



## طراحی مسیر بهینه برای یک ربات دوپا با به کار گرفتن پنجه فعال و پاشنه

مهذخت عزتی<sup>1</sup>، مجید خدیو<sup>2</sup>، سیدعلی اکبر موسویان<sup>3\*</sup>

- 1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک طراحی کاربردی، قطب رباتیک و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران  
 2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک طراحی کاربردی، قطب رباتیک و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران  
 3- استاد، مهندسی مکانیک، قطب رباتیک و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران  
 \* صندوق پستی 19395-1999، تهران، moosavian@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 23 بهمن 1393  
 پذیرش: 29 اسفند 1393  
 ارائه در سایت: 29 فروردین 1394  
 کلید واژگان:  
 ربات دوپا  
 طراحی مسیر بهینه  
 پنجه فعال

### چکیده

در مقاله پیش رو، اهمیت تجهیز پای یک ربات انسان‌نما به پنجه فعال مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از این بررسی، استفاده از مفصل پنجه فعال و پاشنه برای بهبود گام‌برداری ربات از نقطه‌نظر حداکثر گشتاور زانو و انرژی مصرفی کل است. بدین منظور، با در نظر گرفتن هم‌زمان پنجه و پاشنه، یک نوع الگوی حرکتی بهینه ارائه و با الگوی حرکتی بدون پنجه و پاشنه مقایسه می‌شود. سیستم مورد بررسی، یک ربات انسان‌نما با 22 درجه آزادی است که روش‌های تحلیلی کین و لاگرانژ به منظور استخراج معادلات دینامیکی آن مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس، به منظور کاهش بار محاسباتی، راه‌حلی تراجمی برای حل معادلات دینامیک معکوس، براساس روش کین ارائه می‌گردد. به منظور اطمینان از صحت نتایج به دست آمده برای گشتاورهای موردنیاز مفاصل و نیز نیرو و گشتاورهای عکس‌العملی زمین، موقعیت نقطه گشتاور صفر (ZMP) به دو روش محاسبه و مقایسه می‌شود. در ادامه، برای هر دو الگوی حرکتی، مسیری مناسب برای حرکت میان‌تنه و کف پاها در فضای کاری طراحی می‌شود و از طریق سینماتیک معکوس، مسیر حرکت همه مفاصل به جز پنجه در فضای مفصلی به دست می‌آید. مسیر حرکت پنجه، جداگانه و براساس مسیر طراحی شده برای کف پا تعیین می‌شود. در انتها، پارامترهای مهم در طراحی مسیر برای حرکت بر روی سطح صاف، بهینه سازی و انتخاب می‌شوند که بیشینه گشتاور زانو به حداقل مقدار برسد و انرژی مصرفی کل کاهش یابد. در پایان، الگوی حرکتی مناسب برای حرکت بر روی سطح صاف با طول گام زیاد نیز پیشنهاد می‌گردد.

## Optimal Gait Planning for a Biped Robot by employing Active Toe Joints and Heels

Mahdokht Ezati, Majid Khadiv, Seyed Ali Akbar Moosavian\*

Department of Mechanical Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 19395-1999 Tehran, Iran, moosavian@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 12 February 2015  
 Accepted 20 March 2015  
 Available Online 18 April 2015

Keywords:  
 Biped robots  
 Optimal gait planning  
 Active toe joints

### ABSTRACT

In this article, the significance of utilizing active toe joints in biped robots is examined. The main goal of this research is to employ heels and active toe joints and to improve gait performance from two points of view: actuating torques of knee joints and total energy consumption. Considering the effectiveness of toes and heels in walking, a new walking pattern is fully addressed and compared with another walking pattern that does not exploit toes and heels. In order to develop a verified dynamics model for considered humanoid robot with 22 DoFs, two analytical methods i.e., Lagrange and Kane are adopted, and the obtained results are compared. To reduce calculation burden, an iterative method for dynamics model development is proposed, based on Kane approach. Furthermore, to verify the obtained ground reaction forces and moments, the position of ZMP is computed and compared using two methods. In the procedure of gait planning, first the pelvis trajectory is planned. Then, the feet trajectory planning process is done. After designing trajectory in the task space, all joint trajectories except the trajectories of toes are obtained, using closed-form inverse kinematics solution. Toe joints trajectories are planned separately, considering the feet trajectories. Furthermore, the significant parameters in gait planning are considered as design variables in optimization procedure in order to reduce the maximum torque of knees, and total consumed energy as cost functions. Finally, the walking pattern for walking with large step length on flat terrains, under joint torque and velocity limitations, is developed.

### 1- مقدمه

اولین پژوهشی که در آن اثر افزودن پنجه فعال به ربات 6جی بررسی شد توسط نیشیواکی و همکاران [1] صورت گرفت. آنها تأثیر پنجه فعال را در سه جنبه افزایش سرعت راه رفتن، افزایش ارتفاع گام و امکان حرکت کل بدن، مورد بررسی قرار دادند. با به کار بردن پنجه در این ربات، دستیابی به الگوهای راه رفتن بهتر ممکن شد و بیش‌ترین سرعت در مفاصل زانو کاهش

در دو دهه اخیر، استفاده از مفاصل پنجه در ربات‌های انسان‌نما، با هدف ایجاد حرکتی طبیعی و شبیه به حرکت انسان، توجه محققان بسیاری را به خود جلب کرده است. به همین منظور، به طور خلاصه مزایای افزودن پنجه فعال یا غیرفعال به پای ربات‌های دوپا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

Please cite this article using:

M. Ezati, M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, Optimal Gait Planning for a Biped Robot by employing Active Toe Joints and Heels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 69-80, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Ezati, M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, Optimal Gait Planning for a Biped Robot by employing Active Toe Joints and Heels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 69-80, 2015 (In Persian)

مفصل در پاشنه، میزان گشتاور موردنیاز و انرژی مصرفی را برای حالتی که ربات به کمک مفاصل پنجه و پاشنه با زانوی کشیده گام برمی‌دارد، مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که با استفاده از مفصل پاشنه می‌توان مانع از ایجاد انفراد در زانو شد و گشتاور مورد نیاز در مفصل زانو را کاهش داد.

به منظور بهبود ساختار کف پا و استفاده بهتر از اثر پنجه یک ساختار جدید برای مفصل پنجه با استفاده از یک مکانیزم 4 میل‌های موازی ارائه شد که به ربات این امکان را می‌دهد تا در تعدادی نقاط در تماس با زمین باشد و همچنین بخش اصلی نیروی عکس‌العملی به جای آن که تنها به نوک پنجه وارد شود به تعدادی از لینک‌ها وارد شود [16]. این مکانیزم برای پای ربات ساخته شد.

از دیگر مزایای افزونگی پنجه می‌توان به تأثیر آن بر روی شاخص‌های مهم حرکت از قبیل: مصرف انرژی، توان مطلوب و گشتاور مورد نیاز مفاصل اشاره کرد. کوچکی و همکاران [17] پژوهشی در این زمینه انجام دادند. برای این کار دو ربات با ابعاد و جرم مشابه و حرکتی مشابه که یکی دارای پنجه و دیگری بدون پنجه می‌باشد مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده در این تحقیق نشان می‌دهد که مقدار واقعی گشتاورهای اعمال شده در تعدادی از مفاصل کاهش می‌یابد که به علت خم شدن مفصل پنجه می‌باشد و بیشتر این کاهش‌ها در فاز دو تکیه‌گاهی رخ می‌دهد. و تقریباً در تمام مفاصل توان مصرفی در حالت خم شدن پنجه کاهش می‌یابد.

تأثیر افزونگی پنجه پای ربات بر پایدار ایستادن ربات نیز حائز اهمیت می‌باشد. از همین رو، کوچکی و همکاران [18] این موضوع را مورد بررسی قرار دادند و نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از آن است که گشتاور پنجه به ربات این توانایی را می‌دهد که هنگام ایستادن تعادل خود را حفظ کند.

مزایایی که در اثر افزودن پنجه به ربات دوپا ایجاد می‌شوند، نویسندگان مقاله پیش‌رو را بر آن داشت تا یک مدل دینامیکی صحت‌گذاری شده و قابل استفاده برای ربات‌های دوپای دارای پنجه فعال ارائه کنند [19]. از سوی دیگر، بر اساس مزایایی که با در نظر گرفتن هم‌زمان پنجه و پاشنه حاصل می‌شوند، ارائه یک طراحی مسیر بهینه برای یک الگوی حرکتی جدید که اثر پنجه و پاشنه در آن لحاظ شده باشد، حائز اهمیت می‌باشد. از این رو، در مقاله پیش‌رو این موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد و با الگوی حرکتی بدون پنجه و پاشنه مقایسه می‌شود. در بخش 2، یک مدل دینامیکی که برای هر دو الگوی حرکتی صادق باشد، ارائه و صحت‌گذاری می‌گردد. در بخش 3، مسیر حرکتی مناسب در فضای کاری برای هر دو الگوی حرکتی طراحی می‌شود و سپس مسیر حرکت در فضای مفصلی تعیین می‌گردد. در بخش 4، پارامترهای مهم در طراحی مسیر به گونه‌ای بهینه می‌شوند که گشتاور بیشینه زانو و انرژی مصرفی کل کاهش یابد. همچنین، اهمیت الگوی حرکتی ارائه شده برای حرکت با طول گام زیاد نشان داده می‌شود.

## 2- مدل‌سازی دینامیکی

در این بخش، ابتدا به معرفی ربات و ارائه ویژگی‌های آن پرداخته می‌شود. در نهایت، مدل سینماتیکی و دینامیکی سیستم به تفصیل مورد بررسی قرار می‌گیرد و یک مدل دینامیکی صحت‌گذاری شده ارائه می‌گردد. سپس، با توجه به قیود اعمالی در هر فاز حرکتی، نحوه محاسبه گشتاورهای موتورهای موجود در مفاصل و نیروها و گشتاورهای وارد بر کف پا ارائه می‌شود.

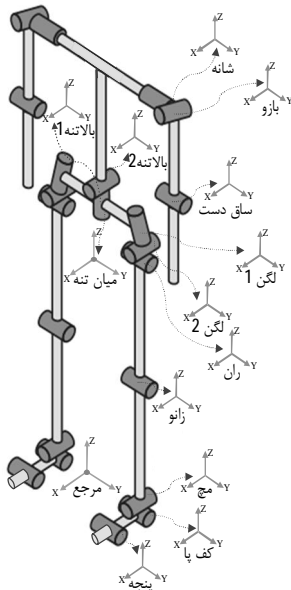
ربات مورد بررسی دارای 22 درجه آزادی فعال می‌باشد. تمامی درجات آزادی از نوع دورانی هستند و هر پا دارای 7 درجه آزادی، هر دست دارای 3 درجه آزادی و کمر نیز دارای 2 درجه آزادی می‌باشد. در هر پا، 3 درجه برای

یافت و سرعت ربات تا 80% افزایش یافت. با توسعه ربات اچ 6 به صورت ربات جی اس کی اچ 7، حرکت زانو زدن بر روی زمین که به وسیله مفصل پنجه فعال، امکان‌پذیر است، مورد بررسی قرار گرفت [2]. در نهایت، با پیاده‌سازی هم‌زمان بینایی سه بعدی، طراحی حرکت و کنترل راه رفتن، طراحی ربات یکپارچه اچ 7 که دارای پنجه فعال می‌باشد صورت گرفت [3]. آن و همکاران [4]. با ارائه یک ساختار فیزیکی برای ربات دوپای دارای پنجه و بررسی عملکرد ربات، به چهار نقش مهم پنجه در ربات‌های انسان‌نما دست یافتند. اول این‌که، وجود پنجه باعث ایجاد حرکتی شبیه به حرکت انسان برای ربات می‌شود. دومین مزیت، افزایش مدت زمان فاز دو تکیه‌گاهی است که پایداری ربات را تضمین می‌کند و دو مزیت دیگر آن در کاهش سرعت‌های بیشینه مفصلی و افزایش طول گام است.

از سوی دیگر، نقش پنجه در افزایش سرعت راه رفتن ربات نیز مورد توجه تعدادی از محققان قرار گرفت. با هدف به کارگیری معادلات حرکتی انسان برای ربات، یک کفش مکانیکی دو درجه آزادی و دارای پنجه که به طور مستقل حرکت می‌کند، ارائه شد [5] و نشان داده شد که یک ربات دوپا با مکانیزم پنجه ارائه شده می‌تواند سریع‌تر از ربات‌های بدون پنجه گام بردارد. همچنین، سلوتی و همکاران [6] اثر پنجه در افزایش سرعت راه رفتن ربات دوپا را بررسی کردند و نشان دادند که با اضافه شدن مفصل پنجه، امکان افزایش طول گام و در نتیجه افزایش سرعت تا 1/5 برابر فراهم می‌شود. کاجیتا و همکاران [7] نیز، نقش پنجه غیرفعال در دوییدن ربات دوپا را مورد بررسی قرار دادند. در نهایت، با هدف راه رفتن با سرعت بالا و استفاده از مزایای پنجه فعال، ربات انسان‌نمای لولا با 25 درجه آزادی ارائه شد [8]. از دیگر محققانی که از اثر افزونگی پنجه در دوییدن ربات انسان‌نما استفاده کردند، می‌توان به تاجیما و همکاران [9] اشاره کرد. آن‌ها یک ربات را با سایز انسان که می‌تواند با سرعت 7 km/h بدود، ارائه کردند.

استفاده از پنجه در فاز تک‌تکیه‌گاهی تأثیر به‌سزایی در نحوه گام برداشتن ربات دارد. برای بررسی این موضوع، یک مدل 8 لینکی برای ربات دوپا، در نظر گرفته شد و طراحی مسیر براساس پاندول معکوس، انجام شد [10]. این پژوهش نشان می‌دهد در صورت استفاده از مفصل پنجه، تغییرات زاویه زانو و مچ کم‌تر و در نتیجه تغییرات سرعت زاویه‌ای در یک سیکل گام نرم‌تر می‌شود. همچنین، محدوده حرکت به سمت جلو در فاز دو تکیه‌گاهی بیشتر می‌شود و در نتیجه پایداری ربات بهتر می‌شود. از سوی دیگر، تلالولینی و همکاران [11] نشان دادند که استفاده از پنجه در فاز تک‌تکیه‌گاهی به هنگام دوییدن ربات، گشتاور ران و زانوی پای ایستاده را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد و اگرچه گشتاور مربوط به مفاصل مچ بزرگ‌تر می‌شوند اما از گشتاور بیشینه مجاز عملگرها تجاوز نمی‌کند. لازم به ذکر است که این فاز حرکتی در گام برداشتن توسط ربات اچ آر پی 4-سی اجرا شد [12].

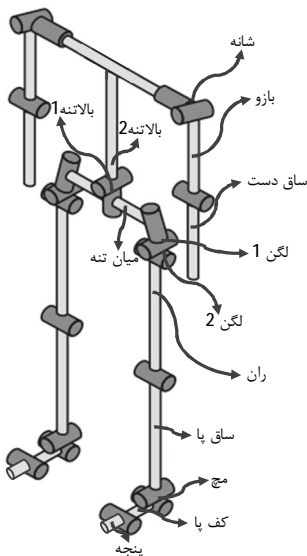
بعد از این که محققان به تعدادی از مزایای افزودن پنجه به ربات پی بردند، توجه محققان به استفاده هم‌زمان از مزایای پنجه و پاشنه در ربات انسان‌نما معطوف شد. به همین منظور، کومار و همکاران [13] استفاده هم‌زمان از مفصل پنجه و پاشنه را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که وجود این دو مفصل در هر پا، به دلیل ایجاد درجات آزادی اضافی، حرکت طبیعی‌تری را فراهم می‌کند. در تحقیقی دیگر، برای بررسی حرکت با زانوی کشیده به گونه‌ای که با پاشنه بر روی زمین باشد یا پنجه، ربات انسان‌نمای وابین 2- آر ارائه شد [14]. هندهارو و همکاران [15] با اضافه کردن یک



شکل 1 موقعیت و جهت گیری دستگاه های بدنی و مرجع

جدول 1 مشخصات طولی و جرمی ربات

لینک	طول (m)	جرم (kg)	لینک	طول (m)	جرم (kg)
بالاتنه 1	0/09	1/3	لگن 2	0/10	2/8
بالاتنه 2	0/35 و 0/35	9/3	ران	0/44	6/3
شانه	0/06 و 0/06	0/5	ساق پا	0/43	3/9
بازو	0/21	1/9	مچ پا	0/01	0/1
ساق دست	0/17	1/5	کف پا	0/17	1/6
میان تنه	0/25	6/9	پنجه	0/11	0/8
لگن 1 و 0/10 و 0/10	1/7	0/10			



شکل 2 نام گذاری لینک های ربات

مربوط به پای راست و پای چپ  $q_{Ar}$  و  $q_{Al}$  به ترتیب مختصات تعمیم یافته مربوط به دست راست و دست چپ  $q_{up-body}$  مختصات تعمیم یافته مربوط

ران، یک درجه برای زانو، 2 درجه برای مچ و 1 درجه برای پنجه در نظر گرفته می‌شود. همچنین، در هر دست 2 درجه برای شانه و یک درجه برای آرنج لحاظ می‌شود. شکل 1 ساختار شماتیک ربات مذکور را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 1 مشاهده می‌شود، دستگاه‌های بدنی متصل به لینک‌ها، همگی به موازات دستگاه مرجع در نظر گرفته می‌شوند. هر دستگاه بدنی در محل اتصال لینک به مفصل محرکش نصب شده است. دستگاه مرجع بین دو مچ پا بر روی زمین قرار دارد و دستگاه مربوط به میان‌تنه دقیقاً در بالای دستگاه مرجع بر روی مرکز میان‌تنه نصب شده است. جدول 1 مشخصات طولی و جرمی ربات را نشان می‌دهد که لینک‌های نام‌گذاری شده در این جدول، در شکل 2 نمایش داده شده‌اند. لازم به ذکر است که مشخصات ساختاری ربات شبیه به ربات لولا در نظر گرفته شده است تا نتایج و تحلیل‌های آتی نزدیک به واقعیت باشد.

## 1-2- صحنه‌گذاری سینماتیکی

با فرض این که ربات به صورت یک جسم آزاد در فضا و بدون هیچ تماسی با محیط اطراف می‌باشد، سینماتیک مستقیم تعیین می‌شود. به علت درجات آزادی غیرفعال سیستم به‌عنوان یک جسم صلب در فضا، بین میان‌تنه و دستگاه مرجع شش مفصل فرضی در نظر گرفته می‌شود (سه مفصل دورانی برای آزادی چرخش در سه راستا و سه مفصل کشویی برای آزادی جابجایی در سه راستا).

به منظور تعیین سینماتیک سیستم کلیه دستگاه‌ها (شش دستگاه مربوط به شش درجه آزادی غیرفعال میان‌تنه و دستگاه‌های مربوط به درجات آزادی فعال) به صورت موازی با یکدیگر در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین برای بیان حرکت دو دستگاه متوالی نسبت به یکدیگر، تنها کافی است یک دوران یا یک انتقال ساده (با توجه به این که مفصل دورانی یا کشویی است) لحاظ شود. لازم به ذکر است که در تحلیل سینماتیکی، ربات به صورت 4 بازو در نظر گرفته شده است که هر بازو از دستگاه مرجع تا مجری نهایی<sup>1</sup> به ترتیب دارای شش درجه آزادی غیرفعال و درجات فعال موجود در آن بازو می‌باشد. بنابراین سینماتیک هر بازو مستقل از فاز تک‌تکیه‌گاهی و دوتکیه‌گاهی به طور جداگانه قابل بررسی می‌باشد.

با در نظر گرفتن موقعیت و جهت‌گیری میان‌تنه نسبت به دستگاه مرجع

به صورت مختصات تعمیم یافته نشان داده شده در رابطه (1):

$$q_{p_{6 \times 1}} = [z_p, y_p, x_p, \beta_p, \alpha_p, \gamma_p] \quad (1)$$

می‌توان ماتریس تبدیل میان‌تنه نسبت به زمین را طبق رابطه (2) محاسبه کرد:

$${}^G T_p = {}^G T_{z_p} \times {}^{z_p} T_{y_p} \times {}^{y_p} T_{x_p} \times {}^{x_p} T_{\beta_p} \times {}^{\beta_p} T_{\alpha_p} \times {}^{\alpha_p} T_{\gamma_p} \quad (2)$$

با در نظر گرفتن زوایای نسبی پاهای راست و چپ، زوایای نسبی دست‌های راست و چپ و زوایای نسبی مربوط به مفاصل موجود در میان‌تنه به صورت رابطه (3)، کلیه ماتریس‌های تبدیل  $T_i^{i-1}$  قابل محاسبه خواهد بود.

$$\begin{aligned} q_{Lr_{7 \times 1}} &= [\theta_{hr_1}, \theta_{hr_2}, \theta_{hr_3}, \theta_{kr}, \theta_{ar_1}, \theta_{ar_2}, \theta_{tr}] \\ q_{Ll_{7 \times 1}} &= [\theta_{hl_1}, \theta_{hl_2}, \theta_{hl_3}, \theta_{kl}, \theta_{al_1}, \theta_{al_2}, \theta_{tl}] \\ q_{Ar_{3 \times 1}} &= [\theta_{shr}, \theta_{ur}, \theta_{tr}], q_{Al_{3 \times 1}} = [\theta_{shl}, \theta_{ul}, \theta_{tl}] \\ q_{up-body_{2 \times 1}} &= [\theta_{p_1}, \theta_{p_2}] \end{aligned} \quad (3)$$

در روابط بیان شده در رابطه (3)،  $q_{Ll}$  و  $q_{Lr}$  به ترتیب مختصات تعمیم یافته

مقایسه خواهند شد. فرم ساده و کلی معادلات دینامیکی به صورت رابطه (4) بیان می‌شود:

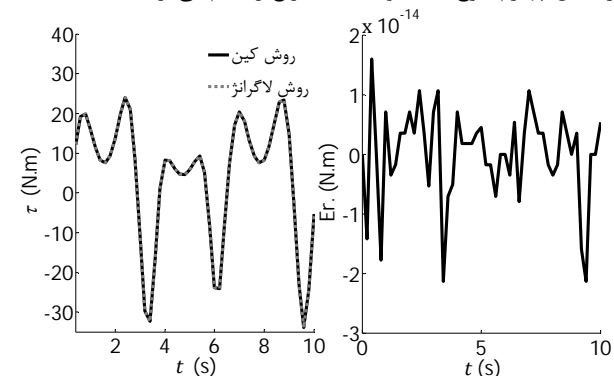
$$M_{n \times n} \ddot{q}_{n \times 1} + C_{n \times 1}(q, \dot{q}) + G_{n \times 1}(q) = Q_{n \times 1} \quad (4)$$

که در آن ترم اول سمت چپ رابطه بالا نشان دهنده اثرات اینرسی، ترم دوم نشان دهنده اثرات گریز از مرکز و کریولیس و ترم سوم نشان دهنده اثر گرانش است. سمت راست نیز آرایه نیروها و گشتاورهای وارد بر ربات می‌باشد. همچنین،  $n$  تعداد مختصات تعمیم یافته می‌باشد که برای ربات موردنظر، طبق روابط (1) و (3)، برابر با 28 است.

در این‌جا برای مقایسه معادلات بدست آمده از دو روش، به هر دو مدل یک مسیر سینوسی یکسان در فضای مفاصل داده می‌شود و مقدار طرف چپ معادلات باهم مقایسه می‌شود. علت انتخاب مسیر سینوسی این است که این مسیر طیف پیوسته‌ای از مقادیر مثبت و منفی را دربردارد و می‌تواند به خوبی میزان انطباق دو روش با هم را نشان دهد. از طرفی، ذکر این نکته حائز اهمیت است که مسیر سینوسی یک مسیر پایدار برای حرکت نیست و تنها برای نشان دادن این موضوع که مدل دینامیکی بدست آمده برای طیف وسیعی از پارامترهای فضای مفصلی معتبر است، انتخاب شده است. اما نباید این‌گونه به موضوع نگاه کرد که این مدل دینامیکی کاملاً بر نمونه واقعی منطبق است. در این‌جا به عنوان نمونه، تنها نتیجه مربوط به مفصل دوم لگن پای راست ارائه می‌شود. شکل 4 گشتاور مربوط به آن و خطای بین دو روش لاگرانژ و کین برای محاسبه این گشتاور را نشان می‌دهد. با توجه به نمودار خطا، مقادیری که برای خطا به دست آمده‌اند از مرتبه‌ای بسیار پایین‌تر از مقادیر گشتاور هستند و در واقع گشتاورهای به دست آمده از دو روش کاملاً بر هم منطبق هستند.

#### 2-2-2- حل عددی (تراجعی) روش کین

نتایج به دست آمده از حل تحلیلی لاگرانژ و کین نشان می‌دهد که بار محاسباتی مربوط به کین بسیار کم‌تر از روش لاگرانژ می‌باشد. برای نمونه حجم محاسبات مربوط به گشتاور میچ در روش لاگرانژ برابر با  $42/8$  مگابایت و در روش کین برابر با  $2/7$  مگابایت است<sup>4</sup>. به همین منظور، در ادامه در هر جا که نیاز به مدل دینامیکی باشد، از روابط مربوط به کین استفاده خواهد شد. در این بخش تصمیم بر آن است که به جای حل تحلیلی، راه حلی تراجعی برای کین ارائه گردد تا بار محاسباتی به حداقل مقدار و سرعت اجرای برنامه به حداکثر مقدار برسد. با این کار، عملیات بهینه‌سازی در طراحی مسیر که در بخش چهارم شرح داده خواهد شد، سریع‌تر انجام می‌گردد.



شکل 4 گشتاور برحسب زمان برای مفصل دوم لگن پای راست با استفاده از دو روش لاگرانژ و کین و خطای بین این دو روش

به بالاتنه را نشان می‌دهند. زوایای دارای اندیس  $h, k, a, t$  به ترتیب مربوط به زوایای لگن، زانو، میچ و پنجه هستند و زوایای دارای اندیس  $u, sh$  و  $l$  به ترتیب مربوط به زوایای شانه، بازوی دست و ساق دست هستند، به‌علاوه، اندیس  $p$  نیز مربوط به دو مفصل موجود در بالاتنه می‌باشد. اندیس‌های  $r$  و  $l$  نیز همان‌طور که واضح است نشان‌دهنده این است که زاویه موردنظر در لینک راست یا چپ قرار دارد.

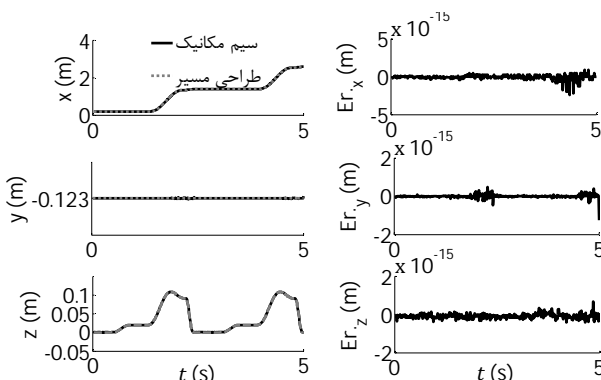
برای اطمینان از صحت سینماتیک سیستم، ربات موردنظر در محیط سیم‌مکانیک<sup>1</sup> در نرم‌افزار متلب<sup>2</sup> شبیه‌سازی شده است. به این صورت که ابتدا مسیر طراحی شده برای میان‌تنه و مسیرهای بدست آمده از سینماتیک معکوس برای زوایای پاها [20]، از طریق عملگر به مفاصل اعمال می‌شود، سپس موقعیت و جهت‌گیری کف پاها در هر سه راستا به کمک حسگر اندازه‌گیری می‌شود و با مسیر طراحی شده برای کف پاها مقایسه می‌گردد. به عنوان نمونه در شکل 3 مسیر حرکت کف پای راست در سه راستای  $x, y$  و  $z$  که از طراحی مسیر و خروجی حسگر متصل به کف پا بدست آمده است و خطای بین این دو روش نشان داده شده است. از آنجایی که خطای بین خروجی حسگر و مسیر طراحی شده برای کف پا از مرتبه  $10^{-15}$  می‌باشد، صحت سینماتیک سیستم تأیید می‌گردد.

#### 2-2-2- صحنه‌گذاری دینامیکی

با توجه به این که تفاوت فازهای حرکتی در ربات دوپا به نحوه قرارگیری پاها و تماس آن‌ها با زمین بستگی دارد، برای این که بتوان معادلات حرکت را به صورت عمومی در تمامی فازهای حرکت استخراج کرد، در ابتدا ربات به صورت یک جسم آزاد در فضا، بدون هیچ تماسی با محیط اطراف در نظر گرفته می‌شود. سپس، معادلات برای این حالت استخراج می‌شود و با اعمال قیود مربوط به فازهای حرکتی مختلف، معادلات برای هر حالت استخراج می‌شود [22,21]. لازم به ذکر است که در بخش 2-2-1، معادلات دینامیک برای کل ربات توسعه داده می‌شود و صحنه‌گذاری انجام می‌گردد. اما، با توجه به این که در راه رفتن تنها مفاصل پایین‌تنه مورد توجه هستند، در ادامه این تحقیق (از بخش 2-2-2 تا انتها) تمرکز بر روی حرکت مفاصل پاها است، به گونه‌ای که مفاصل بالاتنه قفل شده در نظر گرفته می‌شوند.

#### 2-2-1- نتایج مربوط به صحنه‌گذاری به دو روش لاگرانژ و کین

به منظور تعیین دینامیک سیستم و اطمینان از صحت آن، معادلات دینامیکی به دو روش لاگرانژ و کین [23] محاسبه می‌شوند و نتایج با هم



شکل 3 موقعیت کف پای راست و خطای مربوط به آن از دو روش

3- Iterative

4- محاسبات بر روی laptop با پردازنده Core i5 و 4G RAM انجام شده است.

1- Simmechanics  
2- MATLAB

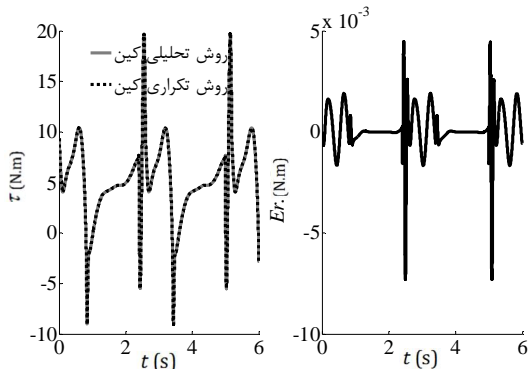
که در آن  $\bar{U}_{r1}$  و  $P_{G_i}^{r1}$  به ترتیب مختصات مرکز جرم لینک  $i$  ام نسبت به دستگاه  $r_1$  و جهت دوران لینک  $r_1$  ام بیان شده در دستگاه اینرسی را نشان می‌دهند. مقادیر  $J_{A,r1}^{(i)}$  و  $J_{L,r1}^{(i)}$  ژاکوبین موضعی هستند که اثر مختصه تعمیم یافته لگن پای راست را به ترتیب بر روی سرعت خطی مرکز جرم و دورانی لینک  $i$  ام نشان می‌دهد.

طرف چپ معادلات دینامیک برای کلیه مفاصل به این روش محاسبه می‌شود و با روش تحلیلی کین مقایسه می‌گردد. برای نمونه نتایج مربوط به یک مفصل نشان داده می‌شود. شکل 5 گشتاور مفصل زانوی پای چپ و خطای بین دو روش تحلیلی و عددی را نشان می‌دهد. با توجه به نمودارهایی که برای خطا بین دو روش عددی و تحلیلی رسم شده‌اند، مقادیری که برای خطا به دست آمده‌اند از مرتبه پایین‌تر از گشتاور هستند. بنابراین در ادامه از مدل دینامیکی به دست آمده از حل عددی استفاده خواهد شد.

### 2-2-3- تعیین سمت راست معادلات دینامیکی (نیرو و گشتاورهای اعمالی به کف پا و گشتاورهای موردنیاز مفاصل)

برای کسب اطمینان از صحت کامل مدل دینامیکی و انطباق آن بر نمونه واقعی می‌بایست با اعمال قیود مربوط به فازهای حرکتی مختلف، نیرو و گشتاور اعمالی به کف پا و گشتاورهای موتورهای مفاصل مطابق مقالات [22,21] محاسبه شود. سپس ZMP یک بار به کمک نیرو و گشتاورهای عکس‌العملی زمین و بار دیگر به کمک روش ارائه شده در مقاله [24] محاسبه شود. انطباق نتایج حاصل از این دو روش صحت کامل مدل دینامیکی را تأیید می‌کند. به همین منظور، در این قسمت با در نظر گرفتن دو نوع الگوی حرکتی، یکی بدون پنجه و پاشنه و دیگری با پنجه و پاشنه، نیرو و گشتاورهای عکس‌العملی زمین و گشتاورهای موتورهای محاسبه می‌شوند.

شماتیک نحوه گام برداشتن در الگوهای حرکتی مورد بررسی، در جدول 2 نشان داده شده است. هر چرخه کامل گام برداشتن شامل دو گام می‌باشد که دارای دو فاز تک‌تکیه‌گامی (SSP)<sup>1</sup> و دو فاز دو تکیه‌گامی (DSP)<sup>2</sup> است. با فرض این که گام برداشتن با فاز تک تکیه‌گامی شروع گردد و در فاز تک-تکیه‌گامی اول پای راست بر روی زمین باشد و پای چپ از عقب به جلو حرکت کند، الگوهای حرکتی در جدول 2 نشان داده شده‌اند. به دلیل تقارن حرکت بین پای راست و چپ، کافی است در هر الگوی حرکتی تنها یک فاز تک-تکیه‌گامی و یک فاز دو تکیه‌گامی مورد بررسی قرار گیرد که اکنون به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود و قید اعمالی در هر حالت ذکر خواهد شد.



شکل 5 گشتاور برحسب زمان برای مفصل زانوی پای چپ با استفاده از دو روش تحلیلی و تراجعی کین و خطای بین این دو روش

برای توضیح حل عددی روش کین، در ابتدا لازم است که پارامترهای استفاده شده در معادله کین [23] معرفی گردند. معادله کین براساس مختصات تعمیم یافته به صورت رابطه (5) بیان می‌شود:

$$\sum_{i=1}^N \left( m_i a_{G_i} \frac{\partial v_{G_i}}{\partial \dot{q}_k} + \dot{H}_{G_i} \frac{\partial \omega_i}{\partial \dot{q}_k} \right) = \sum_{i=1}^N \left( F_i \frac{\partial v_{G_i}}{\partial \dot{q}_k} + M_{G_i} \frac{\partial \omega_i}{\partial \dot{q}_k} \right) \quad (5)$$

$k = 1, 2, \dots, n$

که در آن  $N$  برابر با تعداد لینک‌ها و  $n$  برابر با تعداد مختصات تعمیم یافته می‌باشد.  $m_i$  و  $\omega_i$  به ترتیب جرم و سرعت دورانی لینک  $i$  ام هستند.  $v_{G_i}$  و  $a_{G_i}$  به ترتیب شتاب خطی و سرعت خطی مرکز جرم لینک  $i$  ام هستند و  $\dot{H}_{G_i}$  نرخ تغییر مومنوم دورانی مرکز جرم لینک  $i$  ام است.  $\dot{q}$  نیز مشتق اول مختصه تعمیم یافته را نشان می‌دهد. همچنین،  $F_i$  و  $M_{G_i}$  به ترتیب نیرو و گشتاور وارد بر لینک  $i$  ام می‌باشند.

لازم به ذکر است که به منظور مقایسه دینامیک سیستم از دو روش کین و لاگرانژ، لازم است طرف چپ معادلات مشابه باشند. بنابراین برای این که طرف چپ معادلات کین و لاگرانژ قابل مقایسه باشند، می‌بایست در معادله کین، اثر گرانش را از سمت راست به سمت چپ منتقل کرد و سمت چپ معادله کین را به صورت رابطه (6) در نظر گرفت:

$$\sum_{i=1}^N \left( m_i a_{G_i} \frac{\partial v_{G_i}}{\partial \dot{q}_k} + \dot{H}_{G_i} \frac{\partial \omega_i}{\partial \dot{q}_k} - (-m_i g) \frac{\partial v_{G_i}}{\partial \dot{q}_k} \right) \quad (6)$$

$k = 1, 2, \dots, n$

منظور از حل تراجعی روش کین، ارائه یک راه حل عددی برای محاسبه سرعت و شتاب لینک‌ها از طریق مشتق‌گیری عددی موقعیت لینک‌ها می‌باشد و همچنین کلیه مشتقات جزئی سرعت‌های خطی و دورانی نسبت به مختصات تعمیم یافته، براساس ژاکوبین محاسبه می‌شود. بنابراین دیگر نیاز به پارامتری در نظر گرفتن مختصات تعمیم یافته در برنامه نویسی نیست و بار محاسباتی کاهش می‌یابد.

برای محاسبه هر ترم در این روش، برای نمونه مفصل اول لگن پای راست را در نظر گرفته و رابطه (6) بسط داده می‌شود:

$$\begin{aligned} & \left( m_p a_p \frac{\partial v_p}{\partial \dot{q}_{r1}} + \dot{H}_p \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{q}_{r1}} + m_p g \frac{\partial v_p}{\partial \dot{q}_{r1}} \right) + \\ & \left( m_{r1} a_{r1} \frac{\partial v_{r1}}{\partial \dot{q}_{r1}} + \dot{H}_{r1} \frac{\partial \omega_{r1}}{\partial \dot{q}_{r1}} + m_{r1} g \frac{\partial v_{r1}}{\partial \dot{q}_{r1}} \right) + \dots \\ & \left( m_{r7} a_{r7} \frac{\partial v_{r7}}{\partial \dot{q}_{r1}} + \dot{H}_{r7} \frac{\partial \omega_{r7}}{\partial \dot{q}_{r1}} + m_{r7} g \frac{\partial v_{r7}}{\partial \dot{q}_{r1}} \right) + \\ & \left( m_{l1} a_{l1} \frac{\partial v_{l1}}{\partial \dot{q}_{r1}} + \dot{H}_{l1} \frac{\partial \omega_{l1}}{\partial \dot{q}_{r1}} + m_{l1} g \frac{\partial v_{l1}}{\partial \dot{q}_{r1}} \right) + \dots \\ & \left( m_{l7} a_{l7} \frac{\partial v_{l7}}{\partial \dot{q}_{r1}} + \dot{H}_{l7} \frac{\partial \omega_{l7}}{\partial \dot{q}_{r1}} + m_{l7} g \frac{\partial v_{l7}}{\partial \dot{q}_{r1}} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن پارامترهایی که دارای اندیس  $p, r1, r7, l1, l7$  هستند به ترتیب مربوط به میان‌تنه، لینک اول (لگن) و آخر (پنجه) پای راست و لینک اول و آخر پای چپ می‌باشند و "..." به روابط بسط داده شده برای لینک‌های بین این دو لینک اشاره دارد.

همان‌طور که رابطه (7) نشان می‌دهد، می‌بایست مشتق جزئی سرعت خطی و دورانی هر لینک را نسبت به مختصه تعمیم یافته مربوط به مفصل اول لگن پای راست محاسبه کرد. با توجه به این که این مختصه مربوط به یک مفصل دورانی است، مشتقات جزئی از طریق روابط (8) محاسبه می‌شوند

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{G_i}}{\partial \dot{q}_{r1}} &= J_{L,r1}^{(i)} = (\bar{U}_{r1}) \times P_{G_i}^{r1} \\ P_{G_i}^{r1} &= {}^0 T_i \times P_{G_i}^i - {}^0 T_{r1} [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \\ \frac{\partial \omega_{G_i}}{\partial \dot{q}_{r1}} &= J_{A,r1}^{(i)} = \bar{U}_{r1} \end{aligned} \quad (8)$$

1- Single Support Phase  
2- Double Support Phase

جهت گیری آن در راستای  $\gamma$  قیدی لحاظ کرد.

در این حالت می‌توان از اثر پنجه هر دو پا صرف‌نظر کرد. بنابراین وضعیت ربات با 18 مختصه تعمیم یافته قابل بیان است و می‌توان معادلات دینامیک را به دست آورد.

در نیمه دوم فاز، پای راست عقب و روی پنجه قرار دارد و کف پای چپ جلو و صاف روی زمین قرار گرفته است. قیود هولونومیک مشابه فاز دوتکیه-گاهی در الگوی حرکتی اول است با این تفاوت که نقطه تماس برای پای راست باید در زیر لینک پنجه در نظر گرفته شود. در این حالت وضعیت ربات با 19 مختصه تعمیم یافته (بدون در نظر گرفتن پنجه پای چپ) قابل بیان است و می‌توان معادلات دینامیکی مقید سیستم را تعیین کرد.

#### 2-2-4- محاسبه ZMP به دو روش

با محاسبه ZMP به دو روش و انطباق نتایج حاصل از آن دو، صحت کامل مدل دینامیکی تأیید می‌شود. در روش اول ZMP طبق مقاله [24] محاسبه می‌گردد که در آن می‌توان با استفاده از اثرات وزن و اینرسی تک‌تک لینک‌ها و مستقل از نیروهای تکیه‌گاهی، این نقطه را محاسبه نمود. در واقع در این روش با گشتاورگیری حول نقطه ZMP، نیروهای تکیه‌گاهی از معادلات حذف می‌شوند و نیازی به محاسبه گشتاورهای مفاصل و نیروهای تکیه‌گاهی نیست. اما در روش دوم پس از استخراج نیروها و گشتاورهای تکیه‌گاهی از مدل دینامیکی، می‌توان با استفاده از تعریف ZMP [25] موقعیت این نقطه را محاسبه نمود [26].

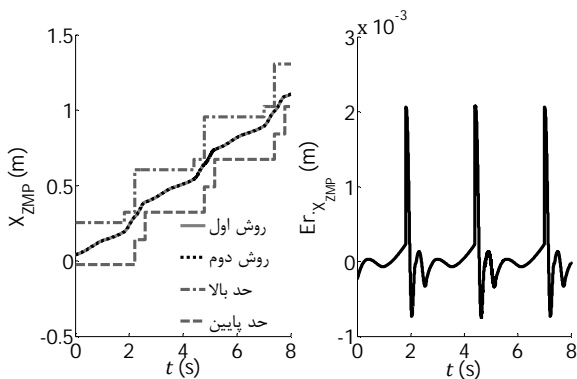
با به‌کار بردن مسیر حرکت مفاصل در معادلات مربوط به ZMP که از دو روش محاسبه شدند، تاریخچه زمانی موقعیت ZMP حاصل می‌شود. به عنوان نمونه، نتایج مربوط به گام برداشتن طبق الگوی حرکتی دوم ارائه می‌گردد. شکل 6، ZMP در راستای  $x$  و خطای محاسبه آن از دو روش را نشان می‌دهد. همچنین، شکل 7، ZMP در راستای  $y$  و خطای محاسبه آن از دو روش را نمایش می‌دهد.

از آنجایی که در هر دو روش از محاسبات عددی استفاده شده است وجود خطایی با مرتبه  $10^{-3}$  و  $10^{-4}$  توجه‌پذیر است. بنابراین، مدل دینامیکی به‌طور کامل و دقیق صحت‌گذاری شده است.

#### 2-3- نتایج مربوط به گشتاور موردنیاز مفاصل و نیرو و گشتاورهای

##### عکس‌عملی زمین

اکنون می‌توان با اطمینان کامل، از مدل دینامیکی صحت‌گذاری شده استفاده کرد و گشتاور مفاصل و نیرو و گشتاورهای عکس‌عملی زمین را محاسبه کرد. در این بخش به‌عنوان نمونه نتایج مربوط به گام برداشتن طبق الگوی



شکل 6 موقعیت ZMP در راستای  $x$  و خطای محاسبه آن به دو روش

با در نظر گرفتن ربات به صورت یک جسم آزاد و بدون هیچ تماسی با محیط، مختصات تعمیم یافته طبق روابط (1) و (3) به صورت بردار رابطه (9) تعریف می‌شود:

$$q_{20 \times 1} = [q_{p_{6 \times 1}}, q_{r_{7 \times 1}}, q_{l_{7 \times 1}}]^T \quad (9)$$

فاز تک‌تکیه‌گاهی اول در الگوی حرکتی اول و دوم: در این فاز، کف پای راست صاف بر روی زمین قرار دارد و پای چپ از عقب به سمت جلو حرکت می‌کند. فرض ثابت بودن پا بر روی زمین با قیود هولونومیک، به صورت رابطه (10) بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} X_c - C \\ \theta_c \end{bmatrix}_{6 \times 1} = 0 \quad (10)$$

که در آن  $C$  ثابت و  $c$  نقطه تماس کف پای راست با زمین می‌باشد.  $X$  و  $\theta$  موقعیت و جهت‌گیری کف پای راست را نشان می‌دهد. این قیود با نیروها و گشتاورهای مجهول در فضای کاری جایگزین می‌شوند و سپس از طریق ترانزاده ژاکوبین به فضای مفصلی نگاشت داده می‌شوند.

باید توجه داشت در حالتی که کف پا صاف بر روی زمین قرار دارد، نیاز نیست اثر پنجه آن پا لحاظ شود. بنابراین تنها کافی است معادلات را برای 19 مختصه تعمیم یافته (بدون پنجه پای راست) در نظر گرفت و وضعیت ربات با همان 19 مختصه تعمیم یافته قابل بیان است. بنابراین می‌توان معادلات دینامیکی مقید سیستم را استخراج کرد.

فاز دوتکیه‌گاهی اول در الگوی حرکتی اول: در این فاز، کف هر دو پا صاف بر روی زمین قرار دارند. فرض ثابت بودن هر دو پا بر روی زمین با قیود هولونومیک، به صورت رابطه (11) بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} X_{c_r} - C_r \\ \theta_{c_r} \end{bmatrix}_{6 \times 1} = 0, \begin{bmatrix} X_{c_l} - C_l \\ \theta_{c_l} \end{bmatrix}_{6 \times 1} = 0 \quad (11)$$

که در آن  $c_r$  و  $c_l$  به ترتیب نقاط تماس کف پای راست و کف پای چپ با زمین می‌باشند.

لازم به ذکر است در این حالت که کف هر دو پا صاف بر روی زمین قرار گرفته است، نیاز نیست اثر پنجه پاها لحاظ شود. بنابراین وضعیت ربات با 18 مختصه تعمیم یافته قابل بیان است و می‌توان معادلات دینامیکی مقید سیستم را استخراج کرد.

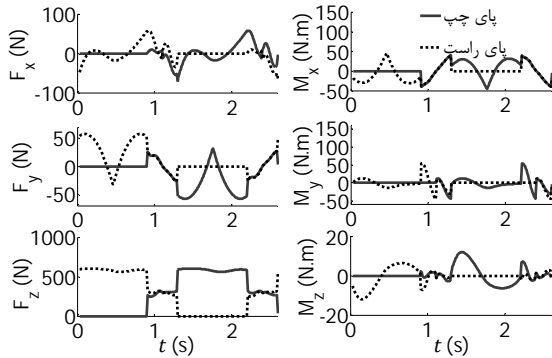
فاز دوتکیه‌گاهی اول در الگوی حرکتی دوم: در نیمه اول فاز، کف پای راست صاف و در عقب قرار دارد و پای چپ در جلو و بر روی پاشنه قرار گرفته است. قیود هولونومیک در این حالت به فرم رابطه (12) بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} X_{c_r} - C_r \\ \theta_{c_r} \end{bmatrix}_{6 \times 1} = 0, \begin{bmatrix} X_{c_l} - C_l \\ \theta_{c_l} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = 0 \quad (12)$$

که در آن  $c_r$  نقطه تماس کف پای راست با زمین و  $c_l$  نقطه تماس پاشنه پای چپ با زمین می‌باشد. همان‌طور که در رابطه (10) مشاهده می‌شود، به دلیل این که پای چپ فقط در ناحیه پاشنه با زمین تماس دارد، موقعیت آن در سه راستا و جهت‌گیری آن فقط در دو راستای  $x$  و  $z$  مقید می‌شود و نباید بر روی

جدول 2 شمایک نحوه گام برداشتن در دو الگوی حرکتی متفاوت (پای راست با رنگ خاکستری تیره و پای چپ با رنگ خاکستری روشن مشخص شده است)

الگو حرکتی	DSP2	SSP2	DSP1	SSP1
1 بدون پنجه و پاشنه دارای				
2 پنجه و پاشنه				



شکل 10 نیروها و گشتاورهای عکس‌العملی زمین وارد بر کف پا در یک سیکل کامل

معکوس، مسیر حرکت در فضای مفصلی (کلیه مفاصل پاها به جز پنجه‌ها) به دست می‌آید و برای مفاصل پنجه جداگانه طراحی مسیر می‌شود.

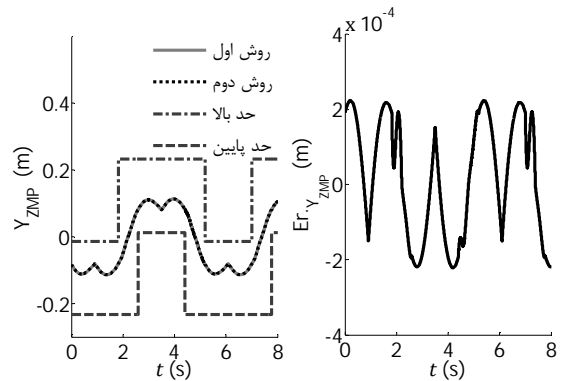
### 3-1- طراحی مسیر برای میان‌تنه

طراحی مسیر براساس مدل دقیق دینامیکی به کمک مقاله [27] انجام می‌گیرد که در این قسمت مورد بررسی قرار می‌گیرد. ارتفاع مرکز جرم ثابت فرض می‌شود و صرفاً برای حرکت در راستای  $x$  و  $y$  مسیری مناسب طراحی می‌شود. از آنجایی که حرکت میان‌تنه در فازهای تک‌تکیه‌گاهی و دو‌تکیه‌گاهی اول عیناً برای دو فاز دوم تکرار می‌شود، تنها به بررسی دو فاز اول چرخه پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است فرض شده است که حرکت با فاز تک‌تکیه‌گاهی که در آن پای راست روی زمین ایستاده است شروع می‌شود در نتیجه شرایط مرزی و مسیر حرکت براساس این فرض تعیین می‌شوند. با در نظر گرفتن پیوستگی موقعیت، سرعت و شتاب بین دو فاز تک-تکیه‌گاهی و دو‌تکیه‌گاهی مسیری مناسب در راستای  $x$  طراحی می‌شود که شرایط مرزی آن به صورت رابطه (13) تعریف می‌گردند:

$$\begin{cases} x_s(0) = 0 \\ x_s(t_s) = x_{bs} + x_{es} \\ \dot{x}_s(0) = \dot{x}_d(t_s + t_d) \\ \dot{x}_s(t_s) = \dot{x}_d(t_s) \\ \ddot{x}_s(t_s) = \ddot{x}_d(t_s) \\ x_d(t_s) = x_{bs} + x_{es} \\ x_d(t_s + t_d) = c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_s(t) = \sum_{i=0}^3 a_i t^i \\ x_d(t) = \sum_{i=0}^3 b_i t^i \end{cases} \quad (13)$$

که در آن  $t_s$  و  $t_d$  به ترتیب مدت زمان فاز تک‌تکیه‌گاهی و دو‌تکیه‌گاهی هستند.  $x_s$  و  $x_d$  به ترتیب تاریخچه زمانی موقعیت  $x$  در فاز تک‌تکیه‌گاهی و دو‌تکیه‌گاهی هستند که با در اختیار داشتن 8 شرط مرزی، به صورت دو چندجمله‌ای مرتبه سه تعیین می‌شوند. هم‌چنین  $c$  طول گام است و اگر فرض شود که دستگاه مرجع روی زمین و دقیقاً زیر مرکز جرم واقع شده باشد،  $x_{bs}$  و  $x_{es}$  به ترتیب موقعیت مرکز میان‌تنه در ابتدا و انتهای فاز تک‌تکیه‌گاهی هستند.

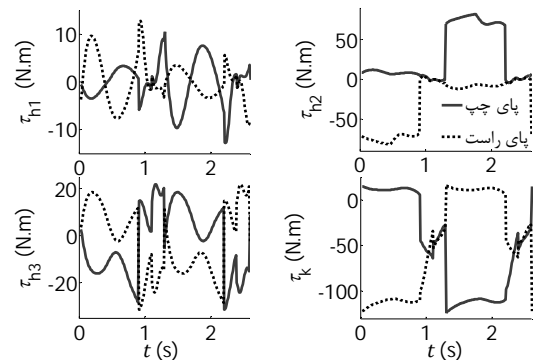
مسیر  $y$  باید به گونه ای طراحی شود که مقدار آن در وسط فاز تک‌تکیه‌گاهی به بیشترین مقدار برسد؛ یعنی به منظور حفظ پایداری در این فاز باید تا حد امکان مرکز میان‌تنه به پای ایستاده نزدیک گردد. برای اعمال این شرط لازم است به جای در نظر گرفتن فازهای تک‌تکیه‌گاهی و دو‌تکیه‌گاهی به صورت جداگانه،  $y_1$  را به عنوان مسیر حرکت از نیمه فاز تک‌تکیه‌گاهی اول تا نیمه فاز دو‌تکیه‌گاهی اول و  $y_2$  را به عنوان مسیر حرکت از نیمه فاز دو‌تکیه‌گاهی اول تا نیمه فاز تک‌تکیه‌گاهی دوم در نظر گرفت. در این حالت شرایط مرزی به صورت رابطه (14) بیان می‌گردند.

شکل 7 موقعیت ZMP در راستای  $y$  و خطای محاسبه آن به دو روش

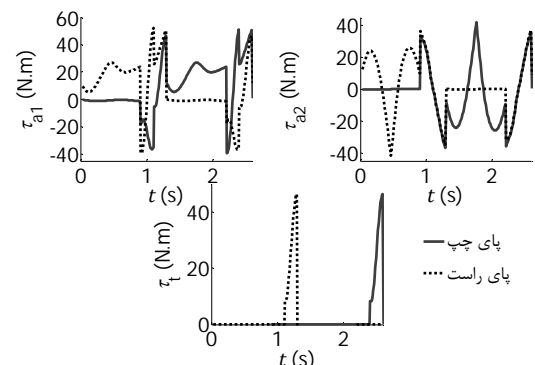
حرکتی دوم ارائه می‌گردد. شکل 8 گشتاورهای موردنیاز مفاصل لگن و زانو و شکل 9 گشتاورهای موردنیاز مفاصل مچ و پنجه را نشان می‌دهد. هم‌چنین شکل 10 نیروها و گشتاورهای عکس‌العملی زمین وارد بر کف پا را نشان می‌دهند.

### 3- طراحی مسیر

در این بخش، ابتدا برای میان‌تنه طراحی مسیر انجام می‌شود. به این صورت که ابتدا مسیری مناسب برای میان‌تنه طراحی می‌شود و سپس پایداری حرکت با استفاده از موقعیت ZMP چک می‌شود. در واقع، در این روش با استفاده از بهینه‌سازی، مسیری برای میان‌تنه استخراج می‌شود که علاوه بر ارضاء پایداری، یک تابع هزینه را بهینه کند. در ادامه، طراحی مسیر برای کف پا مورد بررسی قرار می‌گیرد که با در نظر گرفتن دو الگوی حرکتی ارائه شده، مسیری مناسب در فضای کاری به دست آورده می‌شود. سپس با در اختیار داشتن مسیر حرکت میان‌تنه و کف پاها در فضای کاری، از طریق سینماتیک



شکل 8 گشتاورهای موردنیاز مفاصل لگن و زانو در یک سیکل کامل گام



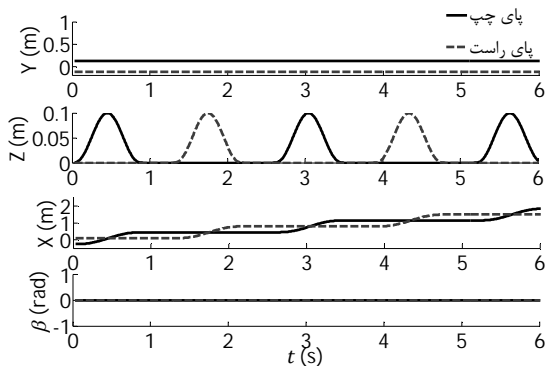
شکل 9 گشتاورهای موردنیاز مفاصل مچ و پنجه در یک سیکل کامل گام

## 2-3- طراحی مسیر برای کف پا

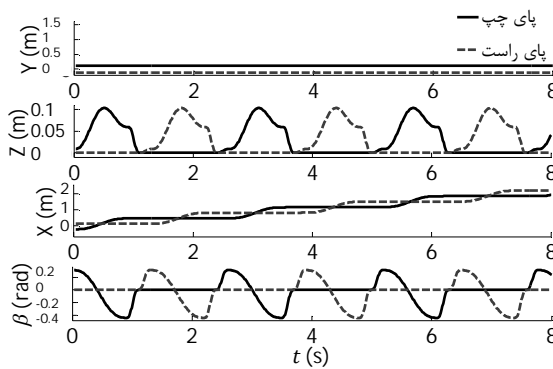
وضعیت کف پا به عنوان یک جسم صلب با سه مختصه موقعیت  $(x, y, z)$  و سه مختصه جهت‌گیری  $(\alpha, \beta, \gamma)$  قابل بیان می‌باشد. در این بخش برای موقعیت آن  $(x, y, z)$  و جهت‌گیری در راستای  $y$  ( $\beta$ ) مسیری مناسب طراحی می‌گردد. مسیر حرکت برای کف پاها طبق روش ارائه شده در مقاله [28] تعیین می‌شود. نتایج مربوط به مسیر حرکت کف پا برای هر دو الگوی حرکتی در شکل 13 و شکل 14 نشان داده شده است [26].

## 3-3- تعیین زوایای مفاصل

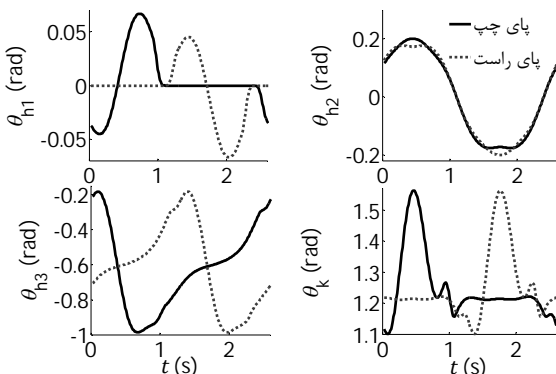
سینماتیک معکوس ربات طبق روش ارائه شده در مقاله [29] به صورت تحلیلی<sup>1</sup> تعیین می‌شود. مسیر حرکت پنجه جداگانه و براساس مسیر طراحی شده برای کف پا تعیین می‌شود. به‌عنوان نمونه نتایج مربوط به الگوی حرکتی دوم ارائه می‌شود. زوایای لگن و زانو در شکل 15 و زوایای مچ و پنجه در شکل 16 نشان داده شده است.



شکل 13 مسیر حرکت کف پا در الگوی حرکتی اول



شکل 14 مسیر حرکت کف پا در الگوی حرکتی دوم

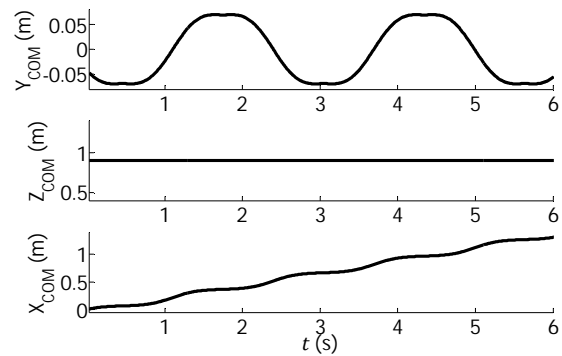


شکل 15 زوایای مفاصل لگن و زانو در یک سیکل کامل گام

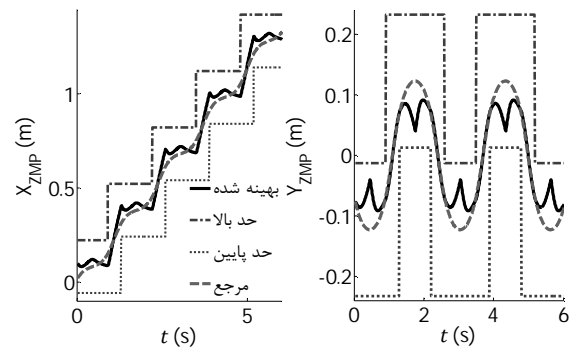
در رابطه (14)  $y_{ms}$  و  $y_{bs}$  به ترتیب موقعیت مرکز میان‌تنه را در ابتدا و وسط فاز تک‌تکیه‌گاهی نشان می‌دهند. همان‌طور که در رابطه (14) نشان داده شده است، با در اختیار داشتن 10 شرط مرزی می‌توان  $y_1$  و  $y_2$  را به صورت دو چندجمله‌ای مرتبه 4 تعیین کرد.

$$\begin{cases} y_1\left(\frac{t_s}{2}\right) = -y_{ms}, \dot{y}_1\left(\frac{t_s}{2}\right) = 0 \\ y_1(t_s) = -y_{bs}, \dot{y}_1\left(t_s + \frac{t_d}{2}\right) = 0 \\ \dot{y}_1\left(t_s + \frac{t_d}{2}\right) = \dot{y}_2\left(t_s + \frac{t_d}{2}\right) \\ y_2\left(t_s + \frac{t_d}{2}\right) = 0, y_2(t_s + t_d) = y_{bs} \\ y_2\left(\frac{3t_s}{2} + t_d\right) = y_{ms}, \dot{y}_2\left(\frac{3t_s}{2} + t_d\right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1(t) = \sum_{i=0}^4 a_i t^i \\ y_2(t) = \sum_{i=0}^4 b_i t^i \end{cases} \quad (14)$$

4 متغیر  $x_{bs}$ ,  $x_{es}$ ,  $y_{bs}$  و  $y_{ms}$  به عنوان پارامترهای مسیر میان‌تنه، تاثیر مستقیم بر روی ZMP دارند و به گونه ای تعیین می‌شوند که ZMP به دست آمده از مرکز ناحیه چندضلعی تکیه‌گاهی حداقل فاصله را داشته باشد. انتخاب این پارامترها با سعی و خطا انجام می‌شود اما در بخش 4، از این پارامترها برای بهینه‌سازی استفاده خواهد شد و این سعی و خطا در قالب یک مسئله بهینه‌سازی بیان می‌شود. شکل 11 یک نمونه مسیر برای مرکز جرم را نشان می‌دهد که از آن‌جایی که ZMP بدست آمده داخل چندضلعی تکیه‌گاهی قرار می‌گیرد، حرکتی پایدار دارد (شکل 12). لازم به ذکر است که در شکل 12 منظور از ZMP مرجع، حالتی است که ربات دارای بیشترین حاشیه پایداری است. یعنی ZMP در طول حرکت در دورترین فاصله از مرز پایداری است.



شکل 11 مسیر بهینه برای مرکز جرم



شکل 12 ZMP بهینه شده و مرجع در راستای X و Y

1- Closed-Form



$\theta_{heel}$  (زوایای پنجه و پاشنه) به عنوان دیگر پارامترهای بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند.

#### 4-1- بهینه‌سازی براساس گشتاور بیشینه زانو

در این قسمت، برای بهینه کردن مسیر حرکت ربات، تابع هزینه گشتاور بیشینه زانو در نظر گرفته می‌شود که با یافتن مقادیری بهینه برای پارامترهای بهینه‌سازی، به حداقل مقدار ممکن می‌رسد. علت این که مفصل زانو برای کمینه کردن گشتاور انتخاب شده است این است که در طول حرکت این مفصل در معرض بیشترین گشتاور قرار دارد. بهینه‌سازی به کمک جعبه‌ابزار ژنتیک الگوریتم در متلب انجام می‌شود. در این بهینه‌سازی پارامترها به گونه‌ای بهینه می‌شوند که قیود مطرح شده در رابطه (15) ارضا شوند.

$$(x_{ZMP}, y_{ZMP}) \in \text{چندضلعی تکیه‌گاهی} \quad (15)$$

$$|\theta_k| \geq 5^\circ$$

این قیود بیان می‌کنند که حین بهینه‌سازی، ZMP همواره باید درون چندضلعی تکیه‌گاهی واقع شود (یعنی پایداری حرکت ربات تضمین گردد) و مفصل زانو از نقاط انفراد به دور باشد.

مسیر حرکت در هر الگوی حرکتی برای پنج طول گام  $c = [0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7]$  (مقادیر برحسب متر هستند) به گونه‌ای بهینه می‌شود که گشتاور بیشینه زانو کم‌ترین مقدار را داشته باشد. جدول 4 و شکل 18 نتایج مربوط به بهینه‌سازی را بیان می‌کنند.

همان‌طور که اطلاعات جدول 4 نشان می‌دهد در طول گام کم، استفاده از پنجه و پاشنه گشتاور بیشینه زانو را تا 24% کاهش می‌دهد و برای طول گام‌های بلند در حدود 14% کاهش می‌دهد. در واقع می‌توان این‌گونه توجیه کرد که در صورت نبودن پنجه، در طول گام‌های بلند، برای دوری از حالت انفراد می‌بایست ارتفاع میان‌تنه کم شود و در نتیجه زاویه زانو بیشتر شود و این امر باعث افزایش گشتاور زانو می‌گردد. اما وجود پنجه باعث می‌شود ارتفاع میان‌تنه هر اندازه که لازم است افزایش یابد و در نتیجه باعث کاهش زاویه و گشتاور موردنیاز زانو می‌شود. در این حالت حرکت پای ربات شبیه حرکت پای انسان می‌شود.

#### 4-2- بهینه‌سازی براساس انرژی مصرفی کل

در این قسمت، برای بهینه کردن مسیر حرکت ربات، تابع هزینه انرژی مصرفی کل در نظر گرفته می‌شود (رابطه 16). با یافتن مقادیری بهینه برای پارامترهای بهینه‌سازی، تابع هزینه به حداقل مقدار ممکن می‌رسد.

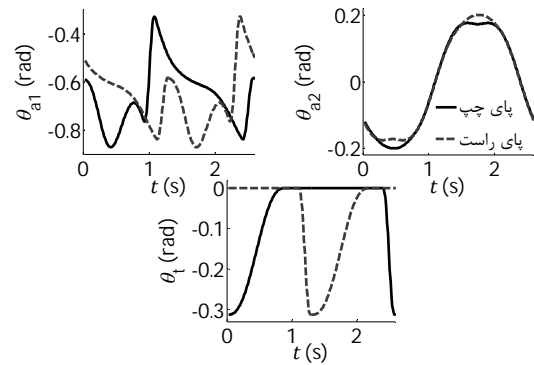
$$E_{tot} = \sum_{i=0}^{14} |\tau_i \dot{q}_i| \quad (16)$$

جدول 3 پارامترهای بهینه‌سازی در هر نوع الگوی گام برداشتن

الگوی حرکتی	پارامترهای بهینه‌سازی
1 بدون پنجه و پاشنه	$x_{bs}, x_{es}, y_{bs}, y_{ms}, h_p$
2 دارای پنجه و پاشنه	$x_{bs}, x_{es}, y_{bs}, y_{ms}, h_p, \theta_{toe}, \theta_{heel}$

جدول 4 گشتاور بیشینه زانو به ازای طول گام‌های مختلف (N.m)

الگوی حرکتی	طول گام (c) متر				
	0/7	0/6	0/5	0/4	0/3
1 بدون پنجه و پاشنه	171/5	145/1	114/5	94/62	66/66
2 دارای پنجه و پاشنه	162/2	124/2	100/8	70/04	50/78



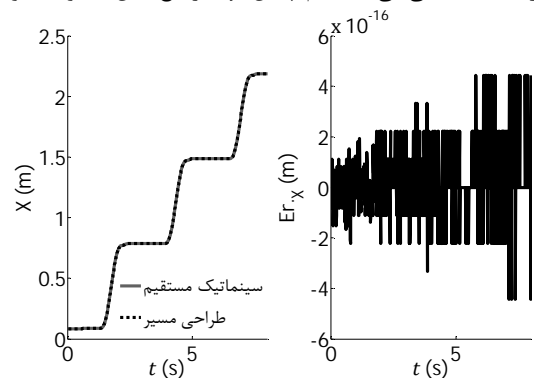
شکل 16 زوایای مفاصل میچ و پنجه در یک سیکل کامل گام

#### 3-3-1- صحنه‌گذاری سینماتیک معکوس

برای اطمینان از صحت راه حل ارائه شده برای سینماتیک معکوس، می‌بایست زوایای به دست آمده از سینماتیک معکوس را در سینماتیک مستقیم قرار داد و موقعیت کف پا را در سه راستا نسبت به دستگاه مرجع تعیین کرد؛ اگر این موقعیت منطبق بر مسیر طراحی شده برای کف پا باشد، در این صورت می‌توان ادعا کرد که روابط سینماتیک معکوس صحیح می‌باشد. به عنوان نمونه شکل 17 موقعیت کف پای راست در راستای  $x$  و خطای بین نتایج سینماتیک مستقیم و مسیر طراحی شده برای کف پای راست را طبق الگوی حرکتی دوم نشان می‌دهد. همان‌طور که نمودار خطا نشان می‌دهد، مرتبه خطا  $10^{-16}$  است. بنابراین سینماتیک معکوس به درستی محاسبه شده است.

#### 4- بهینه‌سازی

هدف از بهینه‌سازی ایجاد حرکاتی با کمترین انرژی مصرفی و کمترین گشتاور در فضای مفاصل می‌باشد<sup>1</sup>. همچنین بررسی خواهد شد برای راه رفتن بر روی سطح صاف، کدام یک از الگوهای گام برداشتن برای ربات از نقطه نظر سرعت بالا و طول گام بلند مناسب است. لازم به ذکر است که در کلیه بهینه‌سازی‌ها فرض بر این است که ضریب اصطکاک سطح به اندازه کافی باشد. جدول 3 پارامترهای بهینه‌سازی برای هر نوع الگوی گام برداشتن را نشان می‌دهد. پارامترهای بهینه‌سازی بیان شده در جدول 3 همان پارامترهای مورد استفاده در طراحی مسیر هستند. به این صورت که  $(x_{bs}, y_{bs})$  موقعیت میان‌تنه در ابتدای فاز تک تکیه‌گاهی و  $x_{es}$  موقعیت میان‌تنه در راستای  $x$  در انتهای فاز تک تکیه‌گاهی و  $y_{ms}$  موقعیت میان‌تنه در وسط فاز تک تکیه‌گاهی می‌باشد. هم‌چنین،  $h_p$  (ارتفاع میان‌تنه) و  $\theta_{toe}$  و



شکل 17 صحنه‌گذاری سینماتیک معکوس در راستای  $x$

1- محاسبات بر روی کامپیوتر با پردازنده core i7 و 6G RAM انجام شده است.

**جدول 6** بیشترین سرعت امکان پذیر در هر الگوی حرکتی

الگوی حرکتی	طول گام (m)	سرعت گام (km/h)
1 بدون پنجه و پاشنه	0/59	3/27
2 دارای پنجه و پاشنه	0/66	3/65

بهینه‌سازی که در جدول 3 برای هر الگوی حرکتی بیان شد، طول گام نیز به عنوان یک پارامتر بهینه‌سازی دیگر می‌بایست لحاظ شود. قیود لازم برای بهینه‌سازی این قسمت، به صورت رابطه (17) در نظر گرفته می‌شوند.

$$\begin{aligned} & \text{چندضلعی تکیه‌گاهی} \in ZMP(x, y) \\ & |\theta_k| \geq 5^\circ \\ & \max(\dot{q}_i) \leq 80 \text{ (rpm)} \\ & \max(\tau_i) \leq 150 \text{ (N.m)} \end{aligned} \quad (17)$$

این قیود بیان می‌کنند که حین بهینه‌سازی، ZMP همواره باید درون چندضلعی تکیه‌گاهی واقع شود و مفصل زانو از نقاط انفراد به دور باشد. دو قید آخر نیز برای اعمال محدودیت های موتور در نظر گرفته شده‌اند به این صورت که سرعت زاویه‌ای بیشینه و گشتاور مفاصل نباید به ترتیب از 80 و 150 N.m بیشتر شوند [30]. جدول 6 بیشترین سرعت و طول گامی که ربات در هر الگوی حرکتی می‌تواند داشته باشد را نشان می‌دهد.

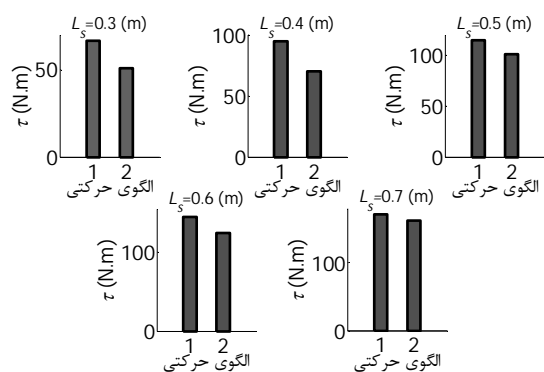
براساس نتایج بدست آمده، با در نظر گرفتن پنجه و پاشنه، بیشترین طول گام و سرعت قابل قبول برای ربات حدود 12% نسبت به حالت بدون پنجه و پاشنه افزایش می‌یابد. در واقع می‌توان این‌گونه توجیه کرد که وجود پنجه برای راه رفتن ربات الزامی نیست. اما زمانی که طول گام زیاد می‌شود، در صورتی که از پنجه استفاده نشود، زانو کشیده می‌شود (به حالت انفراد نزدیک می‌گردد) و برای دوری از انفراد باید ارتفاع میان‌تنه را تا حد امکان پایین آورد. این امر باعث افزایش سرعت مفصل زانو و گشتاور وارده بر این مفصل می‌شود. در نتیجه، با توجه به قیود سرعت و گشتاور برای این مفصل، طول گام و متعاقباً سرعت حرکت نسبت به حالت با پنجه و پاشنه کمتر است.

### 5- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این اثر، اهمیت تجهیز پای یک ربات انسان‌نما با پنجه فعال مورد بررسی قرار گرفت و با در نظر گرفتن هم‌زمان پنجه و پاشنه، یک نوع الگوی حرکتی جدید ارائه شد و با الگوی حرکتی بدون پنجه و پاشنه مقایسه شد. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که استفاده هم‌زمان از پنجه فعال و پاشنه، گشتاور بیشینه زانو و انرژی مصرفی کل را نسبت به حالت بدون پنجه و پاشنه کاهش می‌دهد و این امکان را به ربات می‌دهد که بتواند با طول گام بلندتر و سرعت بیشتری نسبت به حالت بدون پنجه و پاشنه گام بردارد. پیشنهادهایی که برای ادامه این پژوهش می‌توان بیان کرد، بررسی و استفاده از مزایای پنجه فعال در فاز تک تکیه‌گاهی و همچنین طراحی مسیر بهینه برای حرکت بر روی پله با در نظر گرفتن پنجه فعال برای ربات می‌باشد.

### 6- فهرست علائم

$a$	شتاب خطی ( $m.s^{-2}$ )
$c$	طول گام (m)
$C$	بردار ثابت
$C(q, \dot{q})$	بردار اثرات گریز از مرکز و کریولیس
$E$	انرژی مصرفی (J)
$F$	نیروی وارد بر ربات (N)



شکل 18 گشتاور بیشینه زانو به ازای طول گام های مختلف (N.m)

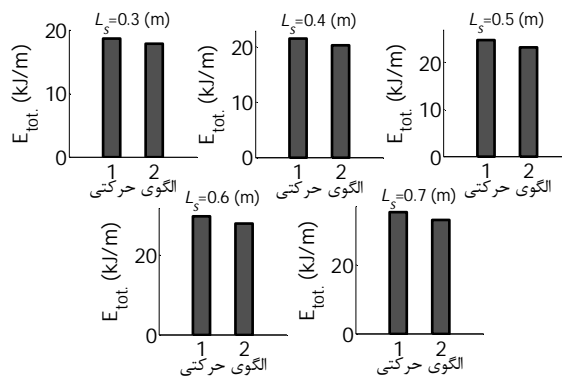
که در آن  $\tau_i$  گشتاور مفصل  $i$ ام و  $\dot{q}_i$  سرعت زاویه‌ای مفصل  $i$ ام است. پارامترهای بهینه‌سازی برای هر نوع الگوی حرکتی، مشابه حالت قبل در نظر گرفته می‌شود. جدول 5 و شکل 19 انرژی مصرفی کل را برای هر دو الگوی حرکتی به ازای 5 طول گام مختلف نشان می‌دهند. طبق نتایج ارائه شده در جدول 5 می‌توان این‌گونه توجیه کرد که وجود پنجه و پاشنه، انرژی مصرفی کل را در طول گام‌های کوتاه تا 4% و در طول گام‌های بلند تا 7% کاهش می‌دهد. از آنجایی که وجود پنجه باعث می‌شود میان‌تنه در ارتفاع بیشتری نسبت به حالت بدون پنجه قرار بگیرد در نتیجه باعث خمیدگی کم‌تر زانو و هم‌چنین سایر مفاصل می‌شود. تغییرات کم زوایای مفاصل، تغییرات سرعت زاویه‌ای مفاصل را در گام برداشتن نرم‌تر می‌کند و هم‌چنین گشتاور مورد نیاز مفاصل را کاهش می‌دهد. بنابراین انرژی مفاصل متعادل می‌گردد و انرژی مصرفی کل کاهش می‌یابد.

### 3-4- بهینه‌سازی براساس بیشترین سرعت (یا بلندترین طول گام)

در این قسمت، برای انجام عملیات بهینه‌سازی، تابع هزینه سرعت گام برداشتن ربات در نظر گرفته می‌شود که با یافتن مقادیری بهینه برای پارامترهای بهینه‌سازی، به حداکثر مقدار ممکن می‌رسد. علاوه بر پارامترهای

جدول 5 انرژی مصرفی کل به ازای طول گام های مختلف (kl/m)

الگوی حرکتی	طول گام (c) متر				
	0/7	0/6	0/5	0/4	0/3
1 بدون پنجه و پاشنه	35/22	29/90	24/74	21/50	18/62
2 دارای پنجه و پاشنه	33/00	28/05	23/17	20/30	17/87



شکل 19 انرژی مصرفی کل به ازای طول گام های مختلف (kl/m)

$ul, ur$  به ترتیب بازوی دست راست و بازوی دست چپ

بالانویس

$G$  زمین (دستگاه مرجع)

### 7- مراجع

- [1] K. Nishiwaki, S. Kagami, Y. Kuniyoshi, M. Inaba, H. Inoue, Toe joints that enhance bipedal and fullbody motion of humanoid robots, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, pp. 3105-3110, 2002.
- [2] K. Nishiwaki, Humanoid'jsk-h7': Research platform for autonomous behavior and whole body motion, in *Proceeding of the Third IARP International Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics*, 2002.
- [3] S. Kagami, K. Nishiwaki, J. J. Kuffner Jr, Y. Kuniyoshi, M. Inaba, H. Inoue, Online 3D vision, motion planning and bipedal locomotion control coupling system of humanoid robot: H7, in *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, pp. 2557-2562, 2002.
- [4] C. K. Ahn, M. C. Lee, S. J. Go, Development of a biped robot with toes to improve gait pattern, in *Proceeding of International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, IEEE, pp. 729-734, 2003.
- [5] S. Takao, H. Ohta, Y. Yokokohji, T. Yoshikawa, Function analysis of human-like mechanical foot, using mechanically constrained shoes, in *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, pp. 3847-3852, 2004.
- [6] R. Sellaouti, O. Stasse, S. Kajita, K. Yokoi, A. Kheddar, Faster and smoother walking of humanoid HRP-2 with passive toe joints, in *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, pp. 4909-4914, 2006.
- [7] S. Kajita, K. Kaneko, M. Morisawa, S. Nakaoka, H. Hirukawa, ZMP-based biped running enhanced by toe springs, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, pp. 3963-3969, 2007.
- [8] S. Lohmeier, T. Buschmann, H. Ulbrich, Humanoid robot LOLA, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, pp. 775-780, 2009.
- [9] R. Tajima, D. Honda, K. Suga, Fast running experiments involving a humanoid robot, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, pp. 1571-1576, 2009.
- [10] L. Wang, Z. Yu, Q. Meng, Z. Zhang, Influence analysis of toe-joint on biped gaits, in *Proceeding of International Conference on Mechatronics and Automation*, IEEE, pp. 1631-1635, 2006.
- [11] D. Tlalolini, C. Chevallerieau, Y. Aoustin, Human-like walking: Optimal motion of a bipedal robot with toe-rotation motion, *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 16, No. 2, pp. 310-320, 2011.
- [12] K. Miura, M. Morisawa, F. Kanehiro, S. Kajita, K. Kaneko, K. Yokoi, Human-like walking with toe supporting for humanoids, in *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, pp. 4428-4435, 2011.
- [13] P. Kumar, J. Yoon, G.-s. Kim, Hybrid toe and heel joints for biped/humanoid robots for natural gait, in *Proceeding of International Conference on Control Automation and Systems*, 2687-2692, 2007.
- [14] Y. Ogura, K. Shimomura, H. Kondo, A. Morishima, T. Okubo, S. Momoki, H.-o. Lim, A. Takanishi, Human-like walking with knee stretched, heel-contact and toe-off motion by a humanoid robot, in *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, pp. 3976-3981, 2006.
- [15] N. Handharu, J. Yoon, G. Kim, Gait pattern generation with knee stretch motion for biped robot using toe and heel joints, in *Proceeding of International Conference on Humanoid Robots*, IEEE, pp. 265-270, 2008.
- [16] K. Yamamoto, T. Sugihara, Y. Nakamura, Toe joint mechanism using parallel four-bar linkage enabling humanlike multiple support at toe pad and toe tip, in *Proceeding of International Conference on Humanoid Robots*, IEEE, pp. 410-415, 2007.
- [17] E. Kouchaki, M. J. Sadigh, Effect of toe-joint Bending on biped gait performance, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Biomimetics*, IEEE, pp. 697-702, 2010.
- [18] E. Kouchaki, C. Q. Wu, M. J. Sadigh, Effects of constraints on standing balance control of a biped with toe-joints, *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 9, No. 03, 2012.
- [19] M. Ezati, M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, Dynamics modeling of a biped robot with active toe joints, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Mechatronics*, IEEE, pp. 107-112, 2014.
- [20] S. Bertrand, O. Bruneau, F. Ouezdou, S. Alfayad, Closed-form solutions of inverse kinematic models for the control of a biped robot with 8 active degrees of freedom per leg, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 49, pp. 117-140, 2012.
- [21] M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, M. Sadedel, Dynamics modeling of fully-actuated humanoids with general robot-environment interaction, in *Proceeding of International Conference on Robotics and Mechatronics*, IEEE, pp. 233-238, 2014.

$g$  شتاب گرانش زمین ( $m.s^{-2}$ )

$G$  بردار اثرات گرانش

$h$  ارتفاع (m)

$\dot{H}$  بردار نرخ تغییر مومنوم دورانی

$J$  ماتریس ژاکوبین

$m$  جرم (kg)

$M$  گشتاور وارد بر ربات (N.m)

$M_{n \times n}$  ماتریس اینرسی

$P$  بردار موقعیت

$q$  مختصات تعمیم یافته (m) یا (rad)

$Q$  نیرو و گشتاورهای وارد بر ربات (N) یا (N.m)

$T$  ماتریس تبدیل

$U$  بردار یکه نشان دهنده جهت دوران

$v$  سرعت خطی ( $m.s^{-1}$ )

$x$  موقعیت در راستای حرکت ربات (m)

$X$  بردار موقعیت یک نقطه

$y$  موقعیت در راستای عرضی ربات (m)

$z$  موقعیت در راستای ارتفاع ربات (m)

علائم یونانی

$A$  دوران حول محور  $x$  (rad)

$B$  دوران حول محور  $y$  (rad)

$\Gamma$  دوران حول محور  $z$  (rad)

$\theta$  زاویه نسبی بین دو لینک یا یک لینک با زمین

(rad)

$T$  گشتاور موردنیاز مفصل (N.m)

$\Omega$  سرعت زاویه‌ای ( $rad.s^{-1}$ )

زیرنویس‌ها

$al, ar$  به ترتیب مچ راست و مچ چپ

$Al, Ar$  به ترتیب دست راست و دست چپ

$bs$  ابتدای فاز تک تکیه‌گاهی

$c$  نقطه تماس کف پا با زمین

$d$  ناحیه دو تکیه‌گاهی

$es$  انتهای فاز تک تکیه‌گاهی

$G_i$  مرکز جرم لینک  $i$  ام

$hl, hr$  به ترتیب لگن راست و لگن چپ

$kl, kr$  به ترتیب زانوی راست و زانوی چپ

$ll, lr$  به ترتیب ساق دست راست و ساق دست چپ

$l_1$  لینک اول پای چپ (لگن)

$l_7$  لینک آخر پای چپ (پنجه)

$Ll, Lr$  به ترتیب پای راست و پای چپ

$ms$  وسط فاز تک تکیه‌گاهی

$p$  میان تنه

$r_1$  لینک اول پای راست (لگن)

$r_7$  لینک آخر پای راست (پنجه)

$s$  ناحیه تک تکیه‌گاهی

$shl, shr$  به ترتیب شانه راست و شانه چپ

$tl, tr$  به ترتیب پنجه راست و پنجه چپ

- [27] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi, K. Tanie, Planning walking patterns for a biped robot, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 17, No. 3, pp. 280-289, 2001.
- [28] T. Sato, S. Sakaino, K. Ohnishi, Real-time walking trajectory generation method with three-mass models at constant body height for three-dimensional biped robots, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, Vol. 58, No. 2, pp. 376-383, 2011.
- [29] H. A. Park, M. A. Ali, C. G. Lee, Closed-form inverse kinematic position solution for humanoid robots, *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 9, No. 03, 2012.
- [30] S. Lohmeier, *Design and realization of a humanoid robot for fast and autonomous bipedal locomotion*, Thesis, München, Techn. Univ., Diss., 2010.
- [22] M. Khadiv, S. A. Moosavian, A Low Friction Demanding Approach in Gait Planning for Humanoid Robots During 3D Manoeuvres, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 45, No. 1, pp. 47-60, 2014.
- [23] H. Baruh, *Analytical dynamics*: WCB/McGraw-Hill Boston, 1999.
- [24] M. B. Popovic, A. Goswami, H. Herr, Ground reference points in legged locomotion: Definitions, biological trajectories and control implications, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 24, No. 12, pp. 1013-1032, 2005.
- [25] M. Vukobratović, B. Borovac, Zero-moment point—thirty five years of its life, *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 1, No. 01, pp. 157-173, 2004.
- [26] M. Ezati, *Optimal Gait Planning on Stairs & Flat Terrain Using Redundant Active Toe Joints in Biped Robot*, Master of Science Thesis, Faculty of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, 2015. (In Persian)