



Analysis and Modeling of Damage and Crack Growth in Composite Workpieces under Machining Process using the Bond-Based Peridynamic Theory



ARTICLE INFO

Authors

Rashmehkarim.R.^{1*},
Jafari M.²
Heidari M.²

¹ Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

² Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

² Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

* Correspondence

Address: Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
rezarashmehkarim321@yahoo.com

How to cite this article

Rashmehkarim.R, Jafari M, Heidari M. Analysis and modeling of damage and crack growth in composite workpieces under machining process using the bond-based peridynamic theory. Proceedings of 3rd Iranian National Conference on Advanced Machining and Machine Tools (CAMMT). 2023;23(10):209-221.

ABSTRACT

Analyzing and modeling damage and crack growth in bodies and structures is one of the important issues in designing methods to prevent crack growth or stop it in order to avoid sudden fracture and increase the lifetime of structures. Extensive research has been performed in the field of modeling fracture, crack growth, and damage in bodies and structures. However, there are still many problems in modeling crack growth and damage in bodies with points of singularity and discontinuities. In recent years, a new theory called peridynamic has been proposed to model and analyze such problems. The formulation framework of peridynamic theory is based on integral equations. In addition, points of singularity and discontinuities and damage in the body and modeling them are another type of deformation and part of the structural equations of this theory. As a result, the peridynamic theory is used directly, without the need for additional relations to model crack growth in problems involving points of singularity and discontinuities. In this paper, a bond-based peridynamic modeling for unidirectional carbon fiber reinforced polymer material (UDCFRP) orthogonal cutting process is proposed, and the corresponding composite material bond failure criterion is also investigated for better revealing the machining mechanism of UD-CFRP machining. From comparing between simulation and experimental results, it can be indicated that the peridynamic modeling is capable for predicting the chip formation and surface crack and damages in UD-CFRP machining.

Keywords: Surface damage, Crack, CFRP Composite, Peridynamic Theory

ماهنامه علمی مهندسی مکانیک مدرس، ویژه نامه مجموعه مقالات سومین کنفرانس ملی ماشین‌کاری و ماشین‌های ابزار پیشرفته
مهر ۱۴۰۲، دوره ۲۳، شماره ۱۰، صفحه ۲۰۹-۲۲۱



تحلیل و مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در قطعه‌کار کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین‌کاری با استفاده از تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند



چکیده

تحلیل و مدل‌سازی نحوه رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه‌ها یکی از موارد مهم برای طراحی روش‌های جلوگیری از رشد ترک و یا توقف آن جهت جلوگیری از وقوع شکست ناگهانی و در نتیجه افزایش عمر سازه‌ها می‌باشد. تا کنون تحقیقات گسترده‌ای در زمینه مدل‌سازی شکست، رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه‌ها، توسط پژوهشگران صورت گرفته است. با وجود این پژوهش‌ها هنوز مشکلات زیادی در زمینه مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسامی که دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی‌ها می‌باشند، وجود دارد. در سال‌های اخیر نظریه جدیدی تحت عنوان تئوری پری‌داینامیک برای مدل‌سازی و تحلیل چنین مسائلی ارائه شده است. چارچوب فرمول‌بندی تئوری پری‌داینامیک بر اساس معادلات انتگرالی می‌باشد. همچنین نقاط منفرد، ناپیوستگی‌ها و آسیب در جسم و مدل‌سازی آن‌ها به عنوان نوعی دیگر از تغییر شکل و جزیی از معادلات ساختاری این تئوری می‌باشند. در نتیجه می‌توان از تئوری پری‌داینامیک بطور مستقیم و بدون نیاز به روابط تکمیلی جهت مدل‌سازی رشد ترک در مسائلی که شامل نقاط منفرد و ناپیوستگی‌ها هستند، استفاده کرد. در این پژوهش به ارزیابی تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل‌سازی آسیب در قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تک‌لایه تقویت شده با الیاف تک‌جهته کربن پرداخته شده است و نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج منابع در دسترس مورد مقایسه قرار گرفته شده است. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش می‌توان بیان کرد که تئوری پری‌داینامیک بخوبی و بدون تغییر در معیار و بدون نیاز به روابط تکمیلی قادر به تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک، آسیب و شکست در قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن می‌باشد. همچنین می‌توان بیان کرد که جهت الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی مورد نظر تاثیر بسزایی بر آسیب و رشد ترک ایجاد شده در آن و نیروی وارد بر آن از طرف ابزار طی فرآیند ماشین‌کاری دارد.

مشخصات مقاله

نویسنده‌ها

رضا رشمه کریم^{۱*}

محمد جعفری^۲

مهدي حیدری^۳

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

* نویسنده مسئول

آدرس: دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه

صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

rezarashmehkarim321@yahoo.com

کلیدواژه‌ها: آسیب سطحی، ترک، کامپوزیت پلیمری تقویت شده با الیاف کربن، تئوری پری‌داینامیک

۱- مقدمه

تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در سازه‌های مختلف یکی از مسائل مهم مکانیک شکست است. این مسئله به دلیل جلوگیری از وقوع شکست ناگهانی در اجسام و سازه‌ها از اهمیت بسیار بالایی برخوردار می‌باشد. با پیش بینی و کنترل جهت گیری رشد و گسترش آسیب و ترک در سازه و هدایت ترک و آسیب در راستای یک منحنی خاص می‌توان مانع از رسیدن آسیب و ترک به نواحی ضعیف سازه موردنظر و در نتیجه افزایش عمر سازه شد. در سال‌های اخیر مطالعات و پژوهش‌های زیادی در زمینه تحلیل و مدل‌سازی آسیب، رشد ترک و شکست در اجسام و سازه‌ها به خصوص پیش‌بینی و کنترل مسیر رشد ترک در اجسام و سازه‌ها تحت شرایط مختلف بارگذاری و ساختاری توسط بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌است. بطور کلی تئوری‌ها و روش‌هایی که تاکنون توسط پژوهشگران جهت تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در اجسام و سازه‌ها استفاده شده به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول، روش‌ها و مدل‌هایی بر مبنای تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته (تئوری کلاسیک مکانیک جامدات) و دسته دوم، روش‌هایی بر اساس تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند که هر کدام از این روش‌ها دارای نقص‌ها و مشکلات خاصی در زمینه تحلیل و مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در اجسام و سازه‌ها می‌باشند. به عنوان مثال، همانطور که می‌دانیم اساس فرمول‌بندی ریاضی تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته بر اساس معادلات مشتقات جزئی می‌باشد، بنابراین روش‌ها و مدل‌هایی که بر اساس تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته می‌باشند، نمی‌توانند بطور مستقیم برای تحلیل و مدل‌سازی اجسامی که دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی در هندسه جسم و یا میدان جابجایی هستند، بکار روند و نیاز به روابط و معیارهای تکمیلی و اضافی جهت تحلیل و مدل‌سازی چنین مسائلی دارند. در روش‌هایی بر مبنای تئوری مکانیک کلاسیک جامدات جهت مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسام اغلب از روش اجزای محدود و... استفاده می‌شود که برای استفاده از این روش باید محل اولیه ترک و مسیر رشد آن مشخص باشد که این امر موجب وابستگی شدید این روش‌ها به نوع مش و هندسه آن می‌شود. همچنین روش‌ها و مدل‌هایی که بر مبنای تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند و در زمینه تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در اجسام بکار می‌روند، دارای مشکلاتی مانند کوچک بودن مقیاس طولی و زمانی می‌باشند. در واقع مقیاس طولی که تئوری دینامیک مولکولی می‌تواند پوشش دهد، بسیار کمتر از ابعاد واقعی اجسام و سازه‌های مورد بررسی می‌باشد. همچنین مقیاس زمانی که در مدل‌ها بکار می‌رود، بسیار کوتاه است. از این رو، جهت تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک و شکست در اجسام و سازه‌ها در روش‌هایی که بر مبنای تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند، از نرخ بارگذاری‌های بسیار زیاد در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود که در واقعیت اینگونه نیست. محدودیت‌های روش‌های مرسوم در زمینه تحلیل آسیب، شکست و رشد ترک در اجسام و سازه‌های دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی انگیزه‌ای شد تا سیلینگ در سال ۲۰۰۰ طی مطالعه‌ای تحت عنوان بازنویسی فرمول‌بندی تئوری الاستیسیته برای ناپیوستگی‌ها و نیروهای بلند برد، نظریه جدیدی تحت عنوان تئوری پری‌دینامیک را ارائه کند که می‌تواند به خوبی شروع ترک

و شکست در سازه و گسترش آن در نقاط مختلف جسم و اثرات آن بر دینامیک سازه را در اجسام و سازه‌هایی که دارای هرگونه نقاط منفرد و ناپیوستگی‌ها هستند تحلیل و مدل‌سازی کند^(۱). فرمول‌بندی تئوری پری‌دینامیک بر پایه معادلات انتگرالی و انتگرالی-دیفرانسیلی می‌باشد. نقاط منفرد، ناپیوستگی‌ها و آسیب در اجسام و مدل‌سازی آن‌ها در تئوری پری‌دینامیک به عنوان نوعی دیگر از تغییر شکل در نظر گرفته شده و جزئی از معادله ساختاری این تئوری می‌باشند. به عبارتی دیگر در تئوری پری‌دینامیک بین نقاطی از جسم که جابجایی یا هر کدام از مشتقات جابجایی در آن نقطه ناپیوسته باشند، تمایزی وجود ندارد. همچنین در این تئوری نیاز به تعریف معیار جداگانه برای شروع ترک، رشد، رشد، چندشاخه شدن، ناپایداری، سرعت و جهت ترک نیست و تمام این پدیده‌ها در معادلات حرکت و معادلات ساختاری سازه در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه تئوری پری‌دینامیک می‌تواند بطور مستقیم و بدون نیاز به روابط تکمیلی جهت مدل‌سازی شکست، رشد ترک در مسائلی که اجسام و سازه‌ها دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی‌های مختلف می‌باشند، بکار رود. معادلات تئوری پری‌دینامیک با مفهوم پیوستگی در یک فاصله متناهی که خط افق (δ) نام دارد، گسترش یافته و بر اساس یک مدل از نیروهای داخلی میان ذرات موجود در جسم بیان می‌شوند که در آن نقاط مادی (ذرات) به طور مستقیم در فاصله‌ای نزدیک به هم نیرو وارد می‌کنند. درحالی که تئوری مکانیک کلاسیک جامدات بر اساس توزیع پیوسته جرم در یک جسم می‌باشد و بر این فرضیه استوار است که تمام نیروهای داخلی، نیروهای تماسی هستند که دو ذره در فاصله صفر از یکدیگر (دو ذره مجاور) بر هم وارد می‌کنند. با توجه به مطالب گفته‌شده، می‌توان نظریه مکانیک کلاسیک جامدات را حالت خاصی از تئوری پری‌دینامیک به شمار آورد. در واقع، زمانی که مقدار خط افق (δ) در تئوری پری‌دینامیک به صفر میل کند ($\delta \rightarrow 0$)، تئوری پری‌دینامیک به نظریه مکانیک کلاسیک جامدات همگرا می‌شود.

در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی روی مسائل مختلف مهندسی مکانیک در زمینه تحلیل رفتار الاستیک مواد، رفتار غیرخطی مواد^(۲)، رفتار پلاستیک^(۳)، رفتار ویسکوالاستیک^(۴،۵)، رفتار هاپیرالاستیک^(۶،۷) و مدل‌سازی آسیب، رشد ترک و شکست در آن‌ها با استفاده از تئوری پری‌دینامیک صورت گرفته است^(۸). به عنوان مثال، سیلینگ و عسکری^(۹) روش بدون مش بر پایه نظریه پری‌دینامیک را که برای حل عددی مسائل دینامیکی در این تئوری به کار می‌رود، ارائه نمودند. همچنین آن‌ها در این پژوهش، پایداری و دقت تئوری پری‌دینامیک را مورد بررسی قرار داده و با بررسی مثال‌هایی ویژگی‌های این تئوری را در مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در شکست ترد دینامیکی نشان دادند. اجرای تئوری پری‌دینامیک در کد دینامیک مولکولی در نرم افزار ای ام یو^(۱۰) و همچنین پیاده‌سازی نظریه پری‌دینامیک در نرم افزار لمپس^(۱۱) توسط سیلینگ و همکارانش از دیگر پژوهش‌های انجام شده در زمینه نظریه پری‌دینامیک می‌باشد. در سال ۲۰۰۷ سیلینگ و همکاران^(۱۲) به توسعه نظریه پری‌دینامیک و رفع محدودیت‌های آن پرداختند. آن‌ها تئوری پری‌دینامیک را بر اساس نیروی بین نقاط مادی (ذرات ماده) به سه مدل تقسیم کردند. مدل اول، تئوری پری‌دینامیک است که در آن نیروی

مدل سازی رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه های مختلف ناشی از پدیده برخورد و بارگذاری ضربه ای از دیگر پژوهش های انجام شده در زمینه تئوری پری دینامیک می باشد^(۲۸،۲۷). به عنوان نمونه سان و هوانگ^(۳۶) به مدل سازی آسیب در کامپوزیت چندلایه تحت ضربه با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداختند. لیو و همکاران^(۳۰) رشد ترک در تیر دارای ترک اولیه تحت بارگذاری خمش سه نقطه ای را با استفاده از تئوری پری دینامیک مورد بررسی قرار دادند. اکبری و کاظمی^(۳۱) با استفاده از تئوری پری دینامیک به مدل سازی رشد ترک در تیرهای ترک دار تحت ضربه پرداختند. آن ها در این پژوهش اثر مکان ترک، سرعت ضربه زننده و جنس تیر را بر نحوه رشد ترک در آن مورد بررسی قرار دادند.

یکی دیگر از زمینه هایی که در سال های اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است، تحلیل و مدل سازی رشد ترک و آسیب در سازه های کامپوزیتی با استفاده از تئوری پری دینامیک می باشد^(۳۲،۳۳). به عنوان مثال، ژو و همکاران^(۳۴)، با استفاده از تئوری پری دینامیک به مدل سازی آسیب و انتشار ترک در صفحه کامپوزیتی دارای پیش ترک تحت پدیده ضربه پرداختند. هو و همکاران^(۳۵)، طی پژوهشی با استفاده از تئوری پری دینامیک به تحلیل و مدل سازی رشد ترک در صفحه کامپوزیتی تک جهته دارای پیش ترک در مرکز آن پرداختند. آن ها در این پژوهش تاثیر پارامترهایی مانند جهت الیاف در صفحه کامپوزیتی و میزان شدت تنش اعمالی بر جسم را بر چگونگی رشد و انتشار ترک در صفحه کامپوزیتی مورد نظر مورد بررسی قرار دادند. قاجاری و همکاران^(۳۶) و همچنین تاستان و همکاران^(۳۷) در طی پژوهش هایی به بررسی رشد ترک و آسیب در مواد ارتوتروپیک پرداختند. دیارگولو و همکاران^(۳۸)، مدل سازی آسیب در کامپوزیت های چندلایه تحت بارگذاری انفجاری با استفاده از تئوری پری دینامیک را مورد بررسی قرار دادند. چنگ و همکاران طی پژوهش های^(۳۹،۴۰) به مدل سازی رشد ترک و شکست در مواد مدرج تابعی و بررسی عوامل موثر بر آن با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداختند. مادنسی و همکاران^(۴۱) در پژوهشی دیگر به تحلیل و مدل سازی رشد ترک در صفحه کامپوزیتی چند لایه با الیاف منحنی با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداخته شده است. در این مقاله، پس از ارائه مقدمات در بخش اول، در بخش دوم به معرفی اصول و روابط حاکم بر تئوری پری دینامیک پرداخته شده است و در بخش سوم مثال های عددی معرفی شده و به تحلیل و مدل سازی آن ها پرداخته شده است. در نهایت در بخش آخر جمع بندی و نتیجه گیری نهایی مربوطه بیان شده است.

۲- تئوری پری دینامیک

هر جسم در تئوری پری دینامیک از تعداد بسیار زیادی نقاط مادی (ذرات) تشکیل شده است که در هر لحظه از زمان هر یک از این نقاط مادی دارای موقعیت خاصی می باشند. تئوری پری دینامیک، حرکت و تغییر شکل جسم و آسیب و رشد ترک در آن را با توجه به اثر متقابل و تعامل بین نقطه مادی $x_{(k)}$ با بسیاری از نقاط مادی (ذرات) احتمالی دیگر از جسم مانند $x_{(j)}$ ($j = 1, 2, 3, \dots, \infty$) تحلیل و مدل سازی می کند. در نتیجه تعداد بی شماری از اثرات

پیوند بین دو نقطه مادی در راستای خط واصل آن دو نقطه مادی مورد نظر و مستقل از پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می باشد. مدل دوم، تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت نوع اول (حالت- مبنا نوع معمولی) است که در آن نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در راستای خط واصل آن دو نقطه مادی و وابسته به پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می باشد. مدل سوم، تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم (حالت- مبنا نوع مضاعف) است که نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در هر راستایی می تواند باشد و وابسته به پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می باشد. ها و بوبارو طی پژوهش هایی به مدل سازی رشد ترک و شکست ترد دینامیکی و تحلیل عوامل موثر بر نحوه رشد ترک در جسم با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداختند^(۱۵،۱۴). آگوی و همکاران^(۱۶) به مقایسه نتایج تحلیل و مدل سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری دینامیک را با نتایج حاصل از روش المان محدود توسعه یافته و مدل های ناحیه چسبیده پرداخت. نتایج حاصل از این پژوهش حاکی از آن است که سرعت های محاسبه شده برای رشد ترک در تمام روش ها تقریباً برابر است. با این حال پیش بینی شکست مسیره های رشد ترک و چندشاخه شدن آن توسط تئوری پری دینامیک به مشاهدات تجربی نزدیک تر است. سیلینگ و همکاران^(۱۷) شرطی برای شروع ترک و جواهر زنی آن در جسم الاستیک ارائه کردند. آن ها نشان دادند که برای رشد ترک تنها نیاز به داشتن پارامتر بحرانی شکست در ماده هستیم. این پارامتر در مواد ترد، تغییر طول بحرانی بردار پیوند میان نقاط مادی تشکیل دهنده جسم می باشد. ژائو و همکاران^(۱۸) طی پژوهشی به مدل سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند در مسائل مختلف پرداختند. آن ها در این پژوهش نشان دادند که تئوری پری دینامیک بدون تغییر در معیار قادر به تحلیل و پیش بینی مسیر رشد ترک در مسائل و حالت های مختلف می باشد. ژائو و همکاران^(۱۹) تئوری پری دینامیک و روش المان محدود توسعه یافته را در مدل سازی رشد ترک در مسائل شبه استاتیکی مورد مقایسه قرار دادند. آن ها در این پژوهش نشان دادند که نتایج حاصل از مدل سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری دینامیک به نتایج تجربی نزدیک تر است. شفیع^(۲۰) در پژوهشی دیگر به مدل سازی رشد ترک در حالت دو بعدی با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداخت. وی در این پژوهش اثر شدت تنش اعمالی بر جسم و زاویه پیش ترک در جسم را بر چگونگی انتشار ترک در آن مورد بررسی قرار داد. هوانگ و همکاران^(۲۱) به پیاده سازی تئوری پری دینامیک بر پایه روش المان محدود در نرم افزار آباکوس پرداختند. باسقلو و همکاران^(۲۲) اثر ترک های کوچک بر نحوه رشد ترک ناشی از پیش ترک اولیه در جسم را با استفاده از تئوری پری دینامیک مورد بررسی قرار دادند. وانگ و همکاران^(۲۳) به مدل سازی رشد ترک تحت شوک حرارتی و بررسی عوامل موثر بر آن با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداختند. مهرمهدی و همکاران^(۲۴) عملکرد تئوری پری دینامیک و روش میدان فاز در مدل سازی رشد ترک مورد مقایسه قرار دادند. انبارلویی و تودشکی^(۲۵) به مدل سازی آسیب و نحوه گسترش آن در فولادهای دوفازی با استفاده از تئوری پری دینامیک پرداختند. کارپنکو و همکاران^(۲۶) در پژوهشی دیگر اثر ابعاد نقص ها در جسم و همچنین نحوه چیدمان ترک های کوچک در جسم را بر چگونگی انتشار ترک ناشی از پیش ترک اولیه مورد بررسی قرار دادند.

و y' به ترتیب مکان نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر (بعد از تغییرشکل) باشند، داریم که:

$$y = x + u(x, t), \quad y' = x' + u(x', t) \quad (3)$$

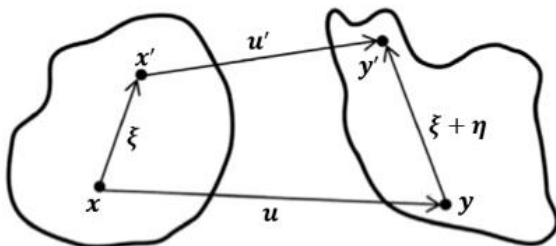
جابه جایی نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر به صورت زیر تعریف می شود:

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad (4)$$

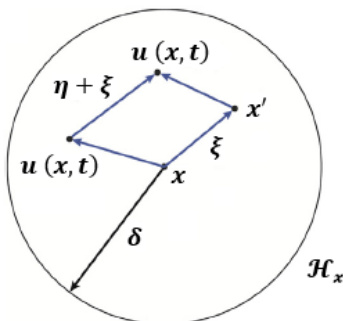
لازم به ذکر است که بردار موقعیت نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر مطابق شکل (۲) برابر با بردار $\xi + \eta$ می باشد. ارتباط بین بردارهای مکان نقاط مادی x و x' در پیکربندی مرجع و مکان آنها در پیکربندی حاضر در شکل (۳) نشان داده شده است. معادله حرکت هر نقطه مادی x در تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند به صورت زیر است و می توان با استفاده از رابطه (۴) می توان شتاب نقاط مادی جسم را در هر لحظه دلخواه (t) تعیین نمود:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_{\mathcal{H}_x} f(\eta, \xi) dv_{\mathcal{H}_x} + b(x, t) \quad (5)$$

در رابطه (۵)، t ، بیانگر زمان، ρ ، چگالی جرمی جسم در پیکربندی مرجع، ξ ، بردار پیوند میان دو نقطه مادی x و x' ، η ، جابجایی نسبی دو نقطه مادی x و x' و b ، نیروی حجمی اعمال شده به جسم می باشد و تابع برداری f ، نیرویی است که ذره x' به ذره x وارد می کند و تابع نیروی جفتی نامیده می شود. این نیروی تابعی از جابه جایی نسبی و موقعیت نسبی نقاط مادی x و x' است و شامل همه خواص ساختاری ماده می باشد. لازم به ذکر است که در رابطه (۴)، انتگرال روی ناحیه \mathcal{H}_x یا همان همسایگی نقطه مادی x گرفته می شود.



شکل ۲- مفهوم تغییرشکل پیکربندی مرجع در تئوری پری دینامیک



شکل ۳- ارتباط بین بردارهای پیوند و بردارهای جابجایی نقاط مادی x و x' پس از تغییر شکل

همانطور که گفته شد، نقاطی که خارج از همسایگی نقطه مادی x قرار دارند پیوندی با نقطه مادی x ندارند. به عبارتی دیگر مقدار نیروی پیوند میان نقطه مادی x و نقاط مادی خارج از خط افق (همسایگی) نقطه مادی x ، برابر با صفر می باشد. بنابراین می توان نوشت:

$$|\xi| > \delta \rightarrow f(\eta, \xi) = 0, \quad \forall \xi, \eta \quad (6)$$

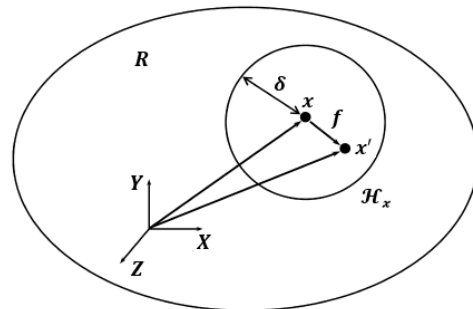
متقابل می توانند بین نقاط مادی $x_{(k)}$ و نقاط مادی دیگر وجود داشته باشد، در تئوری پری دینامیک فرض می شود که محدوده تعامل نقطه مادی $x_{(k)}$ توسط خط افق (δ)، با نقاط مادی دیگر تعیین شود ($\delta > 0$) و همچنین تمام نقاط مادی که در فاصله ای کمتر از خط افق (δ) از نقطه $x_{(k)}$ می باشند، خانواده یا همسایگی نقطه $x_{(k)}$ نامیده می شوند و با $\mathcal{H}_{x_{(k)}}$ نشان داده می شوند و همچنین فرض می شود که اثر نقاط مادی در تعامل با نقطه مادی $x_{(k)}$ در فرائز از ناحیه فامیلی $\mathcal{H}_{x_{(k)}}$ ، محو می شوند. در تئوری پری دینامیک، تعامل نقطه مادی x با نقطه مادی دیگر x' درون خانواده \mathcal{H}_x ، از طریق بردار ξ ، که بردار پیوند نامیده دارد، نشان داده می شود. بنابراین بی شمار پیوند بین نقطه مادی x و نقاط مادی درون خانواده اش وجود دارد. با توجه به مطالب گفته شده، خانواده یا همسایگی نقطه مادی x با استفاده از رابطه زیر تعریف می شود [۱]:

$$\mathcal{H}_x = \{x' \in B \mid 0 < |x' - x| \leq \delta\} \quad (1)$$

با توجه به رابطه (۱)، خانواده نقطه مادی x ، در حالت سه بعدی ناحیه ای به صورت کره ای به مرکز x و به شعاع خط افق (δ) و در حالت دو بعدی، خانواده نقطه مادی x ، به صورت دایره ای به مرکز x و به شعاع خط افق (δ) و در حالت یک بعدی، خانواده نقطه مادی x ، به صورت یک خط به طول خط افق (δ) می باشد. همانطور که گفته شد در این تئوری عکس العمل بین هر دو ذره x و x' بردار پیوند نامیده می شود. همانطور که پیش تر اشاره شد، نقاطی که خارج از خط افق نقطه مادی x یا به عبارتی دیگر خارج از خانواده یا همسایگی نقطه مادی x هستند، پیوندی با نقطه مادی x ندارند. بردار پیوند یا که همان بردار موقعیت نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی مرجع (قبل از تغییر شکل) می باشد، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\xi = x' - x \quad (2)$$

مفهوم همسایگی نقطه مادی x و همچنین مفهوم بردار پیوند میان دو نقطه مادی x و x' در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱- مفهوم همسایگی نقطه مادی x و بردار پیوند میان نقاط مادی x و x'

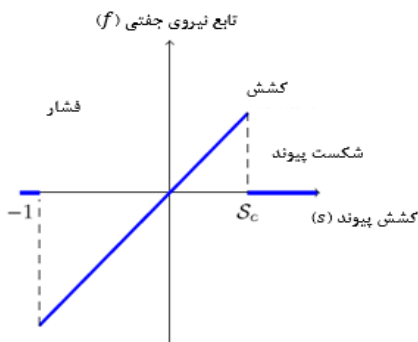
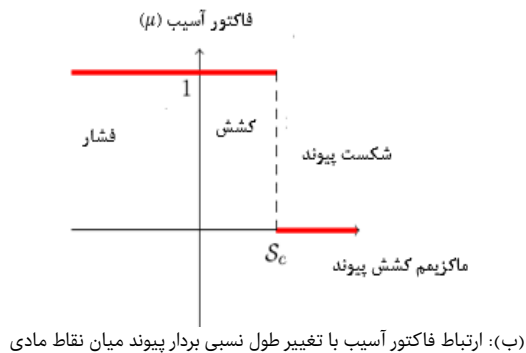
یکی از مفاهیم اساسی در نظریه پری دینامیک این است که پس از تغییر شکل پیکربندی مرجع، علاوه بر تغییر شکل بردار پیوند میان نقطه مادی نقاط مادی، خانواده نقطه مادی x نیز تغییر می کند. در شکل (۲) مفهوم تغییرشکل بردار پیوند و خانواده نقطه مادی x ، پس از تغییر شکل پیکربندی مرجع و همچنین بردارهای $u(x, t)$ و $u(x', t)$ که بردار جابجایی نقاط مادی x و x' نسبت به پیکربندی مرجع می باشند، نشان داده شده است. اگر y

در رابطه (۱۶)، s_0 ، تغییر طول نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی نام دارد. بنابراین با توجه به مطالب گفته شده و رابطه (۱۶) زمانی که تغییر طول نسبی بردار پیوند میان دو نقطه مادی از تغییر نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی بیشتر شود، پیوند میان آن دو نقطه مادی از هم گسسته و آسیب رخ می دهد. ارتباط تابع نیروی جفتی و فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی در شکل (۴) نمایش داده شده است.

مفهوم آسیب و شکست محلی برای هر نقطه مادی x در تئوری پری داینامیک به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varphi(x, t) = 1 - \frac{\int_{H_x} \mu(x, t, \xi) dv_\xi}{\int_{H_x} dv_\xi} \quad (17)$$

با توجه به اینکه طبق رابطه (۱۴)، مقدار $\mu(t, \xi)$ بین صفر تا یک تغییر می کند، بنابراین مقدار $\varphi(x, t)$ در رابطه (۱۵) بین صفر تا یک متغیر می باشد. در واقع، مقدار صفر برای تابع $\varphi(x, t)$ بیانگر سالم بودن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x و مقدار یک به معنای از بین رفتن و شکسته شدن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x می باشد. مفهوم آسیب و شکست محلی در تئوری پری داینامیک در شکل (۵) نشان داده شده است [4]. لازم به ذکر است که در این پژوهش مقدار شاخص آسیب محلی (φ) در تئوری پری داینامیک برابر با مقدار 0.38 در نظر گرفته شده است، یعنی برای رشد ترک، تنها نیاز به از بین رفتن 38 درصد از پیوندهای میان یک نقطه مادی با دیگر نقاط مادی در همسایگی آن نقطه مادی است، تا جدایش و به دنبال آن رشد ترک و شکست در ماده رخ دهد.



شکل ۴- نمایش ارتباط تابع نیروی جفتی و فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی

قانون سوم نیوتن و شرط بقای مومنتوم خطی و زاویه ای شکل کلی تابع نیروی جفتی (f) میان نقاط مادی را تعیین می کند. طبق این قانون نیرویی که نقطه مادی x به نقطه مادی x' وارد می کند، برابر و در خلاف جهت نیرویی است که نقطه مادی x' به نقطه مادی x ، وارد می کند، لذا داریم که [4]:

$$f(-\eta, \xi) = -f(\eta, \xi) \quad , \quad \forall \xi, \eta \quad (7)$$

لازم به ذکر است که رابطه (۷) شرط بقای مومنتوم خطی را روی بردار نیروی جفتی (f) میان دو نقطه مادی x و x' را نیز ارضا می کند. با استفاده از قانون بقای مومنتوم زاویه ای داریم که:

$$(\xi + \eta) \times f(\eta, \xi) = 0 \quad , \quad \forall \xi, \eta \quad (8)$$

با توجه به رابطه (۸) در می یابیم که در تئوری پری داینامیک بردار نیروی بین دو نقطه مادی، موازی بردار نسبی آن ها در پیکربندی حاضر (بعد از تغییر شکل) می باشد.

در تئوری پری داینامیک یک ماده میکروالاستیک است، اگر داشته باشیم که:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\partial w}{\partial \eta}(\eta, \xi) \quad (9)$$

در رابطه (۹)، w ، تابع میکروپتانسیل و تابعی اسکالر می باشد که انرژی درون هر پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک را تعیین می کند. با توجه به رابطه (۹)، انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک بصورت زیر بدست می آید:

$$W = \frac{1}{2} \int_{H_x} \omega(\eta, \xi) dv_\xi \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، ضریب 1/2 ظاهر می شود، زیرا هر نقطه مادی در ابتدا و انتهای بردار پیوند فقط دارای نیمی از انرژی درونی پیوند موردنظر می باشد. کار انجام شده توسط نیروهای خارجی روی یک جسم میکروالاستیک در تئوری پری داینامیک بدون اتلاف به انرژی جنبشی یا چگالی انرژی کرنشی تبدیل می شود. در واقع با استفاده از این می توانیم رفتار ساختاری مواد الاستیک در تئوری کلاسیک مکانیک جامدات و تئوری پری داینامیک را مقایسه و انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان نقاط مادی را بدست آوریم.

با توجه به مفاهیم گفته شده تابع نیروی جفتی موجود در بردار پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک را می توان بصورت زیر در نظر گرفت:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} f(|\eta + \xi|, \xi) \quad , \quad \forall \xi, \eta \quad (11)$$

تغییر طول نسبی بردار پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک به صورت زیر تعریف می شود:

$$s = \frac{|\eta + \xi| - |\xi|}{|\xi|} = \frac{|y' - y| - |x - x'|}{|x - x'|} \quad (12)$$

بنابراین داریم:

$$f(|\eta + \xi|, \xi) = g(s) \mu(t, |\xi|) \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، g ، یک تابع اسکالر می باشد و برابر است با:

$$g(s) = cs \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، c ، میکرومدول ماده در تئوری پری داینامیک می باشد که وابسته به جنس و ساختار ماده است. بنابراین تابع نیروی جفتی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} cs \mu(x, t, \xi) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)، $\mu(x, t, \xi)$ ، یک تابع اسکالر وابسته به زمان که مقدار آن صفر یا یک می باشد و بصورت زیر تعریف می شود:

$$\mu(t, \xi) = \begin{cases} 1, & s(t, \xi) < s_0 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (16)$$

$$W_{3D} = \int_{\mathcal{H}_x} \omega dv_\xi = \frac{1}{2} \int_0^\delta \left(\frac{cs^2\xi}{2} \right) 4\pi\xi^2 d\xi = \frac{\pi cs^2\delta}{4} \quad (۲۳)$$

همانطور که می دانیم، چگالی انرژی کرنشی در تئوری کلاسیک مکانیک جامدات از رابطه زیر بدست می آید:

$$W_e = \frac{1}{2} \{\sigma\}^T \{\gamma\} = \frac{9ks^2}{2} \quad (۲۴)$$

با برابر قرار دادن چگالی انرژی کرنشی بدست آمده ادر تئوری کلاسیک مکانیک جامدات و تئوری پری داینامیک در شرایط یکسان مقدار پارامتر میکرومدول در تئوری پری داینامیک به صورت زیر بدست می آید:

$$c = \frac{18k}{\pi\delta^4} \quad \text{for } 3D \quad (۲۵)$$

$$c = \frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)} \quad \text{for } 2D \quad (۲۶)$$

با توجه به مفاهیم و روابط گفته شده، انرژی لازم برای شکسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی x و x' به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\omega_0(\xi) = \int_0^{s_0} g(s)(\xi ds), \xi = |\xi| = \frac{cs_0^2\xi}{2} \quad (۲۷)$$

انرژی لازم برای شکسته شدن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x در تئوری پری داینامیک برای حالت دو بعدی و سه بعدی به ترتیب با استفاده از روابط زیر بدست می آید:

$$G_{02D} = 2t \int_0^\delta \int_0^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{cs_0^2\xi}{2} \right) \sin\theta d\theta d\xi dz = \frac{\pi cs_0^2 t \delta^4}{4} \quad (۲۸)$$

$$G_{03D} = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{cs_0^2\xi}{2} \right) \sin\theta d\theta d\xi d\theta dz = \frac{\pi cs_0^2 \delta^5}{10} \quad (۲۸)$$

با توجه به روابط اخیر مقدار تغییر طول نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی (s_0) در حالت دو و سه بعدی برابر است با [۳۵]:

$$s_0 = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad \text{for } 2D \quad (۲۹)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{10G_0}{\pi c\delta^5}} = \sqrt{\frac{5\pi G_0}{9k\delta}} \quad \text{for } 3D \quad (۳۰)$$

اوترکاس و ماندنسی در مرجع^(۴۳) فرمول بندی لازم برای تحلیل و مدل سازی صفحه و اجسام کامپوزیتی تک لایه تقویت شده با الیاف تک جهت را ارائه دادند. طبق پژوهش آن ها در جسم کامپوزیتی تک لایه تقویت شده با الیاف تک جهت، نقاط مادی در جسم به دو دسته نقاط مادی در جهت الیاف و نقاط مادی در جهت ماده زمینه تقسیم می شوند. در نتیجه جهت تحلیل و مدل سازی جسم کامپوزیتی تک لایه دو نوع بردار پیوند میان نقاط مادی در جسم کامپوزیتی تک لایه تقویت شده با الیاف تحت عنوان بردار پیوند در جهت الیاف و بردار پیوند در جهت ماده زمینه در نظر خواهد گرفته شد. در شکل های (۶) و (۷) به ترتیب نحوه قرارگیری بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه در جسم کامپوزیتی تک لایه و ارتباط بین نیروی موجود در بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه با کشش بردار پیوند در این جهت های مورد نظر نشان داده شده است.

جهت تعریف خواص مکانیکی و مشخص کردن نیروی موجود در بردار پیوند میان نقاط مادی در جهت الیاف و ماده زمینه پارامترهای میکرومدول ماده در جهت الیاف و در جهت ماده زمینه در جسم کامپوزیتی تک لایه تقویت شده با الیاف تک جهت به صورت زیر تعریف می شوند:

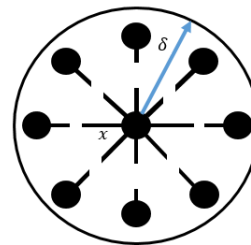
با توجه به اینکه در تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند ذرات تنها از طریق نیروهای پیوندهای میان یکدیگر می توانند به یکدیگر نیرو وارد کنند. بنابراین یک ذره بدون پیوند تبدیل به یک ذره آزاد می شود. برای دربر گرفتن نیروهای تماسی و جلوگیری از برهم نهی، نیروهای رانشی کوتاه برد معرفی شدند. این نیروها با نیروهای جفتی جمع شده و کل نیروی وارد بر یک ذره از جسم را مشخص می کند. این نیروی رانشی از رابطه زیر بدست می آید [۳۳]:

$$f_s(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \min \left\{ 0, \frac{c_s}{\delta} (|\xi + \eta| - d_s) \right\} \quad (۱۸)$$

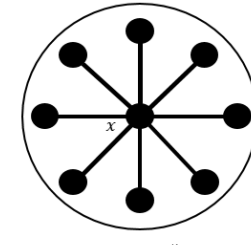
پارامتر d_s در رابطه (۱۸) مقدار از رابطه زیر بدست می آید:

$$d_s = \min \{ 0.9|\xi|, 1.35 \} (r_s + r_s') \quad (۱۹)$$

که در روابط (۱۸) و (۱۹)، $f_s(\eta, \xi)$ ، نیروی رانشی کوتاه برد می باشد و r_s شعاع گره نام دارد و نصف ضلع مکعب گره یعنی مقدار $\Delta x/2$ انتخاب می شود. مقدار c_s نیز معمولا برابر با $c_s = 15c$ انتخاب می شود.



φ = 1 : (ب)



φ = 0 : (الف)

شکل ۵- نمایش آسیب محلی برای نقطه مادی x

با توجه به روابط فوق و مقایسه نظریه پری داینامیک و تئوری کلاسیک مکانیک جامدات تابع نیروی جفتی موجود در پیوند میان دو نقطه مادی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f = cs, \quad \eta = s\xi \Rightarrow f = \frac{c\eta}{\xi} \quad (۲۰)$$

با توجه به روابط فوق، تابع میکروپتانسیل بصورت زیر تعریف می شود:

$$w = \int_0^\eta \frac{c\eta}{\xi} d\eta = \frac{c\eta^2}{2\xi} = \frac{cs^2\xi}{2} \quad (۲۱)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه (۱۰)، انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک برای حالت دوبعدی و سه بعدی به ترتیب با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) بصورت زیر بدست می آید [۳۵]:

$$W_{2D} = \frac{1}{2} t \int_0^\delta \left(\frac{cs^2\xi}{2} \right) 2\pi\xi d\xi = \frac{\pi cs^2\delta^3 t}{6} \quad (۲۲)$$

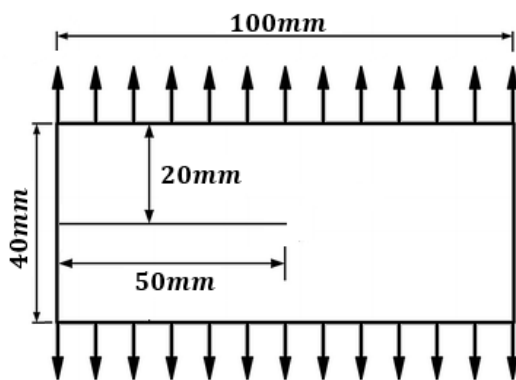
برای حل قسمت دیفرانسیلی (سمت چپ) معادله (۳۳) از الگوریتم سرعت ولت استفاده می‌شود. این الگوریتم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{(k)}^{n+\frac{1}{2}} &= \dot{u}_{(k)}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{(k)}^n \\ u_{(k)}^{n+1} &= u_{(k)}^n + \Delta t \dot{u}_{(k)}^{(n+1)/2} \\ \ddot{u}_{(k)}^{n+1} &= \ddot{u}_{(k)}^{(n+1)/2} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{(k)}^{n+1} \end{aligned} \quad (35)$$

که در روابط فوق، u ، \dot{u} و \ddot{u} به ترتیب بردار جابه جایی، سرعت و شتاب هستند. در واقع با استفاده از روابط فوق می‌توان شتاب، سرعت و جابه جایی را برای k امین نقطه مادی از جسم را محاسبه نمود.

۳- مثال‌های عددی

در این بخش، در ابتدا جهت اعتبار سنجی کد نوشته شده در نرم افزار لمپس جهت مدل‌سازی رشد ترک در اجسام با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند به مدل‌سازی رشد ترک دینامیکی در یک صفحه مستطیلی شکل که دارای یک پیش ترک افقی می‌باشد، پرداخته شده‌است. صفحه مستطیلی موردنظر از جنس *Duran glass50* که خواص آن در جدول (۱) بیان شده است. مقادیر طول و عرض صفحه مستطیلی موردنظر به ترتیب برابر با $0.1m$ و $0.04m$ می‌باشند. هندسه صفحه مستطیلی مورد نظر به صورت شماتیک در شکل (۸) نشان داده شده است. مطابق با شکل (۷)، طول پیش ترک افقی صفحه مستطیلی موردنظر برابر با $a = 0.05m$ می‌باشد و مرزهای بالا و پایین جسم تحت تنش کششی یکنواخت $12Mpa$ قرار دارند. به منظور گسسته‌سازی صفحه مستطیلی موردنظر برای تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک در آن با استفاده از تئوری پری‌دینامیک، صفحه موردنظر به شبکه‌های مربعی شکل با طول ضلع $\Delta x = 0.0005m$ تقسیم می‌شود. در این پژوهش مقادیر خط افق و گام زمانی جهت مدل‌سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی موردنظر با استفاده از تئوری پری-دینامیک مبتنی بر پیوند به ترتیب برابر با $\delta = 4\Delta x$ و $\Delta t = 50ns$ در نظر گرفته شده‌است. نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی موردنظر در این بخش در شکل (۹) نشان داده شده است.

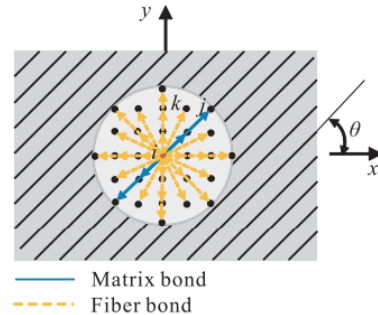


شکل ۸) نمایش صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی تحت تنش یکنواخت

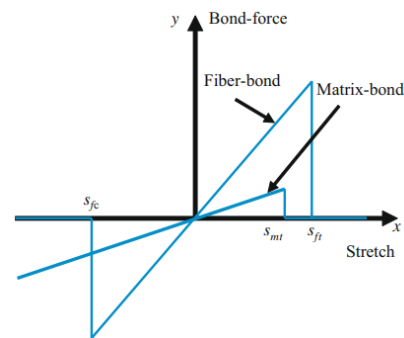
$$c_f = \frac{2E_1(E_1 - E_2)}{(E_1 - \frac{1}{9}E_2) \sum_{j=1}^M \varepsilon_{ji} V_j} \quad (31)$$

$$c_m = \frac{8E_1 E_2}{(E_1 - \frac{1}{9}E_2) h \pi \delta^3} \quad (32)$$

که در روابط فوق، E_1 و E_2 خواص مکانیکی جسم کامپوزیتی موردنظر، h ضخامت جسم کامپوزیتی موردنظر و δ مقدار خط افق می‌باشد. جزئیات محاسبه s_{fc} ، s_{mt} ، s_{ft} در مرجع (۴۳) بیان شده است.



شکل ۶) نحوه قرارگیری بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه در جسم کامپوزیتی تک لایه



شکل ۷) ارتباط بین نیروی موجد در بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه با تغییر طول بردار پیوند

۲-۱- گسسته‌سازی فرمول‌بندی تئوری پری‌دینامیک

حل عددی معادله (۵) در تئوری پری‌دینامیک با استفاده از روش بدون مش انجام می‌شود. در این روش ابتدا کل جسم به نقاط گرهی تقسیم می‌شوند که هر گره در پیکربندی مرجع حجم مشخصی دارد. حجم گره‌ها می‌تواند غیریکنواخت باشد که برای سادگی حل گره‌ها به صورت مکعبی به ضلع Δx در نظر گرفته می‌شوند. در واقع Δx فاصله طولی یا عرضی نقاط مادی در تئوری پری‌دینامیک می‌باشد. شکل گسسته معادله (۴) در تئوری پری-دینامیک با استفاده از روش انتگرال‌گیری نقطه میانی به صورت زیر است [15]:

$$\rho \ddot{u}_i = \sum_j f(u_j^n - u_i^n, x_j - x_i) V_j + b_i^n \quad (33)$$

که در رابطه (۳۳)، $u_i^n = u(x_i, t^n)$ ، جابه جایی گره i ام در زمان t^n که شماره گام زمانی است، می‌باشد. همچنین در رابطه فوق، V_j حجم گره j ام می‌باشد. لازم به ذکر است که حجم گره در حالت دو بعدی و یک بعدی به ترتیب سطح گره و طول گره خواهد بود. سمت چپ معادله (۳۳) را می‌توان با استفاده از رابطه تفاضل مرکزی صریح جایگزین کرد:

$$\ddot{u}_i^n = \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (34)$$

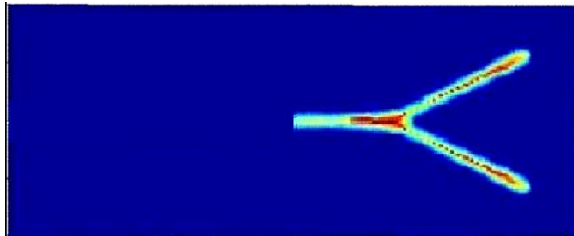
جدول (۱) خواص مکانیکی ماده Duran glass 50

چگالی (ρ)	2235 kg/m ³
مدول یانگ (E)	65GPa
نسبت پواسون (ν)	0.3
انرژی شکست (G_0)	204 J/m ²

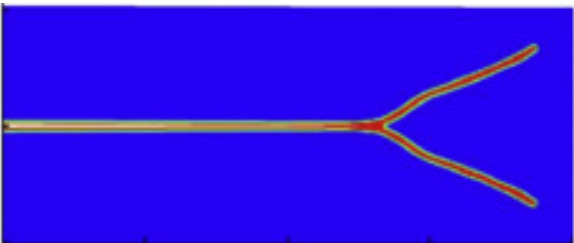
جدول (۲) زمان و مکان انشعاب مسیر ترک در صفحه مستطیلی موردنظر تحت تنش یکنواخت 12Mpa

پدیده انشعاب ترک		پژوهش حاضر شفیعی ^(۳۰) ها و بوبارو ^(۱۷)
زمان انشعاب ترک	مکان انشعاب ترک	
25μs	0.019m	
25μs	0.019m	
28μs	0.021m	

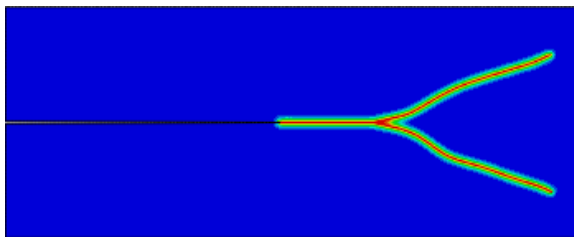
لازم به ذکر است که در شکل (۱۰) به مقایسه نتیجه حاصل از مدل سازی رشد ترک در این پژوهش با نتایج حاصل در مراجع و پرداخته شده است. همچنین در جدول (۲) مکان و زمان پدیده انشعاب و چندشاخه شدن مسیر رشد ترک ترک در صفحه مستطیلی موردنظر بیان شده است.



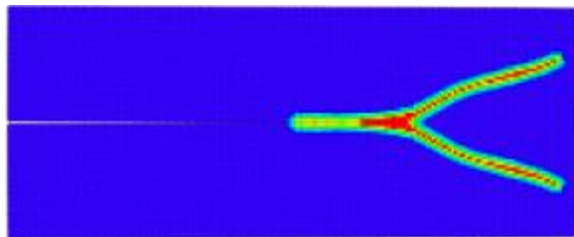
(د): تئوری پری داینامیک در پژوهش شفییعی^(۳۰)



(ج): تئوری پری داینامیک در پژوهش ها و بوبارو^(۱۷)

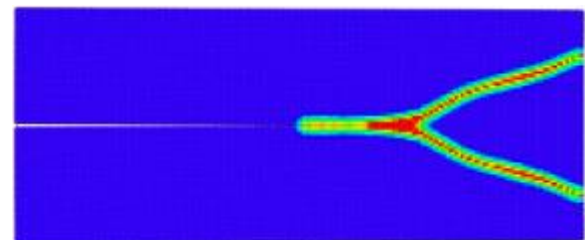


(ب): روش میدان فاز (پژوهش حاضر)

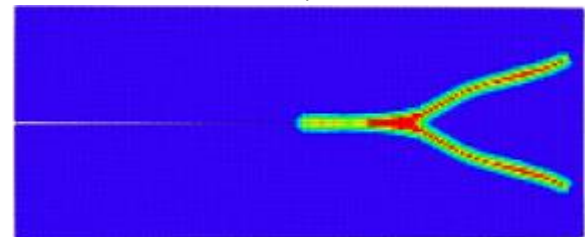


(الف): تئوری پری داینامیک (پژوهش حاضر)

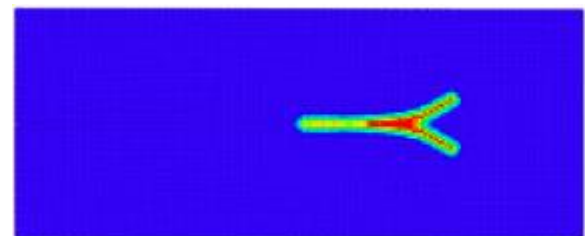
شکل (۱۰) مقایسه نتایج حاصل از رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی تحت تنش 12Mpa



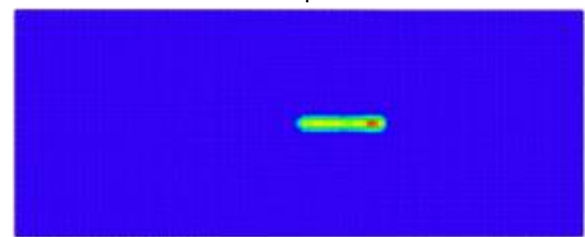
52μs



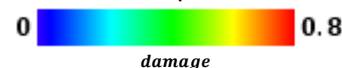
46μs



30μs



20μs

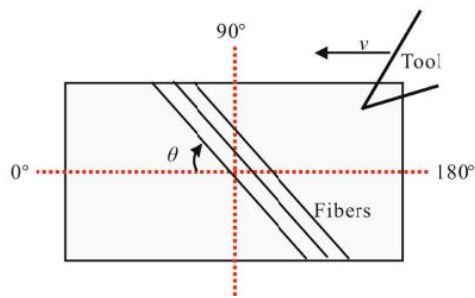


شکل (۹) مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی موردنظر تحت تنش یکنواخت 12Mpa

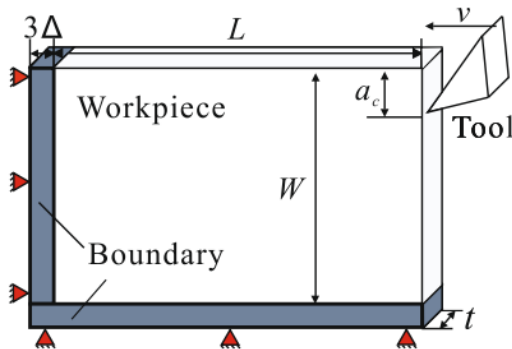
با توجه به شکل (۱۰) و جدول (۲) می توان بیان کرد که کد نوشته شده در نرم افزار لمپس جهت تحلیل و مدل سازی رشد ترک و آسیب در اجسام با استفاده از تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند در این پژوهش از دقت مناسبی برخوردار است.

۲-۳- تحلیل و مدل سازی آسیب در قطعه کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین کاری

در این قسمت به ارزیابی تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل سازی آسیب در قطعه کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن تحت فرآیند ماشین کاری پرداخته شده است و نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل سازی آسیب در قطعه کار کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین کاری با استفاده از تئوری پری داینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم



(ب): نحوه قرارگیری الیاف در قطعه کار کامپوزیتی موردنظر و زاویه الیاف با محورهای مختصات



(الف): هندسه قطعه کار کامپوزیتی و ابزار و شرایط فرآیند ماشینکاری در پژوهش حاضر

شکل ۱۲) نمایش شماتیک هندسه قطعه کار کامپوزیتی و ابزار در فرآیند ماشین کاری در پژوهش حاضر

با توجه به شکل (۱۵) می توان بیان کرد که تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند قادر به پیش بینی و تعیین نیروی وارد بر قطع کار کامپوزیتی موردنظر تحت فرآیند ماشین کاری می باشد. همچنین می توان بیان کرد که زاویه قرارگیری الیاف در قطعه کار کامپوزیتی تاثیر بسزایی بر نیروی وارد بر آن تحت فرآیند ماشین کاری دارد و با تغییر زاویه الیاف در قطعه کار کامپوزیتی نیروی وارد بر آن طی فرآیند ماشین کاری نیز تغییر خواهد کرد. لازم به ذکر است که با توجه به شکل (۱۵) می توان بیان کرد که کمترین و بیشترین میزان نیروی وارد بر قطعه کار در طول فرآیند ماشین کاری به ترتیب زمانی می باشد که جهت قرارگیری الیاف در قطعه کار کامپوزیتی موردنظر به ترتیب برابر با و است.

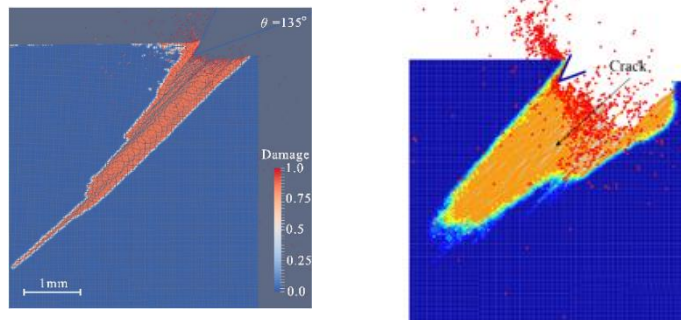
در مرجع^(۱۲) مورد مقایسه قرار گرفته شده است. خواص مکانیکی قطعه کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن در پژوهش حاضر در جدول (۳) بیان شده است و هندسه قطعه کار کامپوزیتی موردنظر و شرایط مرزی و نحوه فرآیند ماشین کاری در این پژوهش و همچنین جهت قرارگیری الیاف در قطعه کار کامپوزیتی در پژوهش حاضر و زاویه آن با محورهای مختصات در شکل (۱۲) نشان داده شده است. طول (L)، عرض (t) و ارتفاع (W) قطعه کار کامپوزیتی موردنظر به ترتیب برابر با 1mm ، 8mm و 8mm می باشد. همچنین سرعت پیش روی ابزار (v) و عمق ماشین کاری (a_c)، زاویه براده برداری (β) و زاویه ابزار (α) به ترتیب برابر با 0.2mm ، 0.6m/min ، 25° و 20° می باشند.

جهت بررسی تاثیر زاویه الیاف در جسم بر نیروی وارد بر آن از طرف ابزار طی فرآیند ماشین کاری در پژوهش حاضر زاویه الیاف در قطعه کار کامپوزیتی موردنظر در چهار حالت متفاوت که به ترتیب برابر با 0° ، 45° ، 90° و 135° می باشند، در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از ماشین کاری قطعه کار کامپوزیتی موردنظر در حالت آزمایشگاهی و تئوری پری دینامیک به ازای جهت های متفاوت الیاف به ترتیب در شکل های (۱۳) و (۱۴) نشان داده شده است. با توجه به شکل های (۱۳) و (۱۴) می توان بیان کرد که زاویه قرارگیری الیاف در قطعه کار کامپوزیتی موردنظر تاثیر بسزایی بر نحوه تشکیل براده و آسیب در قطعه کار موردنظر طی فرآیند ماشین کاری دارد. همچنین تئوری پری دینامیک بخوبی قادر به تحلیل و مدل سازی فرآیند ماشین کاری بر قطعه کار کامپوزیتی موردنظر می باشد.

جدول ۳) خواص مکانیکی قطعه کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با کربن

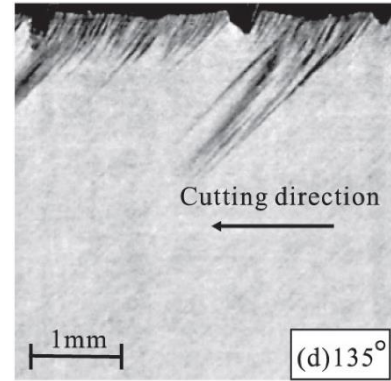
133000 MPa	E_1
8000 MPa	E_2
3700 MPa	G_{12}
0.33	ν
1900 MPa	X_t
1300 MPa	X_c
41 MPa	Y_t
170 MPa	Y_c
81 MPa	S_c

نیروی وارد بر قطعه کار کامپوزیتی بر حسب زمان برای زوایای متفاوت الیاف در شکل (۱۵) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که جهت ارزیابی دقت تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند در پیش بینی و تعیین نیروی وارد بر قطعه کار کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین کاری، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با نتایج حاصل از دو تست آزمایشگاهی در مرجع و تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم در مرجع مورد مقایسه قرار گرفته شده است.

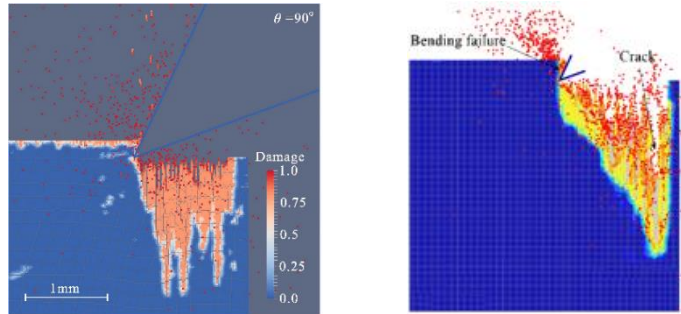


مرجع (۴۲) پژوهش حاضر

(د): زاویه الیاف 135°

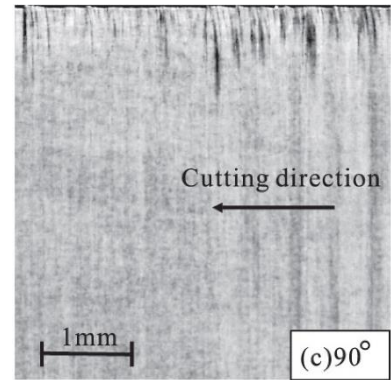


(د): زاویه الیاف 135°

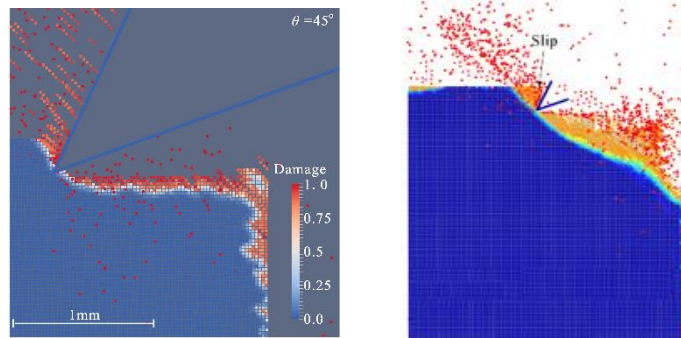


مرجع (۴۲) پژوهش حاضر

(ج): زاویه الیاف 90°

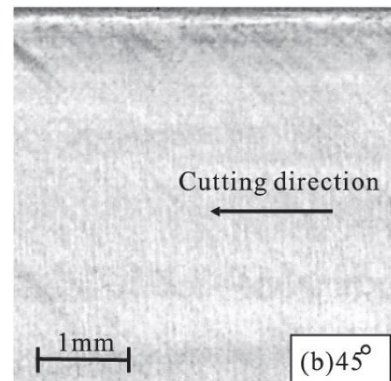


(ج): زاویه الیاف 90°

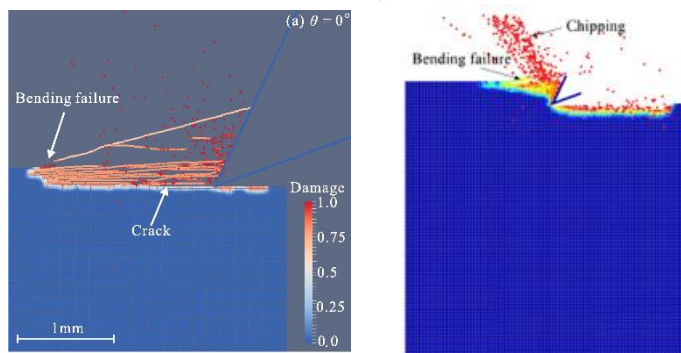


مرجع (۴۲) پژوهش حاضر

(ب): زاویه الیاف 45°

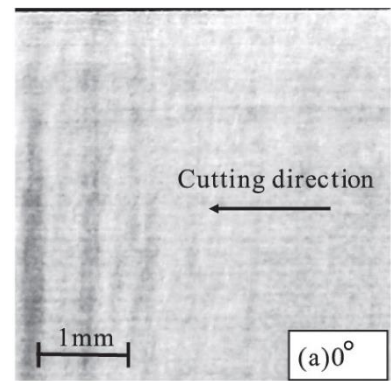


(ب): زاویه الیاف 45°



مرجع (۴۲) پژوهش حاضر

(الف): زاویه الیاف 0°

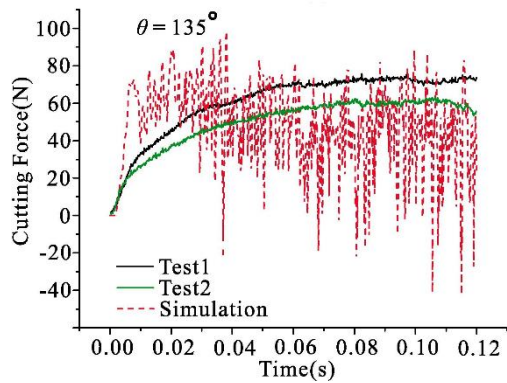


(الف): زاویه الیاف 0°

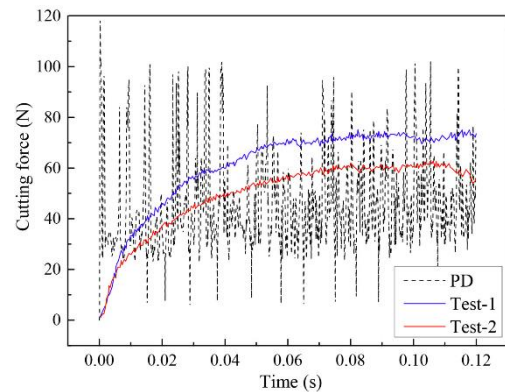


شکل ۱۴) نحوه تشکیل براده و ایجاد آسیب و ترک در قطعه کار کامپوزیتی موردنظر طی فرآیند ماشین کاری

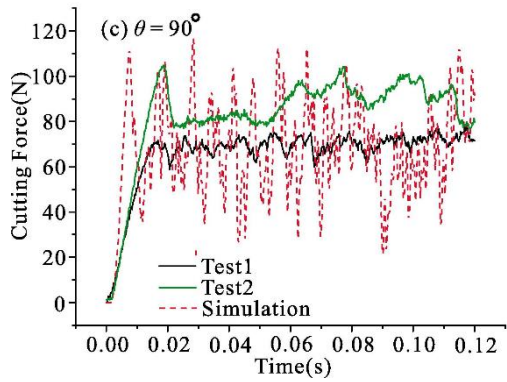
شکل ۱۳) نتایج آزمایشگاهی حاصل از ماشین کاری قطعه کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن برای جهات متفاوت الیاف در مرجع (۴۲)



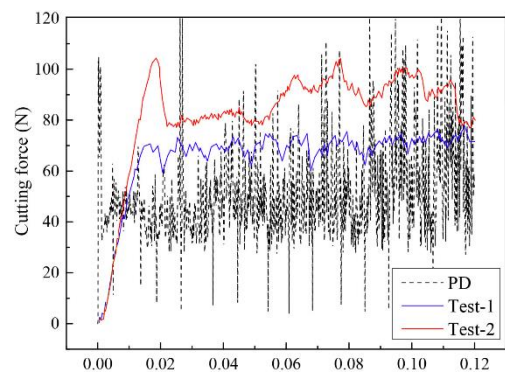
زاویه الیاف 135°



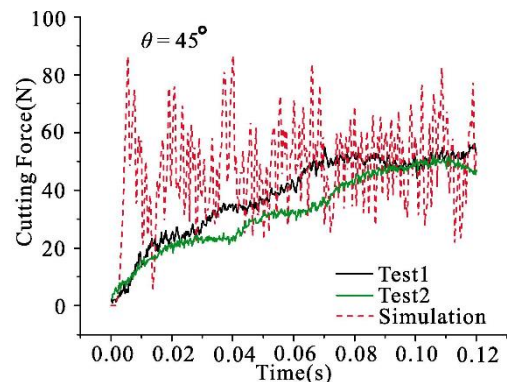
زاویه الیاف 135°



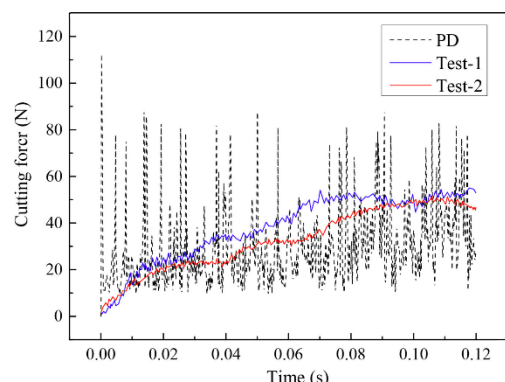
زاویه الیاف 90°



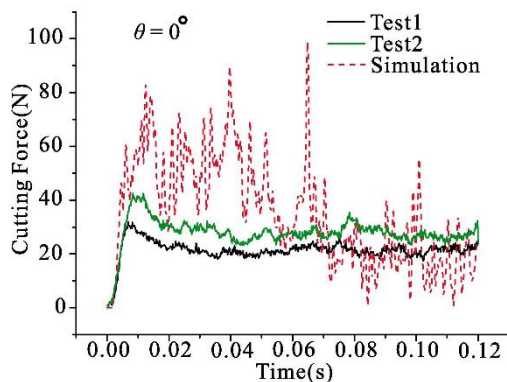
زاویه الیاف 90°



زاویه الیاف 45°

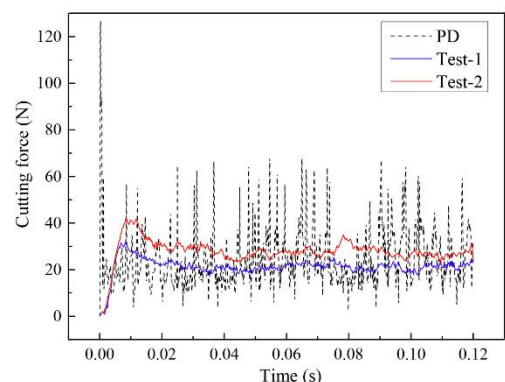


زاویه الیاف 45°



زاویه الیاف 0°

مرجع (۱۶)



زاویه الیاف 0°

پژوهش حاضر

شکل ۱۵) نیروی وارد بر قطعه کار کامپوزیتی موردنظر طی فرآیند ماشینکاری

۴- نتیجه گیری

امروزه استفاده از قطعات و سازه‌های کامپوزیتی تقویت شده با الیاف کربن به دلیل داشتن خواص مکانیکی مطلوب مورد توجه قرار گرفته است. در این پژوهش به ارزیابی تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل سازی آسیب در قطعه کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن در نرم افزار لمپس پرداخته شده است و نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج مراجع و منابع در دسترس مورد مقایسه قرار گرفته شده است. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش می توان بیان کرد که تئوری پری-داینامیک بخوبی و بدون تغییر در معیار و بدون نیاز به روابط تکمیلی قادر به تحلیل و مدل سازی رشد ترک، سبب و شکست در قطعه کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن می باشد. همچنین می توان بیان کرد که جهت الیاف در قطعه کار کامپوزیتی مورد نظر تاثیر بسزایی بر آسیب و رشد ترک ایجاد شده در آن و نیروی وارد بر آن از طرف ابزار طی فرآیند ماشین کاری دارد.

مراجع

10. Diehl P, Prudhomme S, Lévesque M. A review of benchmark experiments for the validation of peridynamics models. *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*. 2019;1(1):14-35.
11. Silling SA, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Computers & structures*. 2005;83(17-18):1526-35.
12. Parks ML, Lehoucq RB, Plimpton SJ, Silling SA. Implementing peridynamics within a molecular dynamics code. *Computer Physics Communications*. 2008;179(11):777-83.
13. Parks ML, Seleson P, Plimpton SJ, Silling SA, Lehoucq RB. *Peridynamics with lammmps: a user guide, v0. 3beta*. Sandia Report (2011-8253). 2011;3532.
14. Ha YD, Bobaru F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. *International Journal of Fracture*. 2010;162(1):229-44.
15. Ha YD, Bobaru F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011;78(6):1156-68.
16. Agwai A, Guven I, Madenci E. Predicting crack propagation with peridynamics: a comparative study. *International journal of fracture*. 2011;171(1):65-78.
17. Silling SA, Weckner O, Askari E, Bobaru F. Crack nucleation in a peridynamic solid. *International Journal of Fracture*. 2010;162(1):219-27.
18. Zhou X-P, Gu X-B, Wang Y-T. Numerical simulations of propagation, bifurcation and coalescence of cracks in rocks. *international journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2015; 80:241-54.
19. Zhao J, Tang H, Xue S. Peridynamics versus XFEM: a comparative study for quasi-static crack problems. *Frontiers of structural and civil engineering*. 2018;12(4):548-57.
20. Shafiei A. Dynamic crack propagation in plates weakened by inclined cracks: an investigation based on peridynamics. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. 2018;12(4):527-35.
21. Huang X, Bie Z, Wang L, Jin Y, Liu X, Su G, He X. Finite element method of bond-based peridynamics and its ABAQUS implementation. *Engineering Fracture Mechanics*. 2019; 206:408-26.
22. Basoglu MF, Zerlin Z, Kefal A, Oterkus E. A computational model of peridynamic theory for deflecting behavior of crack propagation with micro-cracks. *Computational Materials Science*. 2019; 162:33-46.
23. Wang Y, Zhou X, Kou M. Numerical studies on thermal shock crack branching instability in brittle solids. *Engineering Fracture Mechanics*. 2018; 204:157-84.
24. Mehrmashhadi J, Bahadori M, Bobaru F. On validating peridynamic models and a phase-field model for dynamic brittle fracture in glass. *Engineering Fracture Mechanics*. 2020; 240:107355.
25. Anbarlooie B, Hosseini-Toudeshky H. Peridynamic micromechanical prediction of nonlocal damage initiation and propagation in DP steels based on real microstructure. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2019; 153:64-74.
26. Karpenko O, Oterkus S, Oterkus E. Influence of different types of small-size defects on propagation of macro-cracks in brittle materials. *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*. 2020;2(3):289-316.
27. Isiet M, Mišković I, Mišković S. Review of peridynamic modelling of material failure and damage due to impact. *International Journal of Impact Engineering*. 2021; 147:103740.
- 1- Sobkowiak M, Rebis T, Milczarek G. Electrocatalytic sensing of poly-nitroaromatic compounds on multiwalled carbon nanotubes modified with alkoxysulfonated derivative of PEDOT. *Materials Chemistry and Physics*. 2017; 186:108-14.
- 2- da Silva JP, Soares BG, Livi S, Barra GM. Phosphonium-based ionic liquid as dispersing agent for MWCNT in melt-mixing polystyrene blends: Rheology, electrical properties and EMI shielding effectiveness. *Materials Chemistry and Physics*. 2017; 189:162-8
1. Silling SA. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2000;48(1):175-209.
2. Silling SA, Bobaru F. Peridynamic modeling of membranes and fibers. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2005;40(2-3):395-409.
3. Silling SA, Epton M, Weckner O, Xu J, Askari E. Peridynamic states and constitutive modeling. *Journal of elasticity*. 2007;88(2):151-84.
4. Mitchell JA. A nonlocal, ordinary, state-based plasticity model for peridynamics. UNT Digital Library: Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA (United States); 2011.
5. Mitchell JA. A nonlocal, ordinary, state-based plasticity model for peridynamics. Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA ...; 2011.
6. Nikabdullah N, Azizi M, Alebrahim R, Singh S. The application of peridynamic method on prediction of viscoelastic materials behaviour. *AIP conference proceedings*. 2014;1602(1):357-63.
7. Bang D. Peridynamic modeling of hyperelastic materials [text; Electronic Dissertation]: The University of Arizona; 2016.
8. Xu L, He X, Chen W, Li S, Wang G, editors. Reformulating hyperelastic materials with peridynamic modeling. *Computer Graphics Forum*; 2018: Wiley Online Library.
9. Silling SA. Introduction to peridynamics. *Handbook of peridynamic modeling: Chapman and Hall/CRC*; 2016. p. 63-98.

36. Ghajari M, Iannucci L, Curtis P. A peridynamic material model for the analysis of dynamic crack propagation in orthotropic media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2014; 276:431-52.
37. Taştan A, Yolum U, Güler MA, Zaccariotto M, Galvanetto U. A 2D peridynamic model for failure analysis of orthotropic thin plates due to bending. *Procedia Structural Integrity*. 2016; 2:261-8.
38. Diyaroglu C, Oterkus E, Madenci E, Rabczuk T, Siddiq A. Peridynamic modeling of composite laminates under explosive loading. *Composite Structures*. 2016; 144:14-23.
39. Cheng Z, Zhang G, Wang Y, Bobaru F. A peridynamic model for dynamic fracture in functionally graded materials. *Composite Structures*. 2015; 133:529-46.
40. Cheng Z, Liu Y, Zhao J, Feng H, Wu Y. Numerical simulation of crack propagation and branching in functionally graded materials using peridynamic modeling. *Engineering Fracture Mechanics*. 2018; 191:13-32.
41. Madenci E, Yaghoobi A, Barut A and Phan N. Peridynamics for failure prediction in variable angle tow composites. *Archive of Applied Mechanics* 2022: 1-15.
42. Shang S, Qin X, Li H and Cao X. An application of non-ordinary state-based peridynamics theory in cutting process modelling of unidirectional carbon fiber reinforced polymer material. *Composite Structures* 2019; 226: 111194.
43. Oterkus E, Madenci E, Weckner O, et al. Combined finite element and peridynamic analyses for predicting failure in a stiffened composite curved panel with a central slot. *Composite Structures* 2012; 94: 839-850.
28. Bobaru F, Ha YD, Hu W. Damage progression from impact in layered glass modeled with peridynamics. *Central European Journal of Engineering*. 2012;2(4):551-61.
29. Sun C, Huang Z. Peridynamic simulation to impacting damage in composite laminate. *Composite Structures*. 2016; 138:335-41.
30. Liu N, Liu D, Zhou W. Peridynamic modelling of impact damage in three-point bending beam with offset notch. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2017;38(1):99-110.
31. Akbari M, Kazemi S. Peridynamic Analysis of Cracked Beam Under Impact. *Journal of Mechanics*. 2020;36(4):451-63.
32. Agwai A, Guven I, Madenci E. Crack propagation in multilayer thin-film structures of electronic packages using the peridynamic theory. *Microelectronics Reliability*. 2011;51(12):2298-305.
33. Kilic B, Agwai A, Madenci E. Peridynamic theory for progressive damage prediction in center-cracked composite laminates. *Composite Structures*. 2009;90(2):141-51.
34. Zhou W, Liu D, Liu N. Analyzing dynamic fracture process in fiber-reinforced composite materials with a peridynamic model. *Engineering Fracture Mechanics*. 2017; 178:60-76.
35. Hu W, Ha YD, Bobaru F. Peridynamic model for dynamic fracture in unidirectional fiber-reinforced composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2012; 217:247-61.