



بررسی پایداری سمتی یک خودروی مفصلی مبتنی بر صفحه فاز

رضا کاظمی^{1*}، شهرام آزادی²، ناصر اسماعیلی³، سید حامد طباطبائی اوره⁴

- 1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
 3- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
 4- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران
 * تهران، صندوق پستی 1969764499، kazemi@kntu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در خودروی مفصلی تاکنون در مرجعی اهمیت تنظیم و یا محدود نمودن زاویه لغزش جانبی به عنوان مهمترین کمیت حرکتی مورد بررسی قرار نگرفته است. حال آن که رفتار دینامیکی مناسب آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. در این پژوهش بر مبنای یک مدل صفحه ای از خودروی مفصلی و با اتخاذ یک روش مناسب اهمیت این کمیت مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مقاله پس از آشنایی با پژوهش‌های پیشین، به تشریح مدل خودروی مفصلی می‌پردازیم. مدل انتخابی، یک مدل 14 درجه آزادی صحنه گذاری شده از خودروی مفصلی است که دینامیک سویی خودرو را شبیه‌سازی می‌نماید. در مبحث تحلیل پایداری از روش صفحه فاز مبتنی بر مدل غیر خطی سه درجه آزادی خودروی مفصلی که درجات آزادی اصلی در حرکت صفحه ای را در بر می‌گیرد، استفاده می‌شود. در این بخش با ثابت در نظر گرفتن سرعت طولی خودرو به عنوان شرط بحرانی، به رسم صفحه فاز کشنده با دو متغیر زاویه لغزش جانبی و سرعت چرخشی خودروی مفصلی پرداخته و نواحی پایدار و ناپایدار را از یکدیگر تفکیک می‌نماییم. سیستم های فازی تخمین گر بر اساس مدل فازی تاگاکاکی سوگینو پایه‌ریزی شده اند و با توجه به نتایج حاصل از صفحه فاز یک محدوده پایدار برای حرکت خودروی مفصلی را ارائه می‌دهند. در نهایت با طراحی دو سیستم کنترلی پی-دی بر مبنای محدوده پایدار، جهت کنترل زاویه مفصل و زاویه لغزش جانبی، کاربرد صفحه فاز در بررسی پایداری را پررنگ‌تر جلوه می‌دهیم. در انتها تحلیل نتایج و تست روش بر مبنای مدل کامل خودرو ارائه می‌گردد.

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 09 شهریور 1393
 پذیرش: 23 آبان 1393
 ارائه در سایت: 06 دی 1393
 کلید واژگان:
 خودروی مفصلی
 زاویه لغزش جانبی
 صفحه فاز
 دینامیک سمتی خودرو، طراحی تخمین گر فازی

Directional Stability Analysis of the Articulated Vehicle Based on Phase Plane

Reza Kazemi^{1*}, Shahram Azadi¹, Naser Esmaeili¹, Seyed Hamed Tabatabaei Oreh²

- 1- Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
 2- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University South Branch of Tehran, Tehran, Iran
 * P.O.B. 1969764499 Tehran, Iran, kazemi@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 31 August 2014
 Accepted 14 November 2014
 Available Online 27 December 2014

Keywords:

Articulated vehicle
 Side Slip Angle
 Phase Plane
 Directional Dynamic of the Vehicle
 Fuzzy Estimator Design

ABSTRACT

In articulated vehicle, the importance of adjustment or confinement of the side slip angle has not yet been investigated. However, its proper dynamic behavior is of great significance. In this research, based on a planar model of articulated vehicle and adopting a proper method, the significance of this quantity is examined. In this article, after a review of the literature, the articulated vehicle model is clarified. The selected model is a validated model of articulated vehicle with 14 degrees of freedom that simulates the vehicle's directional dynamics. In the stability analysis, phase plane method based on the nonlinear model of articulated vehicle with three degrees of freedom is used, which includes the major degrees of freedom in planar motion. In this section, the traction phase plane is drawn via two variables, the side slip angle and the rotational velocity of the articulated vehicle by terms of constant longitudinal velocity of the vehicle as the critical condition and then stable and unstable zones are separated. Fuzzy estimator systems have been based on the Takagi-Sugeno fuzzy model and offer a stable range for the articulated vehicle's motion according to the results from the phase plane. Finally, the application of phase plane in studying the stability is magnified by designing two control systems based on the stable range, in order to control the articulation angle and the side slip angle. Eventually, the results are analyzed, and the method is tested based on the vehicle's full model.

گروه: 1- جک نایفینگ² و تاب خوردن تریلر¹، 2- نوسان جانبی تریلر⁴ [2]

1- مقدمه

خطرناک‌ترین حرکات خودروی مفصلی کشنده-شبه تریلر¹ را می‌توان در سه

- 2- jackknifing
 3- Trailer swing
 4- Lateral oscillation of the trailer

1- Tractor-semitrailer

Please cite this article using:

R. Kazemi, Sh. Azadi, N. Esmaeili, S. H. Tabatabaei Oreh, Directional Stability Analysis of the Articulated Vehicle Based on Phase Plane, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 124-134, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

3-واژگونی [3] دسته‌بندی نمود. موارد 1 و 2 به دینامیک سوئی خودرو و مورد سوم دینامیک غلتشی این خودرو را شامل می‌شود.

خودروی مفصلی مطابق تعریف، ترکیبی از واحدهای صلب دوتکه‌ای یا بیشتر است که بواسطه کوپلینگ‌های مکانیکی به هم متصل شده‌اند. خودروی مفصلی در مرسوم‌ترین شکل خود از دو قسمت اصلی واحد کشنده و واحد تریلر تشکیل یافته است. به سبب ساختار دینامیکی پیچیده‌تر و ارتفاع مرکز ثقل بلندتر، خودروهای مفصلی نسبت به خودروهای سواری از پایداری حرکتی کمتری برخوردار هستند [4].

اشمد [5] پایداری دینامیکی کشنده-تریلر¹ را با تحلیل معادلات خطی مورد بررسی قرار داده است. او معیار راث هرویتز² را بمنظور تشخیص و ناپایداری به‌کاربرده است. تحلیل انجام‌شده بوسیله تروگر و ذمان [6] نشان داده است که موقعیت اسمی مرکز جرم تریلر نسبت به چرخ پنجم یکی از پارامترهای حیاتی در پایداری کشنده-شبه تریلر است. در تحقیقات موجود، تحلیل پایداری خودروهای سنگین معمولاً با استفاده از دو روش اصلی راث هرویتز و حل مقدار ویژه معادله مشخصه انجام شده است. کرولا و هالیس [7] مشخصات پایداری جانبی کشنده-تریلر را با استفاده از تحلیل مقدار ویژه بررسی کرده است.

میکولچک [8] یک دسته از معادلات جبری را برای تعیین محدوده‌های پایداری سیستم اتومبیل-تریلر توسعه داده است. در تحقیق او معیار کلی حاکم بر هر دو پایداری نوسانی و غیر نوسانی با استفاده از محک راث هرویتز استخراج گردیده است. بیان گرافیکی این تحلیل، به‌صورت یک ناحیه پایدار محدودشده با مرزهای پایدار نوسانی و پایداری غیر نوسانی ارائه شده است. اروین، ملیکارجیونیرو و اروین [9] پایداری چرخشی ترکیب کشنده-شبه تریلر را بررسی نموده‌اند. نتیجه تحقیق نشان داد که در زمانی که کشنده کند فرمان³ باشد، ترکیب کشنده-تریلر بدون هیچ شرایطی پایدار است. برای رخ دادن ناپایداری‌های سوئی (جک نایفینگ و تاب خوردن تریلر) کشنده بایستی تند فرمان باشد. جک نایفینگ ممکن است در هنگامی که شبه تریلر کند فرمان و یا تند فرمان⁴ باشد رخ دهد. ویک [10]، رفتار دور زدن گذرای خودروهای مفصلی را بمنظور ارزیابی تأثیر تغییر پارامترهای طراحی خودرو بررسی نمود. نتایج تحقیقات او نشان داد که دینامیک سوئی خودرو اساساً متأثر از سرعت خودرو و میرایی میان واحدهای مختلف خودرو مفصلی می‌باشد. مشخصه ترمزی خودروهای سنگین یک فاکتور خیلی مهم است که مستقیماً به ناپایداری چرخشی و جانبی ارتباط پیدا می‌کند. وقتی که چرخ-های جلو کشنده تحت اثر ترمزگیری ناگهانی قفل شوند، کنترل سوئی خودرو از دست می‌رود. قفل شدن چرخ‌های عقب کشنده نیز می‌تواند منجر به چرخش سریع کشنده نسبت به تریلر شود که نتیجه آن جک‌نایفینگ است. از طرف دیگر وقتی چرخ‌های تریلر قفل می‌شوند، تریلر ممکن است حول نقطه کوپلینگ بچرخد که منجر به تاب خوردن تریلر می‌شود [11]. این رفتار سوئی خودروهای مفصلی می‌تواند شدیداً به مشخصات ترمزی و دور زدن تایرهای نیوماتیکی مربوط باشد. هنگامی که چرخ‌های تریلر قفل می‌شوند، تایرها نمی‌توانند نیروهای دور زدن لازم برای نگاه‌داشتن خودرو در یک مسیر مطلوب را تولید نمایند. در سال‌های اخیر، تحقیقات ارزشمندی در راستای بهبود مانور پذیری و پایداری خودروهای مفصلی، انجام شده است. [12-16] پچکا [17] آندرزجسکی و همکارانش [18]، ایس [19]، هاک و همکارانش

[20]، پایداری خودروهای با یک مفصل نظیر کشنده-شبه تریلر را مورد بررسی قرار دادند. آنالیزهای عددی توسط پچکا و آندرزجسکی برای تحقیق در مورد تأثیر تغییرات پارامتر بر پایداری مورد استفاده قرار گرفت. ایس، یکسری معادلات جبری برای تعیین مرزهای پایداری به‌عنوان تابعی از پارامترهای خودرو استخراج نمود.

مولنگرافت و همکارانش [21] بیان نمود که چالش طراحی توابع کنترل پایداری، تضمین مقاوم بودن آن برای ترکیب‌های مختلف کشنده-تریلر می‌باشد. وی ابتدا مدل‌های خطی جهت درک تفاوت‌های اساسی در عملکرد سرعت چرخشی و تأثیر آن بر دینامیک ترکیب‌های مختلف کشنده-تریلر را بررسی و سپس از معیار هرویتز جهت تعیین مرزهای تقریبی تحلیلی پایداری، استفاده نمود. در مقاله آقای هاک و همکارانش [20] دینامیک و پایداری یک خودروی مفصلی در صفحه یازم از طریق آنالیز، شبیه‌سازی و آزمودن بررسی شده است. همچنین سیستم ترمز فعال جهت کنترل کشنده-تریلر مورد بحث قرار گرفته است. وی از یک مدل خطی با تکیه بر سرعت چرخشی و سرعت جانبی جهت بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در دینامیک پایداری سیستم و محدودیت‌های استراتژی‌های مختلف کنترلی استفاده نمود. طباطبایی و همکارانش [22] جهت بهبود بخشیدن به پایداری یک خودروی مفصلی، یک کنترل‌کننده مود لغزشی بر اساس یک مدل غیرخطی سه درجه آزادی از خودرو طراحی نمود. این سه متغیر طراحی شامل، سرعت چرخشی، سرعت جانبی کشنده و زاویه مفصل می‌باشند.

در تحلیل پایداری سوئی خودروی مفصلی، روش‌های کنترل کلاسیک نظیر معیار راث هرویتز، شناسایی مقادیر ویژه و روش مکان هندسی ریشه‌ها به کار گرفته‌شده و نتایج فوق‌الذکر ارائه گردیده‌اند. جک نایفینگ و تاب خوردن تریلر بعنوان حرکات ناپایدار غیر پررودیک و نوسان جانبی تریلر بعنوان حرکت ناپایدار پررودیک معرفی شده‌اند. البته نتیجه صریحی در ارتباط با نوسان جانبی تریلر و شرایط وقوع آن ارائه نگردیده است. اگرچه ارتباط میان جک نایفینگ و تاب خوردن تریلر با ویژگی‌های کند فرمانی کشنده و تریلر و همچنین قفل شدن چرخ‌های این دو واحد، مشخص گردیده است. جک نایفینگ بعنوان یکی از خطرناک‌ترین مودهای حرکتی خودروی مفصلی شناخته‌شده است. نتیجه صریحی که در مقالات مطالعه شده در ارتباط با ردیابی این پدیده ارائه گردید، این است که در هنگام وقوع جک نایفینگ، با وجود آنکه زاویه مفصل در حال افزایش است، نیروی جانبی اکسل رانشی کشنده ثابت باقی می‌ماند. به‌کارگیری سیستم ترمز ضد قفل⁵ نیز مؤثرترین راهکار جهت پیشگیری از جک نایفینگ شناخته‌شده است. این پژوهش بر تحلیل پایداری سوئی خودروی مفصلی متمرکز گردیده است.

هدف اصلی این مقاله، تحلیل تأثیر زاویه لغزش جانبی واحد کشنده در دینامیک سمتی خودروی مفصلی است که از معیار صفحه فاز جهت تحلیل پایداری استفاده شده است. با استفاده از روش تحلیل فاز و بر مبنای یک مدل دو درجه آزادی از خودرو، می‌توان پایداری خودروهای سواری را مورد تحلیل و بررسی قرار داد [23]. از آنجایی که خودروی مفصلی دارای یک درجه آزادی اضافه می‌باشد، به‌کارگیری روش صفحه فاز برای تحلیل پایداری این نوع خودرو به‌راحتی امکان‌پذیر نمی‌باشد. در این مقاله با ارائه یک روش نوین و کاربردی، تحلیل پایداری خودروی مفصلی بصورت یک سیستم مرتبه چهارم، با استفاده از روش صفحه فاز امکان‌پذیر می‌گردد. جهت داشتن یک ایده کلی نسبت به رفتار دینامیکی سیستم، در ابتدا سرعت چرخشی برای واحد تریلر

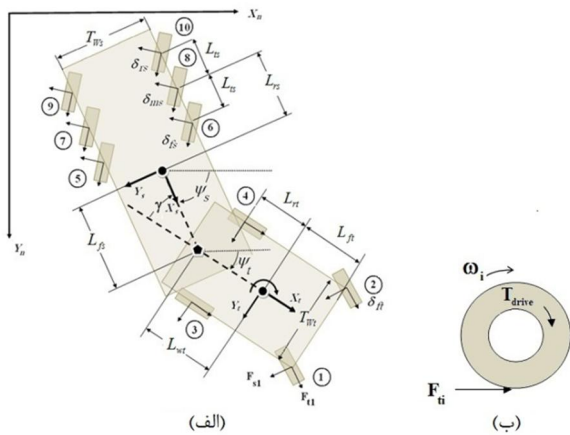
1- Tractor-trailer
2- routh hurwitz criteria
3- Understeer
4- Oversteer

$$M_{zS} = (F_{x6} + F_{x8} + F_{x10} - F_{x5} - F_{x7} - F_{x9}) \frac{TW_S}{2} - (F_{y5} + F_{y6})(L_{rS} - L_{tS}) - (F_{y7} + F_{y8})L_{rS} - (F_{y9} + F_{y10})(L_{rS} + L_{tS}) \quad (9)$$

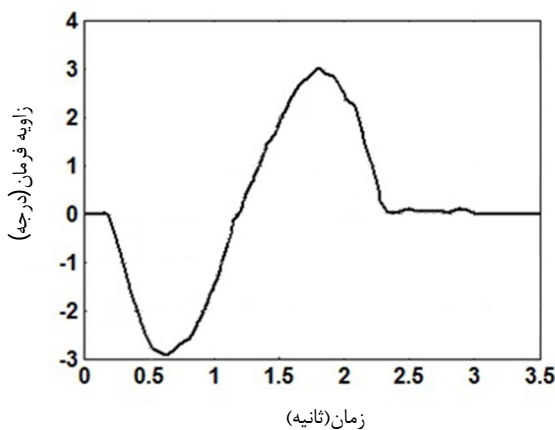
بمنظور ایجاد نیروهای رانشی (F_{ti}) و نیروهای جانبی (F_{si}) در تایرها از مدل تایر داگف و همکارانش [25] استفاده شده است. ورودی‌های مدل فوق، نسبت لغزش، زاویه لغزش جانبی، نیروی نرمال چرخ‌ها و ضریب اصطکاک سطح جاده می‌باشند.

2-1- صحنه گذاری مدل

بمنظور ارزیابی مدل ارائه شده در این گزارش، به یکی از گزارشات علمی دانشگاه میشیگان رجوع شده است [26]. در گزارش مذکور، مشخصات کامل یک خودروی سنگین مفصلی و نتایج تست عملی آن درج شده است. جهت صحنه گذاری مدل توسعه داده شده، مشخصات فیزیکی مدل فوق با خودروی تست یکسان در نظر گرفته شده است. نتایج صحنه‌گذاری مربوط به مانور تعویض خط در ادامه ارائه می‌گردد. در این مانور خودرو با سرعت 70 کیلومتر بر ساعت در یک جاده خشک در حال حرکت می‌باشد که راننده، زاویه فرمانی مطابق شکل 2 اعمال می‌نماید. در شکل 3 نیز سرعت چرخشی کشنده و سرعت چرخشی نیمه‌تریلر با مقادیر واقعی ایجاد شده در تست، مقایسه شده اند. ملاحظه می‌گردد که مدل با دقت قابل ملاحظه‌ای رفتار واقعی خودرو را در مانور تعویض خط تقریب می‌زند.



شکل 1 مدل چهاردرجه آزادی خودروی مفصلی: الف) نمای بالای مدل خودروی مفصلی، ب) مدل چرخ



شکل 2 نمایش زاویه فرمان در مانور تعویض خط

صفر فرض شده و با تغییر شرایط اولیه مربوط به متغیرهای حرکتی کشنده، نمودارهای سرعت چرخشی برحسب زاویه لغزش جانبی کشنده ترسیم می‌گردد. سپس سرعت چرخشی اولیه واحد تریلر را متغیر فرض نموده و مرزهای نمودارهای ذکر شده جهت تحلیل پایداری اصلاح می‌گردد. در ادامه نیز جهت تخمین حدود پایداری سیستم تخمین‌گر فازی ارائه می‌گردد و در نهایت جهت ردیابی زاویه مفصل و تنظیم زاویه لغزش از دو نوع کنترل-کننده پی-دی¹، استفاده شده است.

2- مدل خودرو

مدل فوق [24] که در شکل 1 نشان داده شده است، یک مدل 14 درجه آزادی از خودروی مفصلی است که دینامیک سوئی این خودرو را شبیه‌سازی می‌نماید. درجات آزادی متعلق به این مدل عبارتند از سرعت طولی و جانبی کشنده (V_{yt}, V_{xt})، سرعت چرخشی کشنده (r_t)، زاویه مفصل مابین کشنده و تریلر (γ) و سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌ها ($\omega_i, i=1, \dots, 10$). مطابق شکل 1، سه دستگاه مختصات جهت ارائه معادلات دینامیکی سیستم بکار گرفته شده‌اند. $X_n Y_n$ دستگاه مختصات اینرسیال، $X_t Y_t$ دستگاه مختصات کشنده و $X_s Y_s$ دستگاه مختصات تریلر هستند که دو دستگاه اخیر، به ترتیب در مرکز جرم واحد کشنده و تریلر ثابت شده‌اند. دستگاه مختصات $X_t Y_t$ و دستگاه مختصات $X_s Y_s$ به ترتیب با سرعت زاویه‌ای r_t و r_s دوران می‌نمایند. (دستگاه چرخشی کشنده و r_s سرعت چرخشی شبه تریلر است). بنابراین سرعت زاویه مفصل با رابطه (1) بیان خواهد شد.

$$\dot{\gamma} = r_s - r_t \quad (1)$$

همچنین بر مبنای قانون دوم نیوتن و با توجه به اینکه حرکت صفحه‌ای خودرو مدنظر است، 3 معادله حرکت برای واحد کشنده و 3 معادله حرکت برای واحد تریلر نوشته می‌شوند. سپس با حذف نیروهای قیدی وارده در چرخ پنجم، 4 معادله اصلی حرکت به دست می‌آیند که با استفاده از آن‌ها حرکت صفحه‌ای خودروی مفصلی شبیه‌سازی می‌گردد. این 4 معادله حرکت عبارتند از (رابطه (2) تا (5)):

$$(m_t + m_s)(\dot{V}_{xt} - r_t V_{yt}) + m_s [L_{wt} r_t^2 + L_{fs} r_s^2 \cos \gamma + L_{fs} \dot{r}_s \sin \gamma] = F_{xtt} + F_{xts} \quad (2)$$

$$(m_t + m_s)(\dot{V}_{yt} + r_t V_{xt}) + m_s [L_{fs} r_s^2 \sin \gamma - L_{wt} \dot{r}_t - L_{fs} \dot{r}_s \cos \gamma] = F_{ytt} + F_{yts} \quad (3)$$

$$I_{zt} \dot{r}_t + m_t (\dot{V}_{yt} + r_t V_{xt}) L_{wt} = M_{zt} + F_{ytt} L_{wt} \quad (4)$$

$$I_{zs} \dot{r}_s - m_t (\dot{V}_{xt} - r_t V_{yt}) L_{fs} \sin \gamma + m_t (\dot{V}_{yt} + r_t V_{xt}) L_{fs} \cos \gamma = M_{zs} - F_{xtt} \sin \gamma L_{fs} + F_{ytt} \cos \gamma L_{fs} \quad (5)$$

که در آن‌ها رابطه (6) تا (9) بصورت زیر می‌باشند:

$$F_{xtt} = \sum_{i=1}^4 F_{xi} \quad F_{ytt} = \sum_{i=1}^4 F_{yi} \quad (6)$$

$$F_{yi} = F_{ti} \sin \delta_i + F_{si} \cos \delta_i \quad F_{xi} = F_{ti} \cos \delta_i - F_{si} \sin \delta_i \quad (7)$$

$$M_{zt} = (F_{x2} + F_{x4} - F_{x1} - F_{x3}) \frac{TW_t}{2} + (F_{y1} + F_{y2})L_{ft} - (F_{y3} + F_{y4})L_{rt} \quad (8)$$

4- طراحی سیستم‌های فازی تخمین گر

در این بخش روشی برای طراحی سیستم‌های فازی تخمین گر ناحیه پایداری ارائه می‌شود که بر اساس مدل فازی تاگاکای سوگینو پایه‌ریزی شده است. در اینجا پایداری و طراحی سیستم‌های تخمین گر فازی غیرخطی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مباحثی نظیر پایداری، روش سامانمند طراحی، مشخصات رفتاری سیستم، مقاوم بودن و درنهایت بهینه بودن سیستم طراحی شده مدنظر قرار گرفته شده است. با استفاده از مدل تاگاکای سوگینو که بر طبق آن عملاً سیستم غیرخطی تبدیل به مدل‌های متعدد منطقه‌ای خطی می‌شود، می‌توان به یک قانون‌مندی کنترلی دست یافت.

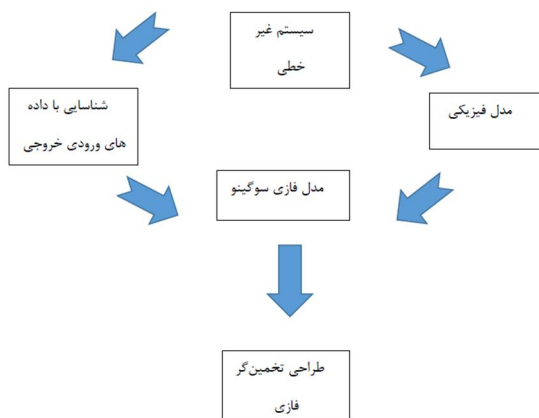
شکل 8 روش طراحی تخمین گر فازی بر اساس مدل تاگاکای سوگینو را نشان می‌دهد. برای طراحی تخمین گر در یک سیستم غیرخطی ابتدا باید مدل تاگاکای سوگینو برای سیستم مذکور ارائه گردد. در این قسمت بصورت جزئی‌تر چگونگی طراحی ساختار مدل فازی بیان می‌شود. بطور کلی دو روش برای طراحی ساختار مدل فازی وجود دارد:

- شناسایی با استفاده از داده‌های ورودی - خروجی
- استخراج مدل فازی از معادلات غیرخطی سیستم دینامیکی

حجم وسیعی از مقالات علمی در زمینه مدل‌سازی فازی با استفاده از داده‌های ورودی خروجی ارائه شده است. این روش عمدتاً شامل دو مرحله است، شناسایی ساختار و شناسایی پارامترها. از سوی دیگر معمولاً در سیستم‌های مکانیکی، مدل‌های دینامیکی غیرخطی را می‌توان با روش‌هایی نظیر لاگرانژ یا روش اولبر- نیوتون استخراج کرد. در چنین مواردی، روش دوم طراحی ساختار مدل فازی یعنی استخراج مدل فازی از معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم مناسب‌تر است.

با توجه به بررسی‌های صورت گرفته شرایط اولیه زاویه مفصل تأثیری در نمودارهای صفحه فاز و در نتیجه حدود پایداری خودروی مفصلی ندارد، ولی در عوض سرعت اولیه چرخشی واحد تریلر بر دینامیک سمتی و پایداری خودروی مفصلی تأثیر به‌سزایی می‌گذارد. در این بخش جهت تحلیل میزان تأثیر، صفحه فاز را به چندین بخش به‌صورت یک شبکه شطرنجی تقسیم‌بندی کرده و برای هر حالت سرعت اولیه چرخشی واحد تریلر را از صفر تا 30 درجه بر ثانیه تغییر می‌دهیم و با بررسی مجدد دینامیک سیستم نقاط ناپایدار را تشخیص داده و محدوده جدید پایداری را مشخص می‌نماییم. جدول 1 یک نمونه از جداولی است که در آن سرعت اولیه چرخشی واحد تریلر موجب ناپایداری می‌گردد.

این کار را برای سرعت‌های 50، 60، 70، 80، 90 و 100 کیلومتر بر ساعت



شکل 8 روش طراحی تخمین گر فازی بر اساس مدل تاگاکای سوگینو

3-1- تحلیل پایداری سیستم با در نظر گرفتن تغییرات سرعت

چرخشی تریلر

روش موردنظر ما به این صورت است که در قدم اول، به ترتیب نقاط مشخصی از ناحیه پایدار صفحه فاز کشنده را در نظر می‌گیریم. سپس برای هر نقطه، زاویه مفصل و سرعت چرخشی تریلر را در یک محدوده مشخص تغییر می‌دهیم تا اثر حرکت هر دو واحد بر روی یکدیگر مورد تحلیل و بررسی قرار گیرد (شکل 6).

دو هدف عمده مدنظر است:

الف- ناحیه پایدار صفحه فاز کشنده بطور معقول و مستدل بیان گردد.
ب- مرزهای مطمئن روی صفحه فاز به نحوی معرفی گردند که با تغییر شرایط اولیه، مسیرهای حرکت ناپایدار از صفحه فاز حذف گردد.
این روش برای چندین نقطه انجام شده است و یکی از نقاط بعنوان نمونه در شکل 6 مورد بررسی قرار گرفته است.

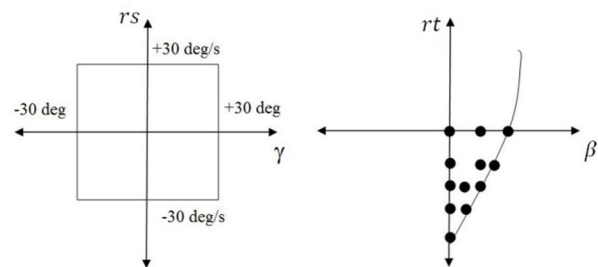
نقطه 1: $\beta=0, \gamma=20$

3-1-1- بررسی ربع اول دستگاه مختصات زاویه مفصل- نرخ تغییرات زاویه

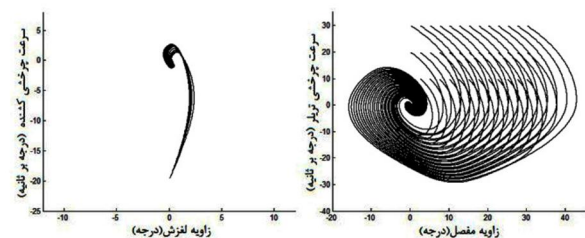
یاو

با شرایط اولیه داده شده صفحه فاز زاویه مفصل- نرخ تغییرات زاویه یاو تریلر، را بررسی می‌نماییم. منحنی‌های شکل 7 به ازای نرخ تغییرات زاویه یاو 10 و 20 و 30 درجه بر ثانیه برای زاویه مفصل صفر تا سی درجه ترسیم شده است. مطابق با شکل 7 ملاحظه می‌شود تغییرات نرخ تغییرات زاویه یاو و زاویه مفصل در ربع اول تأثیر زیادی بر مسیر حرکت کشنده نداشته است. همچنین ملاحظه می‌گردد که افزایش نرخ تغییرات زاویه یاو تریلر توأم با جهش بیشتر زاویه مفصل است. ولی افزایش زاویه مفصل تأثیر زیادی بر جهش نرخ تغییرات زاویه یاو ندارد.

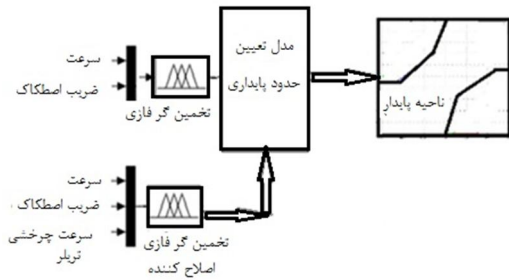
با بررسی ربع دوم، سوم و چهارم دستگاه مختصات زاویه مفصل- نرخ تغییرات زاویه یاو به نتایج قبلی می‌رسیم. درنهایت با بررسی نمودارهای بالا متوجه می‌شویم که تغییرات زاویه مفصل نقش خاصی را در پایداری ایفا نمی‌کند، پس بجای تغییر زاویه مفصل در بازه (30 تا -30) برای هر یک از نقاط صفحه فاز کشنده سرعت چرخشی تریلر را در این بازه تغییر داده و نتایج را بررسی می‌نماییم و نقاط ناپایدار را از ناحیه پایداری حذف می‌نماییم.



شکل 6 نمودار صفحه فاز برای واحد کشنده



شکل 7 مسیرهای حرکت در نقطه یک با ضریب اصطکاک جاده $\mu=0/3$



شکل 9 مدل تعیین حدود پایداری

5- طراحی سیستم کنترل

5-1- کنترل کننده نوع اول جهت کنترل زاویه مفصل

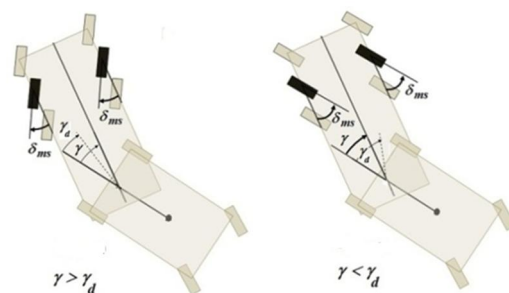
هدف اصلی این سیستم کنترل، ردیابی زاویه مفصل در کمترین مقدار ممکن جهت جلوگیری از تاب خوردن تریلر است. برای رسیدن به این هدف، کنترل فرمان فعال چرخ‌های تریلر [27-30] پیشنهاد شده است. برای طراحی سیستم کنترل جهت ردیابی زاویه مفصل از کنترل کننده نوع پی-دی، استفاده شده است. بر این اساس لازم است تا ارتباط میان زاویه فرمان چرخ‌های تریلر و زاویه مفصل، مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. در شکل 10، این رابطه به صورت شماتیک نمایش داده شده است. خطای بین زاویه مفصل واقعی و مقدار مرجع به صورت رابطه (15) تعریف می‌شود.

$$e_\gamma = \gamma - \gamma_d \quad (15)$$

خروجی کنترل کننده زاویه فرمان محور میانی شبه تریلر است. در قدم آخر باید زاویه فرمان محور اول و سوم شبه تریلر تعیین گردد. یک راه حل ساده اعمال زاویه فرمان مساوی با محور میانی به محور های اول و سوم است. اما چنگ و همکارانش [31] از یک روش بهینه شده استفاده نمودند به نحوی که زاویه فرمان محور اول و سوم طوری استخراج شود که زاویه لغزش هر سه محور یکسان باشد. بدین صورت از ظرفیت تایرها به طور مساوی استفاده شده و پوسیدگی آن‌ها به تاخیر می‌افتد. برای تنظیم زاویه فرمان دو محور دیگر از روش پیشنهادی چنگ و همکارانش استفاده شده است.

5-2- کنترل کننده نوع دوم جهت کنترل زاویه لغزش خودروی مفصلی

هدف اصلی این سیستم کنترل، تنظیم زاویه لغزش خودرو در کمترین مقدار ممکن جهت جلوگیری از لغزش و در واقع اشباع شدن نیروهای تایر است. برای رسیدن به این هدف، کنترل حرکت جانبی خودروی مفصلی با



شکل 10 دو وضعیت کلی در دور زدن خودروی مفصلی هنگام فعال سازی سیستم کنترل

و ضریب اصطکاک‌های 0/9 و 0/6 و 0/3، انجام می‌گیرد. با توجه به تقسیم سرعت اولیه واحد تریلر یعنی بازه (0-30) به 13 نقطه، هر چهار نقطه نزدیک به هم را در یک مجموعه فازی گنجانده تا بدین وسیله نقاط ناپایداری از حالت گسسته تبدیل به چند مجموعه فازی شوند. همان طور که از نمودار صفحه فاز نشان داده شده در شکل 5 مشخص است، ناحیه بحرانی، نواحی 2 و 3 می‌باشند. (به دلیل پهنای باند کم این نواحی در دیاگرام پایداری صفحه فاز). در تحلیل پایداری با هدف بحرانی‌ترین حالت می‌توان از نواحی 1 و 4 صفحه فاز به دلیل گستردگی پهنای باند در این نواحی صرف نظر نمود. خصوصاً به دلیل این امر که ناپایداری این نواحی با تغییرات سرعت چرخشی تریلر در جاده‌های با ضرایب اصطکاک 5. به بالا تنها به ازای زاویه لغزش بالای 50 درجه رخ می‌دهد. این امر ما را مجاب می‌نماید که بر روی نواحی 2 و 3 تمرکز بیشتری داشته باشیم. حال با توجه به نتایج به دست آمده از جداول در این نواحی نتایج زیر استنباط می‌گردد:

اگر سرعت چرخشی واحد کشنده مثبت باشد، در صورت مثبت بودن سرعت چرخشی واحد تریلر، از جنبه پایداری شرایط نامساعد و در صورت منفی بودن سرعت چرخشی واحد تریلر شرایط مساعد بوده و به پایداری کمک می‌نماید. این موضوع به طور خلاصه یعنی:

$$r_t > 0 \text{ و } r_s > 0 \rightarrow \text{بر هم زدن شرایط پایداری}$$

$$r_t > 0 \text{ و } r_s < 0 \rightarrow \text{کم به شرایط پایداری}$$

و برعکس این موضوع نیز صادق است، یعنی:

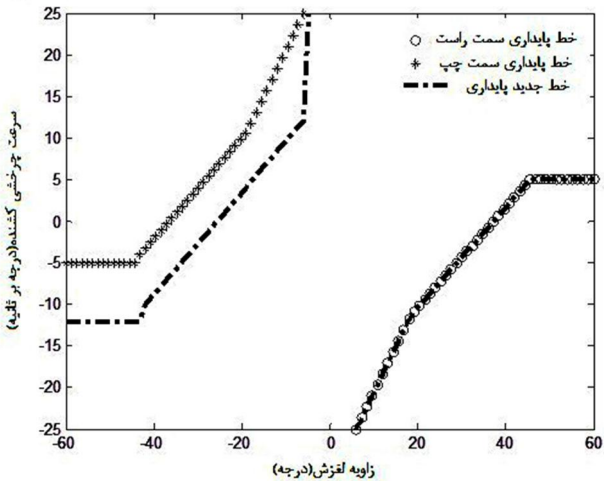
$$r_t < 0 \text{ و } r_s < 0 \rightarrow \text{بر هم زدن شرایط پایداری}$$

$$r_t < 0 \text{ و } r_s > 0 \rightarrow \text{کمک به شرایط پایداری}$$

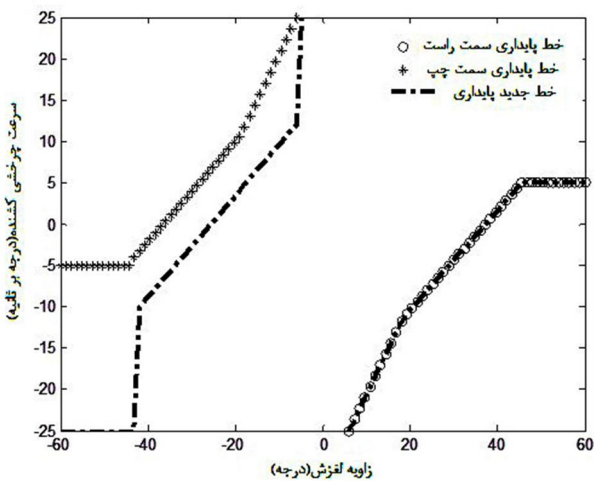
در نهایت با طراحی یک مدل در محیط سیمولینک مطلب حدود پایداری با در نظر گرفتن سرعت چرخشی تریلر بدست می‌آید. شکل شماتیک این مدل در شکل 9 نشان داده شده است.

جدول 1 سرعت چرخشی اولیه نقاط مرزی تریلر که موجب ناپایداری می‌شود در ضریب اصطکاک 0/3 و سرعت 70 km/h (r_s = 0) و ویژگی‌های ربع سوم

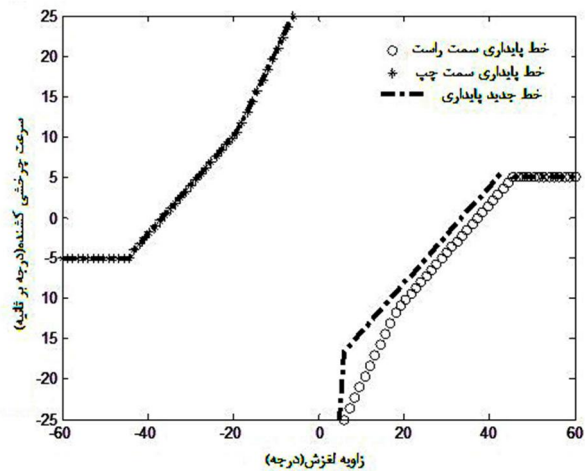
ویژگی‌های ربع سوم	سرعت چرخشی اولیه تریلر که موجب ناپایداری می‌شود
$r_t = -5, \beta = 10$	-27 -25 -22 -20 -17 -15 -12 -7
$r_t = -10, \beta = 4$	-30 -27 -25 -22 -20 -17 -15 -10
$r_t = -15, \beta = 2.5$	-27 -25 -22 -20 -17 -15 -12 -7
$r_t = -20, \beta = 1$	-27 -25 -22 -20 -17 -15 -12 -7



شکل 12 ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی برای محدوده سرعت چرخشی تریلر بین (20 تا 20)



شکل 13 ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی برای محدوده سرعت چرخشی تریلر بین (20 تا 30)



شکل 14 ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی برای محدوده سرعت چرخشی تریلر بین (5 تا -12)

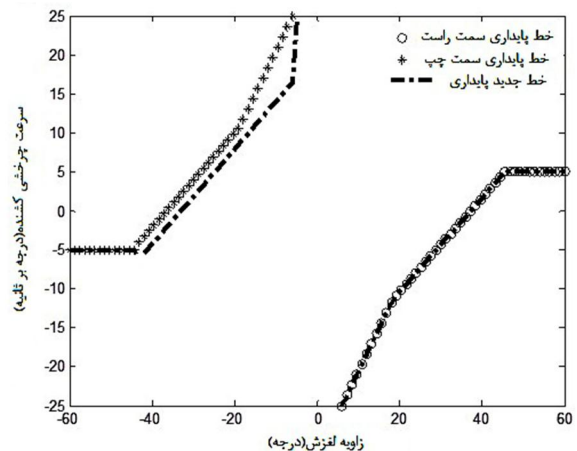
ایجاد نیروهای ترمزی نامتقارن بر روی چرخ‌های کشنده پیشنهاد شده است. برای طراحی سیستم کنترل جهت تنظیم زاویه لغزش از کنترل کننده نوع پی-دی، استفاده شده است. ورودی به کنترل کننده اختلاف زاویه لغزش با مقدار مطلوب است. خروجی کنترل کننده نیز نیروی ترمزی است.

شش حالت کنترلی در نظر گرفته می‌شود: در صورتی که زاویه لغزش مثبت و از مقدار مطلوب بزرگ‌تر و با نرخ مثبت رو به افزایش باشد، نیروی ترمزی بر روی چرخ‌های 2 و 4 اعمال شده تا گشتاور نیروی ترمزی مانع از افزایش زاویه لغزش شود. در صورتی که زاویه لغزش مثبت و از مقدار مطلوب بزرگ‌تر باشد ولی با نرخ منفی رو به کاهش باشد، هیچ نیروی ترمزی روی چرخ‌ها اعمال نمی‌گردد. در صورتی که زاویه لغزش مثبت و از مقدار مطلوب کوچک‌تر و با نرخ مثبت رو به افزایش باشد، نیروی ترمزی بر روی چرخ‌های 2 و 4 اعمال شده ولی در مقایسه با حالت اول این نیرو دارای مقدار کمتری است. در صورتی که زاویه لغزش منفی و از قدر مطلق مقدار مطلوب بزرگ‌تر باشد و با نرخ مثبت رو به افزایش باشد نیروی ترمزی بر روی چرخ‌های 1 و 3 اعمال می‌شود. در صورتی که زاویه لغزش منفی و از قدر مطلق مقدار مطلوب بزرگ‌تر باشد ولی با نرخ منفی رو به کاهش باشد، هیچ نیروی ترمزی روی چرخ‌ها اعمال نمی‌گردد. و در نهایت در صورتی که زاویه لغزش منفی و از قدر مطلق مقدار مطلوب کوچک‌تر باشد و با نرخ مثبت رو به افزایش باشد نیروی ترمزی بر روی چرخ‌های 1 و 3 اعمال شده ولی در مقایسه با حالت چهارم این نیرو دارای مقدار کمتری است.

6- نتایج شبیه‌سازی

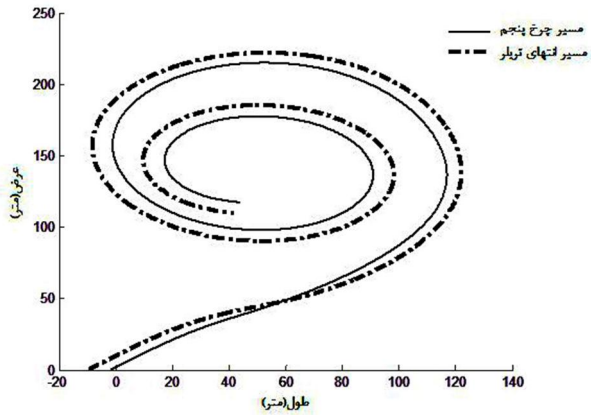
6-1- نتایج شبیه‌سازی تخمین گر فازی

در این بخش نتایج مربوط به شبیه‌سازی تخمین گر فازی مربوط به ضریب اصطکاک جاده برابر با 0/6، سرعت 70 km/h و با وارد نمودن سرعت چرخشی تریلر، جهت تعیین محدوده پایدار، نمایش داده می‌شوند. در شکل‌های 11 تا 16 خطوطی که با علائم دایره و ستاره نشان داده شده‌اند، ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی با صفر بودن سرعت چرخشی تریلر و خطوط پرنگ ناحیه پایدار صفحه فاز با وارد نمودن سرعت چرخشی تریلر است.

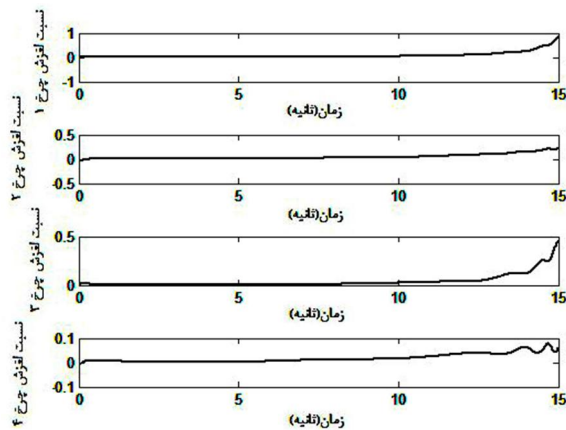


شکل 11 ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی برای محدوده سرعت چرخشی تریلر بین (5 تا 12)

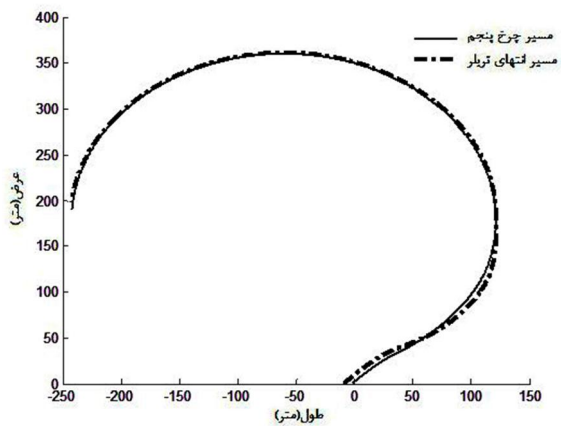
قسمت اول خطوطی هستند که ظاهراً به سمت مبدأ می‌روند (نقاط داخل مستطیل) ولی به دلیل افزایش زاویه مفصل به بیش از 90 درجه خودروی مفصلی ناپایدار است و به همین دلیل این خطوط از ناحیه پایداری حذف شده‌اند. برای کنترل و تصحیح مسیر حرکت این نقاط از کنترل کننده زاویه فرمان استفاده شده است. به عنوان نمونه نقطه $\beta = 40$ و $rt = 12$ را در نظر بگیرید نمودارهای بدون فعال شدن کنترل کننده در شکل های 18 و 19 نشان داده شده است.



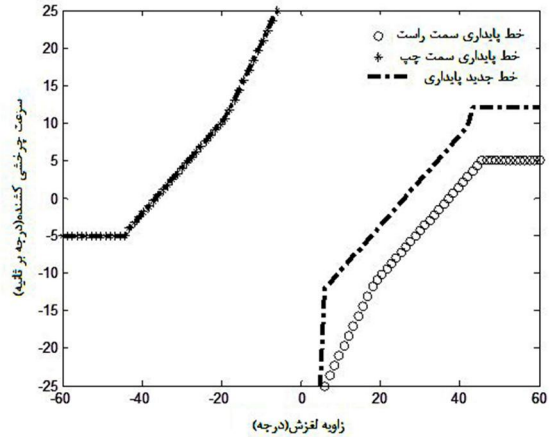
شکل 18 مسیر حرکت خودروی مفصلی بدون فعال شدن کنترل کننده



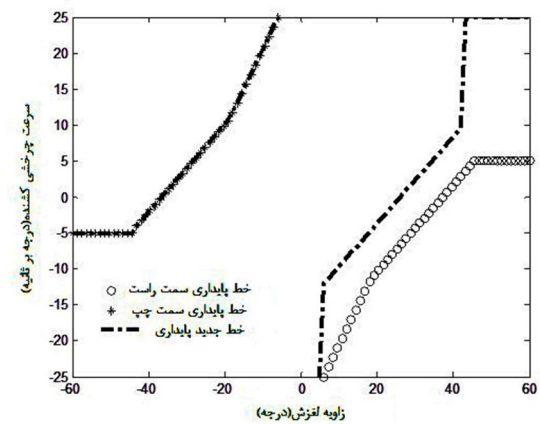
شکل 19 نسبت لغزش هر چرخ بدون فعال شدن کنترل کننده در سرعت 80km/h



شکل 20 مسیر حرکت خودروی مفصلی با فعال شدن کنترل کننده در سرعت 80 کیلومتر بر ساعت



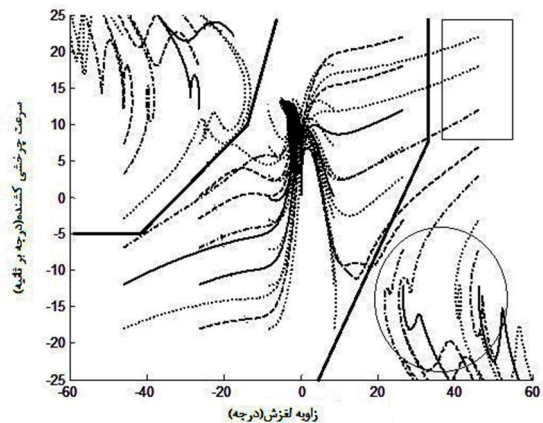
شکل 15 ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی برای محدوده سرعت چرخشی تربلر بین (12- تا 20-)



شکل 16 ناحیه پایدار صفحه فاز حاصل شده از تخمین گر فازی برای محدوده سرعت چرخشی تربلر بین (20- تا 30-)

2-6- نتایج کنترل کننده نوع اول جهت کنترل زاویه مفصل

جهت درک بهتر اثر زاویه مفصل مطلوب و تأثیر در بهبود مانورپذیری، و تنظیم زاویه لغزش خودرو در کمترین مقدار ممکن، لازم است تا صفحات فاز به دو قسمت جداگانه تقسیم شده و برای هر قسمت یک کنترل کننده پیشنهاد می‌گردد. به عنوان نمونه صفحه فاز با مشخصات، ضریب اصطکاک جاده $0/6$ ، سرعت اولیه 80km/h ، زاویه فرمان $\delta = \frac{2\pi}{180}$ در شکل 17 مشاهده می‌شود.



شکل 17 صفحه فاز با مشخصات ضریب اصطکاک جاده $0/6$ - سرعت اولیه 80km/h - زاویه فرمان $\delta = \frac{2\pi}{180}$

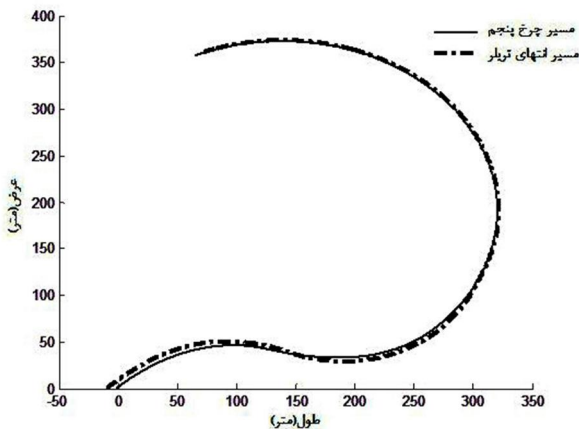
نمودارهای پس از فعال شدن کنترل کننده در شکل های 24 و 25 نشان داده شده است.

7- نتیجه گیری، جمع بندی و ویژگی های پژوهش

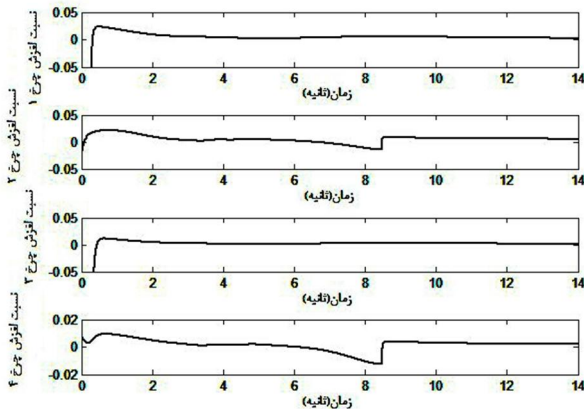
همان طور که در اکثر مقالات نیز مشاهده می گردد جهت تعیین حدود پایداری یک تابع لیاپانوف ارائه گردیده است. در واقع مشکل اصلی این تئوری مخصوصاً در سیستم های غیر خطی، یافتن تابعی با خصوصیات ویژه تابع لیاپانوف است. اگر بتوان چنین تابعی را یافت، پایداری سیستم تضمین می گردد و یافتن آن به تجربه طراح نیاز دارد. هر چند در این راستا روش هایی پیشنهاد شده است، ولی هر کدام محدودیت های خاص خود را دارند.

با توجه به مشکلات روش های فوق، در جهت تحلیل پایداری سیستم در این مقاله از روش صفحه فاز استفاده شده است. یکی از خصوصیات این روش فهم آسان و قابلیت انطباق با دینامیک سیستم های غیر خطی است. در ادامه نتایج پژوهش ارائه می گردد.

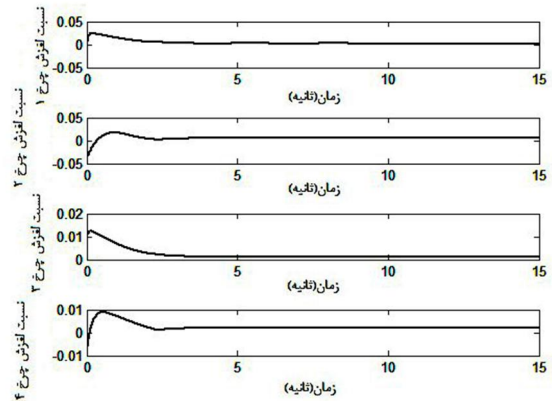
- ثابت نگه داشتن سرعت بعنوان شرط بحرانی در حین مانور موجب کاهش مساحت منطقه پایدار صفحه فاز و در نتیجه کاهش ناحیه پایداری می شود.
- نقاطی که با جهش زیاد در صفحه فاز به سمت یک نقطه خاص می روند، به علت افزایش زاویه مفصل و ایجاد جک نایفینگ موجب ناپایداری شده و باید از محدوده پایدار حذف شوند.



شکل 24 مسیر حرکت خودروی مفصلی با فعال شدن کنترل کننده در سرعت 80 کیلومتر بر ساعت



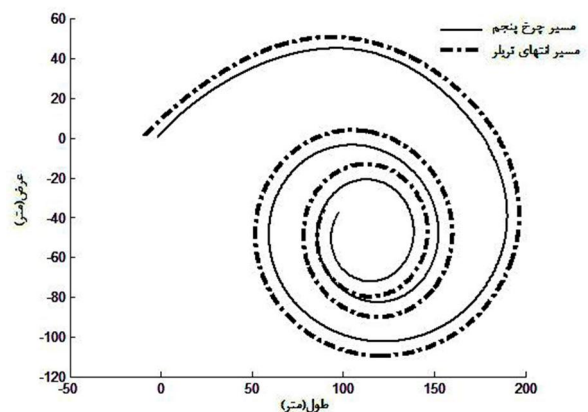
شکل 25 نسبت لغزش هر چرخ با فعال شدن کنترل کننده در سرعت 80 کیلومتر بر ساعت



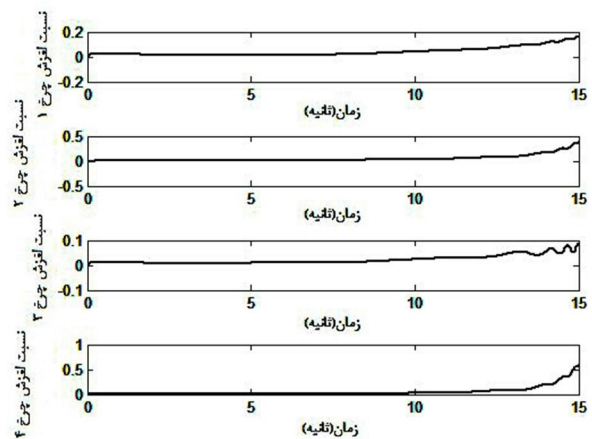
شکل 21 نسبت لغزش هر چرخ با فعال شدن کنترل کننده در سرعت 80 کیلومتر بر ساعت

3-6- کنترل کننده نوع 2 جهت کنترل زاویه لغزش خودروی مفصلی

قسمت دوم خطوطی هستند که به سمت یک نقطه مشخص نمی روند (نقاط داخل دایره در شکل 17) و به دلیل افزایش زاویه لغزش و سرعت چرخشی کشنده، خودروی مفصلی ناپایدار است و به همین دلیل این خطوط از ناحیه پایداری حذف شده اند. برای کنترل و تصحیح مسیر حرکت این نقاط از کنترل حرکت جانبی خودروی مفصلی با ایجاد نیروهای ترمزی نامتقارن بر روی چرخ های کشنده استفاده شده است. به عنوان نمونه نقطه $\beta = 40$ و $rt = 17$ در شکل 17 را در نظر بگیرید. نمودارهای بدون فعال شدن کنترل کننده در شکل های 22 و 23 نشان داده شده است.



شکل 22 مسیر حرکت خودروی مفصلی بدون فعال شدن کنترل کننده



شکل 23 نسبت لغزش هر چرخ بدون فعال شدن کنترل کننده در سرعت 80km/h

9- پیوست

جدول 2 مشخصات خودروی مفصلی

مقدار	علامت	پارامتر
20679kg. m ²	I_{zt}	ممان اینرسی کشنده حول محور یاو
238898kg. m ²	I_{zs}	ممان اینرسی شبه تریلر حول محور یاو
5/65m	L_{fs}	فاصله مرکز جرم تریلر از نقطه مفصل
1/11m	L_{ft}	فاصله مرکز جرم کشنده از محور جلو
2/58m	L_{rt}	فاصله مرکز جرم کشنده از محور عقب
2/047m	L_{rs}	فاصله مرکز جرم تریلر از محور میانی تریلر
1/31m	L_{ts}	فاصله بین محورهای مجاور تریلر
1/96m	L_{wt}	فاصله مرکز جرم کشنده از نقطه مفصل
6525kg	m_t	مجموع جرم واحد کشنده
33221kg	m_s	مجموع جرم واحد تریلر
2/04m	T_{wt}	عرض واحد کشنده
2m	T_{ws}	عرض واحد تریلر

10- مراجع

- [1] GR.Larocque, Feasibility study of a system safety monitor for hazardous material trucking, *SAE Technical paper*, No. 852357, 1985
- [2] R.S.Sharp, M.A.Alonso Fernandez, Car-caravan snaking, part2.: Active caravan braking *journal of mechanical engineering science*, vol 216,2002
- [3] M.El-Cindy, An Overview of performance measure for heavy commercial vehicles in North America, *International journal of vehicle design*, vol 16, 119,
- [4] P.Fancher,D.Winkler, Directional Performance Issues In Evaluation And Design Of Articulated Heavy Vehicles, *journal of Vehicle system Dynamics*, Vol.45,pp.607-647,2007
- [5] I.Schmid, Engineering approach to truck and tractor stability, *SAE paper* 670006,1976.
- [6] H.Troger and K.Zeman, A nonlinear analysis of the generic types o loss of stability of the steady state motion of a tractor-semitrailer, *Vehicle Syste Dynamcs*,Vol.13,pp.161-172,1984.
- [7] D.A. Crolla, and F.D. Hales, The lateral stabili of tractor and trailer combinations, *journal of Terramechanis*, Vol 16,1979.
- [8] E.C. Mikulcik, Stability criteria for automobile trailer combination, *Vehicle System Dynamics*,Vol 9,1980
- [9] R.D. Ervin and C. Mallikarjunarao, A study of the yaw stability of tractor semitrailer combinations, *Vehicle System Dynamics*, *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, Vol10,Issue 2-3,1981
- [10] F.Vik, A liner study of the transient and steady turning behavior of articulated buses, *International Journal of Vehicle design*,Vol 5 .pp.171-196,1984.
- [11] R. W.Radlinski, Braking performance of heavy U.S vehicles, *SAE paper* 870492,1987.
- [12] G.Georgiou, Badarlis, A. and Natsiavas, S., Modeling and ride dynamics of a flexible, multibody model of an urban bus. *Proc. IMechE, Part K: journal of Multi-body Dynamics*, 2008.
- [13] K.H.Moon, S.H.Lee, S.Chang., J.K.Mok, and T.W.Park, Method for control of steering angles for articulated vehicles using virtual rigid axles. *International Journal of Automot. Technol.*, 2009.
- [14] S. H.Lee, T. W .Park, K. H. Moon, S. H.Choi, and K. J. Jun, The articulated vehicle dynamic analysis using the AWS (All Wheel Steering) ECU (Electronic Control Unit) test, *journal of Mech. Sci. Technol.*, 2009.
- [15] M.El-Gindy, N.Mrad, and X.Tong, Sensitivity of rearward amplification control of a truck/full trailer to tyre cornering stiffness variations. *Proc. IMechE, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2001.
- [16] R. S. Sharp, and M. A. A. Fernandez, Car-caravan snaking Part 2: active caravan braking, *Proc. IMechE, Part C: Journal of Mech. Engineering Sci.*, 2002.
- [17] H.B. Pacejka. *Tyre and vehicle dynamics*. Butterworth Heimann, 2006, second edition.
- [18] R. Andrzejewski and J. Awrejcewicz. *Nonlinear dynamics of a wheeled vehicle*. Springer, 2005.
- [19] J.R. Ellis. *Vehicle Handling Dynamics*. Page Bros, 1994.
- [20] A. Hac, D. Fulk, and H. Chen. Stability and control considerations of vehicle-trailer combination. *SAE Technical Paper Series*, (2008-01-1228), 2008.

- زاویه مفصل اولیه یک خودروی مفصلی تأثیر بسیار کمی در پایداری ایفا کرده ولی در عوض تغییر سرعت چرخشی تریلر بعنوان شرط اولیه تأثیر به سزایی در پایداری ایفا می‌نماید.
- تغییر سرعت چرخشی تریلر موجب کاهش باند پایداری می‌گردد.
- سرعت چرخشی تریلر مثبت بعنوان شرط اولیه به علت افزایش زاویه مفصل و ایجاد جک نایفینگ موجب کاهش مرز پایداری در سمت چپ صفحه فاز می‌گردد.
- سرعت چرخشی تریلر منفی به‌عنوان شرط اولیه موجب کاهش مرز پایداری در سمت راست صفحه فاز می‌گردد.
- تخمین‌گرها و کنترل‌کننده‌ها همگی از نوع فازی بوده و به بهترین نحو وظیفه خود را انجام می‌دهند.
- کنترل‌کننده منطبق فازی به‌منظور ردیابی زاویه مفصل مطلوب از طریق فرمان دادن به چرخ‌های تریلر طراحی شده است. بر مبنای نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده توانسته است به‌طور مؤثری مقدار مطلوب را تعقیب نماید.
- شناسایی حوزه‌های پایدار با روش‌های بهینه‌سازی را می‌توان بعنوان یک پیشنهاد در پژوهش‌های آتی مورد بررسی قرار داد.

8- فهرست علائم

$V_{xt}(t)$	سرعت طولی مرکز جرم کشنده، (m/s)
$V_{yt}(t)$	سرعت عرضی مرکز جرم کشنده، (m/s)
L_{fs}	فاصله بین مرکز جرم تریلر و نقطه کوپلینگ (m)
L_{rt}	فاصله بین مرکز جرم و محور عقبی کشنده، (m)
L_{rs}	فاصله بین مرکز جرم و محور میانی تریلر، (m)
L_{ts}	فاصله بین محورهای مجاور تریلر، (m)
L_{wt}	فاصله بین مرکز جرم کشنده و نقطه کوپلینگ، (m)
L_{ft}	فاصله بین مرکز جرم و محور جلویی کشنده، (m)
T_{wt}	فاصله بین چرخ‌های جلوی کشنده، (m)
T_{ws}	فاصله بین چرخ‌های جلوی تریلر، (m)
m_t	مجموع جرم واحد کشنده، (kg)
m_s	مجموع جرم واحد شبه تریلر، (kg)
I_{zt}	ممان اینرسی کشنده حول محور یاو
I_{zs}	ممان اینرسی کشنده حول محور یاو
F_{xi}	نیروی طولی برای هر چرخ
F_{yi}	نیروی عرضی برای هر چرخ
r_t	سرعت چرخشی کشنده
r_s	سرعت چرخشی تریلر
a_{yts}	شتاب جانبی مرکز ثقل تریلر
F_{fy}	نیروی ایجادشده در مفصل
δ	زاویه فرمان اعمالی توسط راننده
Γ	زاویه مفصل
ψ_t	زاویه یاو کشنده
β	زاویه لغزش جانبی

- [26] P.Fancher, S. Malakarjunarao, C And Niosonger, R .L. Simulation of the directional response characteristics of tractor-semitrailer vehicle, Final technical report, Highway safety research institute, *The University of Michigan*, 1979
- [27] B.Jujnovich, Active steering of articulated vehicles, PhD thesis, Engineering Department of Cambridge University, UK, 2005.
- [28] B.Jujnovich, Implementation of active rear steering of a tractor semi trailer, Proc. 10th Inter. *Symposium on Heavy Vehicle Transport Technology, Paris, 2008.*
- [29] C.A.Feletcher, et. Al., Trailer steering, an Australian Research Perspective and Application for by-Wire Control, *Proceedings 9th International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, 2006.
- [30] R.Krishna and H.S.Tsao, Effect of multi axle steering on off tracking and dynamic lateral response of articulated tractor-trailer combinations, *International Journal of heavy vehicle System*, Vol.14, No.4, 2007.
- [31] C.Cheng ,R.Roebuck and D Cebon, High-speed optimal steering of a tractor-semi-trailer. *Veh. Syst. Dyn.*, 49(4), 561-593, 2011
- [21] M. F.J. van de Molengraft-Luijten ,I. J.M. Besselink, R. M.A.F. Verschuren & H. Nijmeijer , Analysis of the lateral dynamic behaviour of articulated commercial vehicles, *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, Volume, 50, Supplement 1, 2012
- [22] S.H.Tabatabaei Oreh, R.Kazemi and S.Azadi, A sliding-mode controller for directional control of articulated heavy vehicles, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* ,vol. 228, February 2014
- [23] S.Inagaki, I.Kshiro, and M.Yamamoto , Analysis on vehicle stability in critical cornering using phase-plane method. *AVEC '94*. pp. 287-292, 1994.
- [24] S.H.Tabatabaei Oreh, R.Kazemi and S.Azadi, A new desired articulation angle for directional control of articulated vehicles, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* published online 9 May, 2012
- [25] H.Dugoff, C. Fancher, and L.Segel, An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. *SAE technical paper* 700377, 1970.