



# Effect of Initial Crack Length on Mode I Fracture Toughness of PMMA Using Pseudo Compact Tension Test

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Sayadi Sh.<sup>1\*</sup>,  
Baghbanan A.<sup>1</sup>,  
Javadi M.<sup>2</sup>,  
Martin J. D.<sup>3</sup>,  
Hashemalhosseini H.<sup>4</sup>

### How to cite this article

Sayadi Sh, Baghbanan A, Javadi M, Martin J. D, Hashemalhosseini H, Effect of Initial Crack Length on Mode I Fracture Toughness of PMMA using pseudo Compact Tension Test. Modares Mechanical Engineering; 2023;23(09):543-551.

<sup>1</sup> Department of mining engineering, Isfahan university of technology, Isfahan, Iran.

<sup>2</sup> Faculty of Mining, Petroleum & Geophysics Engineering, Shahrood University of Technology.

<sup>3</sup> School of civil engineering, Universidade da Coruña.

<sup>4</sup> Department of civil engineering, Isfahan University of Technology.

### \*Correspondence

Address: Isfahan University of Technology, PhD candidate, Isfahan, Iran.

sayadiasal@gmail.com

### Article History

Received: May 14, 2023

Accepted: September 27, 2023

ePublished: October 29, 2023

## ABSTRACT

Mode I fracture toughness (K<sub>IC</sub>) is one of the most important parameters in fracture mechanics, which represents the ability of a material containing a pre-existing defect to resist tensile failure. In this paper, the crack length effect on the mode I fracture toughness of an isotropic homogeneous material was investigated. For this purpose, several disc shaped PMMA samples were loaded in pure tension by performing pseudo-compact tension (pCT) tests. Digital image correlation (DIC) method was utilized to assess and monitor the distribution of the deformation field during the tests. DIC results were also used to compare the effect of crack length on the deformation field variation in samples. Very good agreement was found between the K<sub>IC</sub> values estimated in this study and those reported in the past for the similar material; indicating that the pCT method is convenient for the assessment of K<sub>IC</sub>. The experimental results also show that the initial crack length has a tangible impact on K<sub>IC</sub>, although the magnitude of its influence is closely related to material structure and type. According to the tests results, an increase in the initial crack length leads to increase the ultimate displacement at failure point, decrease the maximum load and the amount of absorbed energy until the moment of failure, and finally decrease the mode I fracture toughness of the material. Results of this study show that the pCT method configuration is useful for testing PMMA and may be useful for testing other materials suitable amenable of molding such as mortar, concrete and ceramics. According to the comparison of the results, in the optimum range of sample diameter, about 50 mm, the initial crack length is suggested between 11.5 to 15.5 mm for the PMMA.

**Keywords** Mode I Fracture Toughness, Pseudo-Compact Tension Method, Digital Image Correlation Method, Initial Crack Length, PMMA.

## CITATION LINKS

1- New specimen for fracture toughness ... 2- Evaluation of mode I ... 3- Suggested method for determining mode I ... 4- Suggested methods for determining the fracture toughness of rock. 5- suggested method for determining ... 6- Fracture resistance testing ... 7- Fracture toughness of ... 8- Standard test method for ... 9- V-notch technique for ... 10- Determination of Fracture ... 11- An empirical relation ... 12- Pure Mode I ... 13- Size and geometry effects on rock fracture toughness... 14- Geometry effects on fracture trajectory of PMMA ... 15- Effects of geometric factors ... 16- Introduction of a scaling ... 17- Research on size effect ... 18 - An experimental and theoretical ... 19- Notch effect on the fracture of several rocks... 20- Geometry Effects ... 21- Experimental and numerical ... 22- Rock fracture toughness ... 23- An Experimental and Numerical ... 24- Study of the effect ... 25 - Mode-I fracture ... 26- Fracture toughness for ... 27- Experimental investigations of ... 28- Notch effect and fracture ... 29- Mode I fracture toughness ... 30- Scaling effects on ... 31- Estimation of the mode I ... 32- Size effect and other ... 33- Studies on effect of pre-crack ... 34- Experimental and numerical ... 35- Brittle failure of PMMA ... 36- Cracking in PMMA ... 37- Standard test method for ... 38- ISRM suggested method for ... 39- Effect of loading rate ... 40- Recent progress in residual stress measurement techniques. 41- Quantifying crack tip displacement fields with DIC. 42- Measurement of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation method. 43- Measurement of rock fracture toughness under modes I and II and mixed-mode conditions by using disc-type specimens. 44- Use of semicircular bending test ... 45- A new fixture for fracture tests under mixed mode I/III loading.

## اثر طول ترک اولیه بر چقرمگی شکست مود I در PMMA با استفاده از روش شبه فشردگی کششی

شهریانو صیادی<sup>۱\*</sup>، علیرضا باغبانان<sup>۱</sup>، مرتضی جوادی<sup>۲</sup>، جوردی دلگادو مارتین<sup>۳</sup>، حمید هاشم‌الحسینی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.  
<sup>۲</sup>دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، سمنان، ایران

<sup>۳</sup>مدرسه مهندسی عمران، دانشگاه اِکرونیا، کرونیا، اسپانیا  
<sup>۴</sup>دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

### چکیده

چقرمگی شکست مود I، بعنوان یک مشخصه در فرآیند آغاز و گسترش ترک، ویژگی مهمی در مصالح بشمار می‌آید. در این مطالعه به بررسی اثر طول ترک اولیه بر چقرمگی شکست مود I پرداخته شده است. بدین‌منظور نمونه‌هایی از جنس پلی‌متریل متیل متاکریلات با استفاده از روش شبه فشردگی کششی، تحت بارگذاری قرار گرفته است. جهت پایش توزیع میدان تغییرشکل در حین آزمایش و بررسی اثر تغییر طول ترک اولیه بر نحوه توزیع تغییرشکل در نمونه، از روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی بعنوان ابزار کمکی استفاده شده است. نتایج حاصل از آزمایش‌ها در قالب نمودارهای بار بر حسب جابجایی و زمان بررسی شده و مقدار چقرمگی شکست مود I در هر یک از مقادیر طول ترک اولیه مورد ارزیابی قرار گرفته است. استفاده از روش شبه فشردگی کششی در این مطالعه امکان بررسی و مقایسه مناسبی از کار انجام شده بر روی نمونه در مراحل پیش از شکست و پس از شکست را فراهم کرده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد: طول ترک اولیه بعنوان یکی از کلیدی‌ترین فاکتورهای موثر بر رفتار شکست بوده به گونه‌ای که با افزایش طول ترک اولیه، میزان انرژی جذب شده تا لحظه شکست، وسعت ناحیه گسترش ترک (FPZ)، تمرکز کرنش در نوک ترک، بار بیشینه و چقرمگی شکست مود I کاهش می‌یابد. بر اساس مقایسه نتایج حاصل از این مطالعه، قطر مناسب برای آزمایش شبه فشردگی کششی در حدود ۵۰ میلی‌متر بوده که برای این قطر نمونه، طول ترک اولیه بین ۱۱/۵ الی ۱۵/۵ میلی‌متر پیشنهاد می‌شود.

**کلیدواژه‌ها:** چقرمگی شکست مود I، روش شبه فشردگی کششی، روش برهم-نگاری تصاویر دیجیتالی، طول ترک اولیه، پلی‌متیل متاکریلات.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۰۵

\*نویسنده مسئول: sayadiasal@gmail.com

### ۱-مقدمه

رخداد شکست احتمالی همواره یک تهدید برای پایداری و ایمنی کوتاه‌مدت و یا بلندمدت ساختارهای مهندسی تلقی می‌شود. صرف نظر از دقت محاسبات طراحی، سهم عمده‌ای از این شکست‌ها، نشأت گرفته از وجود اجتناب‌ناپذیر ترک و یا عیوبی در ساختار مصالح است. از این‌رو، ارزیابی چقرمگی شکست، نقش مهمی در پیش‌بینی بهتر رفتار شکست و افزایش سطح ایمنی سازه‌های مهندسی دارد. گسترش ترک منتهی به شکست تحت بارگذاری مود

I، از متداول‌ترین انواع شکست در مصالح شکننده است؛ که ارزیابی آن، بعنوان یک مشخصه اصلی از رفتار شکست، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

روش‌های آزمایشگاهی متعددی برای تخمین چقرمگی شکست مود I ( $K_{Ic}$ )، در مصالح شبه‌شکننده و شکننده مانند سنگ [1-5] و سرامیک [6-10] پیشنهاد شده است. از جمله مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به: آزمون خمش نمونه استوانه‌ای با شیار چورون [2,4] ((Chevron Bend Test (CB))، نمونه برزیلی با شیار چورون [3] ((Cracked Chevron Notched Brazilian Disc (CCNBD))، روش‌های میله کوتاه [4] ((Short Rod (SR))، نمونه نیم‌دایره‌ای با شیار مستقیم ((Semi-Circular Bend Test (SCB))، تیر خمشی تک‌لبه ((Single Edge Notch Beam (SENB)) [6,7]، تیر ترک‌دار تک‌لبه ((Single Edge Pre-cracked Beam (SEPB)) [8]، تیر با شیار چورون ((Chevron-Notched Beam (CNB)) [8]، تیر با شیار v شکل تک‌لبه [9] ((Single Edge V-Notch Beam (SEVNB)) و ترک سطحی تحت خمش [10] اشاره کرد. بکارگیری این روش‌ها در مقاصد کاربردی گاه با مشکلاتی روبرو است. فرآیند آماده‌سازی وقت‌گیر نمونه‌ها، احتمال وقوع شکست زودهنگام در نمونه، دشواری‌های موجود در تأمین ابعاد ثابت شیار اولیه در گستره تلورانس مجاز [11]، گستره وسیع ابعادی متأثر از اثر اندازه (Scale effect) و اعمال بار کششی بصورت غیر مستقیم از جمله این مشکلات است. وجود هر یک از این موارد در جریان انجام آزمایش می‌تواند به عنوان یک عامل افزایش دهنده قطعیت، اعتبار مقدار چقرمگی شکست تخمینی را تحت‌الشعاع قرار دهد. با هدف رفع قسمت عمده‌ای از مشکلات مذکور، مونیز-ایبانیز (Muñoz-Ibáñez) و همکاران [12] اخیراً روش جدیدی به نام آزمون شبه فشردگی کششی (pseudo-Compact Tension,  $pCT$ ) را، برای ارزیابی و تخمین چقرمگی شکست سنگ و سایر مصالح با استفاده از نمونه‌های دیسکی شکل تحت بارگذاری کششی خالص، پیشنهاد داده‌اند. برخلاف غالب روش‌های مورد استفاده برای تعیین  $K_{Ic}$ ، چقرمگی شکست در روش  $pCT$  با اعمال بار کششی خالص (بصورت مستقیم) تعیین می‌شود. کنترل الکترونیکی مناسب حین آزمایش، صلبیت بالای دستگاه آزمایش و کاهش سطح انرژی الاستیک ذخیره شده در نمونه در طی بارگذاری از جمله دیگر مزیت‌های این روش بشمار می‌آیند.

[12]

مقدار چقرمگی شکست مود I مواد شکننده، در مقیاس آزمایشگاهی (و نه بعنوان یک ویژگی ذاتی ماده)، به عوامل متفاوتی از جمله هندسه و اندازه نمونه [13-17]، ویژگی‌های هندسی ترک اولیه [18-21]، نحوه بارگذاری [22,23]، نرخ بارگذاری [24] [26] و دما [27-29] وابسته است. از میان عوامل ذکر شده، ویژگی‌های هندسی ترک اولیه (شامل جهت، طول، عرض و شکل ترک) یکی از مهم‌ترین پارامترهای اثرگذار بر چقرمگی شکست مود I است.

چقرمگی شکست هر نمونه مورد ارزیابی قرار گرفته، سپس با پردازش تصویر در آزمایش‌های انجام شده به بررسی کیفی میدان تغییرشکل نهایی و تحلیل پارامترهای اثرگذار پرداخته شده است.

## ۲- مواد و روش انجام آزمایش

### ۲-۱- جنس و آماده‌سازی نمونه

در این مطالعه، بمنظور بررسی اثر طول ترک اولیه بر چقرمگی شکست مود I حاصل از آزمایش شبه فشرده کششی، نمونه‌هایی از جنس پلیمر آمورف شیشه‌ای پلی‌متیل متاکریلات با مقاومت بالامورد استفاده قرار گرفته است. مقادیر مرجع مقاومت فشاری در گستره (۸۳-۱۲۳ MPa)، مقاومت کششی (۳۰-۷۶ MPa) و مدول الاستیک (۲۹۵۰-۳۳۰۰ MPa) برای این پلیمر در دمای اتاق گزارش شده است<sup>[35,36]</sup>. نمونه‌های مورد استفاده از صفحات PMMA بصورت دیسک‌هایی با قطر ۵۰ میلی‌متر با استفاده از دستگاه برش لیزر CNC، بریده شده و در هر دیسک یک شیار U شکل و سپس ترک اولیه، تعبیه شده است. برای هر آزمایش دو تکرار و در مجموع تعداد ۱۰ نمونه با طول ترک اولیه متغیر (۶/۷۵، ۱۰، ۱۵/۷۵، ۲۳ و ۲۷ میلی‌متر) در آزمایش مورد استفاده قرار گرفته است. جهت سهولت مقایسه بین مقادیر، از ۵ نمونه به عنوان نمونه‌های منتخب برای ارائه نتایج در این مطالعه استفاده شده است.

### ۲-۲- روش آزمایش

چقرمگی شکست در این مطالعه با استفاده از روش  $pCT$ <sup>[12]</sup> مورد بررسی قرار گرفته است.  $pCT$  رویکردی جدید برای اندازه‌گیری چقرمگی شکست مود I در سنگ‌ها و سایر مواد است که، اخیراً با اعمال تغییراتی در آزمایش نمونه فشرده کششی (Compact Tension (CT)) مطابق با استاندارد ASTM E399-12<sup>[37]</sup>، توسط مونیز-ایبانیز و همکاران<sup>[12]</sup> پیشنهاد شده است. نمای شماتیکی از هندسه نمونه مورد استفاده در این روش، در شکل ۱ ارائه شده است. مطابق با شکل ۱، یک بریدگی U شکل در آزمایش  $pCT$  جایگزین سوراخ‌های قرارگیری فک بارگذاری در قطعه متداول آزمایش CT شده است<sup>[12]</sup>. فرآیند آزمایش در این روش در مقایسه با روش CT، ساده‌تر و فاقد پیچیدگی‌های مربوط به آماده‌سازی و یا کالیبراسیون دستگاه است. از لحاظ بارگذاری نیز، برخلاف روش CT، کشش خالص، بصورت خارج از مرکز به نمونه وارد می‌شود. دستگاه بارگذاری اختصاصی متشکل از دو فک فولادی با صلبیت و مقاومت بالا بوده که با قرارگیری در بریدگی U شکل نمونه، فرآیند انتقال نیروی کششی به نمونه را برعهده دارند. با قرارگرفتن نمونه روی پایه مرکزی و در تماس با دو فک فولادی، نیروی کششی انتقال یافته در ترک باریک منجر به رشد ترک، از نوک شیار اولیه و انتشار در راستای شعاعی نمونه دیسکی شکل می‌شود.

ویژگی‌های هندسی ترک اولیه با توجه به دشواری‌های موجود در فرآیند آماده‌سازی نمونه؛ برای مثال مشکلات موجود در ایجاد ترک اولیه در گستره تلورانس ابعادی مجاز نسبت به سایر اجزاء، مستعد تغییرات ناخواسته بیشتری است و ممکن است تأثیر آن‌ها بر چقرمگی شکست نمونه به سادگی نادیده گرفته شود. از این‌رو، مطالعه اثر هندسه ترک اولیه حائز اهمیت است. بطور خاص اثر طول ترک، بعنوان یکی از متداول‌ترین مؤلفه‌های هندسی تأثیرگذار بر چقرمگی شکست مود I، در مطالعات متعددی مورد بررسی قرار گرفته است. مطالعات انجام شده در این زمینه به بررسی اثر طول ترک اولیه بر  $K_{IC}$  تخمینی به روش‌های متداول و طیف متنوعی از مصالح<sup>[23,28,30-34]</sup> پرداخته است. با این وجود، از روش  $pCT$ ، بعنوان یک رویکرد جدید و کارآمد<sup>[12,32]</sup> در تعیین چقرمگی شکست مود I، بصورت بسیار محدود<sup>[32]</sup> در بررسی اثر طول ترک اولیه بر  $K_{IC}$ ، استفاده شده است. از این‌رو، در این مطالعه نحوه تأثیر طول ترک اولیه بر چقرمگی شکست با استفاده از روش  $pCT$  مورد بررسی قرار گرفته است. در بررسی نقش متغیرهای تأثیرگذار در تعیین چقرمگی شکست مود I در مواد شکننده، جدای از بررسی کمی پارامتر هدف، در قالب مقایسه مقداری، بهره‌گیری از ابزارهای نوین مهندسی مانند تکنیک‌های نوری و پردازش تصویر، می‌تواند نقش مؤثری در درک بهتر پدیده‌های تأثیرگذار ایفا کند. از جمله این ابزارها می‌توان از روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی (Digital Image Correlation, DIC) نام برد که؛ در این مطالعه بعنوان ابزار کمکی بمنظور ایجاد بستری کیفی برای بررسی تغییرات میدان‌های تغییرشکل و جابجایی و مقایسه آن‌ها حین فرآیند شکست مورد استفاده قرار گرفته است.

در این مطالعه به بررسی نحوه تأثیرگذاری طول ترک اولیه بر مقدار چقرمگی شکست مود I حاصل از روش شبه فشرده کششی در مواد شکننده و پایش رفتار نمونه با استفاده از روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی پرداخته شده است. به منظور حذف سایر عوامل تأثیرگذار نظیر تنوع جنس و توزیع دانه‌ها و ضعف‌های ساختاری حین تشکیل مواد طبیعی، از نمونه‌های مصنوعی از جنس پلی‌متیل-متاکریلات (Polymethyl-methacrylate, PMMA) استفاده شده است. این ماده که در تحقیقات گذشته نیز استفاده شده است<sup>[10,1,20,35,36]</sup>، به واسطه مشخصه‌هایی از جمله رفتار شکست شکننده در دمای اتاق، قابلیت ردیابی مسیر رشد و گسترش ترک منتهی به شکست و همچنین سهولت در برش و ماشین‌کاری به عنوان ماده مطلوب برای دستیابی به اهداف این مطالعه، انتخاب شده است. اثر پارامتر طول ترک اولیه، با آماده‌سازی تعداد ده نمونه PMMA با طول ترک اولیه متغیر و انجام آزمایش  $pCT$  مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر ثبت نتایج مربوط به بارگذاری و جابجایی، از سطح هر یک از نمونه‌ها در سرتاسر فرآیند بارگذاری، با هدف ثبت تغییرات توزیع تغییرشکل و یا جهش در میدان جابجایی، تصویربرداری انجام شده است. ابتدا نتایج مربوط به

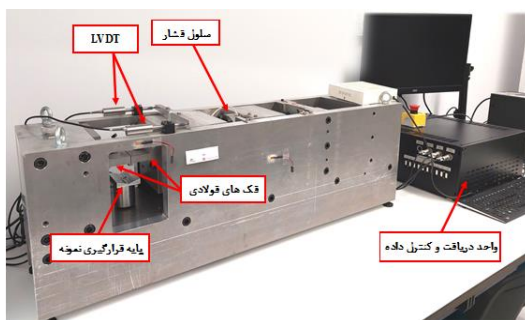
جدول ۱) ضرایب وابسته به اندازه نمونه، برای محاسبه ضریب شدت تنش در روش pCT<sup>[12]</sup>

D (mm)	C0	C1	C2	C3	C4
۵۰	۱۲/۶۵۱	-۴۷/۰۵۴	۱۵۸/۷۲۰	-۲۴۷/۱۷۰	۲۲۰/۱۸۵

### ۲-۴- برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی

در این مطالعه، از برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی به عنوان ابزاری جهت پایش میدان جابجایی و کرنش در نمونه‌های تحت بارگذاری کششی استفاده شده است. DIC روشی غیرمخرب (Non-destructive) از دسته تکنیک‌های نوری برای نمایش و اندازه‌گیری میدان‌های جابجایی و تغییرشکل است که؛ به علت هزینه پایین، سرعت بالا و عدم نیاز به مواردی نظیر تحلیل فازها، هاله‌ها و امواج نسبت به سایر روش‌های نوری برتری دارد<sup>[40]</sup>. این روش، از تکنیک‌های پردازش تصویر برای به‌دست‌آوردن میدان‌های جابجایی و کرنش در یک منطقه موردنظر (Region of interest) از سطح نمونه استفاده می‌کند. در روش DIC، یک ناحیه بسیار کوچک از تصویر گرفته شده از نمونه پیش از بارگذاری بعنوان تصویر مرجع (Reference image) انتخاب می‌شود. سپس با مقایسه و ردیابی همان ناحیه در تصویرهای گرفته شده با فواصل زمانی مشخص حین بارگذاری بعنوان تصاویر تغییر شکل یافته (Deformed image)، پردازش انجام می‌شود. با تحلیل این عکس‌ها توسط الگوریتم برهم‌نگاری، میدان جابجایی و تغییرشکل حاصل می‌شوند<sup>[41,42]</sup>.

به‌منظور استفاده از روش DIC در این مطالعه، ابتدا روی سطح نمونه‌های PMMA یک الگوی لکه‌ای (Speckle pattern) سیاه و سفید تصادفی به کمک افشانه‌های مخصوص رنگی ایجاد شد. پس از آماده‌سازی نمونه‌های آزمایش، از ابتدای فرآیند بارگذاری تا به انتها، توسط یک دوربین دیجیتال CCD با رزولوشن ۱۰۸۰×۱۹۲۰ مگاپیکسل و با توانایی تصویربرداری ۶۰ فریم در ثانیه، تصویربرداری و ثبت شده است. همچنین برای بزرگنمایی از یک لنز با فاصله کانونی ۳۵ میلی‌متری استفاده شده و یک منبع نور سفید جهت ایجاد روشنایی در سطح نمونه مورد استفاده قرار گرفته است. جانمایی تجهیزات و تصویر یک نمونه آماده‌سازی شده با الگوی لکه‌ای، در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲) تجهیزات آزمایش pCT.

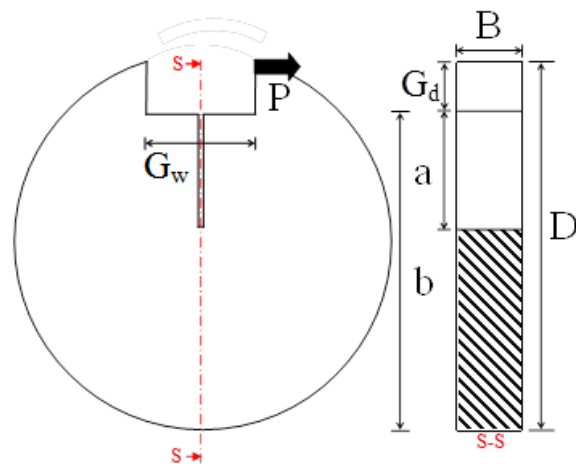
مقدار  $K_{IC}$  در این آزمایش مطابق با تعریف عمومی چقرمگی شکست مود I با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$K_{IC} = Y' \sigma_{max} \sqrt{\pi a} \quad (۱)$$

که در رابطه فوق،  $\sigma_{max}$  تنش اعمالی متناظر با بار بحرانی لحظه شکست،  $a$  طول ترک اولیه و  $Y'$  ضریب شدت تنش بدون بعد است و در این آزمایش، از رابطه زیر محاسبه می‌شود<sup>[12]</sup>:

$$Y'_{pCT} = C_0 + C_1 \left(\frac{a}{b}\right) + C_2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 + C_3 \left(\frac{a}{b}\right)^3 + C_4 \left(\frac{a}{b}\right)^4 \quad (۲)$$

ضرایب  $C_0-C_4$  وابسته به اندازه نمونه، برای محاسبه ضریب شدت تنش و  $b$ ، فاصله قاعده بریدگی تا لبه نمونه است. مقادیر  $C_0-C_4$  برای قطر ۵۰ میلی‌متر، در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱) هندسه و نحوه بارگذاری نمونه در روش pCT:  $D$  قطر نمونه،  $B$  ضخامت نمونه،  $a$  طول شیار،  $b$  فاصله لبه نمونه تا قاعده بریدگی،  $G_w$  و  $G_d$  بترتیب عمق و عرض بریدگی (مقادیر  $B$ ،  $a/b$ ،  $b$  و  $G_d$  در این مطالعه، ثابت و بترتیب برابر با ۲۵، ۴۵، ۰/۲۵، ۵ و ۱۰ میلی‌متر است).

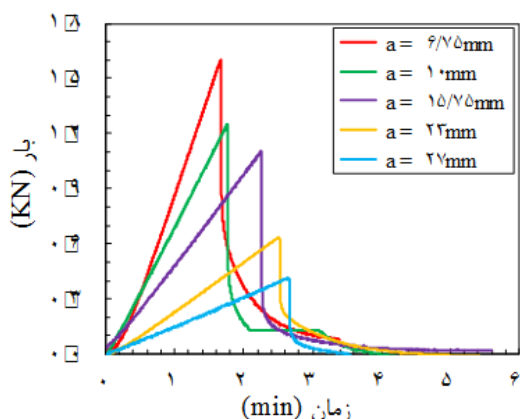
### ۳-۲- دستگاه آزمایش

تجهیزات مورد استفاده برای انجام آزمایش و پایش اطلاعات حین بارگذاری در شکل ۲ ارائه شده است. دستگاه بارگذاری اختصاصی این آزمایش مجهز به یک سلول بار ۵۰kN و متشکل از دو فک فولادی با صلبیت و مقاومت بالا بوده که با قرارگیری در شیار نمونه، فرآیند انتقال نیروی کششی به نمونه را برعهده دارند. دو سنسور جابجایی خطی (Linear Variable Differential Transducer, LVDT) بصورت متقارن و در طرفین نمونه میزان جابجایی فک‌های فولادی را همزمان با اعمال بار ثبت می‌کنند. تمامی آزمایش‌ها در این مطالعه در دمای محیط و با توجه به تأثیرپذیری چقرمگی شکست از نرخ بارگذاری<sup>[38]</sup> با سرعت آهسته و نرخ ثابت بارگذاری معادل ۰/۱ mm/min<sup>[39]</sup> انجام شده است. در طول مدت آزمایش نیروی اعمالی بر نمونه و همچنین جابجایی متناظر با فک متحرک فولادی توسط واحد پردازنده داده در دستگاه بارگذاری، بطور پیوسته ثبت شده است.

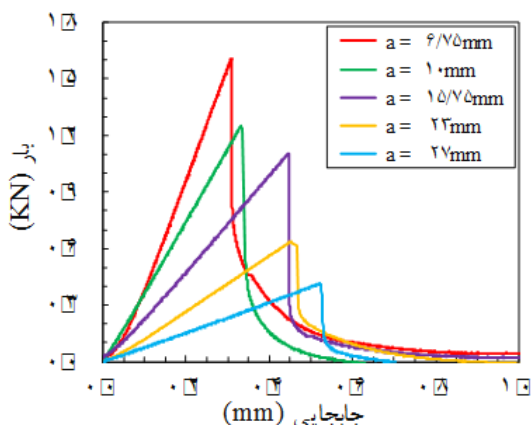
فرض مکانیک شکست الاستیک خطی در اطراف نوک ترک در آزمایش‌های انجام شده معتبر و شکست نمونه را می‌توان شکست با مکانیزم ترد (Brittle mechanism of fracture) تلقی کرد. مطابق شکل ۵ با افزایش طول ترک اولیه و یا به بیان دیگر افزایش نسبت طولی ترک (نسبت طول ترک اولیه به طول شعاع نمونه،  $a/R$ )، شیب منحنی در محدوده پیش از اوج کاهش یافته و با افزایش آستانه جابجایی متحمل پیش از شکست، میزان افت نمودار پس از شکست نیز متعاقباً، کاهش یافته است. به تعبیر دیگر می‌توان روند کلی تغییرات بار و جابجایی را، مطابق شکل ۶، بصورت افزایش جابجایی در لحظه شکست و کاهش بار بیشینه، با افزایش طول ترک اولیه بیان کرد.



شکل ۳) تجهیزات مورد استفاده در روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتال.



شکل ۴) منحنی بار- زمان در آزمایش pCT برای مقادیر مختلف طول ترک اولیه.



شکل ۵) منحنی بار- جابجایی در آزمایش pCT برای مقادیر مختلف طول ترک اولیه.

سطح زیر نمودارهای بار- جابجایی در شکل ۴ معادل با کار انجام شده روی نمونه (انرژی) در هر آزمایش است. در واقع انرژی کلی، شامل مجموع انرژی‌های پیش از اوج (peak) ( $E_{pre-peak}$ ) و پس از اوج ( $E_{post-peak}$ ) است. با تقسیم نمودار بار- جابجایی به دو قسمت پیش و پس از اوج؛  $E_{pre-peak}$  معرف کار انجام شده روی نمونه برای آغاز ترک و  $E_{post-peak}$  معرف کار انجام شده روی نمونه برای گسترش ترک است. مطابق شکل ۴ با افزایش طول ترک اولیه

### ۳- بحث و تحلیل نتایج

در آزمایش‌های انجام شده، نتایج چقرمگی شکست در نمونه‌هایی معتبر تلقی شد که در آن‌ها، ترک بصورت عمودی از لبه شیار به سمت لبه پایینی نمونه گسترش یافته بود. از مجموع آزمایش‌های انجام شده، ( هر طول ترک با دو تکرارپذیری)، یک آزمایش در هر یک از طول ترک‌ها انتخاب و از این پس (بمنظور اجتناب از تکرار) تشریح رفتار نمودارها بصورت مجزا تنها برای نمونه منتخب در هر طول ترک ارائه شده است. بدین ترتیب، با پردازش داده‌های مربوط به بارگذاری و تغییرشکل در هر آزمایش و همچنین پردازش تصاویر خام DIC، نمودارهای بار برحسب زمان و جابجایی، مقادیر چقرمگی شکست مود I و توزیع میدان تغییرشکل در مراحل مختلف حاصل شد که در ادامه به جزئیات آن‌ها پرداخته می‌شود.

#### ۳-۱- بررسی اثر طول ترک بر نتایج بار- جابجایی و زمان

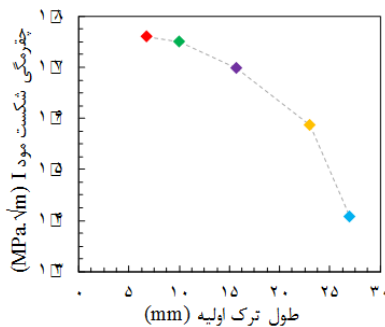
منحنی بار (نیرو) - زمان حاصل از نتایج آزمایش برای نمونه‌ها با مقادیر مختلف طول ترک اولیه در شکل ۴ ارائه شده است. مطابق با شکل ۴، افزایش طول ترک اولیه منجر به افزایش زمان رسیدن به نقطه شکست، در نتیجه افزایش زمان مورد نیاز برای تشکیل ریزترک‌های جدید در قسمت پیش از اوج منحنی شده است. از سوی دیگر افزایش طول ترک اولیه، منجر به کاهش سطح بار بیشینه شده است. در حقیقت هردو رفتار مشاهده شده هم‌سو با هم و حاکی از روندی منطقی و رضایت‌بخش است. رفتاری مشابه آنچه در منحنی‌های بار - زمان مشاهده شد، در منحنی‌های بار- جابجایی در شکل ۵ قابل ملاحظه است. آنچنان که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، رفتار کلی منحنی‌های بار - جابجایی بصورت افزایش خطی بار تا رسیدن به مقدار بار بیشینه است (فاز الاستیک). پس از آن نمونه بصورت ناگهانی دچار گسیختگی شده است. در فاز نهایی پس از گسیختگی ناگهانی بواسطه ماهیت شکننده PMMA، منحنی دچار افت (Drop) قابل توجه شده که در طی آن با انتشار ترک‌های ماکروسکوپی در امتداد صفحه ترک، بار کاهش یافته و به مقدار باقیمانده نهایی رسیده است. بنابراین،

چقرمگی شکست است. همچنین، این نتایج با آنچه قبلاً توسط مونیز-ایبائیز و همکاران [32]، در آزمایش  $pCT$  با چهار نوع سنگ مختلف مشاهده شد، مطابقت دارد. با توجه به پیشنهاد قطر ۵۰ میلی‌متر به عنوان قطر ایده‌آل در آزمایش  $pCT$  [12] و همچنین نسبت بهینه هندسه نمونه در گستره  $0.175 \leq a/b \leq 0.25$  در این آزمایش [12]، مقدار عددی بدست آمده برای  $K_{Ic}$  در این مطالعه و در محدوده  $1.71 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ ، سازگار با مقادیر گزارش شده در مطالعات گذشته [45] است.

### ۳-۳- بررسی میدان جابجایی و تغییرشکل حاصل از برهم‌نگاری

#### تصاویر دیجیتالی

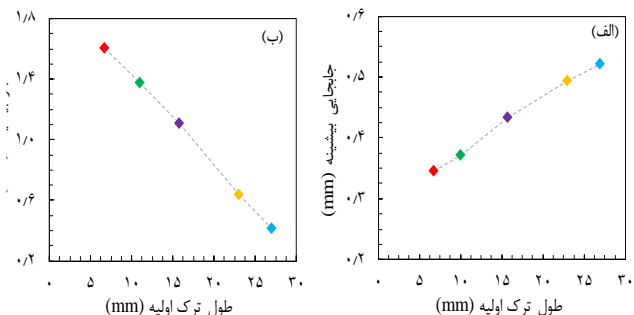
پس از اتمام آزمایش‌ها، تجزیه و تحلیل تصاویر ثبت شده برای تعیین میدان تغییرشکل در طی فرآیند شکست انجام شد. فرآیند پردازش بتدریجی که در ادامه شرح داده می‌شود، انجام شده است. ابتدا یک منطقه مورد مطالعه روی سطح نمونه انتخاب و سپس، منطقه به چندین زیر مجموعه (Subset) تقسیم شد. با توجه به اندازه مفروض برای زیرمجموعه‌ها، ابتدا جابجایی و در نهایت میدان تغییرشکل نهایی نمونه محاسبه می‌شود. پردازش‌های DIC در این مطالعه با استفاده از نرم‌افزار VIC-2D 6.0 انجام شده است.



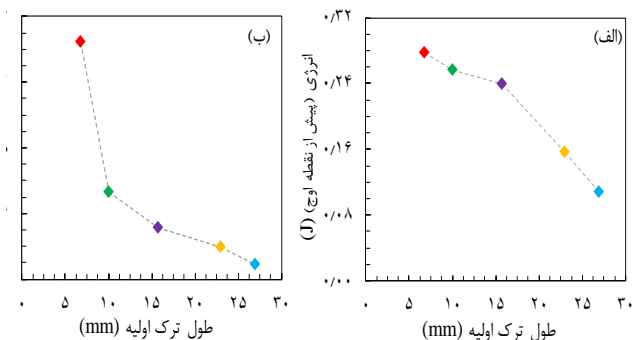
شکل ۸) رابطه طول ترک اولیه و  $K_{Ic}$  در نمونه‌های تحت آزمایش  $pCT$ .

شکل ۹ تغییرات میدان تغییرشکل حاصل از روش DIC، برای نمونه‌های با طول ترک اولیه  $10$ ،  $15/75$  و  $27$  میلی‌متر را نشان می‌دهد. الگوی کانتوری هر ناحیه دربردارنده اطلاعاتی در مورد توزیع و تمرکز میدان تغییرشکل در نمونه‌های تحت بارگذاری کششی است. بدیهی است که در مراحل اولیه بارگذاری (تقریباً تا حدود ۵۰٪ بار بیشینه)، تغییرشکل موضعی شده در نمونه وجود ندارد. بنابراین مطابق ستون (I) در شکل ۹، میدان تغییرشکل با مقادیر بسیار کوچک و یکنواخت در نمونه توزیع یافته است. با ادامه بارگذاری، مطابق ستون (II) در شکل (۹)، شکل‌گیری ناحیه فرآیند شکست (fracture process zone, FPZ) از نوک ترک اولیه آغاز می‌شود. با توجه به طبیعت همگن نمونه‌های PMMA این توزیع نامتقارن ممکن است به نواقص ساختاری درونی صفحات PMMA و یا القای نواقصی در مقیاس میکرو بهنگام آماده‌سازی و برش نمونه مرتبط باشد. با توجه به شکست سریع و ناگهانی نمونه‌های PMMA تحت بارگذاری کششی آزمایش،

میزان انرژی جذب شده مورد نیاز برای ایجاد ترک تا لحظه شکست، کاهش یافته است. بطور همزمان با افزایش طول ترک،  $E_{\text{post-peak}}$  نیز کاهش یافته است. بنابراین، با کاهش طول ترک، میزان انرژی آزاد شده در لحظه شکست افزایش یافته است که به تبع آن، نمونه رفتار تردتری در لحظه شکست نشان داده است. به‌منظور مقایسه بهتر، سطح زیر نمودار بار-جابجایی برای هریک از مقادیر طول ترک، به تفکیک در مرحله پیش از شکست و پس از آن محاسبه شده و مقادیر حاصل در شکل ۷ نمایش داده شده است.



شکل ۶) نمودار تغییرات جابجایی بیشینه (الف) و بار بیشینه (ب) برحسب طول ترک اولیه.



شکل ۷) نمودار تغییرات انرژی نسبت به طول ترک اولیه در مرحله پیش از شکست (الف) و پس از شکست (ب).

### ۳-۲- چقرمگی شکست مود I

در این مطالعه، چقرمگی شکست مربوط به هر آزمایش با استفاده از مقادیر بار بیشینه ( $P_{\text{max}}$ ) حاصل از نمودار بار-جابجایی و بوسیله رابطه (۱) محاسبه شده است. شکل ۸ منحنی چقرمگی شکست مود I تخمینی با استفاده از روش  $pCT$ ، برحسب طول ترک را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، نمودار بیانگر وجود نوعی ارتباط بین طول ترک اولیه و چقرمگی شکست حاصل است. بدین ترتیب، همانطور که انتظار می‌رفت با افزایش طول ترک اولیه مقدار چقرمگی شکست به آرامی کاهش می‌یابد. در حقیقت، با کاهش طول ناحیه مؤثر برای ایجاد و انتشار ترک‌های جدید، مقاومت نمونه نسبت به ایجاد ترک کاهش یافته و متعاقب آن مقدار چقرمگی شکست کاهش یافته است. این مشاهده در تطابق با مطالعات پیشین [30,31,43,44] در بررسی رابطه بین طول ترک اولیه و چقرمگی شکست مود I با استفاده از روش‌های مختلف تعیین

منحنی بارگذاری بر حسب جابجایی برای نمونه‌های PMMA، تحت بارگذاری کششی، پس از نقطه اوج و شکست، مطابق با رفتار طبیعی مواد شکننده، با یک افت ناگهانی به مقدار تنش باقیمانده رسید. با استفاده از روش  $pCT$ ، رفتار پس از شکست نمونه در حد قابل قبولی ثبت شد.

رفتار کلی نمونه‌ها در مقادیر مختلف نسبت طولی ترک، ثابت و شامل سه مرحله افزایش خطی، اوج و افت ناگهانی بوده و تغییر طول ترک سبب حذف هیچ یک از رفتارهای شاخص شکست نشد. تفاوت‌های ایجاد شده در اثر تغییر طول ترک اولیه، منحصراً مربوط به مقدار عددی چقرمگی شکست مود I، تغییر در سرعت فازهای رفتاری مختلف و شدت آن‌ها بود. بطورکلی، نتایج حاصل از مقادیر بدست‌آمده  $K_{IC}$ ، مؤید وابستگی معکوس چقرمگی شکستگی مود I، نسبت به طول ترک اولیه است. آنچنان که در مقادیر نسبت طولی ترک کوچک‌تر از یک، آهنگ تغییرات خفیف‌تر و با افزایش نسبت طولی به مقادیر بالاتر از یک ( عبور اندازه طول ترک از مقدار شعاع نمونه) روند تغییرات شدیدتر شده است. همچنین، در این مطالعه نتایج حاصل از روش DIC، جهت مستندسازی میدان تغییرشکل ارائه شد. نتایج DIC حاکی از تمرکز میدان تغییرشکل در نوک ترک با توزیع غیرمتقارن در نمونه بوده است. علاوه بر این روندی کاهشی در وسعت ناحیه گسترش FPZ حول ترک اولیه با افزایش طول ترک اولیه در نمونه مشاهده شده است.

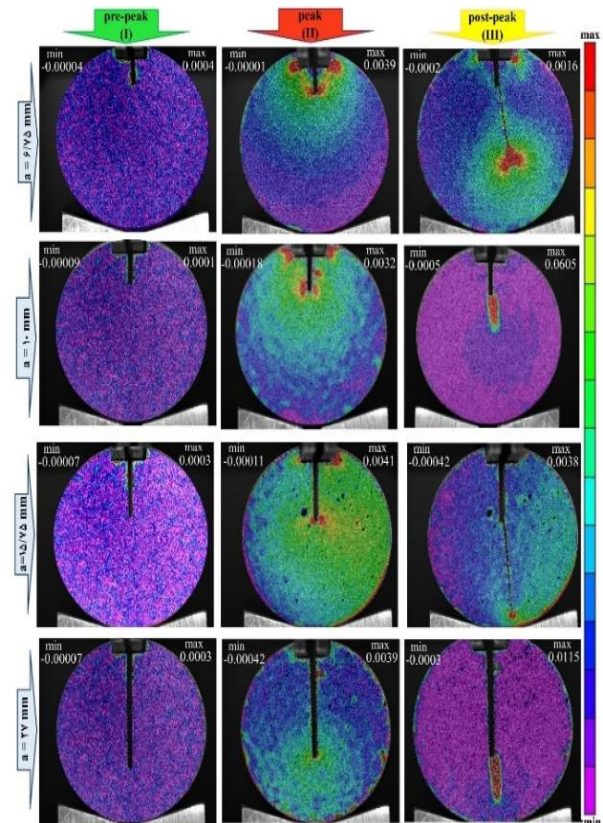
**تائیدیه اخلاقی:** محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

**تعارض منافع:** بدین‌وسیله نویسندگان اعلام می‌کنند که این اثر، هیچ‌گونه تضاد منافی با سازمان‌ها و اشخاص دیگر ندارد.

#### منابع

- 1- Chong KP, Kuruppu MD. New specimen for fracture toughness determination for rock and other materials. *International Journal of Fracture*. 1984 (2):R59-62
- 2- Funatsu T, Shimizu N, Kuruppu M, Matsui K. Evaluation of mode I fracture toughness assisted by the numerical determination of K-resistance. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2015:143-57.
- 3- Fowell RJ, Hudson JA, Xu C, Zhao X. Suggested method for determining mode I fracture toughness using cracked chevron notched Brazilian disc (CCNBD) specimens. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts* 1995 (Vol. 7, No. 32, p. 322A).
- 4- Franklin JA, Zongqi S, Atkinson BK, Meredith PC, Rummel F, Mueller W, Nishimatsu Y, Takahashi H, Costin LS, Ingraffea AR, Bobrov GF. Suggested methods for determining the fracture toughness of rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining & Geomechanics Abstracts*. 1988;25(2).

لحظه دقیق وقوع ترک ماکروسکوپی بین دو فریم متوالی تصویربرداری قرار گرفت و ستون (III)، اولین تصویر ثبت شده پس از لحظه شکست نمونه است. همانطور که مشاهده می‌شود، در مرحله پس از شکست (Post-peak) ترک بصورت ناپایدار گسترش می‌یابد. در شکل ۸، از نگاه مقایسه‌ای بین نمونه‌های با طول ترک اولیه متفاوت، روندی کاهشی در وسعت ناحیه گسترش FPZ حول ترک اولیه مشاهده می‌شود. در حقیقت با افزایش طول ترک اولیه، با توزیع بار در فاصله بیش‌تر، از تمرکز کرنش در نوک ترک کاسته شده است. همچنین، در نمونه‌های با طول ترک کوچک‌تر، در نواحی تکیه‌گاهی بین نمونه و فک‌های ثابت و متحرک، نواحی تمرکز تنش (و در نتیجه آن تمرکز کرنش) ایجاد شده است. با افزایش طول ترک اولیه آنچنان که مشاهده می‌شود از شدت و وسعت این نواحی کاسته شده و در نمونه با طول ترک اولیه ۲۷ میلی‌متر، به کمترین میزان به لحاظ مقداری و ناحیه گسترش رسیده است.



**شکل ۹)** میدان تغییرشکل حاصل از روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی: تصاویر مربوط به وضعیت نمونه در هر یک از لحظات پیش (I)، در (II) و پس از (III) بار بیشینه (بترتیب از چپ به راست) و برای طول ترک اولیه ۱۰، ۶/۷۵، ۱۵/۷۵ و ۲۷ میلی‌متر (بترتیب از بالا به پایین).

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثر طول ترک اولیه بر چقرمگی شکستگی مود I در مواد شکننده، بصورت کمی و کیفی، بترتیب با استفاده از روش  $pCT$  و تحلیل DIC، پرداخته شد. به لحاظ رفتار شکست،

- Application of the Theory of Critical Distances. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2017;90:251-8.
- 20- Bahadori R, Ayatollahi MR, Cicero S, Álvarez JA. Geometry Effects on Mode I Brittle Fracture in VO-Notched PMMA Specimens. *Polymers*. 2021;13(17):3017.
- 21- Zhang S, Wang L, Gao M. Experimental and numerical study of the influence of prefabricated crack width on the fracture toughness of NSCB specimens. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2020:1-22.
- 22- Aliha MR, Ayatollahi MR. Rock fracture toughness study using cracked chevron notched Brazilian disc specimen under pure modes I and II loading—A statistical approach. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2014;69:17-25.
- 23- Fahimifar A, Heidari Moghadam R. An Experimental and Numerical Study on the Effect of Loading Type and Specimen Geometry on Mode-I Fracture Toughness of Rock. *AUT Journal of Civil Engineering*. 2017;1(1):45-54.
- 24- Zhou L, Zhu Z, Qiu H, Zhang X, Lang L. Study of the effect of loading rates on crack propagation velocity and rock fracture toughness using cracked tunnel specimens. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2018;112:25-34.
- 25- Zhou J, Wang Y, Xia Y. Mode-I fracture toughness of PMMA at high loading rates. *Journal of materials science*. 2006;41:8363-6.
- 26- Weerasooriya T, Moy P, Casem D, Cheng M, Chen W. Fracture toughness for PMMA as a function of loading rate. In *Proceedings of the 2006 SEM Annual Conference & Exposition on Experimental and Applied Mechanics 2006*.
- 27- Dehghani B, Faramarzi L. Experimental investigations of fracture toughness and crack initiation in marble under different freezing and thermal cyclic loading. *Construction and Building Materials*. 2019;220:340-52.
- 28- Justo J, Castro J, Cicero S. Notch effect and fracture load predictions of rock beams at different temperatures using the Theory of Critical Distances. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2020;125:104161.
- 29- Zejin Y, Zhang C. Mode I fracture toughness test and fractal character of fracture trajectory of red sandstone under real-time high temperature. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2019;2019:1-3.
- 30- Torabi AR, Jabbari M, Akbaridoost J. Scaling effects on notch fracture toughness of graphite specimens under mode I loading. *Engineering Fracture Mechanics*. 2020;235:107153.
- 31- Zhang N, Hedayat A, Sosa HG, Tunnah J, Cárdenas JJ, Álvarez GE. Estimation of the mode I fracture toughness and evaluations on the strain behaviors of the compacted mine tailings from full-field displacement fields via digital image correlation. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2021;114:103014.
- 32- Muñoz-Ibáñez A, Delgado-Martín J, Juncosa-Rivera R. Size effect and other effects on mode I fracture toughness using two testing methods. *International*
- 5- Kuruppu MD, Obara Y, Ayatollahi MR, Chong KP, Funatsu T. ISRM-suggested method for determining the mode I static fracture toughness using semi-circular bend specimen. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2014;47:267-74
- 6- Salem JA. Fracture resistance testing of monolithic and composite brittle materials. *ASTM International*; 2002.
- 7- Gogotsi GA. Fracture toughness of ceramics and ceramic composites. *Ceramics international*. 2003;29(7):777-84.
- 8- ASTM C. 1421-99, Standard test method for the determination of fracture toughness of advanced ceramics at ambient temperatures. *Annual Book of Standards*. 1999;15.
- 9- Awaji H, Sakaida Y. V-notch technique for single-edge notched beam and chevron notch methods. *Journal of the American Ceramic Society*. 1990;73(11):3522-3.
- 10- Ceramics F. Determination of Fracture Toughness of Monolithic Ceramics at Room Temperature by the Surface Crack in Flexure (SCF) Method. *International Organization for Standards, ISO*;18756.
- 11- Zhang ZX. An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock. *International journal of rock mechanics and mining sciences*. 2002;39(3):401-6.
- 12- Muñoz-Ibáñez A, Delgado-Martín J, Costas M, Rabuñal-Dopico J, Alvarelos-Iglesias J, Canal-Vila J. Pure Mode I Fracture Toughness Determination in Rocks Using a Pseudo-Compact Tension (p CT) Test Approach. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2020;53(7):3267-85.
- 13- Ayatollahi MR, Akbaridoost J. Size and geometry effects on rock fracture toughness: mode I fracture. *Rock mechanics and rock engineering*. 2014;47:677-87.
- 14- Ayatollahi MR, Moghaddam MR, Razavi SM, Berto F. Geometry effects on fracture trajectory of PMMA samples under pure mode-I loading. *Engineering Fracture Mechanics*. 2016;163:449-61.
- 15- Tutluoglu L, Keles C. Effects of geometric factors on mode I fracture toughness for modified ring tests. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2012;51:149-61.
- 16- Ghouli S, Bahrami B, Ayatollahi MR, Driesner T, Nejati M. Introduction of a scaling factor for fracture toughness measurement of rocks using the semi-circular bend test. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2021;54(8):4041-58.
- 17- Zhang S, An D, Zhang X, Yu B, Wang H. Research on size effect of fracture toughness of sandstone using the center-cracked circular disc samples. *Engineering Fracture Mechanics*. 2021;251:107777.
- 18- Wei MD, Dai F, Xu NW, Zhao T, Liu Y. An experimental and theoretical assessment of semi-circular bend specimens with chevron and straight-through notches for mode I fracture toughness testing of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2017;99:28-38.
- 19- Justo J, Castro J, Cicero S, Sánchez-Carro MA, Husillos R. Notch effect on the fracture of several rocks:



Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2021;143:104785.

33- Huddhar A, Desai A, Sharanaprabhu CM, Kudari SK, Gouda PS. Studies on effect of pre-crack length variation on Inter-laminar fracture toughness of a Glass Epoxy laminated composite. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 2016 (Vol. 149, No. 1, p. 012161). IOP Publishing.

34- Xiao P, Li D, Zhao G, Liu M. Experimental and numerical analysis of mode I fracture process of rock by semi-circular bend specimen. Mathematics. 2021;9(15):1769.

35- Torabi AR, Saboori B, Mohammadian SK, Ayatollahi MR. Brittle failure of PMMA in the presence of blunt V-notches under combined tension-tear loading: Experiments and stress-based theories. Polymer Testing. 2018;72:94-109.

36- Gómez FJ, Elices M, Valiente A. Cracking in PMMA containing U-shaped notches. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 2000;23(9):795-803.

37- Standard AS. Standard test method for linear-elastic plane-strain fracture toughness  $K_{Ic}$  of metallic materials. ASTM Book of Standards. 2012.

38- Backers T, Stephansson O. ISRM suggested method for the determination of mode II fracture toughness. In The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014 2014 (pp. 45-56). Cham: Springer International Publishing.

39- Backers T, Fardin N, Dresen G, Stephansson O. Effect of loading rate on mode I fracture toughness, roughness and micromechanics of sandstone. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2003;40(3):425-33.

40- Huang X, Liu Z, Xie H. Recent progress in residual stress measurement techniques. Acta Mechanica Solida Sinica. 2013;26(6):570-83.

41- Yates JR, Zanganeh M, Tai YH. Quantifying crack tip displacement fields with DIC. Engineering Fracture Mechanics. 2010;77(11):2063-76.

42- Zhang R, He L. Measurement of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation method. Optics and Lasers in Engineering. 2012;50(7):1001-7.

43- Chang SH, Lee CI, Jeon S. Measurement of rock fracture toughness under modes I and II and mixed-mode conditions by using disc-type specimens. Engineering geology. 2002;66(1-2):79-97.

44- Zhang J, Little DN, Grajales J, You T, Kim YR. Use of semicircular bending test and cohesive zone modeling to evaluate fracture resistance of stabilized soils. Transportation Research Record. 2017;2657(1):67-77.

45- Ayatollahi MR, Saboori B. A new fixture for fracture tests under mixed mode I/III loading. European Journal of Mechanics-A/Solids. 2015;51:67-76.