



## تعیین محدوده تاثیر گذاری تنش برشی ضخامتی بر نمودار حد شکل دهی با استفاده از مدل بهبود یافته مارشینیاک-کوزینسکی

احمد غضنفری<sup>1</sup>، احمد عاصمپور<sup>2\*</sup>، مصطفی حبیبی<sup>1</sup>، رامین هاشمی<sup>3</sup>

1- دانشجو کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 2- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 3- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
 \* تهران، پستی صندوق 11365-9567، assem@sharif.edu

### چکیده

### اطلاعات مقاله

استفاده از نمودارهای حد شکل دهی در طراحی فرآیند تولید قطعات، یکی از روش‌های مرسوم شکل‌دهی ورق‌های فلزی است. از این رو تاکنون کارهای متعددی در زمینه بررسی منحنی‌های حد شکل دهی انجام یافته است. روش‌های مختلف به دست آوردن این منحنی‌ها و همچنین عوامل مختلف مؤثر بر آن‌ها، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. اشکالی که به اکثر کارهای انجام شده قبلی وارد است، حالت تنشی است که در تعیین این نمودارها فرض شده است. در اکثر این فرآیندها مانند شکل دهی تدریجی، تنش برشی ضخامتی، در ورق ایجاد می‌شود. در این نوع فرآیندهای شکل دهی، نمودار حد شکل دهی بدست آمده با رفتاری متفاوت از نموداری‌های معمول ظاهر می‌شود که حاکی از بهبود شکل پذیری است. حال آن که تأثیر وجود تنش برشی ضخامتی و محدوده اثر گذاری آن بررسی نشده است. در این مقاله تنش برشی ضخامتی به صورت تحلیلی در مدل مارشینیاک - کوزینسکی اعمال شده و مورد بررسی قرار گرفته است. از روش نیوتن - رافسون جهت حل معادلات استفاده شده است. محدوده اثر گذاری این تنش شناسایی و آزمون ناکازیمبا به عنوان مطالعه موردی بررسی شد. نتایج حاکی از این است که تنش برشی ضخامتی کمتر از 10 درصد تنش تسلیم، تأثیر قابل توجهی بر نمودار حد شکل‌پذیری ندارد.

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 31 تیر 1394  
 پذیرش: 13 مهر 1394  
 ارائه در سایت: 2 دی 1394  
 کلید واژگان:  
 تنش برشی ضخامتی  
 شکل‌دهی ورق  
 مدل مارشینیاک-کوزینسکی  
 نمودار حد شکل دهی

## Investigation on the effective range of the through thickness shear stress on forming limit diagram using a modified Marciniak-Kuczynski model

Ahmad Ghazanfari<sup>1</sup>, Ahmad Assempoor<sup>\*1</sup>, Mostafa Habibi<sup>1</sup>, Ramin Hashemi<sup>2</sup>

1- School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
 2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 11365-9567, Tehran, Iran, assem@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 22 July 2015  
 Accepted 05 October 2015  
 Available Online 23 December 2015

### Keywords:

Through thickness shear stress  
 Sheet metal forming  
 Marciniak-Kuczynski model  
 Forming limit diagram

### ABSTRACT

Use of Forming limit diagrams (FLD) in process design of metal forming is a conventional method. Therefore many experimental and theoretical efforts have been carried out in order to investigate the FLDs. Many ways to obtain this FLDs and their effective parameters have been studied. But the stress state at these studies is planar which lead to an untrue model for several metal forming process such as incremental sheet forming. With this technique, the forming limit curve (FLC) appears in a different pattern, revealing an enhanced formability, compared to conventional forming techniques. Therefore, in this study, the effect of through thickness shear stress has been examined on the prediction of the forming limit diagrams (FLDs). Determination of the FLD is based on the Marciniak and Kuczynski (M-K) model with some modifications on the stress states for consideration of the through thickness shear stress effects. Also, the effective range of this stress has been investigated. The results showed that if the through thickness shear stress has a 10 per cent of yield stress value, this stress component has no effect on the FLD.

### 1- مقدمه

یکی از عیب‌های بسیار مهم و متداول در این فرآیندهاست که معمولاً به صورت یک گلوبی موضعی آغاز می‌شود؛ بنابراین در طراحی فرآیندهای ورق کاری دانستن این موضوع که کرنش‌های بیشینه در ورق پیش از گلوبی شدن، چه اندازه است، از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. با دانستن این کرنش‌های حدی، طراح یک قطعه می‌تواند پیش از ساخت محصول، کرنش‌های پدید آمده در اثر فرآیند شکل‌دهی را به کمک روش‌های تحلیلی یا

محصولات و قطعات بسیاری مانند بدنه خودرو، لوازم‌خانگی و محصولات صنایع غذایی به روش شکل‌دهی ورق‌های فلزی ساخته می‌شوند. از همین رو، پژوهش‌های گسترده‌ای برای بهتر کردن این فرآیندها و کاهش عیب‌های موجود در آن‌ها انجام شده است. با وجود گوناگونی فرآیندهای شکل‌دهی ورق، گسیختگی در بخش‌هایی از قطعه که در آن کرنش از اندازه مجاز بیشتر است،

### Please cite this article using:

A. Ghazanfari, A. Assempoor, M. Habibi, R. Hashemi, Investigation on the effective range of the through thickness shear stress on forming limit diagram using a modified Marciniak-Kuczynski model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 137-143, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

آلود و شوولر [18] مدل مارشینیاک-کوزینسکی را جهت اعمال بارگذاری که تمام شش مؤلفه ماتریس متقارن تانسور تنش را شامل می‌شود، توسعه دادند. آن‌ها نمودار حد شکل‌پذیری جامعی پیشنهاد کردند و نشان دادند که هم تنش نرمال فشاری و هم تنش برشی ضخامت، نمودار حد شکل دهی را ارتقا می‌دهند. در آن تحقیق، ناهمسانگردی در نظر گرفته نشده است. در فرایندهایی نظیر شکل‌دهی تدریجی، تنش برشی ضخامت نقش مهمی در شکل دهی ورق ایفا می‌کند؛ از این رو، استفاده از مدل ابتدایی مارشینیاک-کوزینسکی و منحنی‌های به‌دست‌آمده بر اساس آن، چندان منطقی به نظر نمی‌رسد؛ پس لازم است برای پیش‌بینی هرچه بهتر رفتار ماده در این‌گونه عملیات‌ها از تئوری دقیق‌تری استفاده شود. ایکنز و همکاران [19] تنش برشی ضخامت را در فضای کرنش در مدل مارشینیاک-کوزینسکی اعمال کردند و گلوبی شدن موضعی را در شکل‌دهی ورق‌های فلزی، پیش‌بینی کردند. در این مقاله، تنش برشی ضخامت به صورت تحلیلی در فضای تنش در معادلات وارد شده و نمودارهای حد کرنش شکل‌دهی استخراج شده است. همچنین در مواردی مانند آزمایش ناکازیم، تنش برشی ضخامت نیز در ورق ایجاد می‌شود که در مدل‌های پیشین از آن صرف نظر شده است. در این پژوهش محدوده‌ای برای صرف نظر کردن از تنش برشی ضخامت در تحلیل ارائه شده است و آزمون ناکازیم به عنوان مطالعه موردی، جهت بررسی انتخاب شد.

## 2- مدل اولیه مارشینیاک-کوزینسکی

مارشینیاک و کوزینسکی در روش خود فرض کردند که یک ناهمگنی آغازین در ورق به شکل کاهش اندک ضخامت وجود دارد که ورق را به دو ناحیه ماتریس (a) و شیار (b) تقسیم می‌کند (شکل 1)؛ به طوری که با اعمال کرنش، ناهمگنی موجود به صورت تدریجی تا رسیدن به گلوبی گسترش می‌یابد. این ناهمگنی برای ایجاد گلوبی در ورق معرفی شده است. مشخصات ماده که در تحلیل الگوریتم لازم است می‌تواند شامل،  $n$  توان کارسختی،  $k$  ضریب استحکام ماده،  $f_0$ ؛ ضریب ناهمگنی (غیریکنواختی) اولیه،  $\alpha_{XY}$  نسبت تنش‌های درون صفحه‌ای<sup>1</sup> در منطقه سالم و  $r$  ضریب ناهمسانگردی نرمال باشند. مقادیر تنش و کرنش در منطقه سالم به راحتی قابل محاسبه می‌باشند، زیرا فرض می‌شود که در این منطقه تنش و یا کرنش برشی در جهت نورد (1) و همچنین جهت عرضی (2) وجود ندارد و تمامی اجزای تنش و کرنش در این جهات، مقادیر اصلی هستند (شکل 1). با تشکیل ماتریس تنش در جهات اصلی (محور نورد (1)، محور عرضی (2) و جهت نرمال (3)) مؤلفه‌های آن در جهت شیار با استفاده از ماتریس دوران به دست می‌آید.

$$[\sigma]_{ntz} = T^T [\sigma]_{123} T \quad (1)$$

با استفاده از قوانین سیلان (لوی میزز) می‌توان مقادیر جزء کرنش را به دست آورد:

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

که در آن  $d\lambda$  ضریب ثابت لحظه‌ای هست و به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$d\lambda = d\bar{\varepsilon} \quad (3)$$

همچنین مقدار جزء کرنش در جهت 3 را می‌توان از تراکم ناپذیری به دست آورد.

$$d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2 \quad (4)$$

عددی برآورد کند و با کرنش‌های مجاز مقایسه کند و زمان گسیختگی ورق را پیش‌بینی نماید.

از آنجایی که پیش‌بینی گلوبی شدن یکی از پارامترهای مهم در شکل دهی فلزات است، محققان زیادی در این زمینه تحقیق کرده‌اند که نتیجه آنها ارائه مدل‌های مختلفی جهت پیش‌بینی حد گلوبی شدن از قبیل مدل مارشینیاک-کوزینسکی [1] و مدل دوشاخه‌ای [2] است.

در مدل مارشینیاک-کوزینسکی [1]، فرض بر این است که کرنش موضعی در محلی از ورق که دارای ناهمگنی هندسی (شیار) است، اتفاق می‌افتد. راستای شیار در جهت کرنش کوچکتر است. ورق تحت بارگذاری تناسبی و حالت تنش به صورت صفحه‌ای است. با این فرضیات، فقط سمت راست منحنی حد شکل‌دهی تعیین می‌شود. هاجینسون و نیل [3] مدل مارشینیاک-کوزینسکی را با دوران دادن جهت شیار بهبود بخشیدند و کمترین مقدار کرنش را به عنوان کرنش‌های حدی گزارش کردند. همچنین آنها با در نظر گرفتن مسیر کرنش منفی، سمت چپ نمودار حد شکل‌دهی را نیز بدست آوردند.

در روش مارشینیاک-کوزینسکی، تاکنون تحقیقات بسیار در مورد عوامل مختلف مؤثر بر نتایج منحنی‌های حد شکل‌دهی صورت پذیرفته است. روش‌های مختلف به دست آوردن این منحنی‌ها و همچنین عوامل مختلف مؤثر بر آن‌ها، از قبیل ناهمسانگردی، نمای حساسیت به کرنش و معیارهای تسلیم مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. اما اشکالی که به اکثر کارهای انجام شده قبلی وارد است، حالت تنشی است که در تحصیل این نمودارها در نظر گرفته شده است. نمودار حد شکل‌دهی در فضای کرنش بسیار به مسیر کرنش وابسته است. از طرف دیگر، زمانی که بارگذاری متناسب نباشد؛ نمودار بدست آمده از روش مارشینیاک-کوزینسکی به اندازه کافی دقیق نیست. آریوکس و بویون [4] نمودار حد تنش شکل‌دهی را ارائه نمودند. نتایج آزمایشگاهی و تئوری حاکی از این است که این نمودار نسبت به نمودار حد کرنش شکل‌دهی، بسیار کمتر حساس به مسیر کرنش است [4-6].

لیان و همکاران [7] ناهمسانگردی ماده را در مدل مارشینیاک-کوزینسکی گنجانده و تاثیر تابع تسلیم بر پیش‌بینی حد شکل‌دهی را بررسی کردند.

جهت بهبود دقت پیش‌بینی کرنش‌های حد شکل‌دهی، یاو و کاو [8] مدل مارشینیاک-کوزینسکی را با یک معیار تسلیم ناهمسانگرد کلی که توسط کارافیلیس و بوییس [9] توسعه داده شده است، ترکیب کردند. گنجیانی و عاصم‌پور [10] نمودار حد شکل دهی را بر اساس مدل مارشینیاک-کوزینسکی با استفاده از توابع تسلیم هاسفورد و بی بی سی 2000 بدست آوردند. آنها از معادله انرژی به عنوان معادله چهارم در یافتن پارامترهای مجهول شیار استفاده کردند. تاثیر پارامترهای دیگر نظیر خواص ماده، خواص ناهمسانگرد، حساسیت به نرخ کرنش، اندازه دانه و غیره نیز بر پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار گرفته است [11-15].

اسمیت و همکاران [16] مدلی جهت پیش‌بینی شکل‌پذیری ورق‌های فلزی با در نظر گرفتن تنش نرمال ضخامت ارائه کردند. آنها مدل نگاشت تنش صفحه‌ای استوگن [17] را جهت اعمال تنش نرمال تعمیم دادند. نمودار حد شکل‌دهی بر پایه تنش صفحه‌ای جهت بدست آوردن نموداری با در نظر گرفتن تنش نرمال استفاده شد. در این تحقیق، حساسیت به نرخ کرنش مورد بررسی قرار نگرفته است.

همان طور که قبلاً عنوان شد، در ناحیه شیار چهار مجهول محاسبه تنش و کرنش در منطقه شیار به سادگی منطقه سالم نیست. مجهول های این منطقه، مقادیر تنش و جزء کرنش ها هستند. مقادیر تنش شامل  $\sigma_{nn}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{nt}^b$  و جزء کرنش ها  $d\varepsilon_{nn}^b, d\varepsilon_{tt}^b, d\varepsilon_{nt}^b$  می باشند که در آن ها اندیس پایین نشانه جهت متغیر و اندیس بالا نشانه منطقه شیاردار است.

از آنجاکه با استفاده از قوانین سیلان (لوی میزز) مقادیر جزء کرنش تابعی از  $d\varepsilon^b$  و  $\sigma_{nn}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{nt}^b$  می باشند، پس مجهول های این منطقه به  $d\varepsilon^b$  و  $\sigma_{nn}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{nt}^b$  کاهش می یابد. برای محاسبه ی این مجهول ها، نیاز به یک سری معادلات کمکی است که به شرح زیر به دست می آیند. یکی از شرایطی که بین دو منطقه شیاردار و سالم وجود دارد، سازگاری کرنش ها است. با وجود این شرط، کرنش های هر دو منطقه در جهت مماس بر شیار ( $t$ ) باهم برابرند.

از آنجاکه با استفاده از قوانین سیلان (لوی میزز) مقادیر جزء کرنش تابعی از  $d\varepsilon^b$  و  $\sigma_{nn}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{nt}^b$  می باشند، پس مجهول های این منطقه به  $d\varepsilon^b$  و  $\sigma_{nn}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{nt}^b$  کاهش می یابد. برای محاسبه ی این مجهول ها، نیاز به یک سری معادلات کمکی است که به شرح زیر به دست می آیند. یکی از شرایطی که بین دو منطقه شیاردار و سالم وجود دارد، سازگاری کرنش ها است. با وجود این شرط، کرنش های هر دو منطقه در جهت مماس بر شیار ( $t$ ) باهم برابرند.

$$d\varepsilon_{tt}^a = d\varepsilon_{tt}^b \quad (5)$$

معادلات تعادل نیروها در جهت شیار به صورت زیر می باشند:

$$F_{nn}^a = F_{nn}^b \quad (6)$$

$$F_{nt}^a = F_{nt}^b \quad (7)$$

که در آن اندیس  $n$  و  $t$  به ترتیب بیانگر جهت عمود و مماسی شیار می باشند و  $F$  نیرو در واحد عرض در جهت  $t$  است. هر یک از طرفین معادلات تعادل نیروها (6-7) را می توان بر حسب تنش و کرنش چنین نوشت:

$$F_{nn}^a = \sigma_{nn}^a \exp(\varepsilon_{zz}^a) t_0^a \quad (8)$$

$$F_{nn}^b = \sigma_{nn}^b \exp(\varepsilon_{zz}^b) t_0^b \quad (9)$$

$$F_{nt}^a = \sigma_{nt}^a \exp(\varepsilon_{zz}^a) t_0^a \quad (10)$$

$$F_{nt}^b = \sigma_{nt}^b \exp(\varepsilon_{zz}^b) t_0^b \quad (11)$$

برای ساده تر شدن روابط فوق، از ضریب غیریکنواختی<sup>1</sup> که به صورت نسبت ضخامت ورق در ناحیه شیاردار به ضخامت آن در ناحیه سالم تعریف می شود  $f = t^b/t^a$  استفاده می گردد. اگر این ضریب بر حسب کرنش ها نوشته شود، معادله 12 بدست خواهد آمد:

$$f = f_0 \exp(\varepsilon_{zz}^b - \varepsilon_{zz}^a) \quad (12)$$

که در آن  $f_0$  ضریب غیریکنواختی اولیه ورق هست. با استفاده از این ضریب، معادلات تعادل نیرو به صورت زیر ساده می شوند:

$$f \frac{\sigma_{nn}^b}{\sigma_{nn}^a} = 1 \quad (13)$$

$$(d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b) - d\varepsilon^b \bar{\sigma}_Y = 0 \quad (15)$$

که در آن  $\bar{\sigma}_Y$  تنش مؤثر ناشی از قانون کارسختی را به دست می دهد که معمولاً تابعی از کرنش مؤثر پلاستیک  $\bar{\varepsilon}$  هست.

باید به این نکته اشاره شود که این معادله، متفاوت با معادله انرژی استفاده شده در استخراج منحنی های حد شکل دهی با فرض برقراری حالت تنش صفحه ای هست. برای محاسبه مجهولات ناحیه شیاردار، روش عددی نیوتن-رافسون استفاده شده است. برای این کار، توابع چنین انتخاب شده است:

$$F_1 = \frac{(d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b)}{d\varepsilon^b \bar{\sigma}_Y} - 1 = 0 \quad (16)$$

$$F_2 = \frac{d\varepsilon_{tt}^b}{d\varepsilon_{tt}^a} - 1 = 0 \quad (17)$$

$$F_3 = f \frac{\sigma_{nn}^b}{\sigma_{nn}^a} - 1 = 0 \quad (18)$$

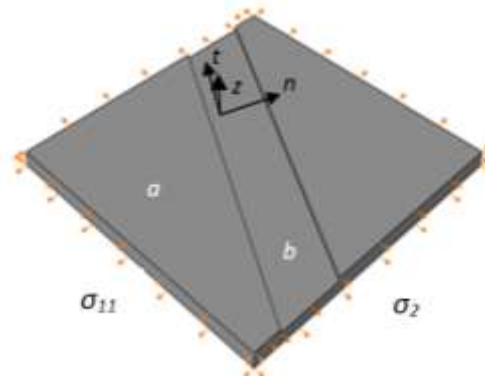
$$F_4 = f \frac{\sigma_{nt}^b}{\sigma_{nt}^a} - 1 = 0 \quad (19)$$

مزیت استفاده از چنین توابعی بی بعد بودن آن ها است. این تئوری نمی تواند گلویی یک ورق بدون عیب و ناهمگنی را تعیین نماید که یک نقص به حساب می آید. اما از جمله نقاط قوت آن می توان به انعطاف پذیری آن در به کارگیری توابع تسلیم گوناگون و همچنین توابع سخت شوندگی متفاوت، متناسب با نوع ماده اشاره نمود. یکی دیگر از نقاط ضعف مدل آغازین مارشینیاک-کوزینسکی، فرض بارگذاری تناسبی است. نمودار حد شکل دهی پیش بینی شده با کمک این مدل در فضای کرنش، به تغییرات مسیر کرنش حساس هست. فرض تنش صفحه ای در تعیین کرنش های حدی، یکی دیگر از نقاط ضعف مدل آغازین مارشینیاک-کوزینسکی است. امروزه با توجه به گسترش استفاده از روش هایی مانند هیدروفرومینگ در صنایع گوناگون که مقدار تنش نرمال در آن ها بالا هست، به کارگیری این فرض در هر فرآیندی درست نیست. از این رو، به تازگی اثر این پارامتر در استخراج حدود شکل دهی مورد توجه قرار گرفته است.

### 3- اعمال تنش برشی در معادلات

زمانی که تنش های برشی ضخامت وجود داشته باشند، پهنای شیار بایستی مورد بررسی قرار گیرد. اگر پهنای شیار نسبت به ضخامت ورق بسیار کوچک باشد چرخش مرز ناحیه بین  $a$  و  $b$  بایستی به وسیله دستگاه مختصاتی توصیف شود که هم نسبت به محور نرمال بر صفحه و هم نسبت به یک محور در داخل صفحه می چرخد.

اگر نسبت پهنای شیار به ضخامت ورق، بزرگ باشد چرخش مرز بین دو ناحیه را می توان نادیده گرفت. طبق اصل سنت ونانت، اگر پهنای شیار تقریباً دو برابر ضخامت ورق باشد می توان تنش در ناحیه  $b$  را با یک تانسور ثابت تقریب زد. همچنین فرض می شود که تنش برشی بین ضخامت در هر دو ناحیه سالم و شیار یکنواخت است. اگر رفتار ماده ناهمسانگرد باشد، منحنی حد شکل دهی وابسته به زاویه بین راستای تنش اصلی و محورهای



شکل 1 نمای مدل مارشینیاک-کوزینسکی

$$f \frac{\sigma_{nt}^b}{\sigma_{nt}^a} = 1 \quad (14)$$

1- Imperfection factor

حال آنکه مدل های پیش‌بینی حد شکل پذیری، مانند مدل مارشینیاک-کوزینسکی از در نظر گرفتن این مؤلفه ماتریس تنش، صرف نظر می‌کند. در این مقاله، محدوده تاثیر گذاری این مؤلفه بررسی شده است. با استفاده از مدل بهبود یافته مارشینیاک-کوزینسکی این محدوده بررسی شد. ابتدا مقادیر مختلفی از تنش برشی ضخامتی در این مدل وارد شد. سپس این محدوده با استفاده از نسبت تنش برشی ضخامتی به تنش در راستای 1  $(\alpha_{xz})$  نیز بیان شد.

#### 6- مطالعه موردی

آزمون استاندارد ناکازیما [20] یکی از پرکاربردترین آزمون‌ها جهت تعیین نمودار حد شکل‌دهی ورق‌ها و همچنین مورد استفاده جهت اعتبارسنجی

ارتوتروپیک و همچنین وابسته به چرخش این محورها در طی فرایند تغییر شکل و در هر دو ناحیه می‌باشند. در این مقاله، از معیار تسلیم وون میز استفاده شده و از ناهمسانگردی ورق صرف نظر شده است. تانسور تنش در ناحیه سالم با فرض وجود تنش برشی ضخامتی به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma^a = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sigma_{xx} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha_{xz} \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ \alpha_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

که  $\alpha_{xz} = \alpha_{zx}$  است. با توجه به مؤلفه های تنش در منطقه سالم،

تانسور تنش در دستگاه متصل به شیار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$[\sigma]_{mtz} = T^T [\sigma]_{123} T \quad (21)$$

محاسبات کرنش در منطقه سالم نیز مانند مدل اولیه، با استفاده از روابط سیلان، انجام می‌شود با این تفاوت که در این شرایط، کرنش برشی  $d\epsilon_{xz}^a$  نیز وارد می‌شود

$$d\epsilon_{xz}^a = 12 \times \tau_{xz} \quad (22)$$

همچنین با استفاده از ماتریس دوران، کرنش‌های منطقه سالم در دستگاه متصل به شیار به دست می‌آید. در منطقه شیار 11 پارامتر مجهول وجود دارد که با استفاده از قانون شارش پارامترهای مجهول به 5 عدد کاهش می‌یابند که عبارت‌اند از:

$$X = [\sigma_{nn}^b \sigma_{tt}^b \sigma_{nt}^b \sigma_{nz}^b d\epsilon^b] \quad (23)$$

معادلات کمکی برای به دست آوردن مجهولات مانند مدل اولیه می‌باشد

به جز معادله انرژی که عبارت  $d\epsilon_{nz}^b \sigma_{nz}^b$  در آن گنجانده شده است.

$$F_1 = \frac{(d\epsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\epsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + d\epsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b + d\epsilon_{nz}^b \sigma_{nz}^b)}{d\bar{\epsilon}^b \bar{\sigma}_y} - 1 = 0 \quad (24)$$

الگوریتم حل معادلات و به دست آوردن منحنی حد شکل‌دهی در شکل 2 آورده شده است. برای حل معادلات از روش نیوتن-رافسون استفاده شده است.

#### 4- مدل ماده

برای ماده ماتریس و شیار تابع تسلیم وون میزز مورد استفاده قرار گرفته است. ورق با جنس فولاد 1010 مورد بررسی قرار گرفته است. ترکیب شیمیایی ورق با استفاده از آنالیز شیمیایی تعیین و در جدول 1 آورده شده است. خواص مکانیکی و پارامترهای شکل‌دهی این فولاد در جدول 2 نشان داده شده است. پارامترهایی خواص مکانیکی مانند توان و ضریب کار سختی و ضرایب ناهمسانگردی با استفاده از آزمون استاندارد ASTM-E8 با سرعت 2 میلی‌متر بر دقیقه تعیین می‌شود. جهت مدل کردن رابطه تنش-کرنش واقعی در منطقه پلاستیک از قانون کار سختی هولومون که مطابق رابطه 25 می‌باشد، استفاده شده است.

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})^n \quad (25)$$

برای کالیبراسیون از آزمون کشش انجام شده در آزمایشگاه استفاده شده است. یک نمونه آزمون کشش آماده و سطح آن شبکه‌بندی و این نمونه تحت آزمایش کشش قرار می‌گیرد. سپس به محض آنکه در نمونه گلوئی موضعی مشاهده شد آزمایش را متوقف و کرنش‌های اصلی و فرعی اطراف منطقه گلوئی موضعی خوانده می‌شود. نتایج آزمون کشش در جدول 3 آمده است.

#### 5- تعیین محدوده اثر گذاری تنش برشی ضخامتی

تنش برشی ضخامتی در اکثر فرایندهای شکل‌دهی در ورق بوجود می‌آید.

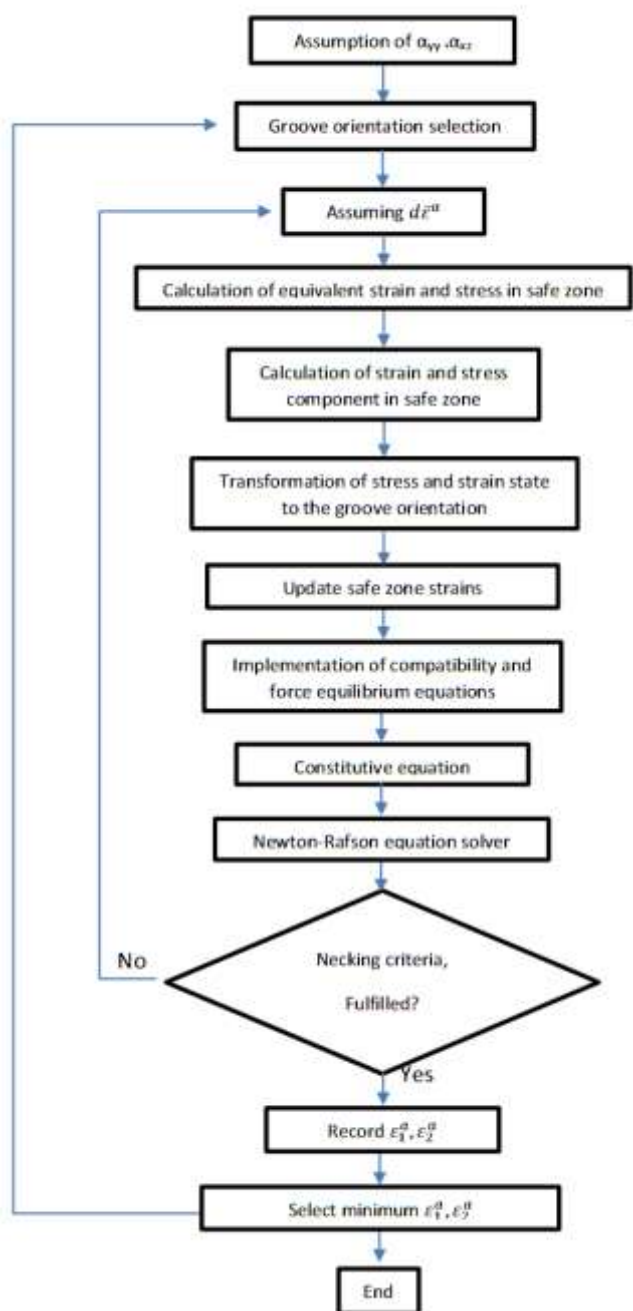


Fig. 2 Algorithm of FLD computation

شکل 2 الگوریتم محاسبه نمودار حد شکل دهی

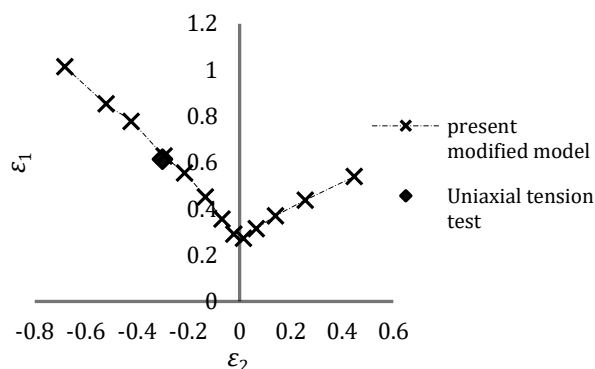


Fig. 4 FLD obtain from theoretical model calibrated with tension test results

شکل 4 نمودار حد شکل دهی بدست آمده از حل تحلیلی و کالیبره شده با آزمون کشش

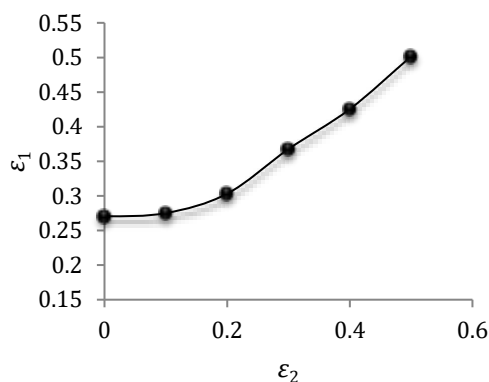


Fig. 5 Diagram of FLD0 vs.  $\alpha_{xz}$

شکل 5 نمودار FLD<sub>0</sub> برحسب  $\alpha_{xz}$

انجام گرفت که مقدار ضریب ناهمگنی اولیه برابر 0.986 به دست آمد. با مقدار تعیین شده برای ضریب ناهمگنی، تأثیر وجود تنش برشی ضخامتی بررسی شد. شکل 5، FLD<sub>0</sub> را در نسبت های مختلف تنش برشی ضخامتی نشان می دهد.

با توجه به شکل 5 می توان محدوده تأثیر گذاری تنش برشی ضخامتی را با توجه به تغییر نقطه کرنش صفحه ای، تعیین کرد. در صورتی که نسبت تنش برشی ضخامتی به تنش در راستای 1 بیشتر از 0.10 نباشد؛ می توان از این مؤلفه تانسور تنش صرف نظر کرد.

## 7-2- شبیه سازی

با توجه به شبیه سازی انجام گرفته، متوسط میزان تنش برشی ضخامتی در نمونه های مختلف آزمون ناکازیما در محل گلوبی شدن نمونه، در جدول 4 گزارش شده است. جهت یافتن زمان و محل گلوبی شدن نمونه، از کانتور کرنش پلاستیک مؤثر استفاده شده است. به این صورت که با بررسی این کانتور در زمان انجام فرآیند شبیه سازی، زمانی که میزان نرخ تغییرات کرنش مؤثر یک ناحیه از المان ها نسبت به المان های مجاور آن تقریباً 7 برابر شد، آن المان ها به عنوان منطقه گلوبی شدن در نظر گرفته می شوند و زمان و ناحیه گلوبی شدن بدست می آید [21]. شکل های 5 تا 11 کانتور کرنش پلاستیک و تنش برشی ضخامتی در جهت  $xz$  را نشان می دهند. با استفاده از این مقادیر در حل تحلیلی، نمودار شکل 12 بدست می آید.

جدول 1 خواص شیمیایی ورق

Table 1 Sheet chemical properties

Fe	C	Si	Mn	P	S
پایه	0.0441	0.0054	0.195	0.0045	0.0023
Ni	Mo	Al	Co	Cu	Nb
0.028	0.0001	0.0484	0.005	0.0117	0.0001
V	W	Pb	Sn	As	Zr
0.002	0.006	0.0037	0.003	0.0004	0.0006
Sb	Ta	B	Zn	Cr	Ti
<0.00050	<0.0010	0.0013	0.0031	0.0047	0.0006

جدول 2 خواص مکانیکی

Table 2 Mechanical properties

$r_{90}$	$r_{45}$	$r_0$	توان کار سختی	ضریب استحکام (MPa)	استحکام تسلیم (MPa)	مدول یانگ (GPa)
2.45	1.13	2.68	0.305	601	188	201

جدول 3 نتایج حاصل از آزمون کشش

Table 3 Tension test results

کرنش فرعی	کرنش اصلی
-0.301	0.615

مدل های ارائه شده مختلف، با فرض شرایط تنش صفحه ای، است. جهت بدست آوردن تخمینی از مقدار تنش برشی ایجاد شده در آزمون استاندارد ناکازیما از شبیه سازی در نرم افزار آباکوس استفاده شده است. در این شبیه سازی ورق به صورت شکل پذیر و با استفاده از المان سه بعدی پیوسته C3D8R جهت محاسبه تنش برشی ضخامتی ایجاد شده، مدل سازی شد. قالب، ورق گیر و سنبه هم به صورت جسم صلب در نظر گرفته شده است. همچنین المان های ورق با اندازه 0.002 مش بندی شده اند. شکل 2 مدل را نشان می دهد. انتخاب اندازه و نوع المان تأثیر قابل توجهی بر جواب های مسأله دارد که بایستی با روش سعی و خطا المان مناسب برای شبیه سازی مشخص شود. با کوچک کردن اندازه مش و مقایسه ی جواب های بدست آمده، در شرایطی که جواب ها تغییر قابل توجهی نکنند، اندازه مناسب مش بدست می آید.

## 7- نتایج

### 7-1- حل تحلیلی

با حل تحلیلی معادلات مدل بهبود یافته مارشینیاک-کوزینسکی، با استفاده از نرم افزار متلب، نمودار حد شکل دهی مربوط به فولاد مورد بررسی به دست آورده شد. شکل 4 منحنی حد شکل دهی، در حالتی که تنش برشی ضخامتی برابر صفر است؛ را نشان می دهد. با استفاده از آزمون کشش کالیبراسیون

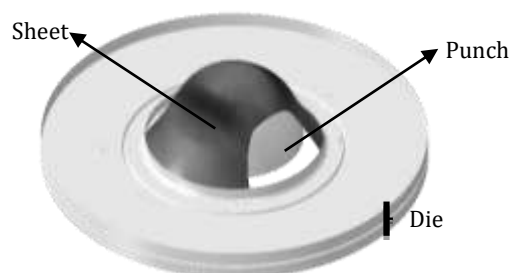


Fig. 3 Plain strain sample of simulated Nakazima test

شکل 3 نمونه کرنش صفحه ای آزمون ناکازیما شبیه سازی شده

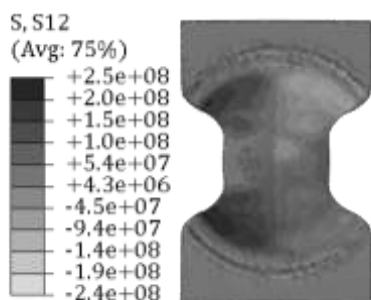


Fig. 9 Through thickness shear stress contour of plain strain sample (MPa)

شکل 9 کانتور تنش برشی ضخامتی نمونه کرنش صفحه‌ای (MPa)

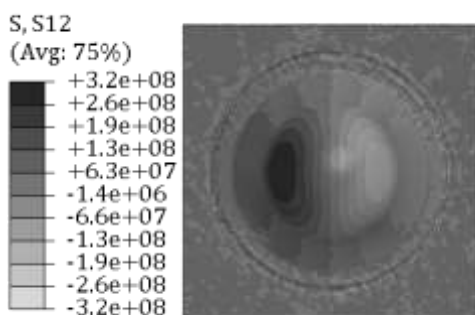


Fig. 10 Through thickness shear stress contour of biaxial stretching sample (MPa)

شکل 10 کانتور تنش برشی ضخامتی نمونه کشش دوماحوره (MPa)

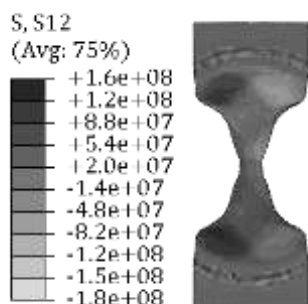


Fig. 11 Through thickness shear stress contour of uniaxial tension sample (MPa)

شکل 11 کانتور تنش برشی ضخامتی نمونه کشش تک محوره (MPa)

### 8- نتیجه‌گیری

با توجه به نمودار شکل 13 همان‌طور که مشاهده می‌شود، منحنی بدست آمده با در نظر گرفتن مقدار تنش برشی ضخامتی ایجاد شده در آزمون ناکازیمبا، از تطابق دقیقی در سمت چپ و حالت کرنش صفحه‌ای با نتایج تجربی برخوردار است، حال آن‌که، در سمت راست مدل ارائه شده، نتایج محتاطانه‌ای را نسبت به نتایج تجربی نشان می‌دهد. حال آن‌که، مدل معمول مارشینیاک-کوزینسکی از تطابق ضعیف‌تری با نتایج تجربی نسبت به مدل ارائه شده برخوردار است. همان‌طور که در شکل‌های 5-10 مشاهده می‌شود، شکست ورق در منطقه‌ای ایجاد می‌شود که تنش برشی ضخامتی آن منطقه بسیار کمتر از تنش تسلیم ورق می‌باشد؛ که دلیلی بر این است که تنش برشی ضخامتی باعث افزایش شکل پذیری می‌شود. با توجه به بررسی‌های

جدول 4 متوسط تنش برشی در نمونه‌ها

Table 4 Through thickness stress mean of samples

نمونه	کشش دوماحوره	کرنش صفحه‌ای	کشش تک‌محوره
متوسط تنش برشی (MPa)	52.1	45.3	40.3

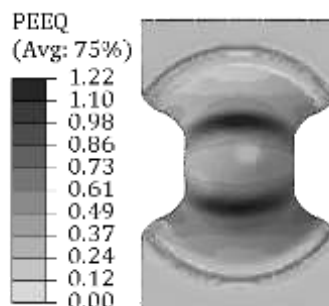


Fig. 6 Effective plastic strain contour of plain strain sample

شکل 6 کانتور کرنش پلاستیک مؤثر نمونه کرنش صفحه‌ای

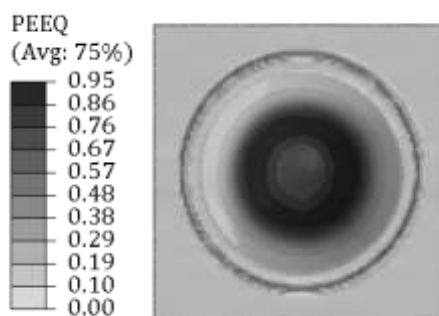


Fig. 7 Effective plastic strain contour of biaxial stretching sample

شکل 7 کانتور کرنش پلاستیک مؤثر نمونه کشش دوماحوره

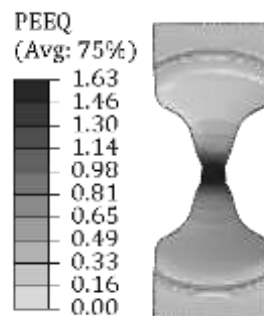


Fig. 8 Effective plastic strain contour of uniaxial tension sample

شکل 8 کانتور کرنش پلاستیک مؤثر نمونه کشش تک محوره

جهت مقایسه نتایج بدست آمده از حل تحلیلی به کمک شبیه‌سازی از نتایج ارائه شده توسط حاجیان و عاصم‌پور [22] استفاده شده است. نوع ورقی که در این مرجع مورد استفاده قرار گرفته است، دقیقاً با ورق مورد استفاده در این پژوهش یکسان است. نمودار تجربی ارائه شده در مرجع [22]، نمودار حد شکل‌دهی مدل مارشینیاک-کوزینسکی و نمودار حد شکل‌دهی حاصل از استفاده مقادیر تنش برشی ضخامتی اندازه‌گیری شده با استفاده از شبیه‌سازی در مدل تحلیلی ارائه شده در این پژوهش، در شکل 13 نشان داده شده است.

- Journal of Plasticity*, Vol. 20, No. 10, pp. 1909-1930, 2004.
- [3] J. Hutchinson, K. Neale, *Sheet necking-II. Time-independent behavior*, in: *Mechanics of sheet metal forming*, pp. 127-153; Springer, 1978.
- [4] R. Arrieux, M. Boivin, Theoretical determination of the forming limit stress curve for isotropic sheet materials, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 38, No. 1, pp. 261-264, 1989.
- [5] A. Assempour, R. Hashemi, K. Abrinia, M. Ganjani, E. Masoumi, A methodology for prediction of forming limit stress diagrams considering the strain path effect, *Computational Materials Science*, Vol. 45, No. 2, pp. 195-204, 2009.
- [6] R. Hashemi, A. Assempour, E. M. K. Abad, Implementation of the forming limit stress diagram to obtain suitable load path in tube hydroforming considering M-K model, *Materials & Design*, Vol. 30, No. 9, pp. 3545-3553, 2009.
- [7] J. Lian, F. Barlat, B. Baudelet, Plastic behaviour and stretchability of sheet metals. Part II: Effect of yield surface shape on sheet forming limit, *International journal of plasticity*, Vol. 5, No. 2, pp. 131-147, 1989.
- [8] H. Yao, J. Cao, Prediction of forming limit curves using an anisotropic yield function with prestrain induced backstress, *International journal of plasticity*, Vol. 18, No. 8, pp. 1013-1038, 2002.
- [9] A. Karafillis, M. Boyce, A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 41, No. 12, pp. 1859-1886, 1993.
- [10] M. Ganjani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of materials processing technology*, Vol. 182, No. 1, pp. 598-607, 2007.
- [11] A. Safikhani, R. Hashemi, A. Assempour, The strain gradient approach for determination of forming limit stress and strain diagrams, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 222, No. 4, pp. 467-483, 2008.
- [12] A. Safikhani, R. Hashemi, A. Assempour, Some numerical aspects of necking solution in prediction of sheet metal forming limits by strain gradient plasticity, *Materials & Design*, Vol. 30, No. 3, pp. 727-740, 2009.
- [13] A. F. Ávila, E. L. Vieira, Proposing a better forming limit diagram prediction: a comparative study, *Journal of materials processing technology*, Vol. 141, No. 1, pp. 101-108, 2003.
- [14] A. Assempour, M. Nurcheshmeh, *The influence of material properties on the shape and level of the forming limit diagram*, 0148-7191, SAE Technical Paper, pp. 2003.
- [15] S. Ahmadi, A. Eivani, A. Akbarzadeh, An experimental and theoretical study on the prediction of forming limit diagrams using new BBC yield criteria and M-K analysis, *Computational Materials Science*, Vol. 44, No. 4, pp. 1272-1280, 2009.
- [16] L. Smith, R. Averill, J. Lucas, T. Stoughton, P. Matin, Influence of transverse normal stress on sheet metal formability, *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, No. 10, pp. 1567-1583, 2003.
- [17] T. B. Stoughton, A general forming limit criterion for sheet metal forming, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 42, No. 1, pp. 1-27, 2000.
- [18] J. M. Allwood, D. R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, *International Journal of Plasticity*, Vol. 25, No. 7, pp. 1207-1230, 2009.
- [19] P. Eyckens, Albert Van Bael, and Paul Van Houtte, "Marciniak-Kuczynski type modelling of the effect of through-thickness shear on the forming limits of sheet metal.", *International Journal of Plasticity*, pp. 2249-2268, 2009.
- [20] C. Henard, C. Bouffloux, P. Eyckens, H. Sol, J. Dufloy, P. Van Houtte, A. Van Bael, L. Duchêne, A. Habraken, Forming forces in single point incremental forming: prediction by finite element simulations, validation and sensitivity, *Computational mechanics*, Vol. 47, No. 5, pp. 573-590, 2011.
- [21] R. Hashemi, H. Mamusi, A. Masoumi, A simulation-based approach to the determination of forming limit diagrams, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 0954405414522448, 2014.
- [22] M. Hajian, A. Assempour, Experimental and numerical determination of forming limit diagram for 1010 steel sheet: a crystal plasticity approach, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 76, No. 9-12, pp. 1757-1767, 2015.

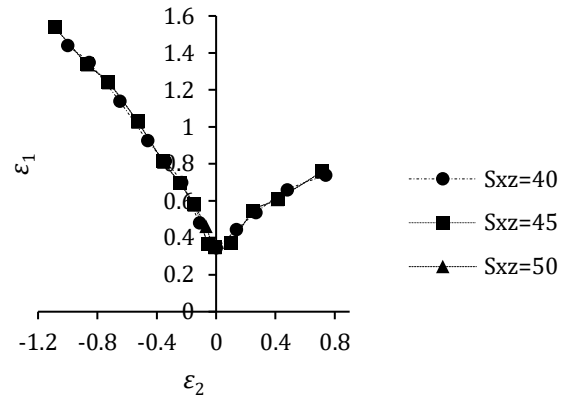


Fig. 12 FLDs with 3 different through thickness stress values (MPa)  
شکل 12 نمودار حد شکل دهی با 3 مقدار تنش برشی ضخامتی مختلف (MPa)

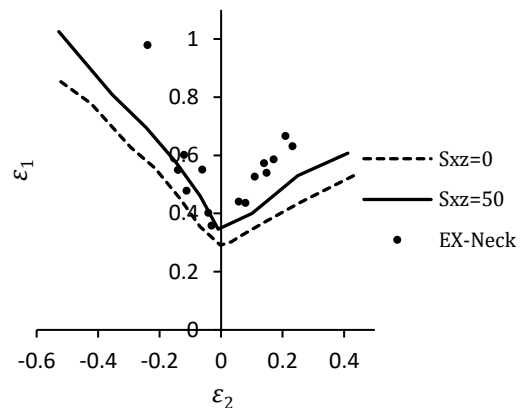


Fig. 13. Compression of three different FLDs obtained from experimental results, conventional M-K model and present model

شکل 13 مقایسه سه نمودار حاصل از آزمایش تجربی، مدل معمول مارشینیاک-کوزینسکی و مدل ارائه شده در این پژوهش

انجام شده در این مقاله، بخصوص شکل 5، این نتیجه حاصل می شود که لزومی به در نظر گرفتن تنش برشی ضخامتی در فرآیندهایی که این تنش در آن ها، بیشتر از 10 درصد تنش تسلیم نباشد، نیست.

## 9- مراجع

- [1] Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *International journal of mechanical sciences*, Vol. 9, No. 9, pp. 609-620, 1967.
- [2] K. Hashiguchi, A. Protasov, Localized necking analysis by the subloading surface model with tangential-strain rate and anisotropy, *International*