



A Model Reference Adaptive PID Control Design for a Mass-Spring-Damper System

ARTICLE INFO

Authors

Ahmadi M.^{1*}

¹ Faculty of Electrical and Computer Engineering, Esfarayen University of Technology, Esfarayen, Iran.

*Correspondence

Address: Faculty of Electrical and Computer Engineering, Esfarayen University of Technology, Madar Square, Esfarayen, North-Khorasan, Iran.
mahdiahmadi@esfarayen.ac.ir

How to cite this article

Ahmadi M. A Model Reference Adaptive PID Control Design for a Mass-Spring-Damper System. Proceedings of the 6th National Conference on Mechanical-Civil Engineering and Advanced Technologies. 2024; 24(11):41-45..

ABSTRACT

This article presents the design of an adaptive Proportional-Integral-Derivative (PID) controller for a Mass-Spring-Damper mechanical system. The modeling of the system is conducted using Newton's second law, from which the transfer function is derived. Given the uncertainties associated with the system parameters, an adaptive method based on a reference model is employed to adjust the controller coefficients. The adaptation laws are formulated based on the MIT rule. The results from simulations and applications of the designed controller demonstrate its effectiveness in tracking the reference input. Under both nominal conditions and in the presence of uncertainties, the system output follows the reference input without steady-state error and at an appropriate speed.

Keywords Adaptive Control, PID Control, Mass-Spring-Damper System, MIT Rule.

ماهنامه علمی مهندسی مکانیک مدرس، ویژه‌نامه مجموعه مقالات ششمین کنفرانس ملی مهندسی مکانیک، عمران و فناوری‌های پیشرفته



طراحی کنترل‌کننده PID تطبیقی مدل مرجع برای سیستم جرم-فنر-دمپر



چکیده

این مقاله به طراحی کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی تطبیقی برای یک سیستم مکانیکی جرم-فنر-دمپر متمرکز است. برای مدل‌سازی سیستم تحت مطالعه، از قانون دوم نیوتن بهره گرفته شده و تابع تبدیل آن استخراج می‌گردد. با توجه به اینکه پارامترهای سیستم دارای عدم قطعیت می‌باشند، برای رسیدن به هدف ردیابی ورودی مطلوب از روش تطبیقی مبتنی بر مدل مرجع برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده استفاده شده و با استفاده از قاعده MIT، قوانین تطبیق استخراج می‌شوند. شبیه‌سازی و اعمال کنترل‌کننده طراحی شده برای سیستم تحت مطالعه نشان می‌دهد که کنترل‌کننده طراحی شده توانسته است هدف ردیابی ورودی مطلوب را به خوبی فراهم سازد به طوری که در دو حالت نامی و وجود عدم قطعیت در سیستم، خروجی سیستم توانسته است ورودی مطلوب را بدون خطای حالت ماندگار و با سرعت مناسبی دنبال نماید.

مشخصات مقاله

نویسنده‌ها

مهدی احمدی^{۱*}

^۱ دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، مجتمع آموزش عالی فنی و مهندسی اسفراین، خراسان شمالی، اسفراین

* نویسنده مسئول

آدرس: خراسان شمالی، اسفراین، نبش میدان مادر، مجتمع آموزش عالی فنی و مهندسی اسفراین، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

mahdiahmadi@esfarayen.ac.ir

کلیدواژه‌ها کنترل تطبیقی، کنترل‌کننده PID، سیستم جرم-فنر-دمپر، قاعده MIT.

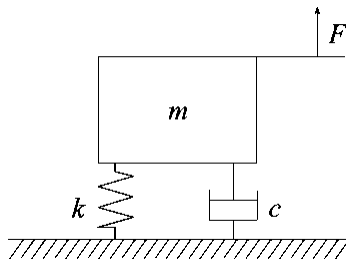
تطبیقی براساس مقادیر نامی پارامترهای سیستم تنظیم و اعمال می‌شوند. شبیه‌سازی سیستم حلقه بسته در دو حالت نامی و تغییر پارامترها به میزان ۲۰٪ از حالت نامی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده طراحی شده توانسته است هدف ردیابی ورودی مطلوب را به خوبی انجام دهد. خروجی سیستم حلقه بسته توانسته است در مدت زمانی مناسب و بدون نوسانات غیرقابل تحمل برای سیستم، ورودی مطلوب را بدون خطا دنبال کند. در ادامه، توصیف سیستم جرم-فنر-دمپر در بخش دوم ارائه شده است. بخش سوم به طراحی کنترل‌کننده PID تطبیقی می‌پردازد و نتیجه پیاده‌سازی آن در بخش چهارم گزارش می‌شود. در انتها، نتیجه‌گیری و جمع‌بندی پژوهش حاضر در بخش پنجم بیان می‌گردد.

۲- توصیف سیستم

یک سیستم جرم-فنر-دمپر با یک درجه آزادی در شکل (۱) نشان داده شده است. با استفاده از قانون دوم نیوتن می‌توان رابطه دینامیکی سیستم را به صورت:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = u \quad (1)$$

بدست آورد که در آن، m جرم، c ثابت دمپر، و k ثابت فنر است [۲۳]. همچنین، x میزان جابجایی جسم از نقطه تعادل خود، و $u = F$ نیروی وارده به جسم است.



شکل (۱): سیستم جرم-فنر-دمپر.

در یک سیستم واقعی، مقادیر دقیق پارامترهای m ، c ، و k مشخص نیست. با این حال می‌توان فرض کرد که مقادیر پارامترها در یک بازه معین و معلوم قرار دارند. به عبارتی می‌توان مقادیر پارامترها را به صورت:

$$m = \bar{m}(1 + \delta_m), k = \bar{k}(1 + \delta_k), c = \bar{c}(1 + \delta_c) \quad (2)$$

در نظر گرفت که در آن \bar{m} ، \bar{c} ، و \bar{k} مقادیر نامی پارامترها بوده و δ_m ، δ_k ، و δ_c میزان عدم قطعیت موجود به درصد می‌باشند. در این پژوهش $\bar{m} = 3$ ، $\bar{c} = 1$ ، و $\bar{k} = 2$ در نظر گرفته شده و مقادیر عدم قطعیت به صورت $\delta_m = \delta_k = \delta_c = 20\%$ لحاظ می‌شوند. بدین ترتیب، با فرض شرایط اولیه صفر $(x(0) = \frac{dx}{dt}|_{t=0} = 0)$ ، تابع تبدیل نامی سیستم به صورت:

$$G(s) = \frac{1}{3s^2 + s + 2} \quad (3)$$

خواهد بود.

۱- مقدمه

در دهه گذشته، سیستم جرم-فنر-دمپر به طور گسترده در کاربردهای مختلف مهندسی مورد استفاده واقع شده است. برای نمونه، در مطالعه سیستم‌های رباتیک [۲۰-۲۱]، سیستم تعلیق خودرو برای جذب ضربه‌های وارده به خودرو [۲-۳]، کاربردهای مکترونیک من جمله برداشت انرژی ارتعاشی در پیزوالکتریک‌ها [۷، ۸]، و کاربردهای کنترل حرکت [۹] در میان مراجع مختلف به این سیستم استناد شده است. این سیستم به دو صورت غیرفعال و فعال دسته‌بندی می‌شود به طوری که سیستم غیرفعال تنها براساس یک سری اهداف و تنها از جرم، فنر و دمپر تشکیل شده است و به عبارتی به صورت حلقه باز کنترل می‌شود که در این حالت به شدت به شرایط محیطی که در آن کار می‌کند وابسته خواهد بود [۱۰]. در دسته فعال، از یک عملگر برای اعمال نیروی خارجی و حسگرهای مختلف برای اندازه‌گیری پارامترهای حرکت مانند موقعیت و سرعت استفاده می‌شود تا برای شرایط مختلف کارایی سیستم محفوظ بماند [۱۰]. به عبارتی، دسته فعال مبتنی بر کنترل حلقه بسته خواهد بود.

کنترل‌کننده‌های تناسبی-مشتقی-انتگرالی (Proportional-Integral-Derivative Controller, PID) بسیار در صنعت مورد توجه بوده و در بیش از ۹۰٪ موارد از این نوع کنترل‌کننده‌ها استفاده می‌شود [۱۱]. این نوع از کنترل‌کننده‌ها از سه بخش تناسبی، انتگرالی و مشتقی تشکیل می‌شوند و متناسب با زمان‌های گذشته، حال و آینده سیگنال خطا (تفاضل بیان خروجی سیستم و ورودی مطلوب) یک سیگنال فرمان را به سیستم تحت کنترل اعمال می‌کنند. برای طراحی سه ضریب تناسبی، انتگرالی و مشتقی روش‌های فراوانی در مراجع مختلف ارائه شده است. طراحی مبتنی بر روش‌های خود-تنظیم [۱۲، ۱۳، ۱۴]، الگوریتم ژنتیک [۱۴]، تنظیم مبتنی بر کنترل مقاوم [۱۵]، کنترل‌کننده PID هوشمند [۱۶]، تنظیم مبتنی بر روش‌های فازی [۱۷]، کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری [۱۸]، مبتنی بر روش‌های مدل چندگانه [۱۹]، مبتنی بر روش‌های تطبیقی [۲۰-۲۲] ارائه شده‌اند. در روش‌هایی مانند تطبیقی، فازی و چندگانه، ضرایب کنترل‌کننده براساس یک سری اهداف از پیش تعیین شده و بر اساس شرایط کاری سیستم بروزرسانی می‌شوند و بدین ترتیب می‌توان عملکرد مناسب حلقه بسته را برای سیستم فراهم نمود. در این پژوهش نیز بر همین دسته از روش‌های تنظیم ضرایب متمرکز خواهیم بود.

در این مقاله، از روش طراحی و تنظیم تطبیقی مبتنی بر یک مدل مرجع (Model Reference Adaptive Control, MRAC) برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده PID برای یک سیستم جرم-فنر-دمپر استفاده شده است. سیستم تحت مطالعه دارای یک تابع تبدیل مرتبه دوم است که پارامترهای سیستم دارای عدم قطعیت می‌باشند. برای تنظیم ضرایب از قاعده MIT استفاده می‌شود و ضرایب تنظیم

مرجع است. در رابطه (۸)، $\varepsilon(t)$ سیگنال تفاضل بین ورودی مطلوب و خروجی سیستم است و به صورت:

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t) \quad (۹)$$

تعریف می‌شود. تبدیل لاپلاس سیگنال ورودی $u(t)$ به صورت:

$$U(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)R(s) - \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s\right)Y(s) \quad (۱۰)$$

است که در آن، $R(s)$ و $Y(s)$ به ترتیب تبدیل لاپلاس $r(t)$ و $y(t)$ می‌باشند. بدین ترتیب تابع تبدیل حلقه بسته سیستم به شکل:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b(k_p s + k_i)}{a_0 s^3 + (a_1 + b k_d) s^2 + (a_2 + b k_p) s + b k_i} \quad (۱۱)$$

خواهد بود. با در نظر گرفتن مدل مرجع به صورت:

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (۱۲)$$

و با استفاده از رابطه (۶)، روابط مربوط به تنظیم ضرایب کنترل کننده PID به صورت:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\bar{\gamma}_p e(t) \frac{bp(r(t) - y(t))}{a_0 p^3 + (a_1 + b k_d)p^2 + (a_2 + b k_p)p + b k_i} \quad (۱۳)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\bar{\gamma}_i e(t) \frac{b(r(t) - y(t))}{a_0 p^3 + (a_1 + b k_d)p^2 + (a_2 + b k_p)p + b k_i} \quad (۱۴)$$

$$\frac{dK_d}{dt} = \bar{\gamma}_d e(t) \frac{bp^2 y(t)}{a_0 p^3 + (a_1 + b k_d)p^2 + (a_2 + b k_p)p + b k_i} \quad (۱۵)$$

خواهد بود که در آن‌ها، $p = \frac{d}{dt}$ عملگر دیفرانسیل است. با توجه به اینکه پارامترهای a_0 ، a_1 ، a_2 و b به صورت دقیق معلوم نیستند لذا می‌توان از تقریب مدل مرجع استفاده کرد. بدین ترتیب، روابط تنظیم نهایی ضرایب کنترل کننده PID به صورت:

$$\frac{dK_p}{dt} = -\bar{\gamma}_p e(t) \frac{\omega_n^2 p \varepsilon(t)}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (۱۶)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\bar{\gamma}_i e(t) \frac{\omega_n^2 \varepsilon(t)}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (۱۷)$$

$$\frac{dK_d}{dt} = \bar{\gamma}_d e(t) \frac{\omega_n^2 p^2 y(t)}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (۱۸)$$

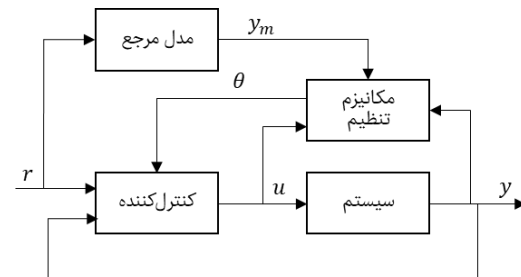
خواهند بود که در آن‌ها، $\bar{\gamma}_p$ ، $\bar{\gamma}_i$ و $\bar{\gamma}_d$ بهره‌های قابل طراحی توسط کاربر می‌باشند.

۴- نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی کنترل کننده PID تطبیقی از محیط Simulink در MATLAB استفاده شده است. زمان نمونه‌برداری برابر با 0.1 s تنظیم شده است. همچنین ضرایب تنظیم قانون تطبیق به صورت‌های $\gamma_p = 729$ ، $\gamma_i = 261$ و $\gamma_d = 800$ تنظیم شده‌اند. نتیجه حاصل از ردیابی ورودی مرجع و به ازای تابع تبدیل با پارامترهای نامی ($\bar{m} = 3$ ، $\bar{c} = 1$ و $\bar{k} = 2$) در شکل (۳) نشان داده شده است. همچنین رفتار ضرایب تنظیم کنترل کننده PID به روش کنترل تطبیقی و به ازای مدل نامی در شکل (۴) نشان داده شده است. با دقت در شکل (۳) مشاهده می‌شود که خروجی سیستم (x) پس از مدت زمانی کمتر از ۱۰ ثانیه توانسته است خروجی مدل مرجع (x_m) را دنبال کند و پس از آن در زمان‌های تغییر ورودی مرجع، زمان بسیار کمتری برای تطبیق با خروجی مدل مرجع صرف شده است. همچنین ضرایب تنظیم کنترل کننده بدون نوسانات و جهش‌های ناگهانی به مقدار نهایی خود رسیده‌اند.

۳- طراحی کنترل کننده PID تطبیقی

کنترل تطبیقی مدل مرجع (MRAC) یکی از کنترل کننده‌های تطبیقی مهم است که در آن عملکرد مطلوب برحسب یک مدل مرجع بیان می‌شود. این روش مخصوص مسائل سرو است [۱۱]. نمودار بلوکی این روش در شکل (۲) نشان شده است که دارای یک فیدبک معمولی شامل مدل سیستم تحت کنترل و یک کنترل کننده است. همچنین از یک حلقه فیدبکی دیگر برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده استفاده شده است. مکانیزم تنظیم از اطلاعات سیگنال خطا که تفاضل خروجی سیستم و خروجی مدل مرجع است بهره می‌برد و در هر لحظه، ضرایب را بروزسانی می‌نماید.



شکل (۲): نمودار بلوکی روش کنترل تطبیقی مدل مرجع [۱۴].

قاعده MIT روش اصلی طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع است [۱۱]. در این قاعده، کنترل کننده دارای ضرایب تنظیم θ است و پاسخ مطلوب حلقه بسته با خروجی یک مدل مرجع y_m مدل می‌شود. با فرض سیگنال خطا به صورت:

$$e(t) = y(t) - y_m(t), \quad (۴)$$

برای تنظیم ضرایب کنترل کننده، تابع هزینه به صورت:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (۵)$$

در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب با استفاده از روش گرادینت، مکانیزم تنظیم به صورت:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (۶)$$

بدست می‌آید [۱۱]. در این رابطه، γ ضریب تنظیم تطبیق بوده و در سرعت تنظیم ضرایب تاثیرگذار می‌باشد. همچنین مشتق حساسیت سیستم نامیده می‌شود و بیانگر نحوه تاثیرپذیری خطا از پارامترهای قابل تنظیم کنترل کننده است.

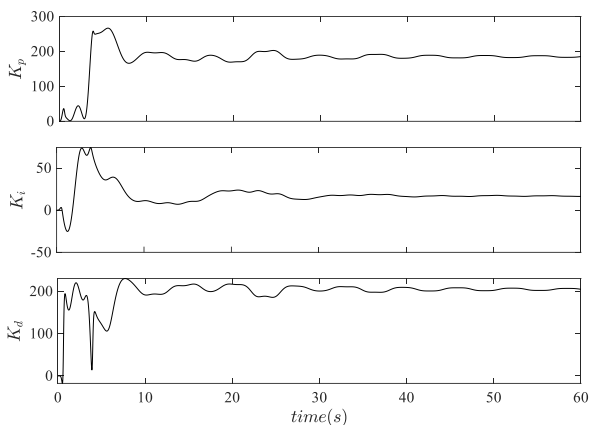
در این مقاله، با توجه به مدل سیستم جرم-فنر-دمپر در رابطه (۳)، تابع تبدیل سیستم به صورت:

$$G(s) = \frac{b}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} \quad (۷)$$

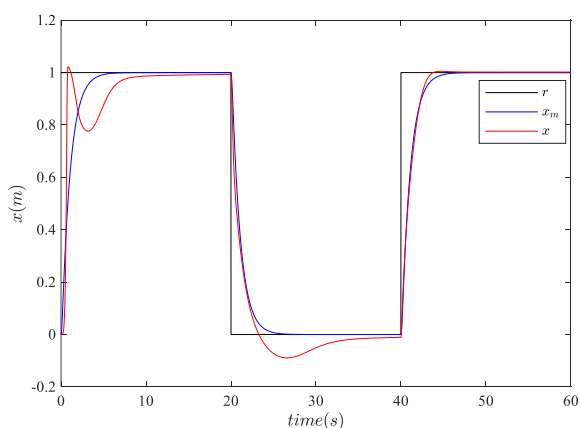
در نظر گرفته می‌شود. همچنین، کنترل کننده به صورت PID در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب سیگنال ورودی به صورت:

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \int \varepsilon(t) dt - K_d \frac{dy(t)}{dt} \quad (۸)$$

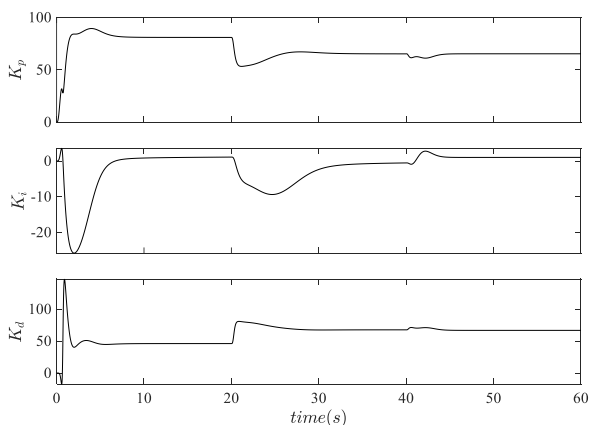
خواهد بود. با دقت در رابطه (۸)، ضریب مشتقی در مشتق سیگنال خروجی ضرب شده است که این موضوع برای جلوگیری از رخداد مقادیر بزرگ در سیگنال کنترل در لحظات تغییر سیگنال ورودی



شکل (۶): رفتار ضرایب تنظیم کنترل‌کننده PID به روش کنترل تطبیقی و به ازای مدل نامی در ردیابی ورودی مطلوب سینوسی.



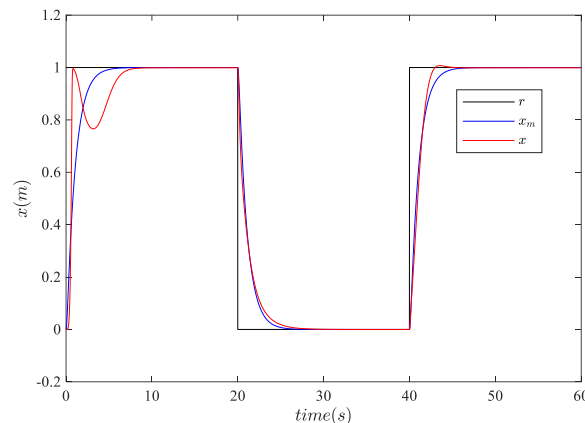
شکل (۷): ردیابی ورودی مرجع با تغییر ۲۰٪ در پارامترهای سیستم.



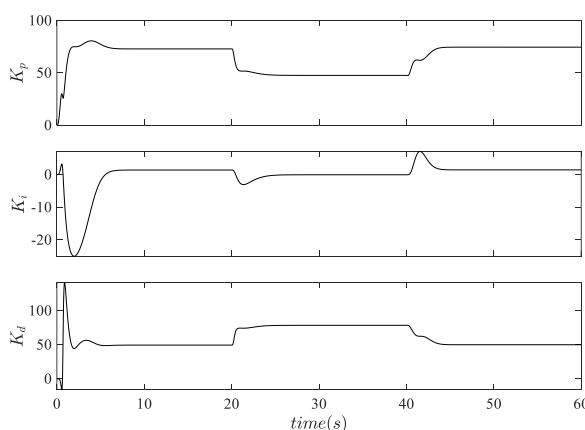
شکل (۸): رفتار ضرایب تنظیم کنترل‌کننده PID به روش کنترل تطبیقی و به ازای تغییر ۲۰٪ در پارامترهای سیستم.

برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده، مقادیر پارامترهای سیستم را از حالت نامی خارج کرده و به مقدار ۲۰٪ افزایش می‌دهیم. نتیجه حاصل از شبیه‌سازی عملکرد کنترل‌کننده در این حالت در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است. با دقت در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که در این حالت نیز، خروجی سیستم توانسته است خروجی مدل مرجع را دنبال کند و تنها در بازه ۲۰ تا ۴۰ ثانیه عملکرد کنترل‌کننده دچار خدشه شده است. همچنین در این حالت

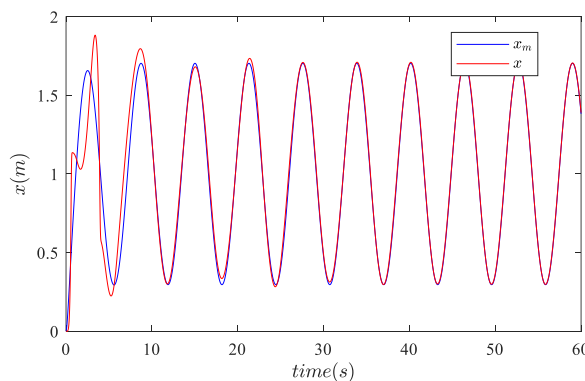
همچنین پاسخ به ورودی مرجع سینوسی نیز مورد مطالعه واقع شده و در شکل (۵) نشان داده شده است. با دقت در این شکل مشاهده می‌شود که خروجی سیستم توانسته است در مدت زمانی کمتر از ۱۰ ثانیه به ورودی مطلوب سینوسی رسیده و سپس آن را دنبال کند. همچنین تنظیم برخط ضرایب کنترل‌کننده در شکل (۶) نشان داده شده است که موید تغییرات آرام و بدون جهش‌های ناگهانی هر سه ضریب تناسبی، مشتقی و انتگرالی است.



شکل (۳): ردیابی ورودی مرجع به ازای مدل نامی.



شکل (۴): رفتار ضرایب تنظیم کنترل‌کننده PID به روش کنترل تطبیقی و به ازای مدل نامی.



شکل (۵): ردیابی ورودی مطلوب سینوسی.

8. Caliò R, Rongala UB, Camboni D, Milazzo M, Stefanini C, De Petris G, Oddo CM. Piezoelectric energy harvesting solutions. *Sensors*. 2014; 14(3):4755-90.
9. Janot A, Young PC, Gautier M. Identification and control of electro-mechanical systems using state-dependent parameter estimation. *International Journal of Control*. 2017; 90(4):643-60.
10. Badr MF, Karam EH, Mjeed NM. Control design of damper mass spring system based on backstepping controller scheme. *International Review of Applied Sciences and Engineering*. 2020; 11(2):181-187.
11. Åström KJ, Wittenmark B. *Adaptive Control: Second Edition*. Dover Publications; 2013.
12. Fong-Chwee T, Sirisena H. Self-tuning PID controllers for dead time processes. *IEEE Transactions on industrial electronics*. 1988; 35(1):119-25.
13. Rad AB, Lo WL, Tsang K. Self-tuning PID controller using Newton-Raphson search method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 1997; 44(5):717-25.
14. Zhang J, Zhuang J, Du H. Self-organizing genetic algorithm based tuning of PID controllers. *Information Sciences*. 2009; 179(7):1007-18.
15. Verma B, Padhy PK. Robust fine tuning of optimal PID controller with guaranteed robustness. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2019; 67(6):4911-20.
16. Yamamoto T, Takao K, Yamada T. Design of a data-driven PID controller. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2008; 17(1):29-39.
17. Dounis AI, Kofinas P, Alafodimos C, Tseles D. Adaptive fuzzy gain scheduling PID controller for maximum power point tracking of photovoltaic system. *Renewable energy*. 2013; 60:202-14.
18. Luo Y, Chen YQ, Wang CY, Pi YG. Tuning fractional order proportional integral controllers for fractional order systems. *Journal of Process Control*. 2010; 20(7):823-31.
19. Ahmadi M, Haeri M. A new structured multimodel control of nonlinear systems by integrating stability margin and performance. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2017; 139(9):091014.
20. Nuella I, Cheng C, Chiu M-S. Adaptive PID controller design for nonlinear systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2009; 48(10):4877-83.
21. Rothe J, Zevering J, Strohmeier M, Montenegro S. A modified model reference adaptive controller (M-MRAC) using an updated MIT-rule for the altitude of a UAV. *Electronics*. 2020; 9(7):1104.
22. Gopi RS, Srinivasan S, Panneerselvam K, Teekaraman Y, Kuppusamy R, Urooj S. Enhanced Model Reference Adaptive Control Scheme for Tracking Control of Magnetic Levitation System. *Energies*. 2021; 14(5):1455.
23. Gu DW, Petkov PH, Konstantinov MM. Robust control of a mass-damper-spring system. *Robust Control Design with MATLAB*. 2005; 101-62.
24. Nair AP, Selvagesan N, Lalithambika V. Lyapunov based PD/PID in model reference adaptive control for satellite launch vehicle systems. *Aerospace Science and Technology*. 2016; 51:70-7.

نیز، ضرایب کنترل‌کننده PID توانسته‌اند با نوسانات کمی به مقدار نهایی خود برسند. بدین ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده طراحی شده برای سیستم جرم-فنر-دمپر توانسته است عملکرد خوبی در ردیابی ورودی مرجع در دو حالت نامی و تغییر در مقادیر پارامترهای سیستم از خود به نمایش بگذارد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک سیستم جرم-فنر-دمپر تحت مطالعه قرار گرفته است و با استفاده قانون دوم نیوتن مدل سیستم استخراج شده است. در حالت کلی، پارامترهای جرم، ضریب فنر و دمپر به صورت نامعین فرض شده‌اند و تابع تبدیل سیستم برای مقادیر نامی استخراج شده است. برای رسیدن به اهداف طراحی، کنترل‌کننده با ساختار مرسوم و محبوب PID فرض شده است و برای تنظیم ضرایب آن از روش تطبیقی مبتنی بر مدل مرجع و قاعده MIT بهره گرفته شده است. با اعمال کنترل‌کننده طراحی شده در محیط Simulink، نتایج بدست آمده بر موفقیت کنترل‌کننده در ردیابی ورودی مطلوب در دو حالت نامی و وجود عدم قطعیت دلالت دارد و خروجی سیستم توانسته است ورودی مرجع را با سرعت مطلوب و بدون خطای حالت ماندگار دنبال کند.

مراجع

1. Nikooyan AA, Zadpoor AA. Mass-spring-damper modelling of the human body to study running and hopping—an overview. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part H: Journal of engineering in medicine*. 2011; 225(12):1121-35.
2. Ge S, Huang L, Lee T. Position control of chained multiple mass-spring-damper systems-Adaptive output feedback control approaches. *International Journal of Control, Automation, and Systems*. 2004; 2(2):144-55.
3. Khodadadi H, Ghadiri H. Self-tuning PID controller design using fuzzy logic for half car active suspension system. *International Journal of Dynamics and Control*. 2018; 6(1):224-32.
4. Rao KD. Modeling, simulation and control of semi active suspension system for automobiles under MATLAB Simulink using PID controller. *IFAC Proceedings Volumes*. 2014; 47(1):827-31.
5. Metered H, Elsawaf A, Vampola T, Sika Z. Vibration control of MR-damped vehicle suspension system using PID controller tuned by particle swarm optimization. *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*. 2015; 8:426-35.
6. Cairano SD, Bemporad A, Kolmanovsky IV, Hrovat D. Model predictive control of magnetically actuated mass spring dampers for automotive applications. *International Journal of Control*. 2007; 80(11):1701-16.
7. Kundu S, Nemade HB. Modeling and simulation of a piezoelectric vibration energy harvester. *Procedia Engineering*. 2016; 144:568-75.