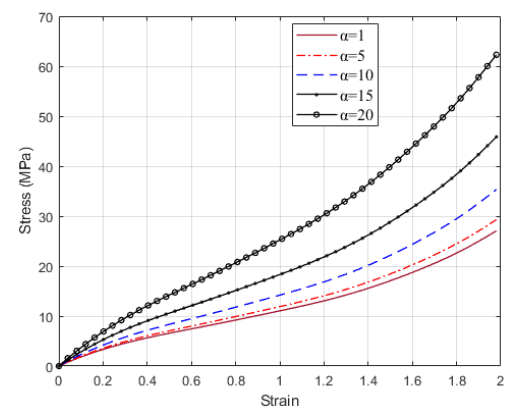
شکل ۷) پیش بینی رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی  $13/8\%$  کسر حجمی کربن سیاه در بارگذاری های کشش تک محوره، دومحوره، و برشی با استفاده از مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته

### ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق با استفاده از روش میکرومکانیک کلاسیک خودسازگار بهبودیافته و ترکیب آن با تئوری افزایشی، رفتار تنش-کرنش نانومواد مرکب الاستومری بر اساس خواص فیزیکی اجزای تشکیل دهنده ماده مرکب پیش بینی شد. مدل ارائه شده متکی بر داده های آزمایشگاهی آزمون کشش ماده زمینه می باشد و با استفاده از آن نتایج مربوط به کسر های حجمی دلخواه از ماده مرکب پیش بینی می شود. مدل ارائه شده با استفاده از داده های آزمایشگاهی آزمون کشش نانوماده مرکب وایتون و همچنین نانوماده مرکب لاستیک طبیعی تقویت شده با ذرات کربن سیاه صحه گذاری گردید. بررسی نتایج نشان داده است مدل ارائه شده می تواند در طیف وسیعی از کسرحجمی ذرات تقویت کننده (۰-۲۱٪) ولی در کرنش های محدود (تا  $0/8$ ) با دقت بسیاری خوبی نتایج آزمایشگاهی را پیش بینی نماید. در ادامه اثر فاکتور نسبت منطری ذرات بر رفتار تنش-کرنش ماده مرکب لاستیک طبیعی بررسی گردید. در نهایت با استفاده از داده های آزمون کشش ماده زمینه، رفتار تنش-کرنش ماده مرکب لاستیک طبیعی در مود های بارگذاری مختلف شامل، بارگذاری تک محوره، دومحوره و برشی پیش بینی و با نتیج مربوط به ماده زمینه مقایسه گردید.

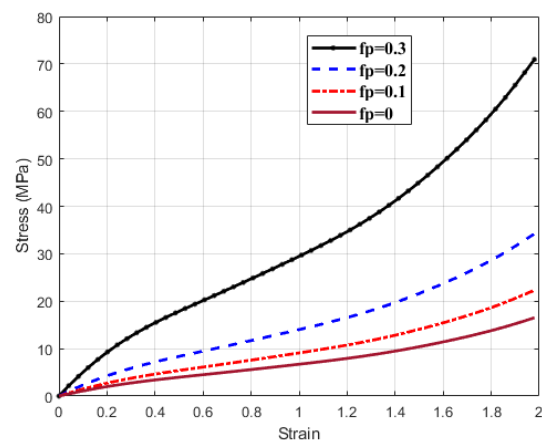


شکل ۴) پیش بینی و مقایسه نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی درصد های مختلف کربن سیاه با استفاده از مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته



شکل ۵) نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی  $13/8\%$  کربن سیاه با استفاده از ذرات تقویت کننده با نسبت منطری مختلف و مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته

همچنین شکل ۶ به پیش بینی رفتار تنش-کرنش نانوماده مرکب الاستومری در کسر های حجمی دلخواه از نانوذرات تقویت کننده می پردازد که در آن با افزایش کسر حجمی ذرات تقویت کننده، بر استحکام ماده مرکب افزوده می شود.



شکل ۶) نتایج رفتار تنش-کرنش در نانوماده مرکب لاستیک طبیعی حاوی کسر حجمی دلخواه کربن سیاه با استفاده از مدل تحلیلی خودسازگار بهبود یافته

13- Österlöf R, Wentzel H, Kari L, Diercks N, Wollscheid D. Constitutive modelling of the amplitude and frequency dependency of filled elastomers utilizing a modified boundary surface model. *International Journal of Solids and Structures*. 2014;51(19-20):3431-8.

14- Shokrieh MM, Esmkhani M, Shahverdi HR, Vahedi F. Effect of graphene nanosheets (GNS) and graphite nanoplatelets (GNP) on the mechanical properties of epoxy nanocomposites. *Science of Advanced Materials*. 2013;5(3):260-6.

15- Sandell V. Extraction of material parameters for static and dynamic modeling of carbon black filled natural rubbers.

16- Pavlov AS, Khalatur PG. Filler reinforcement in cross-linked elastomer nanocomposites: insights from fully atomistic molecular dynamics simulation. *Soft Matter*. 2016;12(24):5402-19.

17- Peng B, Locascio M, Zapol P, Li S, Mielke SL, Schatz GC, Espinosa HD. Measurements of near-ultimate strength for multiwalled carbon nanotubes and irradiation-induced crosslinking improvements. *Nature nanotechnology*. 2008;3(10):626-31.

18- Voigt W. Theoretical studies of the elastic behaviour of crystals. Presented at the session of the Royal Society of Science on. 1887.

19- Reuß A. Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1929;9(1):49-58.

20- Eshelby JD. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences*. 1957;241(1226):376-96.

21- Mura T. *Micromechanics of defects in solids*. Springer Science & Business Media; 2013.

22- Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*. 1973;21(5):571-4.

23- Benveniste Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. *Mechanics of materials*. 1987;6(2):147-57.

24- Lu P. Further studies on Mori-Tanaka models for thermal expansion coefficients of composites. *Polymer*. 2013;54(6):1691-9.

25- Sadeghpour E, Guo Y, Chua D, Shim VP. A modified Mori-Tanaka approach incorporating filler-matrix interface failure to model graphene/polymer nanocomposites. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020;180:105699.

26- Ghahramani P, Behdian K, Moradi-Dastjerdi R, Naguib HE. Theoretical and experimental investigation of MWCNT dispersion effect on the elastic modulus of flexible PDMS/MWCNT nanocomposites. *Nanotechnology Reviews*. 2021;11(1):55-64.

27- Zhu F, Park C, Jin Yun G. An extended Mori-Tanaka micromechanics model for wavy CNT nanocomposites with interface damage. *Mechanics of advanced materials and structures*. 2021;28(3):295-307.

28- Yun GJ, Zhu FY, Lim HJ, Choi H. A damage plasticity constitutive model for wavy CNT nanocomposites by

**تأییدیه اخلاقی:** نویسندگان در تهیه و تنظیم این مقاله رعایت کامل اصول اخلاقی را مدنظر قرار داده‌اند.  
**تعارض منافع:** این مقاله تعارض منافی ندارد.

#### منابع

1- Mullins L, Tobin NR. Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber. *Journal of Applied Polymer Science*. 1965;9(9):2993-3009.

2- Hou B, Sun HJ, Peng TJ, Zhang XY, Ren YZ. Rapid preparation of expanded graphite at low temperature. *New Carbon Materials*. 2020;35(3):262-8.

3- Bilisik K, Akter M. Graphene nanoplatelets/epoxy nanocomposites: A review on functionalization, characterization techniques, properties, and applications. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2022;41(3-4):99-129.

4- Das A, Kasaliwal GR, Jurk R, Boldt R, Fischer D, Stöckelhuber KW, Heinrich G. Rubber composites based on graphene nanoplatelets, expanded graphite, carbon nanotubes and their combination: A comparative study. *Composites Science and Technology*. 2012;72(16):1961-7.

5- Moore JA, Ma R, Domel AG, Liu WK. An efficient multiscale model of damping properties for filled elastomers with complex microstructures. *Composites Part B: Engineering*. 2014;62:262-70.

6- Yang S, Yu S, Ryu J, Cho JM, Kyoung W, Han DS, Cho M. Nonlinear multiscale modeling approach to characterize elastoplastic behavior of CNT/polymer nanocomposites considering the interphase and interfacial imperfection. *International Journal of Plasticity*. 2013;41:124-46.

7- Boutaleb S, Zaïri F, Mesbah A, Naït-Abdelaziz M, Gloaguen JM, Boukharouba T, Lefebvre JM. Micromechanics-based modelling of stiffness and yield stress for silica/polymer nanocomposites. *International Journal of Solids and Structures*. 2009;46(7-8):1716-26.

8- Bergstrom JS, Boyce MC. Mechanical behavior of particle filled elastomers. *Rubber chemistry and technology*. 1999;72(4):633-56.

9- Ikeda Y, Kato A, Kohjiya S, Nakajima Y, Ikeda Y, Kato A, Kohjiya S, Nakajima Y. Rubber science and technics toward the next century: a prospective view. *Rubber Science: A Modern Approach*. 2018:193-205.

10- Cantournet S, Boyce MC, Tsou AH. Micromechanics and macromechanics of carbon nanotube-enhanced elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2007;55(6):1321-39.

11- Cantournet S, Desmorat R, Besson J. Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers by internal sliding and friction thermodynamics model. *International Journal of Solids and Structures*. 2009;46(11-12):2255-64.

12- Österlöf R, Wentzel H, Kari L. An efficient method for obtaining the hyperelastic properties of filled elastomers in finite strain applications. *Polymer testing*. 2015;41:44-54.

- incremental Mori-Tanaka approach. *Composite Structures*. 2021;258:113178.
- 29- Christensen RM, Lo K. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1979;27(4):315-30.
- 30- Anoukou K, Zairi F, Naït-Abdelaziz M, Zaoui A, Messenger T, Gloaguen JM. On the overall elastic moduli of polymer-clay nanocomposite materials using a self-consistent approach. Part I: Theory. *Composites Science and Technology*. 2011;71(2):197-205.
- 31- Mansouri MR, Darijani H. Constitutive modeling of isotropic hyperelastic materials in an exponential framework using a self-contained approach. *International Journal of Solids and Structures*. 2014;51(25-26):4316-26.
- 32- Xiao JH, Xu YL, Zhang FC. Generalized self-consistent electroelastic estimation of piezoelectric nanocomposites accounting for fiber section shape under antiplane shear. *Acta Mechanica*. 2016;227(5):1381-92.
- 33- Xiong Z, Lu S, Liu J, Lv G, Li Y, Yu J. A combined self-consistent method to estimate the effective properties of polypropylene/calcium carbonate composites. *Polymers*. 2018;10(1):101.
- 34- Zhang B, Yu X, Gu B. A generalized self-consistent model for interfacial debonding behavior of fiber reinforced rubber matrix sealing composites. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*. 2017;22:343-8.
- 35- Jiang Y, Fan H. A micromechanics model for predicting the stress-strain relations of filled elastomers. *Computational materials science*. 2013;67:104-8.
- 36- Yang H, Jiang Y, Chen P, Fan H. Micromechanics models of particulate filled elastomer at finite strain deformation. *Composites Part B: Engineering*. 2013;45(1):881-7.
- 37- Mullins L, Tobin NR. Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber. *Journal of Applied Polymer Science*. 1965;9(9):2993-3009.