

## «یادداشت تحقیقاتی»

# بررسی اثر زاویه انحراف بر عملکرد یاتاقان‌های گازی دو - لب و چهار - لب به روش اجزای محدود

اصغر دشتی رحمت آبادی<sup>۱\*</sup>، اردشیر کرمی محمدی<sup>۲</sup>، رضا رشیدی<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- استادیار، دانشگاه پیام‌نور میبد

\*یزد، کدپستی ۸۹۱۶۸۶۹۵۱۱

dashti@yazduni.ac.ir

(دریافت مقاله: تیر ۱۳۸۶، پذیرش مقاله: تیر ۱۳۸۷)

**چکیده** - عملکرد یاتاقان‌های غیر مدور بر خلاف یاتاقان‌های مدور - به پارامترهای طراحی مختلفی مانند زاویه انحراف بستگی دارد. در این مقاله، اثر زاویه انحراف یاتاقان از وضعیت تقارن، بر مشخصه‌های استاتیکی و پایداری دو نوع یاتاقان‌های گازی غیر مدور مطالعه می‌شود. سیستم خطی شده با در نظر گرفتن روش اجزای محدود برای حل معادلات به‌منظور دستیابی به مشخصه‌های مورد نظر به‌کار گرفته می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که زاویه انحراف بر مشخصه‌های استاتیکی و پایداری یاتاقان‌های گازی دو - لب و چهار - لب اثر قابل توجهی دارد، به‌طوری که با افزایش زاویه انحراف، کاهش در مشخصه‌های استاتیکی و افزایش در محدوده پایداری سیستم مشاهده می‌شود. با مقایسه اثر زاویه انحراف بر عملکرد یاتاقان‌های دو - لب و چهار - لب مشاهده می‌شود که این اثر برای یاتاقان و - لب محسوس‌تر است.

**کلیدواژگان:** یاتاقان های گازی غیر مدور، زاویه انحراف، مشخصه‌های استاتیکی و پایداری

## «Research Note»

# Investigation of Tilt Angle Effects for GAS-Lubricated Noncircular Journal Bearing Systems

A. D. Rahmatabadi<sup>1\*</sup>, A. Karami Mohammadi<sup>2</sup>, R. Rashidi<sup>3</sup>

1- Assistant Professor; Mechanical Engineering Department; Yazd University

2- Assistant Professor; Mechanical Engineering Department; Shahrood University of Technology

3- Ph. D., Student; Mechanical Engineering Department; Shahrood University of Technology

\*P.O. Box: 8916869511, Yazd, Iran

dashti@yazduni.ac.ir

## Abstract

This paper presents the effect of tilt angle on static and dynamic performance characteristics of two gas-lubricated noncircular journal bearing configurations, namely two and four lobe bearings. The linearized system approach using finite element method is used to obtain both steady state and dynamic characteristics.

The results of the investigation show that tilt angle has a significant effect on static and stability characteristics. With an increase in tilt angle, power loss is decreased while stability margins are increased.

**Keywords:** Gas-lubrication, Noncircular Bearing, Tilt angle, Static and Stability Characteristics.

## ۱- مقدمه

در طول چهار دهه گذشته، یاتاقان‌های روانکاری شده با گاز به صورت عملی و تئوری مورد توجه بسیاری محققان علم تریبولوژی<sup>۱</sup> قرار گرفته است. رشد سریع فناوری یاتاقان‌های گازی اساساً ناشی از کاربرد وسیع آنها است. یاتاقان‌های گازی در توربوماشین‌های سریع، ابزار نوابری و هواپیمایی، ماشین‌های ابزار با دور بالا، صنایع غذایی و داروسازی، قطعات کامپیوترهای دیجیتال و مانند آن به کار گرفته می‌شوند.

دلیل به‌کارگیری یاتاقان‌های گازی در این موارد را می‌توان پایداری روانکار در بازه وسیعی از تغییرات دما، فراوانی روانکار نظیر هوا، آلوده نکردن محیط، سازگاری در شرایط کارکرد با دور بالا و کاهش اتلاف انرژی بر اثر نیروی اصطکاک داشت [۱].

ظرفیت پایین تحمل بار و پایداری دینامیکی ضعیف ناشی از چرخش خود الحاقی<sup>۲</sup> در یاتاقان‌های گازی، دو مشخصه‌ای است که کارایی یاتاقان‌های گازی را در عمل کاهش می‌دهد. یاتاقان‌های گازی در کاربردهای عملی تحت تأثیر بارهای سبک قرار می‌گیرند ولی مسئله ناپایداری دینامیکی به‌علت به‌کارگیری آنها در سیستم‌هایی با سرعت بالا نسبت به یاتاقان‌های روغنی شدیدتر است. به‌علت نیاز ابزار چرخشی جدید با سرعت بالا و همچنین اطمینان از عملکرد یاتاقان در این محدوده سرعت، آگاهی از نمودار پایداری ضروری به نظر می‌رسد، تا بتوان ضمن استفاده بهینه از یاتاقان، از هرگونه صدمه احتمالی به سیستم جلوگیری کرد. در ضمن با مقایسه نمودار پایداری یاتاقان‌های رامخالف، یاتاقانی را که بیشترین حد پایداری را دارد می‌توان انتخاب کرد.

در مقایسه با یاتاقان مدور، یاتاقان‌های غیر مدور<sup>۳</sup> اساساً از عملکرد دینامیکی بهتری برخوردارند. می‌باشند.

بررسیهای انجام شده در زمینه با یاتاقان‌های روغنی نشان‌دهنده آن است که مشخصه‌های بی‌بعد یاتاقان‌های غیر مدور مانند نسبت طول به قطر یاتاقان، تعداد لب<sup>۴</sup>، مقدار پرلود<sup>۵</sup>، زاویه انحراف<sup>۶</sup> و زاویه نصب<sup>۷</sup> می‌توانند این عملکرد را تحت تأثیر قرار دهند [۲-۴]. پارامترهای مذکور همچنین می‌تواند نقش مؤثری بر اتلاف انرژی یاتاقان‌های گازی غیر مدور داشته باشند [۵]. از آنجا که زاویه نصب و پرلود بر مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های گازی غیر مدور نقش چشمگیری دارد [۶-۷] لذا بررسی اثر زاویه انحراف بر عملکرد یاتاقان‌های گازی غیر مدور ضروری به نظر می‌رسد. در مقاله حاضر این اثر برای یاتاقان‌های گازی دو-لب<sup>۷</sup> و چهار-لب<sup>۸</sup> بررسی شده است.

چاندرا و دیگران [۸] یاتاقان‌های گازی غیر مدور را در حالت تقارن بدون در نظر گرفتن اثر انحراف بررسی و در تحلیل دینامیکی، از روش لاند [۹-۱۰] استفاده کرده است. مالک و دیگران [۱۱] محدوده پایداری سیستم یاتاقان مدور را با روش خطی شده به دست آورده است. رحمت‌آبادی [۱۲] روش غیر خطی را برای دستیابی به نواحی پایدار روی سیستم یاتاقان‌های گازی غیر مدور بدون در نظر گرفتن این اثر به کار گرفته است. پیکوس [۱۳] یاتاقان‌های گازی مورد استفاده در ماشین‌های کوچک را با استفاده از روش مداری تحلیل کرده. در مقاله حاضر به منظور بررسی این اثر روی یاتاقان‌های گازی دو-لب و چهار-لب از روش لاند [۹-۱۰] استفاده شده است.

## ۲- تحلیل

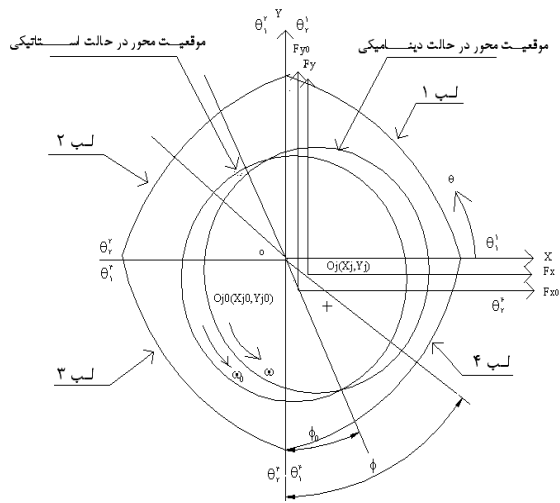
انحراف یاتاقان از وضعیت تقارن، با زاویه انحراف مشخص

3. Lobe
4. Preload
5. Tilt angle
6. Mount angle
7. Two - Lobe
8. Four- Lobe

1. Tribology
1. Whirling
2. Lobed bearing

این وضعیت، حالت استاتیکی سیستم یاتاقان است. هرگونه اغتشاش مانند تغییر سرعت محور یا تغییر بار سبب می شود که محور در موقعیت ثابتی قرار نگیرد و سیستم یاتاقان حالت دینامیکی به خود بگیرد. لذا قرارگیری محور در حالت استاتیکی را می توان به عنوان شرایط اولیه برای حالت دینامیکی در نظر گرفت.

جزئیات هندسی یاتاقان های غیر مدور در شکل ۲ نشان داده شده است. به منظور تحلیل یاتاقان های گازی غیر مدور هر یک از لب های آن به صورت یک جزء مستقل در نظر گرفته شده و معادلات حاکم برای آن نوشته می شود. به منظور عمومیت بخشیدن تحلیل برای کل هندسه یاتاقان غیر مدور، هندسه فیلم سیال نسبت به دستگاه مختصات عبوری از مرکز یاتاقان مطابق شکل ۲ در نظر گرفته می شود.

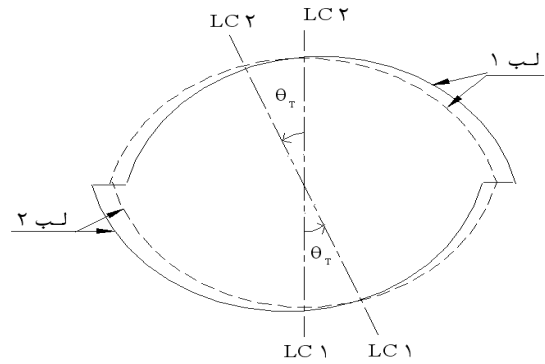


شکل ۲ هندسه یاتاقان غیر مدور (چهار-لب) [۱۴]

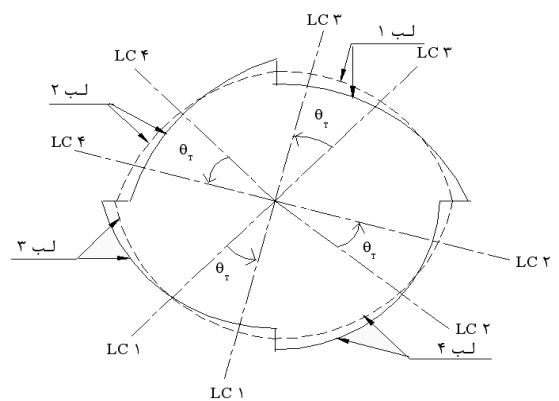
بنابراین ضخامت فیلم سیال در فضای لقی هر لب با قرارگیری محور در حالت چرخش گذرا به صورت زیر توصیف می شود [۸]:

می شود. مطابق شکل ۱، زاویه ای که خط مرکزی محور و هر لب در حالت انحراف نسبت به وضعیت یاتاقان در حالت تقارن تشکیل می دهد، زاویه انحراف سیستم نامیده می شود. شکل ۱ هندسه دو نوع یاتاقان را در حالت تقارن و انحراف از آن که با زاویه  $\theta_T$  (زاویه انحراف) مشخص شده، نشان می دهد. در این شکل LC خط مرکزی محور و هر لب در حالت تقارن و انحراف را نشان می دهد.

در سیستم یاتاقان و محور که محور دارای سرعت یکنواخت و بار وارد شده به سیستم نیز ثابت است مرکز محور در موقعیتی ثابت قرار می گیرد و فضای لقی بین محور و یاتاقان همواره شکل ثابتی خواهد داشت.



دو-لب



چهار-لب

شکل ۱ هندسه دو نوع یاتاقان در حالت تقارن و انحراف یافته [۱۴]

$$P(\theta^k, \xi, t) = P(\theta^k, \xi, t) = P(\theta, \pm \lambda, t) = \dots \quad (5)$$

$$h_k = \frac{1}{\delta} - (X_j) \cos \theta - (Y_j) \sin \theta + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \cos(\theta - \theta^k) \quad (1)$$

و

$$h_k = \frac{1}{\delta} - (X_j) \cos \theta - (Y_j) \sin \theta + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \cos(\theta - \theta^k) \quad (2)$$

که ضخامت فیلم سیال در حالت پایدار است.

حالت پایدار و دینامیکی است.  $\delta$  پریلود سیستم به معنی نسبت فضای لقی یاتاقان به کوچکترین فضای لقی آن، موقعی که محور و یاتاقان هم‌مرکز باشند، تعریف می‌شود. همچنین زاویه‌ای است که خط مرکزی محور و لب  $K$  با جهت مثبت محور  $x$  می‌سازد. معادله فشار حاکم در میدان جریان هم‌دما برای هر یک از لب‌های یاتاقان به صورت زیر است [15].

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ h^r(P+) \frac{\partial P}{\partial \theta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ h^r(P+) \frac{\partial P}{\partial \xi} \right\} = \Lambda \left[ U \frac{\partial}{\partial \theta} + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right] \{ (P+) h \} \quad (3)$$

این معادله در جهت  $\theta$  و در راستای محور طولی یاتاقان ( $\xi$ ) نوشته شده است.  $P$  و  $t$  به ترتیب نشان‌دهنده فشار و زمان و  $\Lambda$  عدد بدون بعدی موسوم به عدد تراکم‌پذیری یا عدد یاتاقان است [8] که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Lambda = \frac{\gamma \mu \omega R^2}{P_a C_m} \quad (4)$$

$\mu$  لزجت روانکار،  $\omega$  سرعت زاویه محور،  $R$  شعاع محور،  $P_a$  فشار محیط،  $C_m$  کمترین مقدار فضای لقی بین یاتاقان و محور است موقعی که هم‌مرکز باشند. شرایط مرزی حاکم بر مسأله به صورت زیر است:

$\theta^k$  و  $\theta^k$  به ترتیب زوایای شروع و پایان هر یک از لب‌ها و  $\lambda$  نسبت طول یاتاقان به قطر آن است. به منظور بیان حالت دینامیکی در میدان جریان، فرض می‌شود که حرکت چرخشی محور، تناوبی بوده [9-10] و به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$X' = \text{Re}\{X' e^{j\gamma t}\}, Y' = \text{Re}\{Y' e^{j\gamma t}\} \quad (6)$$

$X', Y'$  مختصات اغتشاش محور است که از روی موقعیت پایدار آن اندازه‌گیری می‌شود. در این رابطه  $|X'|, |Y'|$  دامنه حرکت،  $z = \sqrt{-1}$  و  $\gamma$  نسبت فرکانس چرخش محور به سرعت زاویه آن است.

فشار گاز به صورت مجموع فشار در حالت پایدار ( $P$ ) و حالت دینامیکی تعریف می‌شود؛ بنابراین:

$$P = P_0 + P'_x X' + P'_y Y' \quad (7)$$

که در آن:

$$P'_x = P_x + j\gamma P_x, P'_y = P_y + j\gamma P_y \quad (8)$$

مؤلفه‌های فشار دینامیکی مختلط است.  $P_x, P_y$  مؤلفه‌های فشار نسبت به جابه‌جایی متناظر و  $P'_x, P'_y$  مؤلفه‌های فشار نسبت به سرعت در راستای جابجایی است. معادله فشار در حالت پایدار با جایگذاری رابطه (7) در رابطه (3) و قرار دادن  $X'=Y'=0$  در آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ h^r(P+) \frac{\partial P}{\partial \theta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ h^r(P+) \frac{\partial P}{\partial \xi} \right\} = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} \{ (P+) h \} \quad (9)$$

### 1. Frequency ratio

بنابراین با به‌کارگیری شرایط گره‌ای تمامی آرایه‌های ستونی از ماتریس  $[F]$  به‌جز آرایه قطری مطابق با گره مرزی برابر صفر است.

معادله (۱۳) اکنون به شکل زیر خلاصه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} [F_z^r] & -[F_z^i] \\ [F_z^i] & [F_z^r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{P_z\} \\ \{P_z\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{Q_z\} \\ \{Q_z\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{H_z^r\} \\ \{H_z^i\} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

که  $\Gamma$  و  $\Lambda$  قسمتهای حقیقی و موهومی ماتریس است. اکنون

معادله (۱۴) به آسانی برای محاسبه  $P_z$  و  $\gamma P_z$  حل می‌شود.

### ۳- مشخصه‌های استاتیکی

با حل معادله (۹)، میدان فشار در حالت پایدار به‌دست می‌آید و از این طریق می‌توان مشخصه‌های استاتیکی سیستم یاتاقان‌های گازی را محاسبه کرد. مشخصه‌های استاتیکی عبارتند از: ظرفیت تحمل بار یاتاقان ( $F_z$ )، زاویه مشخصه سیستم ( $\phi$ ) و افت انرژی ( $P_L$ ).

مؤلفه‌های نیروی سیال روی محور از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^L \begin{bmatrix} F_x^k \\ F_y^k \end{bmatrix} = - \sum_{k=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta^k}^{\theta^k} P_{,k} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\xi \quad (15)$$

همچنین ظرفیت بار و زاویه مشخصه یاتاقان:

$$F_z = (F_{Xo}^y + F_{Yo}^x)^{1/2} \quad (16)$$

$$\phi = \arctan(X_{jo} / Y_{jo}) \quad (17)$$

و افت انرژی حاصل از اثر نیروی برشی روانکار که عبارت است از:

$$P_L = \sum_{K=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta^k}^{\theta^k} \left( \frac{\nu h_{ok}}{\Lambda} \frac{\partial P_{ok}}{\partial \theta} + \frac{1}{h_{ok}} \right) d\theta d\xi \quad (18)$$

برای یاتاقان‌های غیر مدور تعریف می‌شود [۸]. در این روابط  $L$  تعداد لب را نشان می‌دهد.

معادلات  $P'_x$  و  $P'_y$  را با مشتق‌گیری جزئی از معادله (۳) بر حسب  $X'$  و  $Y'$  به‌دست آورد؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\xi} \left\{ h_z^r(P, +1) \frac{\partial P'_z}{\partial \xi} + h_z^r \frac{\partial P_z}{\partial \xi} P'_z \right\} - j\nu\gamma\Lambda h_z P'_z \\ & h_z^r(P, +1) \frac{\partial P'_z}{\partial \theta} + h_z^r \frac{\partial P_z}{\partial \theta} P'_z - \Lambda h_z P'_z \Big\} = \\ & \Lambda(P, +1) f(\theta) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \nu h_z^r f(\theta)(P, +1) \frac{\partial P_z}{\partial \xi} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ f(\theta)(P, +1) (\nu h_z^r \frac{\partial P_z}{\partial \theta} - \Lambda) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

که  $P'_z$  اشاره به  $P'_x$  و  $P'_y$  دارد به طوری‌که:

$$P'_z = P_z + j\gamma P_z, \quad z = x, y \quad (11)$$

و

$$f(\theta) = \begin{cases} \cos \theta & \text{for } P'_x \\ \sin \theta & \text{for } P'_y \end{cases} \quad (12)$$

رابطه (۹)، رابطه‌ای غیرخطی است و به‌منظور محاسبه متغیر فشار در حالت پایدار، روش نیوتن با به‌کارگیری اجزای محدود [۱۶] به‌کار گرفته می‌شود. این معادلات به آسانی با روش گالرکین [۱۷] به شکل روابط اجزای محدود تبدیل می‌شوند.

معادلات اجزای محدود (۱۰) در شکل ماتریسی:

$$[F_z] \{P'_z\} + \{Q_z\} = \{H_z\} \quad (z = x, y) \quad (13)$$

نوشته می‌شوند. این معادلات اشاره به مجموعه روابط خطی مختلط برای به‌دست آوردن متغیرهای فشار  $\{P'_z\}$  و جریان  $\{Q_z\}$  درگره‌ها با اعمال شرایط مرزی است. با در نظر گرفتن اینکه  $P'_z$  بر روی گره‌های خارجی و همچنین  $Q_z$  بر روی گره‌های داخلی برابر صفر است؛ می‌توان سایر متغیرهای مجهول را در گره‌ها بر حسب اینکه یکی از این دو کمیت معلوم است، به‌دست آورد.

#### ۴- مشخصه‌های دینامیکی

ضرایب سختی و میرایی فیلم سیال، مشخصه‌های دینامیکی سیستم پاتاقان و محور خطی شده، تشکیل می‌دهند که در مجموع به آنها ضرایب دینامیکی می‌گویند. با داشتن این ضرایب می‌توان نواحی پایدار و رفتار دینامیکی سیستم خطی شده را تخمین زد.

#### ۴-۱- ضرایب دینامیکی

به منظور دستیابی به عبارتی برای ضرایب دینامیکی، مؤلفه‌های نیروی فیلم سیال (گاز) روی محور در حالت دینامیکی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = - \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta^i}^{\theta^i} P_i \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta d\xi \quad (19)$$

در حالت دینامیکی، بردار نیروی فیلم سیال به صورت مجموع بردارهای نیروی حالت پایدار و حالت غیر تعادلی در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x,0} \\ F_{y,0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$(\Delta F_x, \Delta F_y)$  مؤلفه‌های نیروی نامتعادل کننده فیلم سیال روی محور است.

برای سیستم خطی شده مؤلفه‌های نامتعادل کننده فیلم سیال به صورت توابع خطی از مختصات اغتشاش  $(X', Y')$  و سرعت‌های اغتشاش یافته  $(\dot{X}', \dot{Y}')$  در نظر گرفته می‌شوند؛ بنابراین:

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}' \\ \dot{Y}' \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$S_{mn}, B_{mn}$  ( $m, n = x, y$ ) به ترتیب ضرایب سختی و میرایی فیلم سیال است.

زیرنویس‌های ضرایب به ترتیب، جهت اعمال نیرو و جابه‌جایی یا سرعت در راستای جابه‌جایی را نشان می‌دهند. با به‌کارگیری رابطه (۶)، رابطه (۲۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \end{Bmatrix} \quad (22)$$

که

$$Z_{mn} = S_{mn} + j\gamma B_{mn} \quad (m, n = x, y) \quad (23)$$

ضرایب دینامیکی مختلط هستند.

ضرایب سختی و میرایی را با فراخوانی روابط (۱۵)، (۱۹)، (۲۱) و جداسازی متغیرها از یکدیگر به راحتی می‌توان به دست آورد:

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix}^T = \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta^i}^{\theta^i} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\xi \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix}^T = \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta^i}^{\theta^i} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\xi \quad (25)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۸) ضرایب دینامیکی مختلط به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}^T = \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta^i}^{\theta^i} \begin{bmatrix} P_x' \\ P_y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\xi \quad (26)$$

معادله (۱۰) به طور واضح نشان می‌دهد که مؤلفه‌های  $P_x', P_y'$  به نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  وابسته هستند. در نتیجه ضرایب دینامیکی نیز به نسبت فرکانس چرخش  $\gamma$  وابسته‌اند. بنابراین مشخص کردن محدوده پایداری سیستم از طریق نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  و ضرایب دینامیکی، مستلزم به‌کارگیری نوعی روش تکرار است.

### ۴-۲- مرز پایداری

با فرض تقارن برای سیستم یاتاقان و محور و یا در نظر گرفتن نیمی از سیستم، معادله حرکت محور با توجه به قانون دوم نیوتن و معادله (۲۱) به صورت زیر نوشته می شود:

$$M_j \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

که در آن  $M_j$  نصف جرم محورا است.

با جایگذاری معادله (۶) در معادلات (۲۷) معادله مشخصه سیستم به سادگی به دست می آید.

$$\begin{aligned} & (-M_j \gamma^2 + S_{xx} + j\gamma B_{xx})(-M_j \gamma^2 + S_{yy} + j\gamma B_{yy}) \\ & - (S_{xy} + j\gamma B_{xy})(S_{yx} + j\gamma B_{yx}) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله مشخصه به صورت زیر:

$$M_j \gamma^2 = \frac{(S_{xx} B_{yy} + S_{yy} B_{xx} - S_{xy} B_{yx} - S_{yx} S_{xy})}{(B_{xx} + B_{yy})} \quad (29)$$

$$\gamma^2 = \frac{[(S_{xx} - M_j \gamma^2)(S_{yy} - M_j \gamma^2) - S_{xy} S_{yx}]}{(B_{xx} B_{yy} - B_{xy} B_{yx})} \quad (30)$$

می توان معیارهایی را برای تعیین نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  و مرز پایداری سیستم یاتاقان‌های گازی تعیین کرد. واضح است که باید بین نسبت فرکانس چرخش  $\gamma$  و ضرایب دینامیکی، ترکیب یکتایی وجود داشته باشد که به طور همزمان معادلات (۱۰) و (۳۰) برقرار باشند. به همین دلیل برای تعیین این ترکیب یکتا، به نوعی روش تکرار نیاز است.

متناظر نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  ی ناشی از چرخش خود الحاقی فیلم سیال، مرز پایداری با معادله (۲۹) توصیف می شود؛ بنابراین:

$$M_c = \frac{(S_{xx} B_{yy} + S_{yy} B_{xx} - S_{xy} B_{yx} - S_{yx} B_{xy})}{[(B_{xx} + B_{yy}) \gamma^2]} \quad (31)$$

که  $M_c$  کمیت جرم بحرانی سیستم است. برای

$M_j < M_c$ ، پاسخ دینامیکی سیستم خطی شده پایدار است، در حالی که برای  $M_j > M_c$ ، پاسخ دینامیکی سیستم خطی شده به هر اغتشاشی، ناپایدار است. بنابراین  $M_j = M_c$ ، آستانه ناپایداری سیستم تعریف می شود [۱۵].

### ۵- بررسی نتایج

در این مقاله اثر زاویه انحراف بر مشخصه‌های استاتیکی و پایداری سیستم یاتاقان‌های گازی دو - لب، و چهار - لب بررسی شد.

برای هر دو نوع یاتاقان،  $\delta = 0.5$ ،  $F = 1$ ، نسبت طول به قطر برابر واحد و زاویه نصب سیستم یاتاقان برابر صفر در نظر گرفته شده است [۸]. دامنه تغییرات زاویه انحراف برای سیستم یاتاقان دو - لب برابر ۹۰ درجه و برای چهار - لب: ۴۵ درجه است. جدول ۱ نتایج به دست آمده در این مقاله را در حالی که اثر زاویه انحراف در نظر گرفته نشده ( $\theta_f = 0$ ) با نتایج به دست آمده در [۸] مقایسه می کند. بررسی نتایج، حاکی از عملکرد صحیح برنامه کامپیوتری ما در دستیابی به پارامترهای مورد نظر در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی است.

جدول ۱ مقایسه نتایج به دست در این مقاله با [۸]

A	F	نوع یاتاقان	$\phi$		$P_L$		$\gamma$		$\frac{M_c}{F}$	
			*	**	*	**	*	**	*	**
۲	۰/۲	دو - لب	۷۶/۱	۷۶/۵	۱۰/۲۲	۱۰/۲۹	۰/۴۸۰	۰/۴۸۸	۰/۰۴	۰/۰۳
		چهار - لب	۶۹/۱	۶۹/۵	۱۱/۹۶	۱۲/۰۰	۰/۴۱۹	۰/۴۲۶	۰/۶۳	۰/۵۷
۵	۰/۵	دو - لب	۵۵/۸	۵۶/۱	۱۰/۱۱	۱۰/۱۶	۰/۴۷۲	۰/۴۷۸	۰/۲۹	۰/۲۶
		چهار - لب	۵۴/۸	۵۵/۴	۱۲/۰۱	۱۲/۰۴	۰/۵۰۸	۰/۵۱۲	۰/۱۰	۰/۹۸
۱۰	۱	دو - لب	۴۳/۳	۳۴/۹	۱۰/۰۳	۱۰/۰۷	۰/۴۶۰	۰/۴۶۷	۰/۳۰	۰/۲۹
		چهار - لب	۴۸/۳	۴۸/۷	۱۲/۲۶	۱۲/۳۰	۰/۴۳۷	۰/۴۴۱	۰/۶۳	۰/۵۹

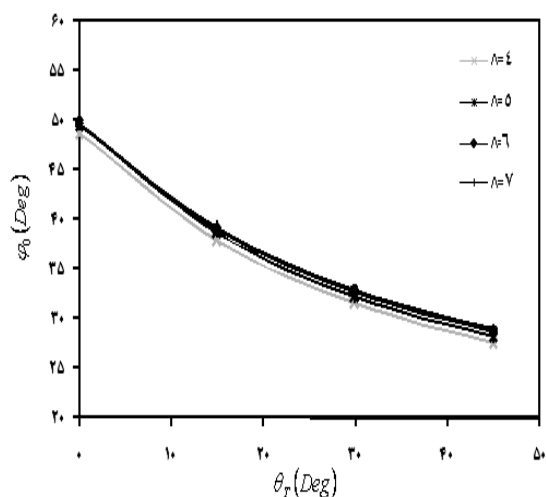
$$F = 1, \delta = 0.5$$

\* داده‌های به دست آمده در پژوهش حاضر

\*\* داده‌های بدست آمده در [۸]

## ۶- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، عملکرد استاتیکی و دینامیکی سیستم یاتاقان‌های گازی غیر مدور دو - لب و چهار - لب تحت تاثیر زاویه انحراف با استفاده از سیستم خطی شده و روش اجزای محدود مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهند که عملکرد یاتاقان‌های گازی به زاویه انحراف بستگی دارد. با افزایش انحراف یاتاقان‌های دو - لب و چهار - لب نسبت به وضعیت تقارن، به عملکرد استاتیکی و دینامیکی بهتری می‌توان دست یافت. این عملکرد را می‌توان با افزایش عدد تراکم‌پذیری در وضعیت مشخص زاویه انحراف، بهبود بخشید. لذا با افزایش انحراف یاتاقان نسبت به وضعیت تقارن و همچنین با مقادیر بالاتر تراکم‌پذیری، به اتلاف انرژی کمتر و نواحی پایدارتری می‌توان دست یافت. این اثرها در یاتاقان‌های دو - لب محسوس تر است.



شکل ۳ اثر زاویه انحراف ( $\theta_f$ ) بر زاویه مشخصه ( $\phi_g$ ) یاتاقان چهار - لب

بررسی نتایج با اعداد تراکم‌پذیری ( $\Lambda$ ) مختلف به شرح زیر است:

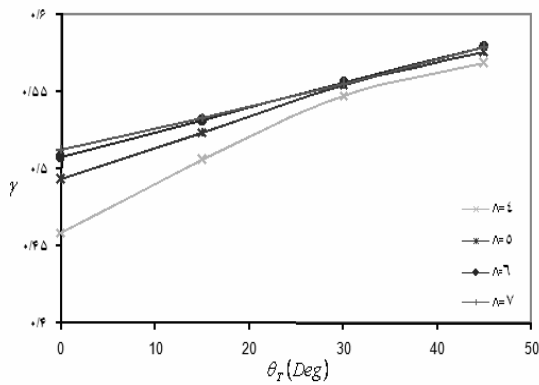
۱- مطابق شکل‌های ۳ و ۴ افزایش زاویه انحراف، باعث کاهش زاویه مشخصه سیستم می‌شود که این نشان‌دهنده پایداری بیشتر سیستم، با افزایش زاویه انحراف است.

۲- شکل‌های ۵ و ۶ نشان می‌دهند که با افزایش زاویه انحراف، همواره کاهش افت انرژی در هر دو نوع سیستم یاتاقان حاصل می‌شود. بنابراین با انتخاب مناسب زاویه انحراف می‌توان به صرفه‌جویی در مصرف انرژی در این زمینه دست یافت. افزایش عدد تراکم‌پذیری سبب کاهش لزجت روانکار شده که کاهش در اتلاف انرژی را در پی دارد. این اثر را می‌توان در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده کرد.

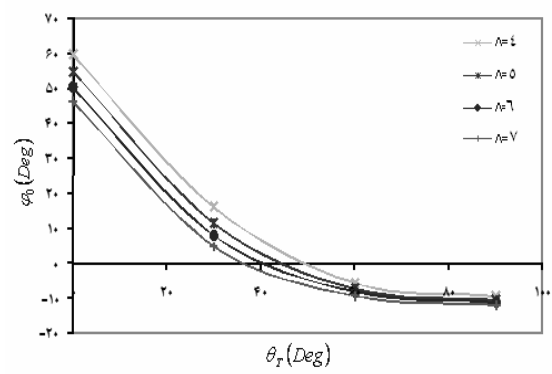
۳- شکل‌های ۷ و ۸ اثر زاویه انحراف را بر نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  نشان می‌دهند که بر اساس آن می‌توان به ضرایب دینامیکی و سرانجام به مرز پایداری یاتاقان‌ها در شکل‌های ۹ و ۱۰ دست یافت. دامنه تغییرات نسبت فرکانس چرخش نشان می‌دهد که زاویه انحراف نقش بسیار مهمی در پایداری یاتاقان‌های گازی دارد.

۴- شکل‌های ۹ و ۱۰ اثری را که زاویه انحراف بر پایداری یاتاقان‌های گازی مذکور دارد، نشان می‌دهد. در رابطه با یاتاقان‌های گازی دو - لب، افزایش زاویه انحراف نقش چشمگیری در پایداری دارد و این در حالی است که اثر زاویه انحراف بر یاتاقان‌های گازی چهار - لب کمتر محسوس است. از طرفی تغییر عدد تراکم‌پذیری تأثیر چندان محسوسی بر پایداری یاتاقان چهار - لب ندارد اما افزایش آن پایداری یاتاقان‌های دو - لب را بشدت افزایش می‌دهد.

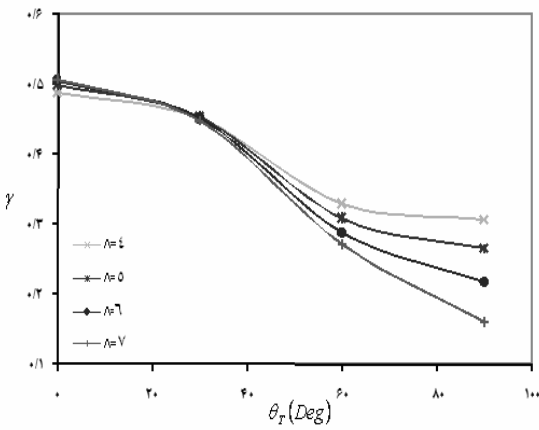




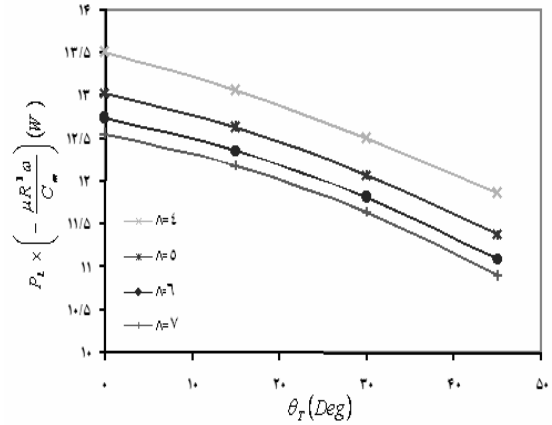
شکل ۷ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) بر نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  چهار - لب



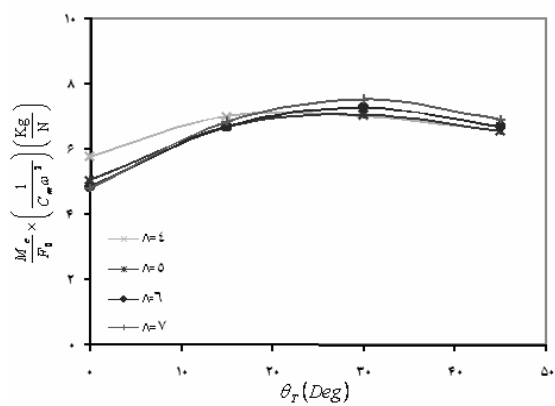
شکل ۸ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) بر زاویه مشخصه ( $\phi$ ) یاتاقان دو - لب



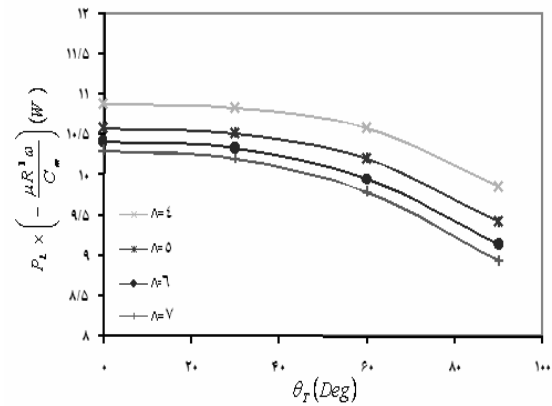
شکل ۹ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) بر نسبت فرکانس چرخشی  $\gamma$  دو - لب



شکل ۱۰ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) بر افت انرژی ( $P_L$ ) یاتاقان چهار - لب

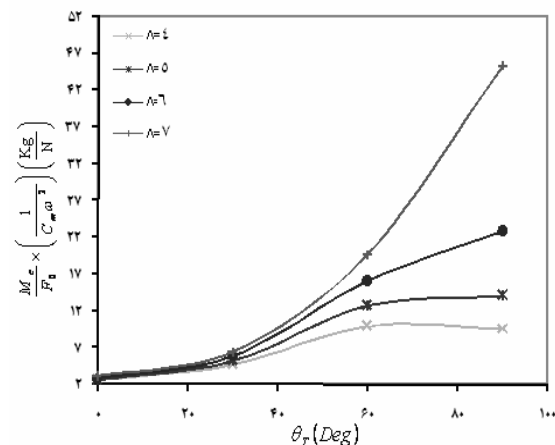


شکل ۱۱ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) بر پارامتر جرم بحرانی ( $M_c/F$ ) چهار - لب



شکل ۱۲ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) بر افت انرژی ( $P_L$ ) یاتاقان دو - لب

- pp 327-337.
- [7] Rahmatabadi A. D. and Rashidi R., "Investigation of Preload Effects on Noncircular Gas Bearing Systems Performance", JAST, Vol. 4, No. 1, 2007, pp 33 - 38.
- [8] Chandra M., Malik M. and Sinhasan R., "Comparative Study of Four Gas-Lubricated Noncircular Journal Bearing Configurations", Tribology International, Vol. 16, 1983, pp 103-108.
- [9] Lund J. W., "A Theoretical Analysis of Whirl Instability and Pneumatic Hammer for a Rigid Rotor in Pressurized Gas Journal Bearing", J. Lubr. Tech., Trans ASME, 1967, pp 154-166.
- [10] Lund J. W., "Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas bearing", J. Lubr. Tech., Trans ASME, 1968, pp 793-803.
- [11] Malik M., Rahmatabadi A. D. and Jain S. C., "An Assessment of the Stability Chart of Linearized Gas - Lubricated Plane Journal Bearing System", STLE, Tribology Transaction, 1989, pp 56-60.
- [12] Rahmatabadi A. D., "Dynamic Response of Gas-Lubricated Journal Bearing Systems", Ph. D. Thesis, University of Roorkee, Roorkee, India, 1992.
- [13] Stanley Piekos E., "Numerical Simulation of Gas - Lubricated Journal Bearings for Microfabricated Machines", Ph. D. Thesis, University of M.I.T, U.S.A, 2000.
- [14] Chandra M., "Comparative Studies of Some Gas - Lubricated Lobed Journal Bearing Configurations", Ph. D. Thesis, University of Roorkee, roorkee, India, 1983.
- [15] Frene J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D. and Gode M., Hydrodynamic Lubrication: Bearing and Thrust Bearing, Elsevier, 1997.
- [16] Rohde S. M., Oh K. P., "Higher Order Finite Element Methods for the Solution of Compressible Porous Bearing Problems", J. Lubr. Tech., Trans ASME, 1968, pp 793-803.
- [17] Reddy J., An Introduction to the Finite Element Method, McGraw-Hill, U.S.A, 1984.



شکل ۱۰ اثر زاویه انحراف ( $\theta_r$ ) روی پارامتر جرم بحرانی  $\left(\frac{M_c}{F}\right)$  دو - لب

## ۷- منابع

- [1] Hamrock B. J., Fundamentals of Fluid Film Lubrication, McGraw - Hill, New Yourk, 1994.
- [2] Flack R. D. and Lanes R. F., "Effect of Three - Lobe Bearing Geometris on Rigid Rotor Stability", Trans ASLE, Vol. 23, 1980, pp 431 - 441.
- [3] Malik M., Chandra, M. and Sinhasan, R. "Performance Characteristics of Tilted Three - Lobe Journal Bearing Configuration", Tribology International, Vol. 14, 1981, pp 345-349.
- [4] Malik M., "A Comprative Study of Some Two - Lobed Journal Bearing Configuration", Trans ASLE, Vol. 26, 1983, pp 118-124.
- [5] Rahmatabadi A. D. and Rashidi R., "Effect of Geometric Parameters on Power Loss of Gas - Lubricated Noncircular Journal Bearings", 14<sup>th</sup> Annual conference of Mechanical Engineering, ISME 2006.
- [6] Rahmatabadi A. D. and Rashidi R., "Effect of Mount angle on Static and Dynamic Characteristics of Gas - Lubricated Noncircular Journal Bearings", IJST, Vol. 30, No. B3, 2006,