



# Experimental and Analytical Study of Transverse Displacement of Plates in a Circular Sandwich Structure with Vertical Metal Tube Cores under Free Blast Load

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Farmani S.M.<sup>1\*</sup>,  
ZiaShamami M.<sup>2</sup>,  
Alitavoli M.<sup>1</sup>

### How to cite this article

Farmani M., ZiaShamami M., Alitavoli M., Experimental and analytical study of transverse displacement of plates in a circular sandwich structure with vertical metal tube cores under free blast load. Modares Mechanical Engineering; 2024;24(08):511-522.

<sup>1</sup> Mechanical Engineering Department, University of Guilan, Rasht, Iran

<sup>2</sup> Mechanical Engineering Department, Imam Hossein University, Tehran, Iran

### \*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, University of Guilan, Rasht, Iran.

farmani.mahmood@yahoo.com

### Article History

Received: June 24, 2024

Accepted: October 27, 2024

ePublished: November 19, 2024

## ABSTRACT

In this research, the amount of transverse displacement of circular sandwich panels under explosive loading was investigated using the experimental method, and then, by using the Bessel shape function and subtracting the plastic work of the core components and other deformations from the total kinetic energy given to the structure, the relation for the prediction of the transverse displacement of the plates is provided. The experimental tests are grouped by the construction of the sandwich structure, which is 1.2 and 2mm thick steel plating with aluminum tube cores with external diameters of 12 and 16 mm with a cross arrangement and vertically with the same height between the upper and lower plates of the structure. The results obtained from the methods of this research are expressed by presenting the maximum amount of transverse displacement in terms of the distance from the center of the structure and the amount of length change for each of the cores of the structure. It was found that by increasing the volume of the cores in the sandwich structure, the rigidity of the structure does not necessarily increase against a certain applied load. In the investigation of some structures, the effect of the amount of core collapse on the transverse displacement is almost equal to the effect of the thickness of the plate. The average difference of the results is less than 12 %.

**Keywords** Circular Sandwich Panel; Vertical Tubular Cores; Plastic Work; Analytical Model; Transverse Displacement; Free Explosion

## CITATION LINKS

1- The Effect of Extreme Dynamic Loading on Plastic Deformation of .... 2- Numerical and experimental investigation of deformation of .... 3- Dimensionless numbers for dynamic response analysis of clamped square plates .... 4- Investigation into the Response of Fully Clamped Circular Steel, Copper, and .... 5- Numerical investigation of the response of sandwich-type panels using .... 6- Experimental and numerical investigation of the maximum deflection of .... 7- Presenting an analytical model based on the energy method to study the ... 8- Dynamic Response of Circular Metal Sandwich Panels with .... 9- The influence of gas mixture detonation loads on large plastic .... 10- Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading .... 11- Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of .... 12- Closed-form analytical analysis on the effect of coupled membrane and .... 13- Experimental investigation and analytical modelling for forming of .... 14- Investigation into the Response of Fully Clamped Circular Steel, Copper, and .... 15- The Influence of Uniform and Localized Blast Loading on the Response of ... 16- Experimental Study and Analytical Modeling For .... 17- Dynamic response of sandwich circular blast shield with tubular cores under ..... 18- Fracture characteristics of three metals subjected to .... 19- Evaluation of Temperature Effects on Forming Limit Diagrams of .... 20- Deformation and fracture behaviour of plate specimens subjected to .... 21- Analytical study of plastic deformation of .... 22- Structural impact, Cambridge: Cambridge University Press. 23- Investigation of dynamic response of circular sandwich plates .... 24-. Structural impact, Cambridge university press. 25- Analytical model of circular tube with wide external circumferential .... 26- Structural Impact, 2nd ed, (Dynamic Axial Crushing) .... 27- Theoretical analysis on the effect of uniform and localized.... 28- Unified facilities criteria (ufc) structures to resist the effects of ... 29- The axial crushing of circular tube under quasi-static loading. 30- Dynamic Axial Crushing of Circular Tubes. Int.j. impact Eng. 31- Dynamic Response of a Clamped Circular Sandwich Plate Subject to Shock Loading. 32- "Dynamic plastic" and "dynamic progressive" buckling of elastic-plastic circular shells

## مطالعه تجربی و تحلیلی جابجایی عرضی رویه‌ها در سازه ساندویچی مدور با هسته لوله عمودی فلزی تحت بار انفجار آزاد

سید محمود فرمانی<sup>۱\*</sup>، مجتبی ضیا شمامی<sup>۲</sup>، مجید علی طاولی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، امام حسین (ع)، تهران ایران

### چکیده

در این مطالعه، خیز رویه‌های ساندویچ پلن دایروی تحت بارگذاری انفجاری به روش تجربی بررسی شده و سپس با استفاده از تابع شکل بسل و کسر کار پلاستیک اجزای هسته و دیگر تغییر شکل‌ها از انرژی جنبشی کل داده شده به سازه، رابطه پیش بینی مقدار خیز رویه‌ها ارائه شده است. آزمایش‌های تجربی با ساخت سازه ساندویچی که بر حسب ضخامت ورق فولادی ۱/۲ و ۲ میلی‌متر و با هسته‌های لوله آلومینیومی به قطرهای خارجی ۱۲ و ۱۶ میلی‌متر با چیدمان متقاطع و به صورت عمودی با ارتفاع یکسان بین رویه‌های فوقانی و تحتانی سازه قرار می‌گیرند، گروه‌بندی شده‌اند. نتایج حاصل از روش‌های این تحقیق با ارائه پیشینه مقدار جابجایی عرضی و بر حسب فاصله از مرکز سازه و میزان تغییر طول برای هر یک از هسته‌های سازه بیان شده است. اثر نسبت جابجایی به ضخامت رویه و نسبت لهیدگی هسته‌ها به حجم آنها در تغییر شکل سازه بررسی شده است. مشخص شد که لزوماً با افزایش حجم هسته‌ها در سازه ساندویچی، صلبیت سازه در برابر بار اعمالی معین افزایش نمی‌یابد. افزایش جرم سازه، میزان تغییر شکل و جذب انرژی را کاهش می‌دهد. در بررسی برخی سازه‌ها، اثر مقدار لهیدگی هسته‌ها بر جابجایی عرضی تقریباً برابر با اثر ضخامت رویه است. میانگین اختلاف بین نتایج روش‌ها کمتر از ۱۲ درصد است.

**کلیدواژه‌ها:** ساندویچ پلن دایروی، هسته‌های لوله‌ای عمودی، کار پلاستیک، مدل تحلیلی، جابجایی عرضی، انفجار آزاد

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۴/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۰۶

\*نویسنده مسئول: farmani.mahmood@yahoo.com

### ۱- مقدمه

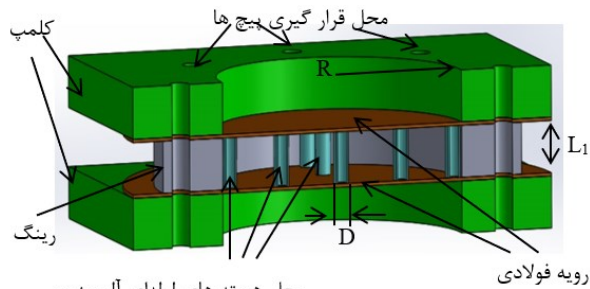
استحکام و مقاومت به ضربه سازه‌های ساندویچی با در نظرگیری جرم سازه از مباحث مورد مطالعه محققان است. تعیین پیشینه مقدار تغییر شکل ورق‌ها و دیگر اجزا این سازه‌ها در انتخاب نوع مواد و ضخامت آنها حائز اهمیت است. مطالعات محدودی بر روی میزان تغییر شکل و جذب انرژی در سازه‌های ساندویچی متشکل از ورق‌های فلزی و هسته انجام شده است. مستوفی و همکاران به بررسی تجربی و تحلیل رگرسیونی تغییر شکل پلاستیک بزرگ ورق‌های مربعی و مستطیلی تحت بار دینامیکی شدید با توزیع یکنواخت و محلی پرداخته‌اند. در روش تجربی، آزمایش روی ورق‌های فولادی در ضخامت‌های مختلف انجام شده است. برای تحلیل رگرسیونی و بهینه‌سازی از نرم افزار طراح آزمایش به همراه روش رویه پاسخ به کار گرفته شده است. اثر پارامترهای مختلف سازه به صورت همزمان بررسی شده است. نتایج نشان داده که در

هر دو نوع بارگذاری، افزایش ضخامت ورق، اثر ایمپالس بر پیشینه تغییر شکل ورق را تغییر می‌دهد [1]. فرمانی و همکاران به بررسی عددی و تجربی تغییر شکل صفحات ساندویچی مدور با هسته لوله عمودی فلزی تحت بار انفجار آزاد پرداخته‌اند. در این مطالعه پیشینه مقدار تغییر شکل سازه‌های ساندویچی به هر دو روش مقایسه گردیده است. رابطه میزان توازن انرژی در تغییر شکل برای سازه‌های مورد آزمایش بکار گرفته شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با افزایش تعداد لوله‌های هسته سازه، حداکثر خیز در رویه فوقانی کاهش می‌یابد و در نتیجه اثر آن در جابجایی عرضی ورق تحتانی کمتر می‌شود [2].

یائو و همکاران [3]، معادلات بی‌بعد حاکم بر ورق‌های مربعی با شرط مرزی گیردار را با در نظر گرفتن پارامترهای مهمی مانند هندسه ورق، مقاومت مواد در برابر بارگذاری دینامیکی و نسبت بار به مقاومت ماده به دست آورده‌اند. از جمله نتایج تحقیقات آنها می‌توان به نتایجی مانند ارائه اعداد بدون بعد جدید برای محاسبه نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت ورق تحت بارگذاری انفجاری اشاره کرد. بابایی و همکاران اثرات ضخامت صفحه، فاصله قرارگیری ماده انفجاری، ایمپالس و خواص مواد بر انحراف نقطه میانی، مشخصات تغییر شکل و توزیع کرنش در صفحات فولادی و آلومینیومی را بررسی کرده‌اند. ایمپالس اعمال شده به صفحه، با حرکت آونگ بالستیک ثبت شده و با استفاده از داده‌های حاصل از آزمایش تجربی، یک مدل ریاضی ارائه شده که در آن تاثیر مواد و هندسه سازه بر توزیع کرنش در نظر گرفته شده است. تأثیر فاصله قرارگیری ماده منفجره و مقادیر ایمپالس بر توزیع کرنش بیش از ضخامت است [4]. تئوبالد و همکاران پاسخ صفحات ساندویچی با هسته‌های مربع عمودی در برابر بار انفجار را به صورت عددی مطالعه کرده‌اند. در این تحقیق تأثیر مقدار مواد منفجره، نوع مواد و تعداد لوله‌های فلزی بررسی شده و میزان لهیدگی هسته‌ها با توجه به تعداد آنها مقایسه شده است [5]. گودرزی و همکاران به بررسی تجربی و عددی پیشینه جابجایی عرضی ورق‌های دایروی آلومینیومی در برابر انفجار در هوا پرداخته‌اند. هدف از طراحی و اجرای آزمایش‌ها در تحقیق آنها، بررسی تأثیر نحوه برخورد موج انفجار بر میزان تغییر شکل و استخراج دو مدل نیمه تجربی برای پیش‌بینی حداکثر جابجایی عرضی نقطه میانی ورق دایروی در دو حالت موج شوک یکنواخت و غیر یکنواخت بوده است [6]. قمری‌زاده و همکاران مدل تحلیلی تغییر شکل ورق‌های دایروی تحت بار انفجار مکرر با توزیع یکنواخت را با روش انرژی (برابری انرژی جنبشی اولیه و کار پلاستیک جذب شده) ارائه نموده و با مقادیر تجربی مقایسه نموده‌اند. افزایش انرژی انتقال یافته، سبب پارگی در ورق با نسبت خیز به ضخامت بیشتر از ۲۰ می‌گردد [7]. قمری‌زاده و همکاران به روش عددی و تحلیلی مبتنی بر انرژی کرنشی و کار پلاستیک انجام شده توسط اجزای مختلف سازه، پاسخ سازه ساندویچی دارای هسته لوله‌ای شعاعی را مورد بررسی

## ۲- تعریف مساله

برای این مسئله، مقطع سازه شامل ورق‌های فولادی و هسته‌های آلومینیومی و رینگ واسطه و ... قبل از تغییر شکل به همراه مشخصات اجزاء به صورت طرح‌واره در شکل (۱) نشان داده شده‌است. که در آن رویه‌های دایروی سازه دارای شعاعی برابر با R در بالا و پایین سازه قرار دارند، طول اولیه هسته‌های لوله‌ای L1 و قطر خارجی آنها برابر با D است. هسته‌های سازه قبل از تغییر شکل، به فرم استوانه‌ای و عمودی هستند. جهت z+ به طرف بالا و عمود بر سطح ورق است [2].



رویه فولادی  
محل هسته‌های آلومینیومی  
شکل (۱) طرح‌واره ورق ساندویچی مونتاژ شده با شرایط مرزی گیردار پیش از تغییر شکل

جدول (۱) گروه بندی آزمایش‌های تجربی

گروه	کد آزمایش	ضخامت ورق (mm)	تعداد هسته لوله‌ای	جرم سازه (kg)
۱	۱۱	۲	۹	۱/۰۲
	۱۲		۵	۱/۰۰۴
۲	۲۱	۱/۲	۹	۰/۶۲۷۴
	۲۲		۵	۰/۶۱۱۴
۳	۳۱	۲	۹	۱/۰۳۱
	۳۲		۵	۱/۰۰۹
۴	۴۱	۱/۲	۹	۰/۶۳۶۴
	۴۲		۵	۰/۶۱۶۴
۵	۵۱	۲	-	۰/۹۸

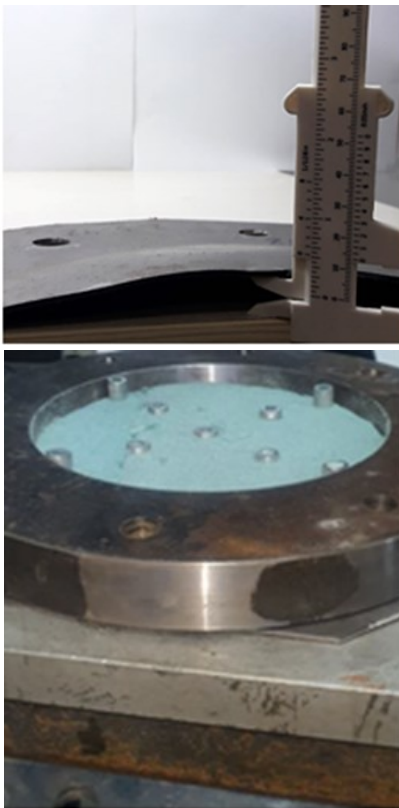
## ۳- بررسی تجربی

آزمایش‌های تجربی برای سازه‌های ساندویچی گروه‌بندی شده در جدول (۱) و بر اساس هندسه و اجزای تعریف شده در طرح‌واره شکل (۱) انجام شده است. در این سازه‌ها رویه‌های فوقانی و تحتانی از جنس St12 و هسته‌های لوله‌ای از جنس AL6061 با مشخصات مکانیکی مربوطه به کار گرفته شده‌اند [18,19]. بنابراین اجزای سازه (رویه‌ها و هسته‌ها) مطابق با آنچه در شکل (۱) نشان داده شده بین کلمپ‌های فوقانی و تحتانی فولادی (با ابعاد ۳۵۰×۳۵۰ و با قطر سوراخ داخلی ۲۰۰ میلی‌متر در مرکز آن) قرار می‌گیرند. لوله‌های آلومینیومی با چیدمان متقاطع (×) (به دلیل ایجاد تقارن در خیز رویه) به طوری که یک عدد در مرکز با شماره

قرار داده‌اند. در این بررسی معادلات حاکم بر توازن در انرژی سازه برحسب خیز بیشینه ورق تحتانی سازه ساندویچی به دست آمده‌است [8]. رفتار دینامیکی ورق‌های دایروی و مستطیلی تحت بار یکنواخت و موضعی حاصل از انفجار، توسط مستوفی و همکاران بررسی شده است [9-13]. بابایی و همکاران اثر ضخامت ورق، فاصله قرارگیری ماده منفجره، خواص مواد بر میزان تغییر شکل، جابجایی عرضی نقطه میانی ورق و توزیع کرنش روی ورق‌های فولادی و آلومینیومی را بررسی کرده‌اند [14]. تئوبالد و همکاران به روش عددی، پاسخ ورق‌های ساندویچی با هسته‌های مقطع مربع عمودی در برابر بار انفجار را مطالعه کرده‌اند. اثر مقدار مواد منفجره، نوع مواد و تعداد لوله‌های هسته فلزی بررسی شده و میزان له‌شدگی هسته‌ها با توجه به تعداد آنها مقایسه شده‌است [5]. سیاح بادخور و همکاران به روش تجربی و تحلیل رگرسیونی و با استفاده از روش رویه پاسخ، اثر بارگذاری انفجاری یکنواخت و موضعی روی ورق‌های تک لایه دایروی را مورد بررسی قرار داده‌اند. در مطالعه آنها اثر شعاع و ضخامت ورق، شدت بار وارده، خواص مکانیکی ورق، شعاع بارگذاری و فاصله استقرار روی جابجایی عرضی ورق‌های دایره‌ای شکل به صورت همزمان بررسی گردید و دو تحلیل جداگانه در نظر گرفته شده تا مدل پیش بینی با اطمینان بالا ارائه شود [15]. مستوفی و همکاران تغییر شکل ورق‌های دایره‌ای گیردار از جنس فولاد و آلومینیوم را تحت بارگذاری هیدرو دینامیکی بررسی کرده‌اند. آزمایش‌های تجربی در این تحقیق با استفاده از سامانه چکش پرتابه ای انجام شده است. مدل تحلیلی با استفاده از روش انرژی ارائه شده است. این تحقیق نشان می‌دهد، تاثیر پارامتر نرخ کرنش برای ورق‌های فولادی نسبت به آلومینیومی بیشتر است [16]. قمری‌زاده و همکاران پاسخ دینامیکی سپر انفجاری ساندویچی مدور با هسته لوله‌ای تحت بار انفجار آزاد را مورد مطالعه قرار داده‌اند. روش تحلیلی این مقاله مبتنی بر مراحل سه‌گانه فرآیند انفجار بر سطح سازه بوده و با استفاده از قانون ممنتوم و بقای جرم، رابطه خیز و بیشینه مقدار آن ارائه شده و سپس با مقادیر آزمایش تجربی و شبیه سازی عددی مقایسه شده است [17].

در پژوهش‌های پیشین، اغلب بر میزان جابجایی ایجاد شده در ورق‌ها، تغییر شکل هسته‌های مقطع مربعی سازه ساندویچی و یا هسته‌های لوله افقی پرداخته شده‌است. هدف از انجام این تحقیق، ارائه مدلی برای پیش بینی بیشینه جابجایی عرضی رویه‌ها در سازه‌های ساندویچی دارای هسته عمودی با استفاده از کار پلاستیک بوده و اثر تعداد و قطر هسته‌ها در آن لحاظ شده است. در تحقیق حاضر به اثر میزان خمش و لهیدگی هسته‌های لوله آلومینیومی عمودی با مقطع دایروی بسته به موقعیت قرارگیری و تعداد آنها در تغییر شکل سازه ساندویچی پرداخته شده است.

دیفرانسیل غشایی بر اساس کار خارجی بروش پلاستیسیته به دست می‌آید.



شکل ۲ الف) بیشینه جابجایی مرکز ورق فوقانی آزمایش [21]، ب) محل قرارگیری هسته های لوله‌ای

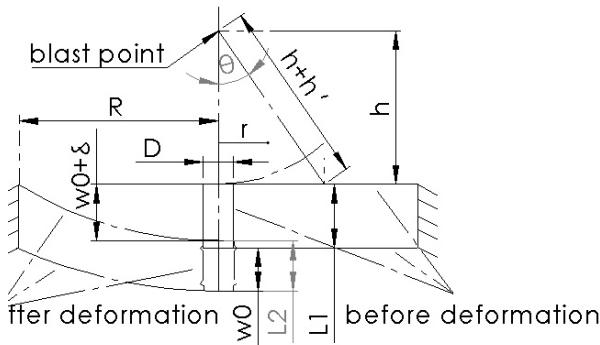


شکل ۳ رویه‌های فوقانی و تحتانی متناظر در سازه‌های تجربی-ورق ۲ میلیمتر (بالا) ورق ۱/۲ میلیمتر (پایین)

۱۱،۴ عدد در شعاع ۵۵ میلیمتری از مرکز با شماره‌های ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵ و ۴ عدد لوله دیگر در شعاع ۹۴ و ۹۲ میلیمتری از مرکز و با شماره‌های ۱۶، ۱۷، ۱۸ و ۱۹ داخل اسفنج ترد قرار داده شده است. همچنین رینگ واسط استوانه‌ای با ابعاد  $\varnothing 300 \times \varnothing 200 \times 3$  میلیمتر در بین دو رویه و به منظور جلوگیری از له شدن هسته‌ها (حین مونتاژ و سفت کردن پیچ‌ها) و ایجاد شرط مرزی گیردار استفاده شده است. در ادامه رویه فوقانی سازه بر سطح مقطع لوله‌ها و رینگ فاصله انداز قرار گرفته و کلمپ فوقانی نیز بر روی آن نصب می‌شود و پیچ‌های نگهدارنده سازه پس از عبور از کلمپ فوقانی، رویه‌ها، رینگ و کلمپ تحتانی محکم بسته می‌شوند. در نهایت اجزای مونتاژ شده از طریق کلمپ تحتانی توسط تعدادی پیچ بر روی پایه نگهدارنده نصب می‌شوند. ۲۰ گرم ماده منفجره  $C_4$  بر روی فوم و در فاصله  $h$  باندازه شعاع ورق سازه از سطح رویه فوقانی قرار داده شده و چاشنی انفجاری روی آن نصب می‌شود و موج ناشی از انفجار به سطح بالای رویه فوقانی سازه برخورد می‌کند. مقدار پارامتر  $z$  (فاصله مقیاس شده) در همه آزمایش‌ها  $0.3679$  متربر مکعب کیلوگرم تعیین شده است. همچنین برای محاسبه مقدار ایمپالس میدان انفجار از رابطه  $I = 6359 \left( \frac{w^{0.63}}{s^{0.89}} \right)$  استفاده شده که در آن ایمپالس حاصل از انفجار  $I$  بر حسب نیوتن-ثانیه،  $w$  میزان معادل ماده منفجره (نسبت به تی ان تی) بر حسب کیلوگرم و  $s$  فاصله از ماده منفجره بر حسب متر تعریف شده است [20]. شکل (۲) الف، روش اندازه‌گیری بیشینه جابجایی رویه‌های برش خورده سازه را با مهارکردن دو سمت ناحیه تغییر شکل یافته نشان می‌دهد. شکل (۲) ب، موقعیت قرارگیری هسته‌ها درون سازه ساندویچی را نشان می‌دهد. در شکل (۳) رویه‌های فوقانی و تحتانی مربوط به آزمایش‌های تجربی انجام شده در دو ستون و متناظر با هم برای رویه‌های با ضخامت ۲ میلیمتر و ۱/۲ میلیمتر نشان داده شده است. اثر فرورفتگی هسته‌ها در رویه تحتانی (تصویر بالا) و برآمدگی در رویه فوقانی (تصویر پایین) مشاهده می‌شود.

#### ۴- مطالعه تحلیلی

روش انرژی به عنوان یکی از روش‌های کاربردی و در عین حال مناسب در پیش‌بینی جابجایی عرضی و تغییر شکل، در سازه‌های این تحقیق مورد استفاده واقع شده است. در این روش، انرژی جنبشی داده شده از طریق بار وارده به سازه، معادل با کار پلاستیک انجام شده در فرآیند تغییر شکل سازه در نظر گرفته می‌شود. دقت این روش به تعیین صحیح حالت تغییر شکل در تغییر شکل‌های پلاستیک بزرگ بستگی دارد. با در نظرگیری تغییر شکل ورق ساندویچی در شکل (۴) و با فرض رفتار پلاستیک کاملاً صلب برای مواد و در نظرگیری شرایط مرزی و بارگذاری و تسلیم ترسکا، پروفیل و میزان تغییر شکل عرضی ورق ساندویچی با حل معادلات

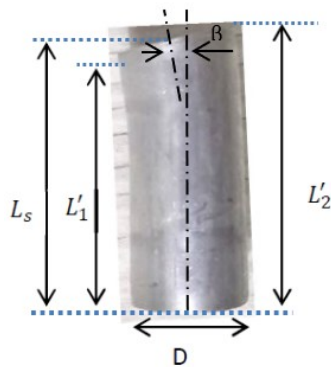


شکل ۴) برش عرضی از سازه ساندویچی با مرکزگردار

همچنین کار پلاستیک رویه تحتانی با حاصلضرب اجزای کرنش در تنش دینامیکی معادله (۵) به صورت معادله (۷) به دست می‌آید.

$$W_{bb} = \frac{1}{2} \pi \sigma_d (a^4 (W_0)^2 J_1^2 H + a^2 (W_0) J_1 H^2) \quad (7)$$

کار پلاستیک داخلی هسته‌ها شامل کار پلاستیک ناشی از خم شدن (کمانش) لوله‌های اطراف سازه (تزدیک تکیه گاه) و کار پلاستیک ناشی از له شدن لوله‌های میانی سازه می‌باشد. با توجه به محل قرارگیری هسته‌های جانبی در سازه و حرکت ماده ورق به سمت مرکز سازه در هنگام اعمال فشار ناشی از انفجار، قسمت بالایی هسته‌ها در اثر اصطکاک و تماس با رویه فوقانی دچار کمانش می‌شوند. بنابراین، با توجه به هندسه شکل (۵) و صرفنظر از تغییرات جزئی در مقطع لوله پس از کمانش، زاویه ایجاد شده در لولای پلاستیک نسبت به محور عمودی لوله  $\beta$  توسط معادله  $\beta = \frac{L'_2 - L'_1}{D}$  تعریف شده است.



شکل ۵) هندسه کمانش لوله‌های جانبی در سازه

هندسه کمانش هسته‌های لوله‌ای مطابق با فرضیات فوق در شکل (۶) مشاهده می‌شود. با استفاده از مقدار  $\beta$  و ممان پلاستیک  $Mr$  در محل لولا [24]، کار پلاستیک کمانش توسط معادله (۸) محاسبه گردید.

$$W_{buck} = \sigma_0 \frac{1}{4} \left( \frac{D^3 - d^3}{1} \right) \cdot \beta \quad (8)$$

برای محاسبه میزان کار پلاستیک لهیدگی در لوله‌های هسته، حالتی در نظر گرفته می‌شود که ارتفاع لوله قبل از لهیدگی  $L_1$  و

در حین تغییر شکل ورق، انرژی کرنشی کل توسط رابطه (۱) محاسبه می‌شود که شامل انرژی کرنشی خمشی و لهیدگی لوله‌ها و همچنین انرژی کرنشی رویه فوقانی و اجزاء نگهدارنده سازه است.

$$U_T = \int U \cdot dV \quad (1)$$

برای حل تحلیلی لازم است کار پلاستیک هر یک از اجزاء سازه مانند رویه‌های فوقانی  $w_{bt}$  و تحتانی  $w_{bb}$ ، لهیدگی هسته فلزی سازه ساندویچی  $w_c$ ، کار کمانش هسته‌ها  $w_{buck}$  و کار ناشی از اثر هسته‌ها بر رویه‌ها  $w_{p-st}$  محاسبه شود.

$$W_p = \sum W_{bt} + W_{bb} + W_c + W_{buck} + W_{p-st} \quad (2)$$

کار پلاستیک انجام شده  $W_p$  در طول تغییر شکل رویه‌های سازه ساندویچی بصورت رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$W_p = \int \sigma (\epsilon_r + \epsilon_\theta) dv \quad (3)$$

$$= \int_0^R \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \sigma_d (\epsilon_r + \epsilon_\theta) 2\pi r d_z d_r$$

در رابطه فوق  $H$  ضخامت رویه،  $\epsilon_r$  و  $\epsilon_\theta$  بترتیب کرنش شعاعی و کرنش محیطی در نظر گرفته شده است. فرض می‌شود که پروفیل خیز ورق بر اثر موج انفجار ناشی از خرج انفجاری، از تابع شکل پیروی می‌کند. این تابع شکل باید علاوه بر ارضای شرایط مرزی در مرزهای دایروی گیردار، به خوبی با خیز ورق در نقاط درونی آن مطابقت کند. به این منظور از تابع بسمل مرتبه صفر نوع اول  $J_0$  که متناسب با شرایط مرزی است، برای رویه‌های تحتانی و فوقانی در نظر گرفته می‌شود (رابطه ۴) [21].

$$W(r) = (w_0) J_0 \left( \frac{a \cdot r}{R} \right), \quad (4)$$

$$W(r) = (w_0 + \delta) J_0 \left( \frac{a \cdot r}{R} \right)$$

در روابط فوق (تابع شکل)،  $w_0$ ،  $R$  و  $r$  به ترتیب جابجایی عرضی ورق، شعاع از مرکز و شعاع ورق هستند. همچنین  $\delta$  میزان لهیدگی هسته فلزی تعریف شده است. به دلیل کوچک بودن کرنش ضخامتی، در روش تحلیلی فقط جابجایی عرضی در راستای عمود بر سطح در نظر گرفته می‌شود. شکل (۴) مشخصه‌های طرح هندسی ورق ساندویچی در حالت قبل و بعد از تغییر شکل (خط چین) را در راستای عرضی نشان می‌دهد. جهت  $z$  در راستای عمود بر سطح ورق قرار دارد. برای محاسبه تنش تسلیم دینامیکی در ورق، معادله ساختاری کوپر سیمونز (۵) استفاده می‌شود که در آن  $q$  و  $D$  ثابت‌های ماده و  $\epsilon_m$  نرخ کرنش میانگین است [22].

$$\sigma_d = \sigma_y \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon_m}{D} \right)^q \right] \quad (5)$$

بنابراین با استفاده از معادلات فوق، کار پلاستیک رویه فوقانی به صورتی که در معادله (۶) نشان داده شده است، تعیین می‌شود [23].

$$W_{bt} = \frac{1}{2} \pi \sigma_d (a^4 (W_0 + \delta)^2 J_1^2 H + a^2 (W_0 + \delta) J_1 H^2) \quad (6)$$

رویه‌های فوقانی و تحتانی در روابط (۶) و (۷) و رابطه (۱۰)، رابطه (۱۱) حاصل می‌شود:

$$\frac{I_p^2}{2m_1} = \pi J_1^2 H a^2 \sigma_d \left( (W_0 + \delta) \left( a^2 W_0 + \frac{H}{2} \right) + \frac{1}{2} a^2 J_1 \delta^2 \right) \quad (11)$$

با جایگذاری جرم سازه و با صرفنظر از مقادیر بسیار کوچک و  $\frac{H\delta}{2a^2}$  رابطه (۱۱) بصورت ذیل بازنویسی می‌شود:

$$\frac{I_p^2}{2\rho\pi^2 R^2 H^2 a^2 \sigma_d} - \frac{1}{2} a^2 J_1 \delta^2 - \delta \left( \frac{H}{2} - \frac{H}{2a^2} \right) = a^2 (W_0 + \delta) (W_0) \quad (12)$$

در ادامه پس از ساده‌سازی رابطه قبل، معادله خیز رویه بر حسب لهیدگی هسته‌ها بصورت رابطه (۱۳) پیش‌بینی می‌شود:

$$W_0 = \left( \frac{2}{a^2} \left( \frac{I_p^2}{2\rho\pi^2 R^2 H^2 a^2 \sigma_d} - \frac{1}{2} a^2 J_1 \delta^2 - \delta \left( \frac{H}{2} - \frac{H}{2a^2} \right) \right) + \delta^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \delta \quad (13)$$

### ۳-۴- لهیدگی موثر بر حسب متوسط نیروی دینامیکی اعمالی بازای تعداد چین خوردگی

متوسط نیروی لهیدگی هسته در چین‌خوردگی از رابطه  $p_m = 6\sigma_0 H_t \sqrt{\frac{D}{H_t}}$  حاصل می‌شود [29]. همچنین میزان تغییر طول موثر در یک لوله جدارنازک و بر حسب ضخامت لوله  $H_t$   $\delta_e = 1.72H_f - H_t$  بیان شده است. با در نظرگیری میزان لهیدگی لوله بر حسب لهیدگی موثر و با استفاده از نسبت  $\frac{H_f}{2} = r_m$  و  $\frac{H_t}{r_m} = 1.76 \left( \frac{H_t}{2r_m} \right)^{\frac{1}{2}}$  [30]، قطر خارجی هسته بر حسب ضخامت و طول بازوی چین خوردگی  $H_f$  بصورت رابطه (۱۴) تعیین شده است.

$$D = \frac{4H_f^2}{3t} \quad (14)$$

با استفاده از رابطه اخیر، مقدار جابجایی موثر بر حسب متوسط نیروی چین خوردگی بصورت رابطه (۱۵) ارائه شده است.  $k_4$  ضریب تاثیر تعداد هسته آلومینیومی است.

$$\delta_e = k_4 \frac{p_m}{4\sigma_0} - H_t \quad (15)$$

همچنین نرخ کرنش میانگین با در نظرگیری رابطه  $\varepsilon_m = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2$  و رابطه تابع شکل در رویه فوقانی، توسط رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود. که در ادامه با صرفنظر از مقادیر کوچک، برای تنش دینامیکی کوپر-سیمونز در نقطه  $r=R$  بصورت رابطه (۱۷) محاسبه شده است.

$$\varepsilon_m = 2\pi (W_0 + \delta)^2 \frac{a^2}{2R^2} J_1^2 \left( \frac{a \cdot r}{R} \right) \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon_m}{dt} = (W_0 + \delta) (W_0 + \delta) \frac{a^4}{R^4} J_1^2 \left( \frac{r^2}{1} \right) \quad (17)$$

$$\dot{\varepsilon}_m = (W_0 + \delta) (W_0 + \delta) \frac{a^4}{R^2} J_1^2$$

در اینجا  $\dot{\delta} + W_0$  مقدار سرعت میانگین رویه و هسته‌ها است که در مرحله دوم انفجار (برخورد ورق به هسته‌ها) [31] به صورت رابطه (۱۸) و با استفاده از جابجایی رویه و لهیدگی هسته‌ها بر حسب

بعد از له‌شدن  $L'_1$ ،  $L'_2$  باشد. بر اساس نتایج و مشاهدات به‌دست‌آمده از روش تجربی، میزان لهیدگی هسته‌ها در مرکز سازه، میانه و کناره‌های آن مطابق و برابر با میزان جابجایی عرضی سازه در این نواحی است. در نهایت کار پلاستیک کل هسته‌ها در اثر لهیدگی (بر حسب تعداد  $n$ ) به صورت رابطه (۹) بیان می‌شود. است.

$$W_{crT} = \sum_1^k n F(\delta_t) \quad (9)$$

که  $\delta_t$  به عنوان تغییر در طول لوله بصورت  $(L_1 - L_s)$  تعریف شده است [25]. در اینجا  $F$ ، مقدار نیروی محوری در زمان تغییرشکل و تخت‌شدن کامل یک چین خوردگی با معادله  $F = 2(\pi H_t)^{\frac{3}{2}} r_t^{\frac{1}{2}} \sigma_0 \left[ 1 + \left( \frac{\varepsilon}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right] / 3^{0.25}$  [26].

### ۴-۱- پاسخ دینامیکی سازه

پاسخ سازه از برابری انرژی جنبشی  $E_k$  و کار پلاستیک انجام شده توسط اجزای سازه  $E_k = \frac{1}{2} m V_0^2 = W_p$  در فرآیند جذب انرژی به دست می‌آید [27]. سرعت اولیه رویه سازه  $V_0$  تحت بار انفجار توسط معادله  $V_0 = \frac{1}{m}$  توصیف شده است. بنابراین انرژی جنبشی  $E_k$  از زمان فرآیند  $t_{(sec)}$  حاصل از رابطه  $(l = p_0 t)$ ، مقدار  $Z$  و پارامترهای مختلف فاز مثبت انفجار آزاد [28] در  $I$  (impulse) محاسبه می‌شود. جرم سازه به صورت مجموع جرم ورق‌ها  $m_1$  و لوله‌ها  $m_2$ ،  $m = m_1 + m_2$ ،  $2\rho_1 \pi R^2 H + n d_m \pi l_1 \rho_2 H_t$  تعریف می‌شود. در نهایت، پاسخ سازه از برابری انرژی جنبشی و کار پلاستیک انجام شده توسط تمام اجزای سازه در فرآیند جذب انرژی به دست می‌آید که در معادله (۱۰) با ۱۱ درصد اختلاف نسبت به روش تجربی نشان داده شده است [23].

$$E_k = \frac{I^2}{2} (\pi [2\rho_1 R^2 H + n d_m l_1 \rho_2 H_t])^{-1} = \frac{1}{2} \pi \sigma_d (a^4 (W_0 + \delta)^2 J_1^2 H + a^2 (W_0 + \delta) J_1 H^2) + \frac{1}{2} \pi \sigma_d (a^4 (W_0)^2 J_1^2 H + a^2 (W_0) J_1 H^2) \pm \sum_1^{k_n} k_1 \frac{K \varepsilon^{n+1}}{n+1} \cdot v + \sum_1^{k_n} k_2 \frac{\sigma_0}{4} (D^3 - d^3) \cdot \frac{L'_2 - L'_1}{D} + \sum_1^{k_n} k_3 F(\delta_t) \quad (10)$$

عبارت سوم رابطه فوق مربوط به برآمدگی در رویه فوقانی و فرورفتگی در رویه تحتانی در محل تماس سطح مقطع هسته‌ها با ورق‌های سازه است [23].

### ۴-۲- پیش‌بینی بیشینه جابجایی در رویه تحتانی با برآورد میزان لهیدگی هسته‌ها

با کسر میزان انرژی‌های کار پلاستیک مربوط به هسته‌ها و فرورفتگی ورق در نواحی تماس با رویه‌ها از انرژی جنبشی کل، انرژی کار پلاستیک مجموع رویه‌های فوقانی و تحتانی معادل با  $E_{kp} = \frac{I_p^2}{2m_1}$  تعریف شده است. از حاصل جمع کار پلاستیک

در سازه‌های مشابه (از نظر ضخامت ورق‌ها و تعداد هسته)، اثر افزایش قطر هسته‌ها در مقدار خیز بطور میانگین در رویه فوقانی ۵ درصد و در رویه تحتانی ۴/۷۵ درصد است. همچنین جدول (۲) داده‌های مربوط به میزان خمش و تغییر ارتفاع در هسته‌های سازه را پس از بارگذاری به تفکیک محل قرارگیری آنها در سازه و شماره آزمایش نشان می‌دهد. نتیجه مقایسه آزمایش‌های (۱۲) و (۳۲) برترتیب با قطر هسته‌های ۱۲ میلیمتری و ۱۶ میلیمتری بیانگر اختلاف ۱ تا ۱/۷ میلیمتری در میزان له‌شدگی هسته‌ها است. میزان خمش با استفاده طول اولیه، بیشینه، کمینه و میانگین طول پس از تغییرشکل به دست آمده است.

در نمودار شکل (۶) اختلاف نسبی خیز ورق تحتانی در سازه‌ها به روش‌های تجربی و تحلیلی نشان داده شده است. مقدار انحراف خیزها نسبت به شاخص تا مقدار ۵- میلیمتر تقریباً ۱۰ درصد می‌باشد و در ادامه انحراف خیز در آزمایش‌های با ضخامت ورق ۱/۲ تا ۱۳ درصد افزایش یافته است. بیشینه انحراف از شاخص در آزمایش (۲۱) تا مقدار ۱۲- میلیمتر مشاهده می‌شود. همچنین بیشترین انحراف آزمایش (۴۲) در جابجایی‌های عرضی از ۱۲- تا ۱۴- میلیمتر مشاهده می‌شود. بطور کلی نمودار (۶) نشان می‌دهد مقدار خیز تجربی در رویه تحتانی سازه‌ها بیشتر از خیز تحلیلی است که در سازه‌های گروه‌های (۲) و (۴) (با ضخامت ورق ۱/۲ میلیمتر) نسبت به سازه‌های گروه‌های (۱) و (۳) (با ضخامت ورق ۲ میلیمتر) بیشتر مشاهده می‌شود. میانگین انحراف از شاخص در مقادیر تجربی و تحلیلی نمودار شکل (۶)، روند مشابه تغییرات جابجایی را برای ورق تحتانی در آزمایش‌های مختلف را نشان می‌دهد که بیانگر نوسانی نبودن برآورد رابطه تحلیلی خیز ارائه شده می‌باشد.

سرعت اولیه  $v_0$  تعریف شده است.  $c_p$  در رابطه ذیل سرعت موج ایمپالس است [32].

$$(W_0 + \delta) = \frac{v_0}{2} + \frac{2\sigma_0}{\rho c_p \sqrt{3}} \quad (18)$$

با استفاده از معادله اخیر در رابطه  $\epsilon_m$  و رابطه جرم سازه، معادله کوپر- سیمونز با نسبت تنش تسلیم دینامیکی به استاتیکی  $\lambda$ ، بصورت رابطه (۲۰) بازنویسی می‌شود:

$$\chi = \frac{Ia^4 j_1^2}{1} \left[ \left( \frac{1}{2\pi\rho DR^4} \right) \left( \frac{W_0}{H} \right)_{st}^{\frac{1}{q}} + \left( \frac{\delta}{nlH_t} \right)_{Al}^{\frac{1}{q}} \left( \frac{2\sigma_0}{2\rho Dc_p \sqrt{3}} \right) \right] \quad (19)$$

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_y} = \lambda = [1 + \chi] \quad (20)$$

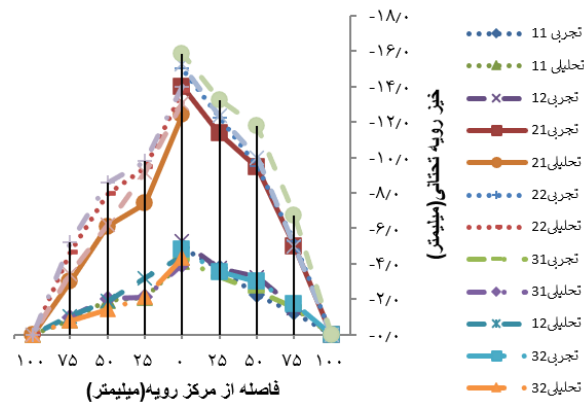
### ۵- نتایج و بحث

در این مقاله بیشینه مقدار جابجایی عرضی سازه‌های ساندویچی دایره‌ای با هسته لوله عمودی با روش تحلیلی بررسی شده و با نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش‌های تجربی مقایسه شده است. جدول (۲)، بیشینه خیز (جابجایی عرضی) رویه‌های فوقانی و تحتانی بر اساس نتایج تحلیلی و تجربی در سازه‌های مورد مطالعه در این تحقیق را نشان می‌دهد. بیشترین خیز مربوط به آزمایش‌های (۲۲) و (۴۲) است. جابجایی عرضی رویه فوقانی آزمایش (۵۱) با گروه‌های آزمایشی (۱) و (۳) مقایسه شده است. حداقل اختلاف خیز به روش تحلیلی و تجربی در مرکز ورق تحتانی ۰/۳ میلیمتر است و حداکثر ۲/۱۷ میلیمتر است. ایجاد جابجایی عرضی در رویه تحتانی و کاهش خیز در رویه فوقانی بیانگر تاثیر وجود هسته‌ها است.

جدول ۲) مقادیر بیشینه جابجایی عرضی در سازه به روش تحلیلی - تجربی خطای رویه تحتانی و تغییرات هسته

کد آزمایش	رویه فوقانی		رویه تحتانی		خطا %	شماره هسته‌ها	
	تحلیلی	تجربی	تحلیلی	تجربی		طول ثانویه	طول ثانویه
(۱۱)	۸/۱۱	۱۰/۲۵	۴/۱۱	۴/۹	۱۶	۲۳/۹	۲۴/۶
(۱۲)	۹/۲	۱۲/۴۵	۴/۴۵	۵/۲۵	۱۵	۲۱/۳	۲۲/۲
(۲۱)	۲۱/۹۵	۲۳/۲۵	۱۲/۴	۱۴	۱۱/۵	۲۰	۲۱/۸
(۲۲)	۲۲/۴	۲۳/۸	۱۳/۵۷	۱۵	۱۰	۲۱/۳	۲۲/۲
(۳۱)	۸/۸	۱۲/۵	۳/۹۵	۴/۲۵	۷	۲۱/۵	۲۲/۸
(۳۲)	۱۰/۵۳	۱۲/۹	۴/۳۳	۴/۸	۱۰	۲۲/۴	۲۳/۹
(۴۱)	۲۰/۸	۲۲/۶	۱۳/۰۸	۱۵/۲۵	۱۴	۲۲/۱	۲۳/۵
(۴۲)	۲۲/۱۲	۲۳/۴	۱۴/۰۰	۱۵/۸۵	۱۲	۲۰/۵	۲۲/۳
(۵۱)	۱۷/۷	۱۹/۸	۰	۰	-	-	-

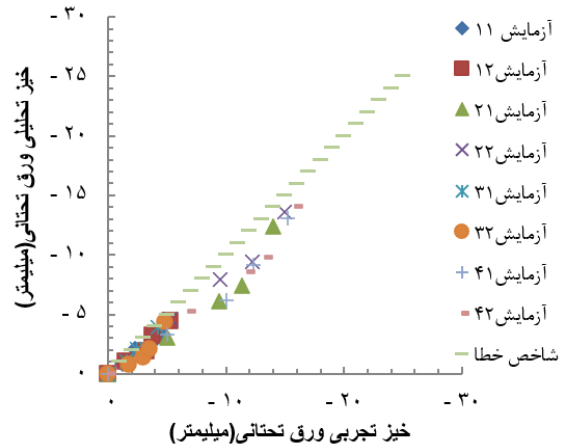
بیشترین خیز مربوط به آزمایش (۴۱) با ۹ عدد هسته و با قطر خارجی ۱۶ میلی‌متر است که نسبت به آزمایش (۲۱) با ۹ عدد هسته و با قطر خارجی ۱۲ میلی‌متر بیش از ۲- میلی‌متر است. مطابق با رابطه (۱۳) روش تحلیلی، منحنی بدست آمده برای گروه‌های آزمایشی (۱) و (۳) در نواحی نزدیک به مرز گیردار نتایج مشابهی را ارائه می‌کند. رابطه (۱۳) اثر ضخامت ورق و میزان لهدگی هسته‌های لوله‌ای بر روند خیز رویه‌ها را متناسب با تغییرات شعاع ورق لحاظ می‌کند. این رابطه اثر قطر هسته‌ها و ضخامت ورق را برای گروه‌های آزمایشی (۲) و (۴) را نیز به درستی برآورد نموده است، بطوریکه خیز آزمایش‌های (۱۲) و (۴۱) در نمودار شکل (۷) با داشتن تعداد هسته بیشتر نسبت به آزمایش‌های (۲۲) و (۴۲) بیشتر است.



شکل ۷) نمودار مقایسه خیز ورق تحتانی - فاصله از مرکز سازه به روش‌های تحلیلی و تجربی

در بخش تجربی این نمودار انطباق مناسبی در منحنی‌های جابجایی عرضی ایجاد شده در آزمایش‌های (۴۱) و (۲۲) در مرکز سازه تا شعاع  $0/25-$  میلی‌متر مشاهده می‌شود. مطابق با شکل‌های (۷) و (۸)، با افزایش قطر هسته‌ها، جابجایی عرضی بیشتری در رویه تحتانی مربوط به آزمایش‌های گروه (۲) و (۴) با ورق ضخامت  $1/2$  میلی‌متر ایجاد شده است. اختلاف موجود بین نتایج در مقایسه‌های انجام شده در شکل‌های (۷) و (۸)، به همگن بودن خواص ورق، یکنواختی ضخامت ورق، خواص لوله‌های هسته، اصطکاک موجود بین سطح مقطع هسته‌های آلومینیومی و ورق فولادی و حذف مقادیر کوچک در روش تحلیلی مربوط می‌شود.

در شکل (۸) در آزمایش‌های گروه (۱) و (۳) نسبت  $\frac{W_0}{H}$  (خیز به ضخامت) اختلاف ناچیزی را نشان می‌دهد. درحالی‌که برای نسبت  $\delta/nL_1H_t$  (لهدگی هسته به میانگین حجم هسته‌ها) با کاهش تعداد هسته‌ها در آزمایش‌های (۱۲) و (۳۲) این نسبت افزایش یافته است. مقایسه آزمایش‌های (۱۱) و (۳۱) افزایش قطر هسته‌ها سبب افزایش نسبت لهدگی به حجم میانگین هسته‌ها است.



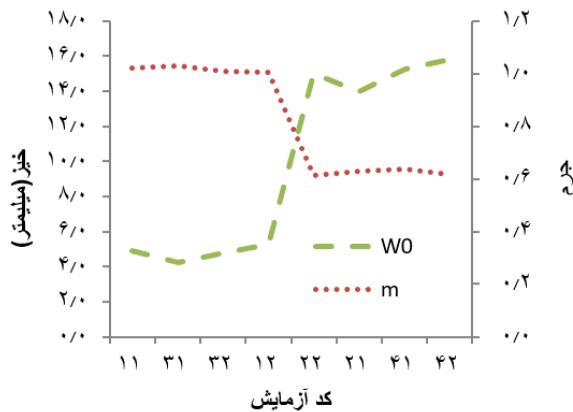
شکل ۶) نمودار مقایسه نتایج بررسی تحلیلی و تجربی برای خیز ورق تحتانی

نمودار شکل ۷، میزان خیز ورق تحتانی نسبت به فاصله از مرکز (۲) به روش تجربی (طرف راست) و تحلیلی (طرف چپ) را برای کد آزمایش‌های انجام شده نشان می‌دهد. در بخش تحلیلی این نمودار، اختلاف بیشینه جابجایی عرضی در آزمایش‌های گروه (۱) کمتر از  $0/5-$  میلی‌متر است. این اختلاف در مرکز رویه تحتانی در آزمایش‌های گروه (۳) نیز مقدار  $0/85-$  را نشان می‌دهد. همچنین مقایسه یکنواختی منحنی تغییر شکل در آزمایش (۱۲) نسبت به آزمایش (۱۱) نیز مقایسه شده است. در همه آزمایش‌ها یکنواختی منحنی تغییر شکل از شعاع  $0/05-$  متر تا مرز گیردار ملاحظه می‌شود که شیب این منحنی در آزمایش‌های گروه (۲) و (۴) بسیار بیشتر است. همچنین تغییر در منحنی تغییر شکل در همه آزمایش‌ها در فاصله  $0/05-$  از مرکز ورق، به دلیل اختلاف سرعت حرکت در مرکز ورق و نواحی میانی آن مربوط است که منجر به ایجاد غیریکنواختی در منحنی تغییر شکل می‌شود. درخصوص آزمایش‌های انجام شده با ورق ضخامت  $1/2$  میلی‌متر، بیشترین خیز مربوط به آزمایش (۴۱) با ۹ عدد هسته و با قطر خارجی ۱۶ میلی‌متر است که نسبت به آزمایش (۲۱) با ۹ عدد هسته و با قطر خارجی ۱۲ میلی‌متر بیش از ۲- میلی‌متر است. مطابق با رابطه (۱۳) روش تحلیلی، منحنی بدست آمده برای گروه‌های آزمایشی (۱) و (۳) در نواحی نزدیک به مرز گیردار نتایج مشابهی را ارائه می‌کند. رابطه (۱۳) اثر ضخامت ورق و میزان لهدگی هسته‌های لوله‌ای بر روند خیز رویه‌ها را متناسب با تغییرات شعاع ورق لحاظ می‌کند. این رابطه اثر قطر هسته‌ها و ضخامت ورق را برای گروه‌های آزمایشی (۲) و (۴) را نیز به درستی برآورد نموده است، بطوریکه خیز آزمایش‌های (۱۲) و (۴۱) در نمودار شکل (۷) با داشتن تعداد هسته بیشتر نسبت به آزمایش‌های (۲۲) و (۴۲) بیشتر است.

اختلاف سرعت حرکت در مرکز ورق و نواحی میانی آن مربوط است که منجر به ایجاد غیریکنواختی در منحنی تغییر شکل می‌شود. درخصوص آزمایش‌های انجام شده با ورق ضخامت  $1/2$  میلی‌متر،



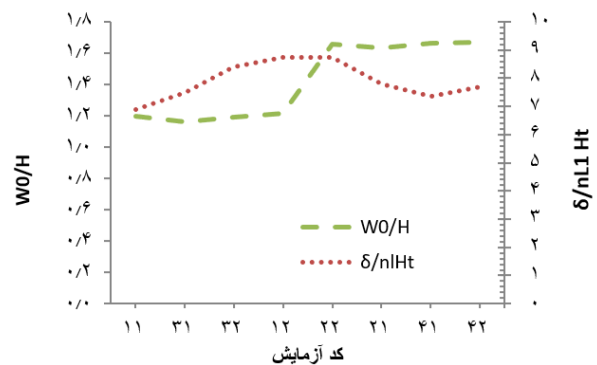
بیشتر دو منحنی، تناسب صحیح جرم سازه بازای بار انفجاری اعمال شده را به‌مراه خواهد داشت.



شکل ۹) نمودار تغییرات خیز ورق تحتانی - جرم کل سازه

در آزمایش‌های تجربی، هسته مرکزی با شماره (۱۱) بیشترین کاهش طول را دارد و هسته‌های جانبی با شماره (۱۶، ۱۹) دارای کاهش طول کمتر از ۱ میلی‌متر می‌باشند. هسته‌های لوله‌ای پس از تغییر شکل و بر حسب موقعیت قرارگیری آنها در سازه در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در لحظه شروع انفجار، منشاء انفجار تا مرکز سازه فاصله کمتری تا مرکز گیردار دارد. همچنین رویه‌ها در مرکز گیردار به دلیل وجود تکیه‌گاه، رفتار صلب گونه‌ای بروز می‌دهند. بنابراین شدت نیروی لهیدگی اعمالی به هسته‌ها، در مرکز سازه بیشتر و به تدریج به سمت کناره‌ها کاهش می‌یابد. در واقع موج ناشی از انفجار در مرکز سازه سبب تغییر شکل می‌شود در حالیکه استحکام مرکزگیردار و مقاومت هسته‌ها برگشت موج را باعث می‌شوند. از تابع شکل ارائه شده در رابطه (۴) و مقادیر تغییر طول هسته‌های شماره ۱۵...۱۲، نیروی اعمالی به المان سطح رویه در نواحی تماس مقطع هسته‌های لوله‌ای با رویه‌ها (شعاع ۵۵ میلی‌متری از مرکز سازه) بطور یکسان توزیع می‌شود. بنابراین مطابق رابطه (۱۵)، متوسط نیروی چین‌خوردگی  $p_m$  در شعاعی معین بصورت  $\frac{r}{h+h'} p_m$  وابسته به میانگین سرعت حرکت رویه و هسته‌ها در رابطه (۱۸) است که متاثر از تابع شکل است. تغییر قطر (انبساط جانبی) در بخش بالا و پایین هسته‌ها مشهود است اما چین‌خوردگی کامل در هیچ یک از هسته‌ها رخ نداده است. میزان چین‌خوردگی هسته‌های لوله‌ای در بالا و پایین آنها تقریباً یکسان و متقارن است. طول بازوی چین‌خورده در لوله‌های با قطر ۱۶ میلی‌متر بیشتر از لوله‌های با قطر ۱۲ میلی‌متر است. قسمت بالای هسته‌های جانبی به دلیل حرکت رویه به سمت مرکز سازه و اصطکاک بین رویه فوقانی و سطح مقطع بالای هسته‌ها، دچار خمش شده اما در قسمت پایین هسته‌ها، میزان خمش ناچیز است. تغییر طول در هسته‌های جانبی بسیار کمتر از هسته‌های میانی و مرکزی است.

همچنین در آزمایش‌های (۱۱) و (۱۲) نیز تغییرات افزایشی مختصری در نسبت خیز به ضخامت در نمودار وجود دارد. در حالیکه نسبت لهیدگی به حجم میانگین هسته‌ها در آزمایش‌های مذکور روند صعودی دارد. در آزمایش (۲۲) اثر نسبت  $\frac{W_0}{H}$  در مقایسه با  $\delta/nL_1H_t$  در آزمایش (۲۲) همگرایی مناسبی را نشان می‌دهد. در ادامه، منحنی آزمایش‌های (۲۱)، (۴۱) و (۴۲) برای نسبت خیز به ضخامت تغییرات چندانی نشان نمی‌دهد. در حالیکه روند نزولی در منحنی لهیدگی هسته به میانگین حجم هسته این آزمایش‌ها مشاهده می‌شود. مطابق با مشخصات هندسی ابعادی، آزمایش (۲۲) با در نظرگیری نسبت بی بعد  $\frac{W_0}{H}$  به نسبت  $\delta/nL_1H_t$  در شکل (۹)، بیانگر تاثیر تقریباً یکسان در میزان لهیدگی هسته‌ها و ضخامت ورق تحتانی در خیز ایجاد شده در سازه است.



شکل ۸) نمودار ارزیابی نسبت خیز به جابجایی متناظر با نسبت میزان لهیدگی به حجم میانگین هسته‌ها

با توجه به ثابت بودن میزان ایمپالس در تمام سازه‌ها و سایر شرایط یکسان در آزمایش‌ها مانند فاصله خرج انفجاری از سطح سازه، مقدار ماده انفجاری و سطح مواجهه رویه‌ها، نمودار جابجایی عرضی بر حسب جرم سازه مورد بررسی قرار گرفته است. آزمایش‌های انجام شده با ورق ضخامت ۲ میلی‌متر دارای جرمی بیش از ۱ کیلوگرم می‌باشند. مطابق با رابطه  $v_0 = \frac{I}{m}$  اثر جرم سازه بر سرعت حرکت رویه‌ها مشهود است. در آزمایش‌های گروه‌های (۱) و (۳) با توجه به تفاوت اندک در جرم سازه، اختلاف چندانی در جابجایی عرضی مشاهده نمی‌شود (تقریباً ۱۴ درصد است). افزایش جرم سازه در نمودار شکل (۹)، واگرایی در منحنی را به‌مراه دارد. در آزمایش‌های گروه‌های ۲ و ۴ با کاهش جرم، میزان جابجایی عرضی تا ۳ برابر افزایش یافته است. نسبت جرمی رویه‌های این گروه‌ها به گروه‌های (۱) و (۳) ۶۰ درصد است. همچنین نسبت جرمی کل سازه‌های گروه‌های (۲) و (۴) به گروه‌های (۱) و (۳) نیز ۵۹/۳ درصد است. مقایسه سطح محصور بین دو منحنی جرم و جابجایی در سازه‌های گروه (۲) و (۴) در مقایسه با گروه‌های (۱) و (۳) بیانگر جرم اضافه سازه‌های گروه‌های (۱) و (۳) در برابر ایمپالس و انرژی داده شده معین (۲۰ گرم  $c_4$  به آنهاست). بعبارتی نمودار شکل (۹) نشان می‌دهد که همگرایی

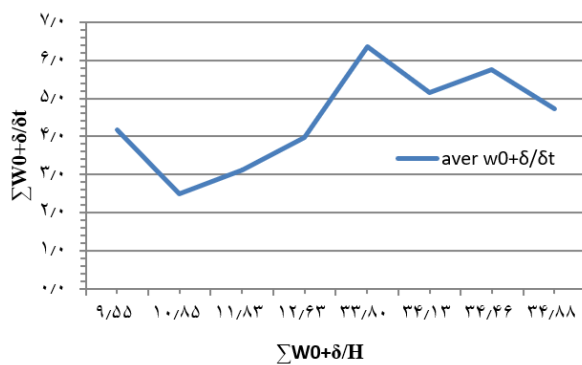
فوقانی به لهیدگی  $\sum \frac{W_0+\delta}{\delta_t}$  بر حسب مقادیر جدول (۲) محاسبه شده است. کوچک بودن مقدار بدست آمده از رابطه  $\sum \frac{W_0+\delta}{\delta_t}$  (به دلیل انقباض زیاد لوله‌های هسته در مخرج این رابطه) نشان دهنده تاثیر بیشتر کار پلاستیک انقباض نسبت به اثر ضخامت بر روی مقدار جابجایی عرضی است.



شکل ۱۰ تغییر شکل هسته‌های سازه پس از بارگذاری

جدول (۳) مقادیر میانگین نسبت خیز ورق فوقانی به ضخامت - خیز ورق فوقانی به لهیدگی

کد آزمایش	$\sum \frac{W_0+\delta}{H}$	$\sum \frac{W_0+\delta}{\delta_t}$
(۱۱)	۹/۵۵	۴/۱۸
(۱۲)	۱۰/۵۸	۲/۵
(۲۱)	۳۴/۴۶	۵/۷۶
(۲۲)	۳۴/۱۲	۵/۱۴
(۳۱)	۱۲/۶۲	۳/۹۷
(۳۲)	۱۱/۸۲	۳/۱۱۸
(۴۱)	۳۳/۱۸	۶/۳۶
(۴۲)	۳۴/۸۷	۴/۷۳

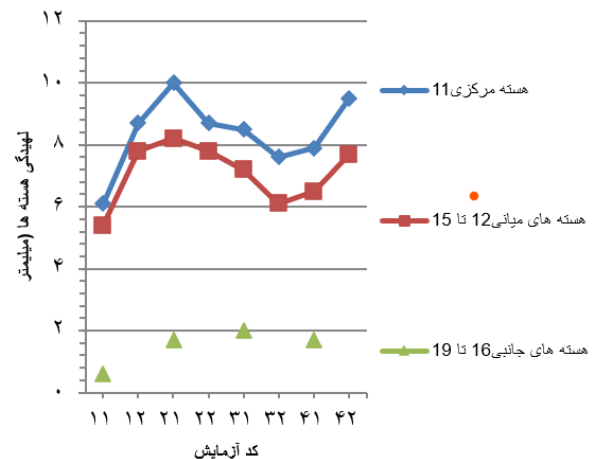


شکل ۱۲ نسبت جابجایی عرضی به لهیدگی هسته - جابجایی عرضی به ضخامت ورق

### ۶- نتیجه گیری

در این مطالعه مقدار جابجایی عرضی سازه تحت بار انفجار آزاد به روش تجربی و با ساخت سازه‌های ساندویچی دارای هسته لوله عمودی بررسی شد. از برابری انرژی جنبشی حاصل از انفجار و کار پلاستیک اجزاء سازه به منظور تعیین رابطه خیز عرضی رویه سازه با هسته لوله عمودی استفاده گردید. مقادیر حاصل از آزمایش تجربی با داده‌های به دست آمده از روش تحلیلی مربوطه مقایسه گردید. حالت‌های تخریب ورق در رویه هیچ یک از سازه‌های مورد آزمایش مشاهده نشد (غیر از آزمایش ۵۱). جابجایی عرضی در رویه تحتانی سازه ساندویچی بدون هسته، ایجاد نشد و تغییر شکل صرفاً در رویه فوقانی بوجود آمد. در سازه‌های با هسته آلومینیومی، خیز رویه تحتانی تحت تاثیر تعداد هسته‌های لوله قرار دارد بطوری که با افزایش تعداد لوله‌های هسته سازه، بیشینه

مقدار تغییر ارتفاع هسته‌های سازه‌ها پس از تغییر شکل سازه، توسط نمودار شکل (۱۱) ارائه شده است. در همه آزمایش‌ها، بیشترین لهیدگی در هسته‌های مرکزی (با شماره ۱۱) بوجود آمده است. اختلاف چندان در تغییر طول هسته‌ها، در آزمایش (۱۲) (با ۵ هسته با قطر لوله ۱۲ میلیمتری) در مقایسه با آزمایش (۲۲) (با ۵ هسته با قطر ۱۶ میلیمتری) ملاحظه نمی‌شود. تغییر شکل هسته‌های میانی سازه شامل خمش و لهیدگی است که میزان لهیدگی در آنها بیشتر از هسته‌های جانبی (شماره‌های ۱۶-۱۹) است. خمیدگی قسمت بالایی هسته‌های جانبی بیشتر از هسته‌های میانی است که به دلیل انطباق هسته‌ها با منحنی جابجایی عرضی صفحه است. با توجه به نمودار، لهیدگی هسته‌های سازه شماره (۳۱) بیشتر از سازه مشابه شماره (۱۱) است. هسته‌های میانی آزمایش‌های (۲۱) و (۴۲) میزان تغییر طول یکسانی دارند اما هسته‌های مرکزی آنها اختلاف مشهودی دارند. مطابق با نمودار فوق، کاهش سطح تماس هسته با رویه به دلیل کاهش قطر لوله‌ها، باعث کاهش عمق فرورفتگی در نواحی از ورق می‌شود که هسته در آنجا وجود دارد.



شکل ۱۱ نمودار میزان لهیدگی تجربی هسته‌ها پس از انفجار

در نمودار شکل (۱۲) نسبت کل جابجایی عرضی رویه فوقانی به میزان له‌شدگی در فواصل معین از مرکز سازه  $\sum \frac{W_0+\delta}{\delta_t}$  با نسبت جابجایی عرضی رویه فوقانی به ضخامت صفحه  $\sum \frac{W_0+\delta}{H}$  به صورت تجربی مقایسه شده است. مقادیر به دست آمده برای آزمایش‌های مختلف به طور جداگانه در جدول (۳) نشان داده شده است. مقادیر میانگین نسبت خیز ورق فوقانی به ضخامت  $\sum \frac{W_0+\delta}{H}$  و خیز ورق

Experimental investigation and empirical modelling. *Thin-Walled Structures*. 2017;118:1-11.

10- Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M. Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates. *Thin-Walled Structures*. 2016;109:367-76.

11- Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M. Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation. *Strain*. 2017;53(4):e12235.

12- Mirzababaie Mostofi T, Golbaf A, Mahmoudi A, Alitavoli M, Babaei H. Closed-form analytical analysis on the effect of coupled membrane and bending strains on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates due to uniform and localized impulsive loading. *Thin-Walled Structures*. 2018;123:48-56.

13- Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M. Experimental investigation and analytical modelling for forming of circular-clamped plates by using gases mixture detonation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science*. 2015;234(5).

14- H. Babaei, A. Darvizeh. Investigation into the Response of Fully Clamped Circular Steel, Copper, and Aluminum Plates Subjected to Shock Loading. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2011;39(4):507-26.

15- Sayah Badkhor M, Mirzababaie Mostofi T, Babaei H. The Influence of Uniform and Localized Blast Loading on the Response of Single-Layered Circular Plates: Experimental Study and Regression Analysis Using Response Surface Methodology. *Modares Mechanical Engineering* 2020; 20 (8) :2045-2060. [In farsi]

16- Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M. Experimental Study and Analytical Modeling For Inelastic Response of Rectangular Plates Under Hydrodynamic Loads. *Modares Mechanical Engineering* 2015; 15 (4) :361-368

17- Ghamarizadeh, M., khodarahmi, H., Mirzababaie Mostofi, T. Dynamic response of sandwich circular blast shield with tubular cores under free blast load. *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, 2021; 11(4): 71-83. (In farsi)

18- Johnson GR, Cook WH. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering Fracture Mechanics*. 1985;21(1):31-48.

19- Motamedi MA, Hashemi R. Evaluation of Temperature Effects on Forming Limit Diagrams of AA6061-T6 Considering the Marciniak and Kuczynski Model. *Journal of Testing and Evaluation*. 2019;49(2):854-65.

20- Rajendran R, Narasimhan K. Deformation and fracture behaviour of plate specimens subjected to underwater explosion—a review. *International Journal of Impact Engineering*. 2006;32(12):1945-63.

21- Babaei H, Darvizeh A. Analytical study of plastic deformation of clamped circular plates subjected to impulsive loading. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2012;7(4):309-22.

خیز در رویه فوقانی کاهش می‌یابد و بتبع آن جابجایی عرضی رویه تحتانی نیز کمتر می‌شود. خیز رویه‌ها تابعی از جرم کلی سازه، مقدار لهدیگی هسته‌ها (قطر و حجم ماده)، محل قرارگیری آنها و ضخامت رویه است. تناسب قطر هسته و تعداد آن با ضخامت ورق در سازه ساندویچی، علاوه بر کاهش جرم، سبب تاثیر یکسان این اجزا در میزان تغییر شکل می‌شود.

**تاییدیه اخلاقی:** محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

**تعارض منافع:** در این مقاله هیچ تعارض منافی برای اظهار وجود ندارد.

### منابع

- 1- Mirzababaie mostofi T, Sayah Badkhor M, Babaei H. The Effect of Extreme Dynamic Loading on Plastic Deformation of Quadrangular Plates: Experimental Investigation, Regression Analysis, and Multi-Objective Optimization. *Modares Mechanical Engineering* 2020; 20 (10) :2495-2507. (In farsi)
- 2- Farmani S M, Alitavoli M, Babaei H, Haghgoo M. Numerical and experimental investigation of deformation of circular sandwich plates with vertical metal tube core under free blast load. *Modares Mechanical Engineering* 2023; 23 (12) :673-683. (In farsi)
- 3- Yao, S., Zhang, D. & Lu, F. Dimensionless numbers for dynamic response analysis of clamped square plates subjected to blast loading. *Archive of Applied Mechanics* 2015, 735-744.
- 4- H. Babaei, A. Darvizeh. Investigation into the Response of Fully Clamped Circular Steel, Copper, and Aluminum Plates Subjected to Shock Loading. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2011;39(4):507-26.
- 5- Theobald MD, Nurick GN. Numerical investigation of the response of sandwich-type panels using thin-walled tubes subject to blast loads. *International Journal of Impact Engineering*. 2007;34(1):134-56.
- 6- Zamani J, Goudarzi M. Experimental and numerical investigation of the maximum deflection of circular aluminum plate subjected to free air explosion. *Modares Mechanical Engineering* 2015; 15 (1) :219-226. (In farsi)
- 7- Ghamarizadeh M, Khodarahmi H, Mirzababaie Mostofi T. Presenting an analytical model based on the energy method to study the plastic deformation of circular plates under uniformly repeated blast loading. *J Solid Fluid Mech*.2022; 12(3): 33-43. (In farsi)
- 8- Ghamarizadeh M, Khodarahmi H, Mirzababaie M T . Dynamic Response of Circular Metal Sandwich Panels with Tubular Cores Under Blast Load, *Modares Mechanical Engineering*.2021;21(10):673-683 (In farsi)
- 9- Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M. The influence of gas mixture detonation loads on large plastic deformation of thin quadrangular plates:

- 22- N. Jones, Structural impact, Cambridge: Cambridge University Press.1989
- 23- Farmani M, Alitavoli M, Babaei H, Haghgoo M. Investigation of dynamic response of circular sandwich plates with metal vertical tubes core under blast load. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2024;46(3).
- 24- Jones N. Structural impact, Cambridge university press. 2011.
- 25- Yao RY, Hao WQ, Yin GS, Zhang B. Analytical model of circular tube with wide external circumferential grooves under axial crushing. International Journal of Crashworthiness. 2019;25(5):527-35.
- 26- Jones N, (2001) Structural Impact, 2nd ed, (Dynamic Axial Crushing), "J. A. C. Ambrosio (ed.), Crashworthiness. Springer-Verlag Wien, 59, Cambridge university press, 2012.
- 27- Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M. Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates. Thin-Walled Structures. 2016;109:367-76.
- 28- Unified facilities criteria (ufc) structures to resist the effects of accidental explosions approved for public release; distribution unlimited. 2005.
- 29- Fareed MM, O.A. Lafta, Said MR. The axial crushing of circular tube under quasi-static loading. 2017;12(16):4818-23.
- 30- Wiodzimierz A , Norman J. Dynamic Axial Crushing of Circular Tubes. Int.j. impact Eng.1984; Vol.2,No.3, pp.263-281.
- 31- Qiu X, Deshpande VS, Fleck NA. Dynamic Response of a Clamped Circular Sandwich Plate Subject to Shock Loading. Journal of Applied Mechanics. 2004;71(5):637-45.
- 32- Karagiozova D. "Dynamic plastic" and "dynamic progressive" buckling of elastic-plastic circular shells - Revisited. Latin American Journal of Solids and Structures. 2004;1(4):423-41.