



Prediction of Mechanical Properties and Failure of Honeycomb and DNA Inspired Mesh Structure under Tensile Load

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Dolatshahi A¹,
Toozandehjani H¹,
Farrokhabadi A^{1*}

How to cite this article

Dolatshahi A, Toozandehjani H, Farrokhabadi A. Prediction of Mechanical Properties and Failure of Honeycomb and DNA Inspired Mesh Structure under Tensile Load. Modares Mechanical Engineering; 2024;24(03):141-151.

¹ Mechanical Engineering Department, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

amin-farrokhabadi@modares.ac.ir

Article History

Received: February 13, 2024
Accepted: June 9, 2024
ePublished: June 22, 2024

ABSTRACT

This study introduces a novel lattice structure, whose unit cell design draws inspiration from the fusion of honeycomb patterns and the DNA found at the core of cells, constructed from PLA material. This structure underwent tensile testing along the X and Y axes. Additionally, the paper presents a new analytical-numerical approach that combines Timoshenko beam theory, mechanics of materials principles, and finite element analysis to determine the mechanical properties and forecast failure in cellular structures. This method was corroborated using the ABAQUS commercial software. Research indicated that a closer ratio of thickness to unit cell length, specifically 1/10, leads to more precise predictions for the mechanical behavior of the cellular structure under tension along the X axis. The findings showed that, in comparison to the Y axis, the X direction exhibited a 7% increase in load-bearing capacity and an 8% increase in maximum yield stress, yet the equivalent stiffness was 75% lower

Keywords Cellular Structure, Lattice Structure, Failure Prediction, Finite Element, Experimental Method, Numerical Method

CITATION LINKS

1-Selective Laser Melting: A regular unit cell approach for the manufacture of porous, titanium, bone in-growth constructs, suitable for orthopedic applications 2- Design, analysis and manufacturing of lattice structures: an overview. 3- The deformation of foamed elastic materials. Journal of Applied Polymer Science. 4- Development of an equivalent model of aluminum honeycomb sandwich structures subjected to transverse loads 5- A state-of-the-art review on types, design, optimization, and additive manufacturing of cellular structures. 6- Additive manufacturing of metamaterials: A review. 7- lattice-structure-absorbs-vibrations. 8- https://en.wikipedia.org/wiki/Junkers_J_1 . 9- Determination of elastic properties of reverted hexagonal honeycomb core: FEM approach. Materials Today: Proceedings. 10- Mechanical properties of additively manufactured octagonal honeycombs. 11- Hierarchical honeycombs with tailorable properties. 12- 3d printed continuous fiber reinforced composite auxetic honeycomb structures. 13- Evaluation of the equivalent mechanical properties in a novel composite cruciform honeycomb using analytical and numerical methods. 14- Equivalent mechanical properties for cylindrical cell honeycomb core structure. 15- Elastic properties of a cellular structure with in-plane corrugated cosine beams. 16- In-plane mechanics of a novel zero Poisson's ratio honeycomb core. 17- On the elastic properties of three-dimensional honeycomb lattices. 18- Mechanical properties of 3D re-entrant honeycomb auxetic structures realized via additive manufacturing. 19- Deformation behaviors of three-dimensional graphene honeycombs under out-of-plane compression. 20- In-plane compression behavior of hybrid honeycomb metastructures. 21- Effective in-plane elastic properties of auxetic honeycombs with spatial irregularity. 22- Nonlinear constitutive relations of thin-walled honeycomb structure. 23- The effect of unit cell size and topology on tensile failure behavior of 2D lattice structures.

پیش‌بینی خواص مکانیکی و شکست سازه مشبک الهام گرفته از لانه‌زنبور و دی‌ان‌ای تحت بار کششی

علی دولتشاهی^۱، حسین توننده جانی^۲، امین فرخ آبادی^{۳*}
^۱ گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله یک ساختار مشبک جدید با شکل سلول واحد الهام گرفته از ترکیب ساختار لانه‌زنبور و دی‌ان‌ای مرکز سلول جانداران ابداع و از ماده پلی‌ال‌ای (pla) ساخته شد که در راستای X و Y تحت آزمون کشش قرار گرفت و همچنین یک روش جدید تحلیلی_عددی با استفاده از تئوری تیر تموشنکو، روابط مقاومت مصالح و اجزاء محدود برای بدست آوردن خواص مکانیکی و پیش‌بینی شکست سازه‌های مشبک ارائه شد که با استفاده از نرم‌افزار تجاری آباکوس روش گفته شده صحت سنجی شد. در بررسی‌ها مشاهده شد هرچقدر نسبت ضخامت به طول المان در سازه مشبک به تئوری تیرها یعنی نسبت $\frac{1}{4}$ نزدیکتر باشد نتایج دقیق‌تر خواهد بود و ساختار سلولی با شکل سلول واحد ابداعی هنگامی که تحت کشش در راستای x قرار می‌گیرد قابلیت تحمل بار ۷% بیشتر، حداکثر تنش تسلیم ۸% بیشتر و سفتی معادل ۷۵% کمتر از حالتی که تحت کشش در راستای Y قرار می‌گیرد را دارد.

کلیدواژه‌ها: ساختار سلولی، سازه مشبک، پیش‌بینی شکست، المان محدود، روش تجربی، روش عدد

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۰

* نویسنده مسئول: amin-farrokh@modares.ac.ir

۱- معرفی

مواد سلولی دسته‌ای از مواد هستند که ساختار آن‌ها از تکرار و کنار هم قرار گرفتن شبکه‌ای از اجزاء مشابه مثل میله‌ها، تیرها، صفحات و یا... به نام سلول واحد در دو یا سه راستا به طور متناوب تشکیل می‌شود [1]. مواد سلولی طبیعی قرن‌هاست که توسط انسان مورد استفاده قرار گرفته‌است و در طی سالیان گذشته، انسان‌ها به تولید مصنوعی آن‌ها پرداخته‌اند. این ساختارها خاصیت استحکام به وزن بالاتری نسبت به ساختارهای مرسوم دارند و خواص آن‌ها علاوه بر رفتار ماده تشکیل دهنده به نوع ساختار سازه نیز وابسته است. این گروه خاص از مواد که معمولاً دارای ساختاری پیچیده‌ای هستند به راحتی و با کمک روش‌های ساخت مرسوم قابل تولید نمی‌باشد اما به خاطر توانایی بالای روش تولید افزایشی در ساخت قطعات، توجه به این روش در ساخت قطعات گسترش پیدا کرده است به طوری که پیشرفت فن‌آوری ساخت افزودنی به طور مستقیم با افزایش استفاده از ساختارهای مشبک به دلیل سهولت تولید در ارتباط است [2].

اولین مطالعات در رابطه با مواد سلولی توسط گان و تامز در سال ۱۹۵۹ صورت پذیرفت [3]. پس از آن تحقیقات مختلفی با هدف ارائه روابطی برای ارتباط بین خواص کشسان و چگالی نسبی مواد سلولی انجام شد. همچنین کتاب‌های مختلفی مانند کتاب جامدات سلولی توسط گیبسون و اشبی که سال ۱۹۸۹ منتشر شد [4] و گستره‌ی وسیعی از مسائل مربوط به مواد سلولی طبیعی و مصنوعی از تولید تا کاربرد را مورد بررسی قرار می‌دهد.

امروزه ساختارهای سلولی متعددی با دامنه‌ی گسترده‌ای از خواص مکانیکی، فیزیکی، شیمیایی و زیستی در دسترس هستند که این مواد به دلیل دارا بودن محدوده وسیعی از خواص مکانیکی در وزن‌های کم همیشه مورد توجه بوده و کاربردهای متنوع و متفاوتی در صنایع مختلف مانند حمل و نقل، هوافضا، پزشکی، ایمنی و... دارند [5]. به طور کلی فرآیند ایجاد تخلخل، گستره‌ی خواص در دسترس برای کاربردهای مهندسی را افزایش می‌دهد از این رو ساختار سلولی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند که در زمینه‌ی هوافضا از این ساختارها با سلول واحدهای بسته استفاده‌های فراوانی شده‌است که می‌توان به مطالعات پیشین [6] در ساخت برخی از اجزای یک هواپیمای بدون سرنشین درای طول بال ۳ متر و وزن ۱۵ کیلوگرم توسط پرینتر سه بعدی که درصد زیادی از وزن و زمان ساخت کاهش یافته است و همچنین مؤسسه فرانهوفر آلمان که از فرآیند ذوب انتخابی به کمک لیزر برای ساخت قطعات پیچیده در کاربردهای هوافضا و خودرو استفاده کرده است [7] اشاره کرد.

هوگو جونکرز و همکاران [8] برای اولین بار در سال ۱۹۱۵ هسته‌ی لانه زنبوری را برای ساخت بال هواپیما اختراع کردند و درک اولیه‌ای از خاصیت مطلوب این ساختار ارائه شد و نشان دادند شبکه‌های دو بعدی کاندیدای ایده‌آلی برای تولید مواد و سازه‌های مهندسی مصنوعی در مقیاس‌های مختلف هستند و منجر به خصوصیات مکانیکی چند منظوره بی‌سابقه‌ای می‌شوند که نمی‌توان در مواد و سیستم‌های طبیعی به آن‌ها دست یافت. که در ادامه نوآوری آن زمان تحقیقات زیادی صورت گرفته‌است به عنوان مثال پاتلری و رائو [9] با روشی عددی خواص الاستیک سلول واحد لانه‌زنبوری شش ضلعی و در تحقیق هدایتی و همکاران [10] خواص مکانیکی ساختار لانه‌زنبوری هشت ضلعی بدست آمد که اژدری و همکاران [11] تحقیقات را گسترده‌تر کرده و به بررسی خواص مناسب ساختار لانه زنبوری از نوع سلسله مراتبی پرداخته‌اند و حتی کوان و همکاران [12] گام بلندتری برداشتند و خواص مکانیکی سازه لانه‌زنبوری آگزتیک تقویت شده با الیاف پیوسته که با چاپگر سه بعدی ساخته شده بود را بدست آورده‌اند. که مواد کامپوزیتی هم با ساختار مشبک ترکیب شده و وزن سازه خیلی سبک تر از قبل شد.

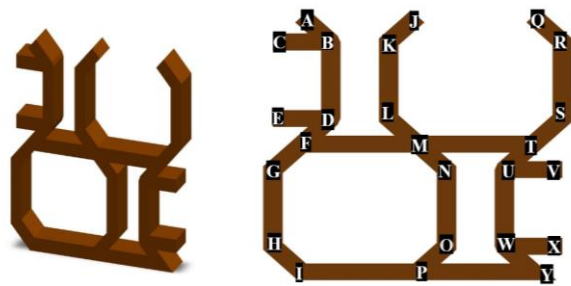
این سیر تکامل استخراج خواص مکانیکی همچنان ادامه دارد و خواهد داشت و افراد مختلف، روش‌های متفاوتی برای بررسی

۲- معرفی

۲-۱- سلول واحد ابداعی:

سلول واحدی که در این مقاله ابداع و بررسی شد الهام گرفته از ترکیب ساختار لانه‌زنبور و دی‌ان‌ای مرکز سلول جانداران است که از تکرار آن کل ساختار تشکیل می‌شود. نمای این سلول در شکل (۱) و ابعاد آن در جدول (۱) مشخص شده است.

این سلول ترکیبی ارائه شده می‌تواند به عنوان هسته‌ی مرکزی ساندویچ پل‌ها مورد استفاده قرار گیرد و به عنوان جایگزینی برای ساختار سلولی با سلول واحد مرسوم لانه‌زنبوری قرار گیرد که خواص مکانیکی بهتری را از خود نشان می‌دهد چرا که در بررسی‌ها مشاهده شد با اضافه شدن المان‌ها به شش ضلعی لانه‌زنبوری ضریب پواسون ساختار به صفر می‌رسد که این خاصیت می‌تواند مقاومت سازه را تحت بار خمشی افزایش داده و در مقابل ضربه از مقاومت بالاتری برخوردار باشد.



شکل (۱) سلول واحد ترکیبی

جدول (۱) اندازه‌های هندسی سلول واحد ترکیبی

متغیرها	مقادیر	متغیرها	مقادیر	متغیرها	مقادیر
AB	۲/۱۲ میلی متر	JK	۲/۱۲ میلی متر	QR	۲/۱۲ میلی متر
BC	۳ میلی متر	KL	۴/۵ میلی متر	RS	۴/۵ میلی متر
BD	۴/۵ میلی متر	LM	۲/۱۲ میلی متر	ST	۲/۱۲ میلی متر
DE	۳ میلی متر	MN	۲/۱۲ میلی متر	TM	۶ میلی متر
DF	۳ میلی متر	NO	۴/۵ میلی متر	TU	۲/۱۲ میلی متر
FM	۶ میلی متر	OP	۲/۱۲ میلی متر	UV	۳ میلی متر
FG	۲/۱۲ میلی متر	AI	۱۵ میلی متر	UW	۴/۵ میلی متر
GH	۴/۵ میلی متر	CR	۱۵ میلی متر	WX	۳ میلی متر
HI	۲/۱۲ میلی متر	عمق سلول	۲/۳ میلی متر	WY	۲/۱۲ میلی متر
IP	۶ میلی متر			YP	۶ میلی متر

ساختار سلولی ارائه کرده‌اند. در این خصوص می‌توان به تحقیقات فرخ آبادی و همکاران [13] اشاره کرد که خواص مکانیکی درون صفحه‌ای، مدول الاستیک و نسبت پواسون ساختار سلولی را با استفاده از یک تئوری تحلیلی ارائه کردند که با به کارگیری روش انرژی و تئوری کاستیگلیانو به خواص مکانیکی معادل دست یافتند و با استفاده از آزمون کشش نمونه‌ها و شبیه سازی عددی تئوری ارائه شده را اعتبار سنجی نمودند.

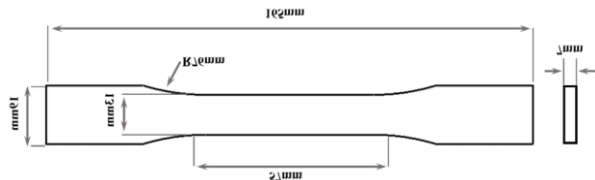
شکل سلول‌های مختلفی از این ساختارها مورد مطالعه قرار گرفته‌است. در این خصوص می‌توان پژوهش سرنسکو و همکاران [14] که خواص مکانیکی سلول واحد استوانه‌ای لانه زنبوری را به عنوان هسته یک سازه، پژوهش لیو و همکاران [15] که خواص مکانیکی سلول واحد کسینوسی را با روش انرژی و قضیه دوم کاستیگلیانو و پژوهش هیانگ و همکاران [16] که هسته‌ی لانه‌زنبور نوینی را با نسبت پواسون صفر جهت کاربرد در تغییر شکل‌های برون صفحه‌ای بزرگ ارائه کردند را نام برد.

سازه‌ها همواره در نوع دوبعدی و سه بعدی مثل تحقیق کارنیرو [17] که به بررسی خواص الاستیک ساختار لانه‌زنبور سه بعدی، تحقیق یانگ و همکاران [18] که به بررسی خواص مکانیکی ساختار لانه‌زنبور از نوع درون رو سه بعدی و تحقیق منگ و همکاران [19] که رفتار تغییر شکل لانه‌زنبور سه بعدی تحت نیروی خارج از صفحه را مورد مطالعه قرار داده بودند، مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. در بررسی بیشتر دیدیم که تحقیقاتی در خصوص ترکیب چند شکل سلول واحد و استفاده از تئوری تیرها در روابطی خطی و غیر خطی شده است که می‌توان به تحقیق سو و همکاران [20] که خواص مکانیکی درون صفحه‌ای سلول واحد نوینی از ترکیب لانه‌زنبور و ری‌اینترنت را از طریق تئوری تیر اویلر برنولی بدست آورده بودند، تحقیق مخوپوه‌های و همکاران [21] که خواص مکانیکی ساختار آگزتیک نوینی با بی‌نظمی خاصی بر اساس تغییر در زوایای ساختار ری‌اینترنت را با به کارگیری تئوری تیر بدست آورده بودند، تحقیق لن و همکاران [22] که به بررسی روابط غیرخطی خواص مکانیکی سازه لانه زنبور جدار نازک پرداخته بودند و تحقیق یو و یانگ [23] که با فرض هر المان از ساختار مشبک به عنوان یک تیر به بررسی خواص مکانیکی و حد شکست هر المان پرداخته بودند اشاره کرد.

در این مقاله ساختار سلولی نوینی ارائه و روش جدیدی با استفاده از تئوری تیر تموشنکو، روابط مقاومت مصالح و اجزاء محدود برای بدست آوردن خواص مکانیکی و پیش‌بینی شکست آن ارائه شده- است که برای انجام تمامی محاسبات در برنامه متلب یک کد با حلقه‌های تودرتو نوشته شده است.

۲-۲- نمونه‌ی استاندارد:

ماده اولیه‌ای که برای بررسی و ساخت این شکل سلول در نظر گرفته شد فیلامنت پی‌ال‌ای (PLA) با برند ZF آبی است. سه نمونه برای تست کشش در آزمایشگاه مکانیک شکست دانشکده مکانیک دانشگاه تربیت مدرس توسط فرآیند افدی‌ام (FDM) ساخته شد که ابعاد نمونه‌های استاندارد مطابق شکل (۲) بر اساس استاندارد ASTM D638 طراحی شد.



شکل ۲) ابعاد نمونه‌ی استاندارد تست کشش

آزمون کشش نمونه‌های ساخته شده با سرعت ثابت ۵ میلی‌متر در دقیقه با استفاده از دستگاه برند Instron500R مطابق با شکل (۳) در آزمایشگاه مکانیک شکست دانشکده مکانیک دانشگاه تربیت مدرس انجام شد که فک‌های دستگاه کشش به اندازه‌ای سفت شد تا نمونه‌ها آسیب ندیده و همچنین دچار سر خوردگی نشوند که با علامت گذاری نمونه‌ها در خط اتصال به فک‌های دستگاه کشش قبل از آزمون و مقایسه با بعد از آزمون این عدم لغزش نمونه‌ها در حین آزمون تایید شد.



شکل ۳) دستگاه تست کشش نمونه‌های استاندارد

میانگین خواص مکانیکی استخراج شده‌ی حاصل از تست کشش نمونه‌های استاندارد در جدول (۲) نمایش داده شده است.

جدول ۲) خواص ماده اولیه

تنش شکست	تنش تسلیم	مدول الاستیک	مدول برشی	نسبت کرنش بحرانی
۲۴/۵±۱/۲ (مگا پاسکال)	۱۸/۵±۰/۵ (مگا پاسکال)	۱/۸۱±۰/۱ (گیگاپاسکال)	۰/۶۹۴±۰/۰۰۲ (گیگاپاسکال)	۰/۳

۲-۳- روش عددی سریع:

با توجه به اینکه در مقاله پیش رو روشی از استفاده شده که به نوعی روش عددی شناخته می‌شود ولی مانند برنامه تجاری آباکوس نیاز به مش بندی، تغییر مش و محاسبات سنگین المان محدود در برنامه نیست و با حداقل محاسبات ممکنه نتایج استخراج می‌شود، این روش را که در ادامه توضیح خواهیم داد به عنوان روش عددی سریع نام گذاری می‌کنیم.

حال که خواص ماده‌ی اولیه انتخاب شده برای ساختار پیشنهادی با شکل سلول الهام گرفته‌ی ارائه شده بدست آمد می‌توان ساختار پیشنهادی را به صورت مجموعه‌ای از المان‌های تیر که در کنار هم قرار گرفته‌اند در نظر گرفت و خواص مکانیکی این ساختار را از طریق تشکیل ماتریس سفتی تیر تیموشنکو برای هر المان بدست آورد که برای این منظور بین هر دو نود را یک المان در نظر گرفته و نیروی‌های خارجی وارده به دو سر هر المان (F^e) به صورت ماتریس (۱) با ۱ ستون و به تعداد درجات آزادی قاب (۶) درجه آزادی) تشکیل می‌شود.

$$F^e = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{\theta i} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{\theta j} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

در نهایت ماتریس کل نیروهای خارجی (F^t) به صورت ماتریس (۲) با ۱ ستون و به تعداد مجهولات مسئله (n) سطر تشکیل می‌شود.

$$F^t = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (2)$$

همچنین از ماتریس سفتی تیر تیموشنکو به شرح رابطه (۳) استفاده می‌شود.

$$k_l^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_y)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_y)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} & \frac{(4+\phi_y)EI}{L(1+\phi_y)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} & \frac{(2-\phi_y)EI}{L(1+\phi_y)} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi_y)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi_y)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} & \frac{(2-\phi_y)EI}{L(1+\phi_y)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi_y)} & \frac{(4+\phi_y)EI}{L(1+\phi_y)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

در عناصر ماتریس سفتی تئوری تیر تیموشنکو عبارت ϕ_y مشاهده می‌شود که برابر با رابطه (۴) و ناشی از عوامل هندسی، تغییر شکل برشی، اثرات خمشی و چرخشی المان‌ها است. همچنین k_s

بدست آمده بر سطح مقطع آن تیر تقسیم شده و تنش‌های مربوط به این دو نیرو برای دو سر هر المان از رابطه (۱۱) بدست می‌آیند.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (11)$$

با استفاده از تئوری تسلیم ون میسر در رابطه (۱۲) تنش نهایی برای هر سر المان بدست می‌آید.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}[(6_{11} - 6_{22})^2 + (6_{22} - 6_{33})^2 + (6_{33} - 6_{11})^2] + 3(6_{12}^2 + 6_{23}^2 + 6_{31}^2)} \quad (12)$$

برای تمامی المان‌ها این تنش محاسبه شده و با حداکثر تنش شکست ماده اولیه که از تست کشش نمونه استاندارد بدست آمد مقایسه می‌شود و تنش هر المان که به این مقدار برسد شکسته می‌شود و سفتی مربوط به آن المان در ماتریس سفتی کل صفر در نظر گرفته شده ($K^e=0$) و مجدداً بارگذاری تکرار شده تا المان دیگری به حداکثر تنش شکست برسد و شکسته شده و از سازه حذف شود. این حلقه تا زمانی ادامه پیدا خواهد کرد که کل سازه شکسته ($K^t=0$) و از هم گسسته شود.

لازم به ذکر است همانطوری که گفته شد برای تمامی مراحل محاسباتی یک کد با حلقه‌های تودرتو در برنامه متلب نوشته شده است که همزمان با بارگذاری و شکستن المان‌ها نمودارهای نیرو-جابجایی و تنش-کرنش نیز ترسیم می‌شود.

۲-۴- روش تجربی:

چاپ سه بعدی شامل مجموعه‌ای از فرآیندها است که مواد به صورت کنترل شده‌ای به یکدیگر پیوند داده می‌شوند تا یک جسم سه بعدی ساخته شود که معمولاً این کار به صورت لایه لایه انجام می‌شود. در تعریفی دیگر، با قرارگیری پی‌درپی لایه‌ها به روی یکدیگر، در یک سطح دوبعدی، اجسام سه بعدی ساخته می‌شود. این فرآیند نظیر همان رویداد پاشش جوهر بر روی کاغذ است با این تفاوت که در چاپ سه بعدی این اتفاق با تبلور، سفت شدن یا انعقاد یک ماده مایع یا پودر مانند در هر نقطه از مقاطع عرضی آن جسمی که می‌خواهد چاپ شود اتفاق می‌افتد. وجود رایانه در چنین فرایندی یک ضرورت است، چراکه پایه و اساس آن بر طراحی به کمک رایانه است. روش‌های ساخت مختلفی وجود دارد، اما مراحل اصلی همه‌ی آن‌ها مشترک و به شرح زیر می‌باشد.

۲-۴-۱- روش تجربی:

اولین مرحله در چاپ، ساخت مدل سه بعدی آن در رایانه است. در این تحقیق از برنامه سالیدورک نسخه ۲۰۲۳ برای طراحی فایل سه‌بعدی استفاده شد.

ضریب صلبیت است که برای سطح مقطع المان مستطیل 0.83 در نظر گرفته می‌شود.

$$\varphi_y = 12EI_z / (k_s AGL^2) \quad (4)$$

ماتریس $[K]^e$ بدست آمده در مختصات محلی بوده که با استفاده از ماتریس انتقال در رابطه (۵) به مختصات مرجع منتقل می‌شود.

$$[T]^e = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

به روش مشابه با رابطه (۶) می‌توان ماتریس‌های سفتی همه‌ی المان‌ها (K^e) را برای بدست آوردن ماتریس سفتی کل سازه (K^t) به مختصات مرجع منتقل کرد.

$$[\bar{K}] = [T]^{eT} \cdot [K]^e \cdot [T]^e \quad (6)$$

حال نیروها و ماتریس سفتی کل بدست آمده را طبق رابطه (۷) در قانون هوک جایگزین می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} F_i^e \\ F_j^e \end{Bmatrix} = [K]^e \begin{Bmatrix} d_i^e \\ d_j^e \end{Bmatrix} \quad (7)$$

همانطور که در رابطه (۸) نشان داده شده است نیروهای خارجی وارده یا صفر هستند و یا مجهول و جابجایی نودها هم یا معلوم هستند و یا مجهول.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{unknown} \\ d_{known} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{unknown} \end{bmatrix} \quad (8)$$

که با حل معادله (۹) جابجایی برای هر نود در مختصات مرجع بدست می‌آید.

$$d_{unknown} = -A_{11}^{-1} A_{12} d_{known} \quad (9)$$

حال مجدداً با استفاده از ماتریس انتقال رابطه (۵) جابجایی نودهای دو سر هر المان طبق رابطه (۱۰) از مختصات مرجع به مختصات محلی منتقل می‌شود.

$$[T]\{d\} \quad (10)$$

این بار نیز مجدداً از رابطه (۷) قانون هوک استفاده شده و نیروهای داخلی F_x و F_y دو سر هر گره بدست می‌آید که نیروهای داخلی

۲-۴-۲- ساخت فایل اس تی ال (STL):

در این تحقیق با برنامه اسلایسر روی فایل سه بعدی طراحی شده عمل لایه گذاری انجام شد و برنامه مدل دریافتی را تبدیل به جی کد (زبان برنامه نویسی دستگاه های سی ان سی و چاپگرهای سه بعدی) می کند.

۲-۴-۳- چاپ مدل:

در این تحقیق در دو راستای Y و X از هر کدام سه نمونه برای آزمون کشش و محاسبه ی مدول الاستیک معادل و مشاهده شکست سازه مطابق شکل (۴) با استفاده از پرینتر سه بعدی برند Keytec alfa 30 در آزمایشگاه مکانیک شکست دانشکده مکانیک دانشگاه تربیت مدرس ساخته شد.



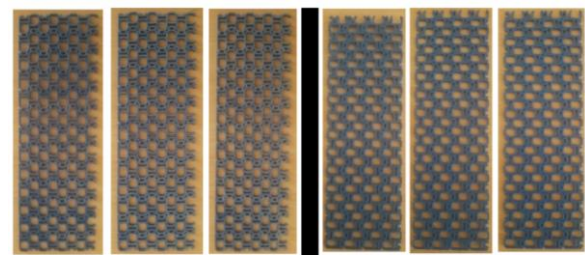
شکل ۴) چاپ مدل توسط دستگاه پرینتر سه بعدی

تنظیمات پرینتر سه بعدی در ساخت نمونه ها به شرح جدول (۳) می باشد.

جدول ۳) تنظیمات پرینتر سه بعدی

قطر نازل	سرعت چاپ	دمای نازل	دمای صفحه ی پرینت	درصد پرشده گی	ارتفاع لایه گذاری
۰/۵ میلی متر	۶۰ میلی متر بر دقیقه	۲۰۰ درجه سلسیوس	۶۰ درجه سلسیوس	۱۰۰%	۰/۱ میلی متر

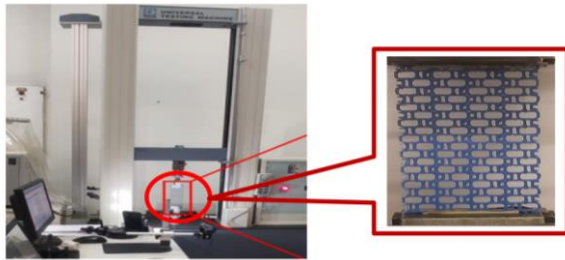
ابعاد سلول واحد ۱۵×۱۵ میلی متر در نظر گرفته شد و در نمونه ها ۴ سلول واحد در عرض و ۱۳ سلول واحد در طول چیده شد که در مجموع ساختارهای سلولی با ابعاد ۱۹۵×۶۰×۲/۳ میلی متر مطابق شکل (۵) برای کشش در راستای افق و عمود و از هر مدل ۳ نمونه ساخته شد.



شکل ۵) نمونه های ساخته شده

۲-۵- آزمون تست کشش ساختار سلولی:

آزمون کششی نمونه ها با سرعت ۵ میلی متر بر دقیقه مطابق شکل (۶) توسط دستگاه برند Santam 20 در آزمایشگاه مکانیک ضربه دانشکده مکانیک دانشگاه تربیت مدرس انجام گرفت. که فک های دستگاه کشش به اندازه ای سفت شد تا نمونه ها آسیب نبینند و همچنین دچار سر خوردگی نیز نشوند که با علامت گذاری نمونه ها در خط اتصال به فک های دستگاه کشش قبل از آزمون و مقایسه با بعد از آزمون این عدم لغزش نمونه ها در حین آزمون تایید شد.

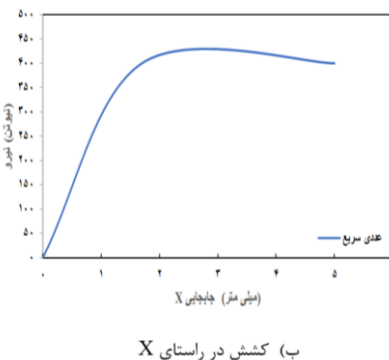
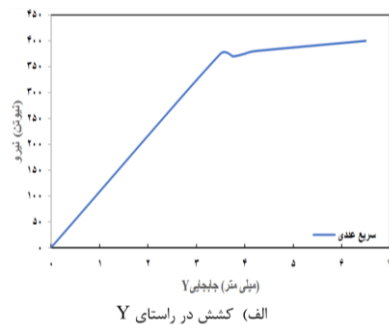


شکل ۶) دستگاه تست کشش مدل

۳- یافته ها و نتایج

۳-۱- نتایج روش عددی سریع:

با وارد نمودن اطلاعات مختصات هندسی هر کدام از نودها، جایگاه قرارگیری هر المان بین کدام نودها، خواص مکانیکی ماده اولیه که از تست کشش نمونه های استاندارد بدست آمد، شرایط مرزی نودها و المان ها و نیروهای وارده ی خارجی به نودها و المان ها در کد متلب نوشته شده بر اساس روابط استفاده شده در این تحقیق نمودارهای نیرو-جابجایی برای ساختار سلولی با شکل سلول ترکیبی در دو راستای Y و X به شرح شکل (۷) ترسیم شد.

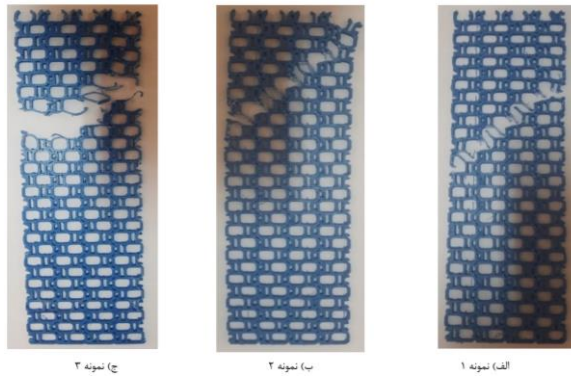


شکل ۷) نمودار نیرو-جابجایی ساختار سلولی ترکیبی در روش عددی سریع

لازم به ذکر است: بالا بودن نقطه شکست نمودار حاصل از برنامه آباکوس بخاطر تعیین خواص پلاستیک ماده اولیه و وارد شدن سازه به ناحیه پلاستیک است.

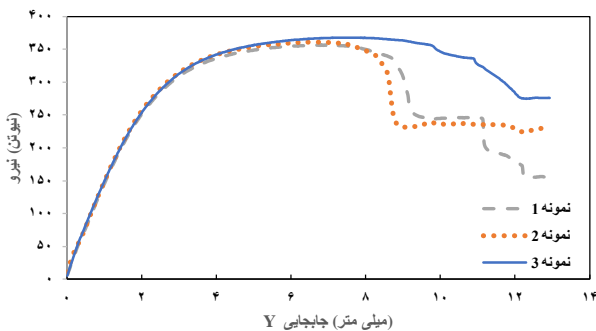
۳-۳- نتایج تجربی مدل عمودی (۷):

در شکل (۱۰) شکست ساختارهایی که در راستای عمود تحت آزمون کشش قرار گرفتند مشاهده می‌شود.



شکل (۱۰) ساختارهای آزمون شده کشش در راستای Y

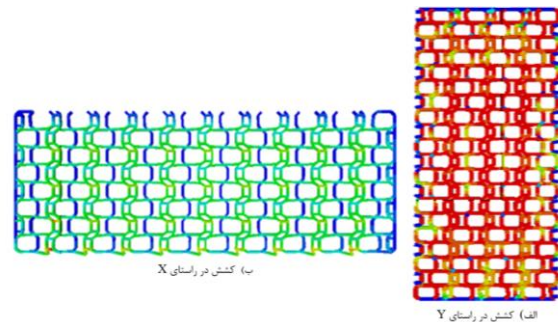
باتوجه به شماره‌گذاری نمونه‌های تست شده در شکل (۱۰) نمودارهای نیرو-جابجایی حاصل از آزمون کشش در راستای عمود در شکل (۱۱) ترسیم شده است؛ همانطور که ملاحظه می‌شود تا قبل از نیروی ۳۰۰ نیوتون ساختارها در ناحیه الاستیک قرار دارند که مقاومت و شیب نمودار هر سه نمونه با هم برابر است با گذر از این حد، سازه وارد ناحیه پلاستیک شده که در این ناحیه نمودار شماره ۳ از دو نمودار دیگر بالاتر است و از روی مدل شکست المان‌های موجود در شکل (۱۰) هم می‌توان شکست متفاوت مدل را دید. شکست مدل‌های ۱ و ۲ در شکل (۱۰) از یک سمت سازه شروع شده و به صورت خطی با یک شیب مثبت در عرض سازه رشد کرده‌اند، لذا نمودارهای آن‌ها هم نتایج نزدیک به هم را نشان می‌دهند. ولی سازه شماره ۳ از چنین مدل شکستی پیروی نکرده و لذا نمودار آن هم متمایز از دو نمودار دیگر است. که علت این اختلاف می‌تواند ضخیم‌تر شدن المان‌های عمودی سمت چپ سازه شماره ۳ ناشی از عیوب ساخت باشد.



شکل (۱۱) نمودارهای نیرو-جابجایی ساختار سلولی ترکیبی در روش تجربی کشش در راستای Y

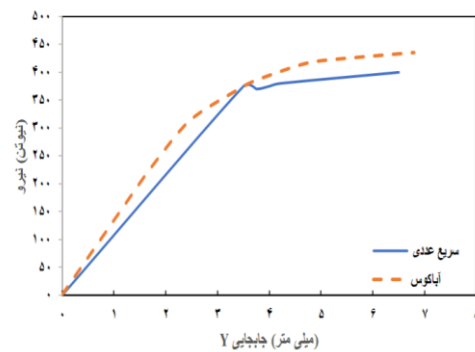
۳-۲- صحنه گذاری:

برای صحنه گذاری خواص مکانیکی استخراج شده از ساختار سلولی با شکل سلول ترکیبی ارائه شده با استفاده از روابط استفاده شده در این مقاله در دو راستای Y و X مطابق شکل (۸) در نرم افزار تجاری آباکوس نسخه ۲۰۲۳ مدلسازی انجام شد. لازم به ذکر است ابعاد و تعداد مش‌بندی‌های برنامه آباکوس مطابق با برنامه متلب در روش سریع عددی که برابر ۱۳۱۱ المان یعنی بین هر دو نود یک المان است و یک سمت نمونه‌ها از هر سه جهت کاملاً ثابت و به سمت دیگر جابجایی مثبت اعمال شد.

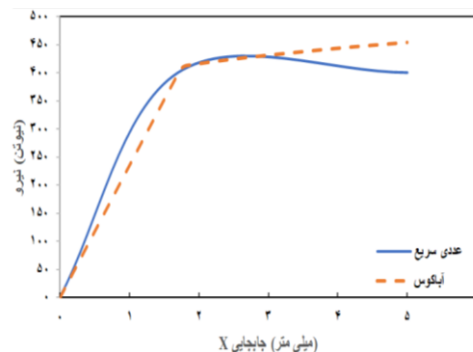


شکل (۸) مدل ساختار سلولی ترکیبی در برنامه آباکوس

مقایسه نمودارهای نیرو-جابجایی بدست آمده از برنامه آباکوس و روش عددی سریع ارائه شده برای نمونه ساختار سلولی با شکل سلول ترکیبی ارائه شده در دو راستای Y و X مطابق شکل (۹) می‌باشد.



الف) کشش در راستای Y

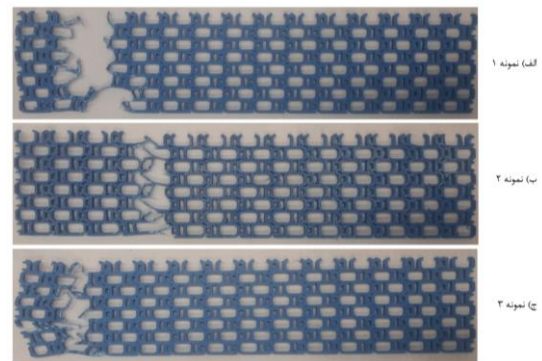


ب) کشش در راستای X

شکل (۹) مقایسه نمودار نیرو-جابجایی ساختار سلولی

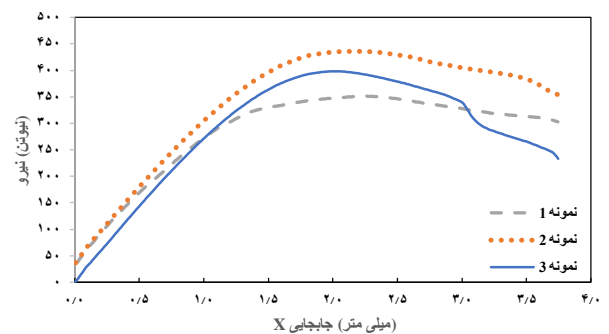
۳-۴- نتایج تجربی مدل افقی (X):

در شکل (۱۲) شکست ساختارهایی که در راستای افق تحت آزمون کشش قرار گرفتند مشاهده می‌شود.



شکل ۱۲) ساختارهای آزمون شده کشش در راستای X

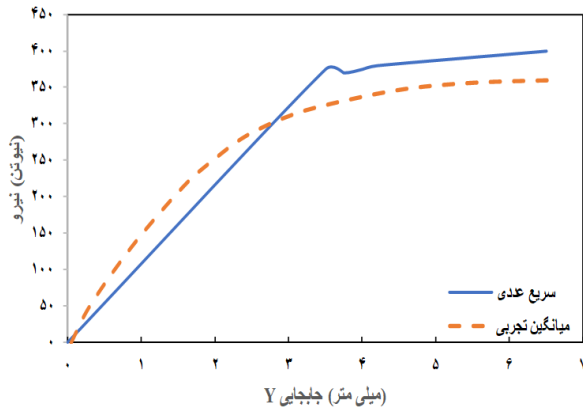
باتوجه به شماره‌گذاری نمونه‌های تست شده در شکل (۱۲) نمودارهای نیرو-جابجایی حاصل از آزمون کشش در راستای افق در شکل (۱۳) ترسیم شده است: همانطور که ملاحظه می‌شود تا قبل از نیروی ۲۲۵ نیوتون ساختارها در ناحیه الاستیک قرار دارند که مقاومت و شیب نمودار هر سه نمونه تقریباً با هم برابر است که با گذر از این حد، سازه وارد ناحیه پلاستیک شده و در این ناحیه هم هر سه نمودار رفتارهایی شبیه به هم از خود نشان می‌دهند و از روی مدل شکست المان‌ها، موجود در شکل (۱۲) هم می‌توان شکست‌هایی با مدل تقریباً هم شکل که از یک سمت سازه شروع شده و به صورت یک خط در عرض سازه رشد کرده‌اند را دید. لذا نمودارهای آن‌ها هم نتایج نزدیک به هم را نشان می‌دهند. ولی سازه شماره ۲ نمودار بالاتری را ثبت کرده است که اگر به مدل شکست آن در شکل (۱۲) هم توجه کنیم می‌بینیم که شکست نمونه‌ی شماره ۳ برخلاف دو نمونه دیگر از لبه‌ی سمت چپ ساختار فاصله‌ی افقی بیشتری دارد و لذا نمودار آن هم بالاتر از دو نمودار دیگر ثبت شده‌است. که علت این اختلاف می‌تواند عدم فشار عمودی کافی فک‌های دستگاه کشش به سطح ساختار شماره ۲ باشد.



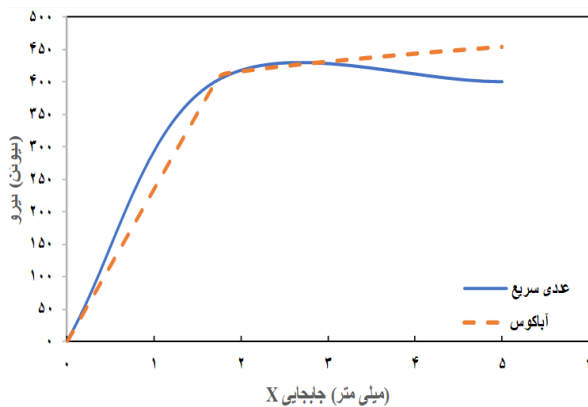
شکل ۱۳) نمودارهای نیرو-جابجایی ساختار سلولی ترکیبی در روش تجربی کشش در راستای X

۳-۵- مقایسه نتایج آزمون تجربی با روش سریع عددی:

میانگین نمودارهای نیرو-جابجایی بدست آمده از آزمون تجربی با روش عددی سریع برای نمونه با شکل سلول واحد ترکیبی در دو راستای Y و X مطابق شکل (۱۴) می‌باشد.



الف) کشش در راستای Y



ب) کشش در راستای X

شکل ۱۴) مقایسه نمودار نیرو-جابجایی ساختار سلولی

لازم به ذکر است: پایین بودن نقطه شکست نمودار حاصل از آزمون تجربی بخاطر حفره‌های به وجود آمده در قطعات ناشی از عیوب ساخت سازه است.

۳-۶- خواص مکانیکی استخراج شده از ساختار سلولی ترکیبی:

حال که روابط ارائه شده توسط نرم‌افزار تجاری آباکوس به تأیید رسید با تقسیم نیروی‌های بدست آمده از روش سریع عددی بر سطح مقطع سازه با شکل سلول ترکیبی ارائه شده که عرض مؤثر ۶۰ میلی‌متر و ضخامت سازه ۲/۳ میلی‌متر می‌باشد به تنش بر حسب مگاپاسکال رسیده و با تقسیم جابجایی بدست آمده بر طول مؤثر سازه که با توجه به فک‌های دستگاه کشش ۱۵۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است به کرنش رسیده و با ترسیم دو مقدار بدست آمده برحسب یکدیگر به نمودار تنش-کرنش مطابق شکل (۱۵) در دو راستای Y و X رسیده.

می‌رسیم که در راستای عمود (Y) ۱۱۷ مگاپاسکال و در راستای افق (X) ۲۶۴ مگاپاسکال خواهد بود.

۴- نتیجه‌گیری

ساختار سلولی نوینی الهام گرفته از ترکیب لانه زنبور و دی‌ان‌ای طراحی که با ماده پی‌ال‌ای (pla) به روش افدی‌ام (FDM) تولید شد و یک کد متلب که بتواند ماتریس سفتی هر المان و ماتریس سفتی کل سازه را تشکیل دهد نوشته شد که یک روش جدید بر مبنای تئوری تیر تموشنکو، روابط مقاومت مصالح و اجزاء محدود برای بدست آوردن خواص مکانیکی و پیش‌بینی استحکام شکست سازه‌های سلولی (مشبک) است. خواص مکانیکی معادل ساختار سلولی ترکیبی ارائه شده در دو راستای افق (X) و عمود (Y) استخراج شد؛ نتایج آن به شرح زیر بدست است:

(۱) هر چقدر نسبت ضخامت به طول المان در سازه مشبک به تئوری تیرها یعنی نسبت $\frac{1}{L}$ نزدیکتر باشد نتایج دقیق‌تر خواهد بود.

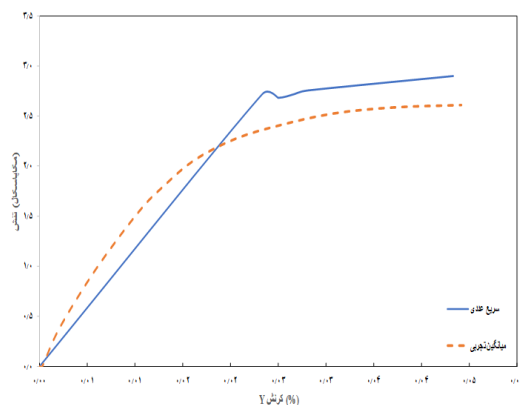
(۲) تعداد بالای نودها و المان‌ها تأثیری در نتایج نخواهد داشت. به طوریکه در ساختار سلولی ترکیبی ارائه شده با تعداد ۹۴۸ نود و ۱۳۱۱ المان تفاوت زیادی در نتایج مشاهده نشد.

(۳) با تغییر چیدمان سلول‌های واحد، راستای بارگذاری و راستای تکیه‌گاه‌ها در جهت افق (X) و عمود (Y) تفاوت چشمگیری با صحنه گذاری آباکوس و آزمون تجربی ملاحظه نشد.

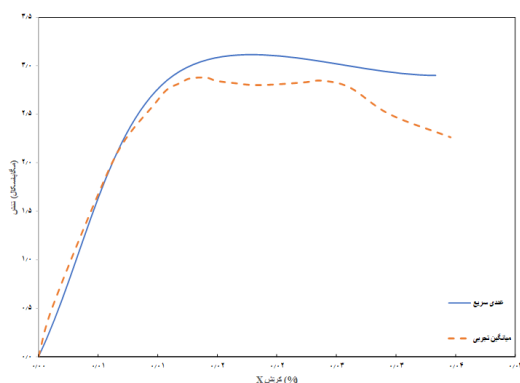
(۴) ساختار ساخته شده از ماده پی‌ال‌ای (pla) با شکل سلول ترکیبی ارائه شده تحت کشش در راستای افق (X) قابلیت تحمل بار ۴۰۰ نیوتن و در راستای عمود (Y) ۳۷۵ نیوتن را خواهد داشت که ۷٪ اختلاف بین نمونه‌های ساخته شده در راستای افق و عمود به چشم خورد.

(۵) با تقسیم نیروی اعمال شده بر سطح مقطع مؤثر سازه برای نمونه در راستای افق (X) ۱۳۸ میلی‌متر مربع و برای نمونه در راستای عمود (Y) ۱۳۳ میلی‌متر مربع به تنش و با تقسیم جابجایی‌های بدست آمده بر طول مؤثر سازه ۱۵۰ میلی‌متر به کرنش خواهیم رسید که ساختار در راستای افق (X) دارای حداکثر تنش تسلیم کششی ۲/۹ مگاپاسکال و در راستای عمود (Y) ۲/۷ مگاپاسکال خواهد بود که این بار ۸٪ اختلاف بین نمونه‌های ساخته شده در راستای افق و عمود به چشم خورد.

(۶) با تقسیم تنش و کرنش بدست آمده بر یکدیگر به سفتی معادل (مدول الاستیک) ساختار الهام گرفته‌ی ارائه شده می‌رسیم که در راستای عمود ۱۱۵ مگاپاسکال و در راستای افق ۲۰۰ مگاپاسکال خواهد بود و ۷۵٪



الف) کشش در راستای Y



ب) کشش در راستای X

شکل ۱۵) مقایسه نمودارهای تنش-کرنش ساختار سلولی

شیب نمودارهای حاصل از روش سریع عددی و آزمون تجربی که بیانگر مدول یانگ کل سازه می باشد در حدود ۵٪ با هم تفاوت دارند که این تفاوت با توجه به تعداد بالای نودها (به تعداد ۹۴۸ نود) و المان‌های (به تعداد ۱۳۱۱ المان) کل سازه قابل قبول است و علت تفاوت در نقطه شکست سازه عیوب ناشی از ساخت و عدم محاسبه خاصیت پلاستیک ماده اولیه در روابط ارائه شده است که این مقاله بر مبنای خواص الاستیک ماده و ترتیب شکستن المان‌ها بوده و استحکام پلاستیک لحاظ نشده است.

ساختار ساخته شده از ماده پی‌ال‌ای (pla) با شکل سلول ترکیبی ارائه شده تحت کشش در راستای عمود (Y) ۳۷۵ نیوتن و در راستای افق (X) قابلیت تحمل بار ۴۰۰ نیوتن را خواهد داشت. با تقسیم نیروی اعمال شده بر سطح مقطع مؤثر سازه برای نمونه در راستای عمود (Y) ۱۳۳ میلی‌متر مربع و برای نمونه در راستای افق (X) ۱۳۸ میلی‌متر مربع به تنش و با تقسیم جابجایی‌های بدست آمده بر طول مؤثر سازه ۱۵۰ میلی‌متر به کرنش خواهیم رسید که ساختار در راستای عمود (Y) دارای حداکثر تنش تسلیم کششی ۲/۷ مگاپاسکال و در راستای افق (X) ۲/۹ مگاپاسکال خواهد بود. همچنین با تقسیم تنش بر کرنش بدست آمده برای نمونه در راستای عمود (Y) ۰/۰۲۳ و برای نمونه در راستای افق (X) ۰/۰۱۱ به سفتی معادل (مدول الاستیک) ساختار ترکیبی ارائه شده

for Biomaterials, The Japanese Society for Biomaterials, and The Australian Society for Biomaterials and the Korean Society for Biomaterials. 2009 May;89(2):325-34.

2- Helou M, Kara S. Design, analysis and manufacturing of lattice structures: an overview. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*. 2018 Mar 4;31(3):243-61.

3- Gent AN, Thomas AG. The deformation of foamed elastic materials. *Journal of Applied Polymer Science*. 1959 Jan;1(1):107-13.

4-Yardımcı O. *Development of an equivalent model of aluminum honeycomb sandwich structures subjected to transverse loads* (Master's thesis, Middle East Technical University).

5- Nazir A, Abate KM, Kumar A, Jeng JY. A state-of-the-art review on types, design, optimization, and additive manufacturing of cellular structures. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019 Oct;104:3489-510.

6- Askari M, Hutchins DA, Thomas PJ, Astolfi L, Watson RL, Abdi M, Ricci M, Laureti S, Nie L, Freear S, Wildman R. Additive manufacturing of metamaterials: A review. *Additive Manufacturing*. 2020 Dec 1;36:101562.

7. <https://www.techbriefs.com/component/content/article/25607-lattice-structure-absorbs-vibrations>.

8- https://en.wikipedia.org/wiki/Junkers_J_1

9- Potluri R, Rao UK. Determination of elastic properties of reverted hexagonal honeycomb core: FEM approach. *Materials Today: Proceedings*. 2017 Jan 1;4(8):8645-53.

10- Hedayati R, Sadighi M, Mohammadi-Aghdam M, Zadpoor AA. Mechanical properties of additively manufactured octagonal honeycombs. *Materials Science and Engineering: C*. 2016 Dec 1;69:1307-17.

11- Ajdari A, Jahromi BH, Papadopoulos J, Nayeb-Hashemi H, Vaziri A. Hierarchical honeycombs with tailorable properties. *International Journal of Solids and Structures*. 2012 Jun 1;49(11-12):1413-9.

12- Quan C, Han B, Hou Z, Zhang Q, Tian X, Lu TJ. 3d printed continuous fiber reinforced composite auxetic honeycomb structures. *Composites Part B: Engineering*. 2020 Apr 15;187:107858.

13- Farrokhhabadi A, Ashrafi MM, Gharehbaghi H, Nazari R. Evaluation of the equivalent mechanical properties in a novel composite cruciform honeycomb using analytical and numerical methods. *Composite Structures*. 2021 Nov 1;275:114410.

14- Cernescu A, Romanoff J, Remes H, Faur N, Jelovica J. Equivalent mechanical properties for cylindrical cell honeycomb core structure. *Composite Structures*. 2014 Feb 1;108:866-75.

15- W. Liu, H. Li, and J. Zhang, "Elastic properties of a cellular structure with in-plane corrugated cosine beams," *Compos. Struct.*, vol. 180, pp. 251–262, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.08.022.

16- Huang J, Gong X, Zhang Q, Scarpa F, Liu Y, Leng J. In-plane mechanics of a novel zero Poisson's ratio honeycomb core. *Composites Part B: Engineering*. 2016 Mar 15;89:67-76.

اختلاف بین نمونه ساخته شده در راستای عمود و افق به چشم خورد که این اختلاف در سفتی سازه ناشی از شکل سلول واحد است.

(۷) با تقسیم تنش بر کرنش بدست آمده برای نمونه در راستای افق (X) ۰/۰۱۱ و برای نمونه در راستای عمود (Y) ۰/۰۲۳ به سفتی معادل (مدول الاستیک) ساختار ترکیبی ارائه شده می‌رسیم که در راستای افق (X) ۲۶۴ مگاپاسکال و در راستای عمود (Y) ۱۱۷ مگاپاسکال خواهد بود که این بار ۱۲۵٪ اختلاف بین نمونه‌های ساخته شده در راستای عمود و افق مشاهده شد که اختلافات گفته شده ناشی از شکل سلول واحد است.

۵- پیشنهادات

بر اساس نتایج ذکر شده برای ادامه‌ی پروژه، تکمیل و بهتر شدن روش ارائه شده روابط می‌تواند اصلاح و پیشنهادات زیر مطرح - شود:

- (۱) اصلاح روابط برای حالت جابجایی کنترل که با شکست المان‌ها سازه تقارن نیروهای وارده خارجی را از دست ندهد.
- (۲) گسترش روابط به نحوی که بعد از رسیدن المان‌ها به تنش تسلیم الاستیک وارد ناحیه‌ی پلاستیک شوند و استحکام ناحیه‌ی پلاستیک هم محاسبه شود و تا حد تنش نهایی المان‌ها شکسته محسوب نشوند.
- (۳) گسترش روابط به نحوی که بتوان اثرات حرارتی و رطوبتی را هم لحاظ کرد.
- (۴) گسترش روابط به نحوی که بتوان اثرات خستگی و خزش را هم دید.
- (۵) گسترش روابط برای تئوری صفحات.
- (۶) گسترش روابط برای مواد کامپوزیت.
- (۷) اصلاح روابط به نحوی که لزوماً نیاز نباشد نسبت ضخامت به طول المان برابر $\frac{1}{10}$ باشد تا به پاسخ‌های دقیقی رسید.

تاییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

تعارض منافع: هیچ تعارض منافع دیگری برای اظهار وجود ندارد.

منابع

1- Mullen L, Stamp RC, Brooks WK, Jones E, Sutcliffe CJ. Selective Laser Melting: A regular unit cell approach for the manufacture of porous, titanium, bone in-growth constructs, suitable for orthopedic applications. *Journal of Biomedical Materials Research Part B: Applied Biomaterials: An Official Journal of The Society*

- 17- Carneiro VH. On the elastic properties of three-dimensional honeycomb lattices. *Composites Communications*. 2020 Feb 1;17:14-7.
- 18- Yang L, Harrysson O, West H, Cormier D. Mechanical properties of 3D re-entrant honeycomb auxetic structures realized via additive manufacturing. *International Journal of Solids and Structures*. 2015 Sep 1;69:475-90.
- 19- Meng F, Chen C, Hu D, Song J. Deformation behaviors of three-dimensional graphene honeycombs under out-of-plane compression: Atomistic simulations and predictive modeling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2017 Dec 1;109:241-51.
- 20- M. Xu et al., "In-plane compression behavior of hybrid honeycomb metastructures: Theoretical and experimental studies," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 106, 2020, doi: 10.1016/j.ast.2020.106081.
- 21- Mukhopadhyay T, Adhikari S. Effective in-plane elastic properties of auxetic honeycombs with spatial irregularity. *Mechanics of Materials*. 2016 Apr 1;95:204-22.
- 22- Lan L, Sun J, Hong F, Wang D, Zhang Y, Fu M. Nonlinear constitutive relations of thin-walled honeycomb structure. *Mechanics of Materials*. 2020 Oct 1;149:103556.
- 23- Wu Y, Yang L. The effect of unit cell size and topology on tensile failure behavior of 2D lattice structures. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020 Mar 15;170:105342.