



## بررسی تئوری اثر حفره‌زایی داخلی بر حد شکل‌دهی فولاد IF با استفاده از مدل M-K و تابع پتانسیل پلاستیک گارسون

میرعماد حسینی<sup>1</sup>، سید جمال حسینی‌پور<sup>2\*</sup>، محمد بخشی جوئیباری<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

\* بابل، صندوق پستی 484، j.hosseini@nit.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 03 تیر 1396

پذیرش: 23 مهر 1396

ارائه در سایت: 06 آذر 1396

کلید واژگان:

نمودار حد شکل‌دهی

مدل مارسینیاک-کوزینیسکی

تابع پتانسیل پلاستیک گارسون

ورق فولاد IF

مدل استوول

### چکیده

شکل‌پذیری ورق‌های فلزی می‌تواند به وسیله دو عامل گلوبی شدن موضعی و حفره‌زایی داخلی محدود شود. از یک طرف جوانه‌زنی و رشد حفره‌ها در حین تغییر شکل پلاستیک می‌تواند منجر به افزایش ناهمگنی ورق فلزی شده و روند گلوبی شدن موضعی را سرعت بخشد. از طرف دیگر گلوبی شدن موضعی در فواصل بین حفره‌ها می‌تواند منجر به تسریع در به هم پیوست و انعقاد حفره‌های داخلی شود. در این شرایط باید تأثیر تنش هیدرواستاتیک و کسر حجمی حفره در تغییر شکل پلاستیک لحاظ گردد. در این مقاله یک مدل تحلیلی براساس مدل مارسینیاک-کوزینیسکی (M-K) و استفاده از تابع پتانسیل پلاستیک گارسون جهت اعمال اثر حفره‌های داخلی بر گلوبی شدن موضعی توسعه یافته است. روند افزایش کسر حجمی حفره در حین تغییر شکل پلاستیک با استفاده از مدل استوول در نظر گرفته شد، همچنین اثر حفره‌های داخلی در ناهمگنی هندسی و اصل ثابت حجم پلاستیک اعمال گردید. جهت حل دستگاه معادلات از روش حل ارتقا یافته نیوتون-رافسون به کمک نرم‌افزار متلب استفاده گردید. با استفاده از مدل حاصل (MK-Gurson) نمودار حد شکل‌دهی (FLD) فولاد IF پیش‌بینی شده و با نتایج سایر پژوهشگران مقایسه گردید. نتایج حاصل نشان می‌دهد که مدل تحلیلی توسعه یافته منحنی حد شکل‌دهی را بهتر و دقیق‌تر پیش‌بینی می‌نماید. سپس اثر توان کرنش-سختی، ضرایب ناهمسانگردی، ضریب ناهمگنی هندسی، کسر حجمی حفره و نرخ افزایش کسر حجمی حفره بر منحنی حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار گرفته است.

## Theoretical Investigation of Internal Cavitation on the FLD of IF Steel Using M-K Model and Gurson Plastic Potential Function

Mir Emad Hosseini<sup>1</sup>, Seyed Jamal Hosseinipour<sup>2\*</sup>, Mohammad Bakhshi Jooybari<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran.

\* P.O.B. 484, Babol, Iran, j.hosseini@nit.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 24 June 2017

Accepted 15 October 2017

Available Online 27 November 2017

### Keywords:

Forming Limit Diagram

Marciniak-Kuczynski Model

Gurson Plastic Potential Function

IF Steel Sheet Metal

Stowell Model

### ABSTRACT

The sheet metals formability can be restricted by localized necking and internal cavitation. On the one hand, nucleation and growth of cavities during plastic deformation can increase the inhomogeneity of sheet metal and accelerate the localized necking. On the other hand, localized necking at the intervals between the cavities can lead to accelerate joining and coalescence of the internal cavities. In this paper an analytical model based on Marciniak-Kuczynski (M-K) model and Gurson plastic potential function in order to exert the internal voids effect on localization necking has been developed. Stowell's model was used to illustrate void growth behavior during plastic deformation. In order to examine the effect of the voids on localized necking, the void volume fraction was considered in the imperfection factor and the plastic volume constancy principle. The nonlinear system of equations was solved under the procedure of modified Newton-Raphson method using MATLAB software. This new analytical method (MK-Gurson) was used to predict the forming limit diagram (FLD) of IF steel alloy sheets and the results were compared with those of other researchers. The results showed that the MK-Gurson method predicted the FLD with better agreement comparing with experimental results. Thereafter, the effects of strain hardening exponent, anisotropy coefficients, geometrical imperfection factor, the void volume fraction and the void growth rate parameter on the FLD were investigated.

### 1- مقدمه

مارسینیاک-کوزینیسکی (M-K) به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل یک منطقه ناهمگنی هندسی به صورت شیار در ورق‌های فلزی فرض شده و گلوبی شدن موضعی از طریق محاسبه نسبت کرنش پلاستیک در منطقه شیار و خارج از آن به دست می‌آید [1-3]. به طور کلی

نمودارهای حد شکل‌دهی (FLD) جهت ارزیابی شکل‌پذیری ورق‌های فلزی در فرآیندهای شکل‌دهی فلزات مورد استفاده قرار می‌گیرند. مدل‌های تحلیلی مختلفی جهت پیش‌بینی نمودار FLD توسعه یافته که در میان آن‌ها مدل

Please cite this article using:

M. E. Hosseini, S. J. Hosseinipour, M. Bakhshi Jooybari, Theoretical Investigation of Internal Cavitation on the FLD of IF Steel Using M-K Model and Gurson Plastic Potential Function, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 353-360, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

که روش تجربی آنان روندی نوین جهت تعیین منحنی حد شکل‌دهی در شرایط بارگذاری غیرمتناسب است. آنان جهت تعیین تحلیلی منحنی حد شکل‌دهی این آلیاژ روش M-K را مورد استفاده قرار دادند. کامی و همکاران [14] مدل آسیب گارسون- تورگارد- نیدلمن (جی‌تی‌ان (GTN)) را جهت تعیین منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های فلزی ناهمسانگرد مورد استفاده قرار دادند. رفتار مکانیکی ماتریس ماده با استفاده از معیار تسلیم درجه دو هیل و یک رابطه سخت‌شوندگی همسانگرد تبیین گردید. منحنی حد شکل‌دهی یک ورق آلیاژ آلومینیومی AA6016-T4 با شبیه‌سازی عددی اجزای محدود آزمون ناکازیمما و به کارگیری زیرروال توسعه‌یافته وی‌یومت (VUMAT) در نرم‌افزار آباکوس تعیین گردید. همچنین منحنی‌های حد شکل‌دهی تحلیلی ورق آلومینیومی AA6016-T4 با استفاده از مدل M-K و مدل ارتقا یافته معیار نیروی حداکثر (MMFC) به دست آمد.

تحقیقات نشان می‌دهد که در آلیاژهای شکل‌پذیر به دلیل وجود ذرات فاز ثانویه و ناخالصی‌ها، حفره دار شدن در حین تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهد [15]. جوانه‌زنی حفره‌ها و سپس رشد و به هم پیوستن آن‌ها در حین تغییر شکل پلاستیک می‌تواند سبب شکست در ورق فلزی شود. در این شرایط باید تأثیر تنش هیدرواستاتیک و کسر حجمی حفره در تغییر شکل پلاستیک لحاظ گردد. ویژگی بارز تابع پتانسیل پلاستیک گارسون، اعمال اثر تنش هیدرواستاتیک و کسر حجمی حفره در معیار تسلیم ماده است. تورگارد و نیدلمن [16] با توسعه تابع پتانسیل پلاستیک گارسون مدل آسیب جی‌تی‌ان را جهت پیش‌بینی شکست در فلزات نرم براساس مراحل جوانه‌زنی، رشد و انعقاد حفره‌ها ارائه دادند. ژیکسیانو و همکاران [17] یک مدل عددی شامل شکست ناشی از حفره‌زایی برای تغییر شکل سوپرپلاستیک ورق‌های فلزی ارائه کردند. هوانگ و همکاران [18] با فرض حضور حفره در ورق فلزی از معیار تسلیم لیاو بر پایه معیار تسلیم ناهمسانگرد درجه دو هیل جهت پیش‌بینی شکست استفاده کردند. زادپور و همکاران [19] با استفاده از مدل پلاستیسیته فلزات متخلخل به مطالعه و بررسی تحلیلی شکل‌پذیری ورق‌های آلومینیومی استحکام بالا پرداختند. حسینی و همکاران [20] به روش تحلیلی در یک کد محاسباتی الاستیک- پلاستیک و با استفاده از مدل جی‌تی‌ان منحنی حد شکل‌دهی ورق فولاد IF و آلومینیم 5052 را پیش‌بینی و سپس آن‌ها اثر پارامترهای مدل جی‌تی‌ان را بر شکل و نحوه تغییرات نمودار حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار دادند.

اغلب مدل‌های ارائه شده در خصوص پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی در فرآیندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی یا براساس ناپایداری پلاستیک و یا بر پایه رشد و به هم پیوستن حفره‌های داخلی به صورت جداگانه است. تحقیقات بسیار اندکی در خصوص پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ورق‌های فلزی آلیاژی براساس ترکیب و برهم‌کنش دو پدیده گلوبی شدن موضعی و حفره‌دار شدن داخلی صورت گرفته است. از یک طرف جوانه‌زنی و رشد حفره‌ها می‌تواند منجر به افزایش ناهمگنی شده و روند گلوبی شدن موضعی را سرعت بخشد. از طرف دیگر گلوبی شدن موضعی در فواصل بین حفره‌ها می‌تواند منجر به تسریع در بهم‌پیوست و انعقاد حفره‌های داخلی شود.

هدف از این پژوهش ارائه یک مدل توسعه یافته برای پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی در فرآیند شکل‌دهی ورق‌های فلزی با در نظر گرفتن ترکیب و برهم‌کنش دو پدیده گلوبی موضعی و حفره‌دار شدن داخلی است. برای این منظور از مدل تحلیلی M-K تابع پتانسیل پلاستیک گارسون و مدل رشد حفره استوار استفاده شد. دستگاه معادلات با استفاده از روش ارتقا یافته

تحقیقات نشان می‌دهد که پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی با استفاده از مدل M-K به طور قابل توجه تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل کارسختی مورد استفاده است. برای مثال کورودا و تورگارد [4] اثر معیارهای تسلیم ارتوتروپیک مختلف را در مدل M-K بررسی کردند و نشان دادند که جهت‌گیری محورهای ارتوتروپیک در داخل و خارج منطقه ناهمگنی هندسی سبب تفاوت‌های چشمگیر در پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی می‌شود. بوتوک و همکاران [5] در پژوهشی دیگر نحوه عملکرد دو تابع تسلیم غیرخطی Yld96 و BBC2000 را برای پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق‌های فلزی ارتوتروپیک تحت شرایط تنش صفحه‌ای مورد بررسی قرار دادند، همچنین معادله ووس را به عنوان قانون سخت‌شوندگی استفاده کردند. آنان مشاهده کردند که تطابق مناسبی بین کرنش‌های حادی تجربی و کرنش‌های حادی محاسبه شده وجود دارد. آویلا و ویرا [6] یک الگوریتم جهت پیش‌بینی سمت راست منحنی حد شکل‌دهی با به کارگیری مدل M-K ارائه کردند. آنان مشاهده کردند که منحنی حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده به طرز چشمگیری به نوع معیار تسلیم وابسته است. بانابیک و همکاران [7] مقایسه‌ای بین روش‌های مختلف مدل‌سازی جهت پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی شامل یک روش بر پایه المان محدود، مدل M-K، مدل هورا و همکاران، مدل گلوبی پخشی سوئیفت و مدل گلوبی موضعی هیل با به کارگیری معیار تسلیم ارتوتروپیک BBC2003 انجام دادند. آنان نشان دادند که نتایج حاصل از مدل M-K و روش بر پایه المان محدود بسیار به یکدیگر نزدیک هستند و بهترین مطابقت را با منحنی حد شکل‌دهی تجربی بر پایه نقاط گلوبی دارند. گنجیانی و عاصم‌پور [8] از روش ارتقا یافته نیوتون-رافسون با همگرایی سراسری جهت حل دستگاه معادلات غیرخطی حاصل از مدل تحلیلی ماریسینیک- کوزینیسکی استفاده کردند. دو تابع تسلیم هاسفورد و BBC2000 را به همراه دو قانون سخت‌شوندگی سوئیفت و ووس به کار بردند. آنان نتیجه گرفتند که برای آلیاژهای فولاد AK تابع تسلیم هاسفورد نمای 6 و رابطه ساختاری سوئیفت بهترین مطابقت را با نتایج تجربی نشان می‌دهد. عاصم‌پور و همکاران [9] یک روش جهت پیش‌بینی منحنی حد تنش شکل‌دهی (FLSD) و بررسی اثر مسیر کرنش بر پیش‌بینی این منحنی بر پایه مدل M-K ارائه کردند. آنان جهت محاسبه کرنش‌ها و تنش‌های حادی ورق فلزی فولاد کم‌کربن ST12 یک روش عددی را بر پایه مدل ارتقا یافته نیوتون-رافسون با روند همگرایی سراسری مورد استفاده قرار دادند، همچنین اثرات بارگذاری غیرمتناسب، اندازه دانه، زبری سطح و ضخامت ورق را بر منحنی حد تنش شکل‌دهی مورد بررسی قرار دادند. نورچشمه و گرین [10] بیان کردند پیش‌بینی‌های منحنی حد شکل‌دهی با استفاده از مدل M-K به شکل سطح تسلیم اولیه و تغییر آن طی کارسختی وابسته است. چانگ و همکاران [11] مدل‌های تحلیلی مختلف را برای پیش‌بینی حد شکل‌دهی مورد بررسی و مقایسه قرار دادند. پانیچ و همکاران [12] نمودار حد شکل‌دهی (FLD) و حد تنش شکل‌دهی (FLSD) دو ورق فلزی را با استفاده از مدل M-K و معیارهای تسلیم ون میسز، هیل 1948 و Yld2000-2d و مدل‌های سخت‌شوندگی سوئیفت و ووس اصلاح شده، تعیین و با منحنی‌های تجربی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد منحنی حد شکل‌دهی و حد تنش شکل‌دهی به طور قابل توجهی تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل سخت‌شوندگی هستند. ژاله‌فر و همکاران [13] اثر تغییر مسیر کرنش را بر منحنی حد شکل‌دهی (FLD) ورق آلیاژ آلومینیوم 5083 به صورت آزمایشات تجربی و روند تحلیلی مورد بررسی قرار دادند و بیان کردند

نیوتون-رافسون به کمک نرم‌افزار متلب حل گردید. با استفاده از مدل حاصل (M-K-Gurson) نمودار حد شکل‌دهی (FLD) ورق فولاد IF پیش‌بینی شده و با نتایج سایر پژوهشگران مقایسه گردید.

## 2- مدل سازی تحلیلی

### 2-1- مدل M-K با در نظر گرفتن حفره های داخلی

همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده است، فرض می‌شود موضعی شدن کرنش در یک ناحیه با ناهمگنی هندسی و ساختاری رخ می‌دهد. ناحیه شیار با علامت  $B$  و ناحیه خارج شیار با علامت  $A$  نشان داده شده است. محورهای اصلی در راستای نورد ورق فلزی ( $x$ ) و عمود بر آن ( $y$ ) در نظر گرفته شده است.  $n$  و  $t$  به ترتیب نشان‌دهنده راستاهای مماس و عمود بر شیار و  $\theta$  بیانگر زاویه بین راستای عمود بر نورد ( $y$ ) و راستای مماس به شیار ( $t$ ) است.

ناهمگنی هندسی به صورت یک شیار واقع بر سطح ورق فلزی در نظر گرفته شده است. ضریب ناهمگنی هندسی به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود.

$$f_G = t^B / t^A \quad (1)$$

در آن  $t^A$  و  $t^B$  به ترتیب ضخامت ورق در ناحیه شیار و خارج آن است. ضریب ناهمگنی هندسی در حین تغییر شکل پلاستیک به صورت رابطه (2) تغییر می‌کند.

$$f_G = f_{G0} \cdot \exp(\varepsilon_y^B - \varepsilon_y^A) \quad (2)$$

که  $f_{G0}$  مقدار اولیه ضریب ناهمگنی هندسی ورق فلزی و  $\varepsilon_y^B$  و  $\varepsilon_y^A$  به ترتیب کرنش در راستای ضخامت ورق در ناحیه شیار و خارج آن است.

ناهمگنی ساختاری به صورت کسر حجمی حفره در ناحیه شیار  $f_V^B$  و خارج آن  $f_V^A$  در نظر گرفته شده است. در حین تغییر شکل پلاستیک مقدار کسر حجمی حفره افزایش می‌یابد. این افزایش ناشی از رشد حفره‌های موجود و جوانه‌زنی حفره‌های جدید است.

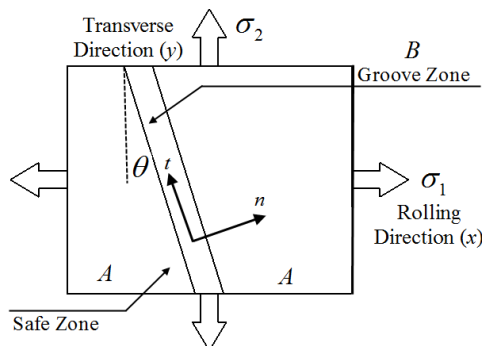
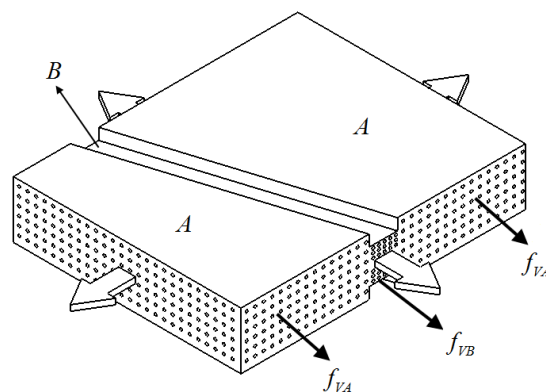


Fig. 1 The M-K model by considering internal cavitation.

شکل 1 مدل M-K با در نظر گرفتن حفره‌زایی داخلی

استوار یک مدل برای افزایش کسر حجمی حفره‌ها در حین تغییر شکل پلاستیک به صورت رابطه (3) ارائه کرده است [21].

$$f_V = f_{V0} \cdot \exp(\eta \bar{\varepsilon}) \quad (3)$$

که  $f_{V0}$  مقدار اولیه کسر حجمی حفره در ورق فلزی است. این مقدار در هر دو ناحیه داخل و خارج شیار یکسان فرض می‌شود.  $\eta$  نرخ افزایش کسر حجمی حفره و  $\bar{\varepsilon}$  کرنش پلاستیک معادل است. با افزایش کرنش پلاستیک، ناهمگنی هندسی و ساختاری به طور پیوسته افزایش یافته تا در نهایت منجر به وقوع گلوبی موضعی در ورق فلزی شود.

### 2-2- تابع پتانسیل پلاستیک گارسون

تابع پتانسیل پلاستیک گارسون برای مواد شکل‌پذیر متخلخل به صورت رابطه (4) بیان می‌گردد [22].

$$\omega = \left(\frac{\bar{\sigma}_e}{\sigma_y}\right)^2 + 2q_1(f_V) \cosh\left(\frac{3}{2}q_2\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}_y}\right) - (1 + q_3(f_V)^2) = 0 \quad (4)$$

در آن  $q_1, q_2, q_3$  مقادیر ثابت هندسی است. تورگارد و نیدلمن [16] دریافتند که مقادیر  $q_1 = 1.5$  و  $q_2 = 1$  و  $q_3 = (q_1)^2$  به نتایج بهتری می‌انجامد. تنش مؤثر حاصل از معیار تسلیم ماده،  $\bar{\sigma}_y$  تنش جریان حاصل از مدل کارسختی ماده و  $\sigma_h$  مؤلفه تنش هیدرواستاتیک است.

هاسفورد یک معیار تسلیم غیردرجه دوم را برای فلزات با ساختار کریستالی FCC و BCC در شرایط تنش صفحه‌ای ( $\sigma_3 = 0$ ) به صورت رابطه (5) ارائه نموده است [23].

$$\bar{\sigma}_e = \frac{1}{[r_{90}(1+r_0)]^{1/a}} [r_{90}|\sigma_1|^a + r_0|\sigma_2|^a + r_0 \cdot r_{90}|\sigma_1 - \sigma_2|^a]^{1/a} \quad (5)$$

که  $r_0$  و  $r_{90}$  نسبت‌های کرنش پلاستیک در زوایای  $0^\circ$  و  $90^\circ$  نسبت به راستای نورد است. بررسی‌ها نشان داده است که برای فولادها مقدار توان  $a=6$  تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد [24,9]. از آنجایی که  $\sigma_3 = 0$  و با فرض شرایط بارگذاری متناسب ( $\sigma_2 = \alpha\sigma_1$ ) می‌توان روابط (7,6) را نوشت.

$$\bar{\sigma}_e = \phi \cdot \sigma_1 \quad (6)$$

$$\phi = \left[ \frac{r_{90} + r_0 \cdot \alpha^a + r_0 \cdot r_{90} \cdot (1 - \alpha)^a}{r_{90} \cdot (1 + r_0)} \right]^{1/a} \quad (7)$$

مؤلفه هیدرواستاتیک تنش از رابطه (8) به دست می‌آید.

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \left(\frac{1 + \alpha}{3}\right) \cdot \sigma_1 \quad (8)$$

برای پیش‌بینی رفتار کارسختی ماده از مدل سوئیفت به صورت رابطه (9) استفاده شده است.

$$\bar{\sigma}_y = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n \quad (9)$$

$\varepsilon_0$  مقدار پیش کرنش،  $n$  توان کارسختی ماده و  $K$  ضریب استحکام است.

### 2-3- قانون جریان

قانون جریان برای تغییر شکل پلاستیک به صورت (10) بیان می‌شود [23].

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \sigma_{ij}} \quad (10)$$

رابطه (11) را با توجه به معادله (4) خواهیم داشت.

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \left\{ \left[ \frac{2\bar{\sigma}_e}{(\bar{\sigma}_y)^2} \right] \cdot \left[ \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial \sigma_{ij}} \right] + \left[ \frac{q_1 \cdot f_V}{\bar{\sigma}_y} \right] \cdot \sinh\left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}_y} \right] \right\} \quad (11)$$

بنابراین نسبت کرنش پلاستیک  $\rho = (d\varepsilon_2/d\varepsilon_1)$  به صورت رابطه (12) به دست می‌آید.

$$\rho = \frac{r_0 \alpha^{a-1} - r_0 r_{90} (1 - \alpha)^{a-1} + C [r_{90} (1 + r_0)] \phi^{a-1}}{r_{90} + r_0 r_{90} (1 - \alpha)^{a-1} + C [r_{90} (1 + r_0)] \phi^{a-1}} \quad (12)$$

که در آن رابطه (13) به صورت زیر است.

$$C = \frac{q_1 f_V \bar{\sigma}_y}{2 \bar{\sigma}_e} \cdot \sinh\left[ \frac{3 \sigma_h}{2 \bar{\sigma}_y} \right] = \frac{q_1 f_V \bar{\sigma}_y}{2 \phi \sigma_1} \cdot \sinh\left[ \frac{1}{2} \frac{(1 + \alpha) \sigma_1}{\bar{\sigma}_y} \right] \quad (13)$$

$$f \cdot \frac{\sigma_{nn}^B}{\sigma_{nn}^A} = 1 \quad (31)$$

در آن  $f$  ضریب ناهمگنی ترکیبی هندسی و ساختاری است و به صورت رابطه (32) تعریف می‌شود.

$$f = f_G \cdot \frac{(1 - f_V^B)}{(1 - f_V^A)} \quad (32)$$

در آغاز تغییر شکل مقدار  $f_{V0}$  در هر دو ناحیه شیار و خارج شیار یکسان فرض شده است؛ بنابراین  $f_0 = f_{G0}$  می‌شود. جهت حل دستگاه معادلات از روش ارتقا یافته نیوتون-رافسون به کمک نرم‌افزار متلب استفاده شد [8].

### 5-2- روند محاسبات

در شکل 2 الگوریتم روند محاسبات نشان داده شده است. ابتدا یک مقدار برای نسبت تنش در ناحیه خارج شیار  $\alpha^A = \sigma_2^A / \sigma_1^A$  نظر گرفته شده و فرض می‌شود این مقدار در حین تغییر شکل پلاستیک ثابت باقی می‌ماند. روند محاسبات با فرض یک مقدار کوچک (0.0001) برای نمو کرنش معادل در ناحیه خارج شیار  $d\bar{\epsilon}^A$  آغاز می‌شود. مقدار کل کرنش معادل در ناحیه خارج شیار از رابطه (33) به دست می‌آید.

(33)  $\bar{\epsilon}^A|_{i+1} = \bar{\epsilon}^A|_i + d\bar{\epsilon}^A$   
با استفاده از رابطه (9) مقدار تنش جریان در ناحیه خارج شیار  $\bar{\sigma}_y^A$  محاسبه می‌شود. با قرار دادن این مقدار در رابطه (5) مقادیر  $\sigma_1^A$  و  $\sigma_2^A$  به دست می‌آیند. از رابطه (12) مقدار نسبت کرنش در ناحیه خارج شیار  $\rho^A$  محاسبه شده و مقادیر  $d\epsilon_1^A$  و  $d\epsilon_2^A$  با استفاده از روابط (15,7) به دست می‌آیند، همچنین مقدار  $d\epsilon_3^A$  از رابطه (19) محاسبه می‌شود، سپس مؤلفه‌های تنش و کرنش در ناحیه شیار با استفاده از حل دستگاه معادلات (25,31,26,25) محاسبه می‌شوند.

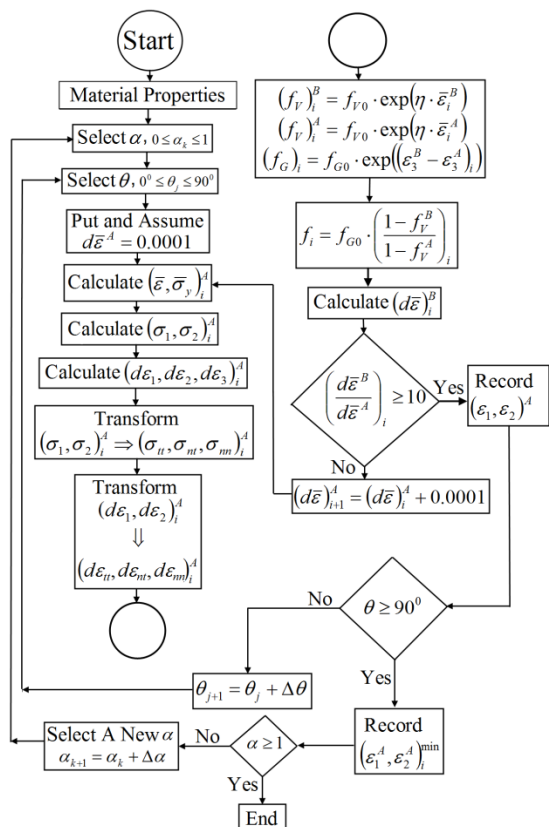


Fig. 2 The calculation procedure diagram based on M-K Gurson model  
شکل 2 نمودار روند محاسبات براساس مدل توسعه یافته M-K-Gurson

نمو کار پلاستیک به صورت رابطه (14) بیان می‌شود.

$$dW = \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 = \bar{\sigma}_e d\bar{\epsilon} \quad (14)$$

بنابراین می‌توان رابطه (15) را نوشت.

$$d\bar{\epsilon} = \left[ \frac{1 + \alpha\rho}{\rho} \right] d\epsilon_1 \quad (15)$$

به منظور در نظر گرفتن اثر کسر حجمی حفره در اصل ثبات حجم پلاستیک

$$V = V_M + f_V V \quad (16)$$

در آن حجم ماده فلزی است. در حین تغییر شکل پلاستیک حجم ماده فلزی ثابت باقی‌مانده و حجم حفره افزایش می‌یابد؛ بنابراین می‌توان رابطه (17) را نوشت.

$$dV = df_V + f_V dV \quad (17)$$

کرنش حجمی از رابطه (18) به دست می‌آید.

$$d\epsilon_V = \frac{dV}{V} = \frac{df_V}{1 - f_V} \quad (18)$$

بنابراین رابطه (19) را خواهیم داشت.

$$d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3 = \frac{df_V}{1 - f_V} \quad (19)$$

### 4-2- مؤلفه‌های تنش و کرنش در ناحیه شیار

مؤلفه‌های تنش و کرنش در ناحیه شیار با استفاده از مقادیر تنش و کرنش در ناحیه خارج شیار به دست می‌آیند. تانسور تنش و کرنش در ناحیه خارج شیار در مختصات اصلی  $xy$  به صورت روابط (20,21) تعریف می‌شود.

$$(\sigma^{xy})^A = \begin{bmatrix} \sigma_1^A & 0 \\ 0 & \sigma_2^A \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$(d\epsilon^{xy})^A = \begin{bmatrix} d\epsilon_1^A & 0 \\ 0 & d\epsilon_2^A \end{bmatrix} \quad (21)$$

با استفاده از ماتریس دوران، تانسور تنش و کرنش به صورت روابط (22,23) در مختصات  $nt$  انتقال می‌یابد.

$$\sigma^{nt} = T \cdot \sigma^{xy} \cdot T^T = \begin{bmatrix} \sigma_{nn} & \sigma_{nt} \\ \sigma_{nt} & \sigma_{tt} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$d\epsilon^{nt} = T \cdot d\epsilon^{xy} \cdot T^T = \begin{bmatrix} d\epsilon_{nn} & d\epsilon_{nt} \\ d\epsilon_{nt} & d\epsilon_{tt} \end{bmatrix} \quad (23)$$

که در آن رابطه (24) را داریم.

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (24)$$

مؤلفه‌های تنش و کرنش در ناحیه شیار شامل سه مؤلفه تنش  $\sigma_{nn}^B, \sigma_{tt}^B, \sigma_{nt}^B$  و سه مؤلفه کرنش  $d\epsilon_{nn}^B, d\epsilon_{tt}^B, d\epsilon_{nt}^B$  است. مؤلفه‌های نمو کرنش تابعی از مؤلفه‌های تنش و نمو کرنش معادل  $d\bar{\epsilon}^B$  است؛ بنابراین جهت محاسبه مؤلفه‌های تنش و کرنش در ناحیه شیار نیاز به چهار دستگاه معادلات است که با استفاده از روابط انرژی، سازگاری کرنش و تعادل نیرو به دست می‌آیند.

معادله انرژی در ناحیه شیار به صورت رابطه (25) تعریف می‌شود.

$$\sigma_{nn}^B \cdot d\epsilon_{nn}^B + \sigma_{tt}^B \cdot d\epsilon_{tt}^B + 2\sigma_{nt}^B \cdot d\epsilon_{nt}^B = \bar{\sigma}_e^B \cdot d\bar{\epsilon}^B \quad (25)$$

با توجه به سازگاری کرنش، مقادیر کرنش در جهت  $t$  در دو ناحیه داخل و خارج شیار باید باهم برابر باشند؛ بنابراین رابطه (26) را خواهیم داشت.

$$d\epsilon_{tt}^B = d\epsilon_{tt}^A \quad (26)$$

با توجه به تعادل نیروها بر واحد عرض ورق در دو ناحیه داخل و خارج شیار به صورت روابط (27,28) خواهیم داشت.

$$F_{nt}^A = F_{nt}^B \quad (27)$$

$$F_{nn}^A = F_{nn}^B \quad (28)$$

با در نظر گرفتن حفره‌های داخلی در ورق فلزی مطابق شکل 1، معادلات تعادل نیرو بر واحد عرض ورق در مختصات  $nt$  به صورت روابط (29,30) به دست می‌آیند.

$$\sigma_{nn}^A \cdot t^A \cdot (1 - f_V^A) = \sigma_{nn}^B \cdot t^B \cdot (1 - f_V^B) \quad (29)$$

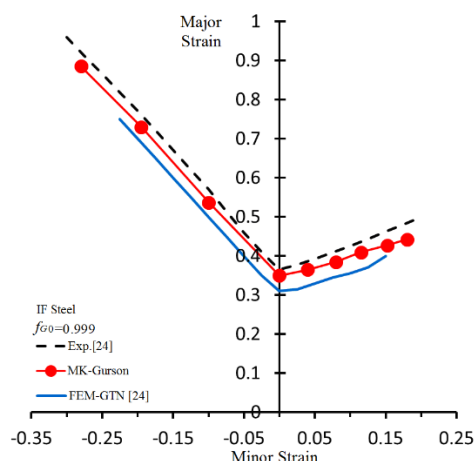
$$\sigma_{nt}^A \cdot t^A \cdot (1 - f_V^A) = \sigma_{nt}^B \cdot t^B \cdot (1 - f_V^B) \quad (30)$$

رابطه (31) با ساده‌سازی معادلات بالا خواهیم داشت.

جدول 1 مقادیر ثوابت مدل کارسختی و نسبت‌های کرنش پلاستیک برای فولاد IF [24]

**Table 1** The work-hardening model constants values and plastic strain ratios for IF steel [24]

مقدار متغیر	متغیر
435	$K(\text{MPa})$
0.23	$n$
0	$\epsilon_0$
1.95	$r_0$
2.31	$r_{90}$



**Fig. 4** The comparison of forming limit diagram obtained from M-K Gurson model with GTN and experimental results [24]

شکل 4 مقایسه نمودار حد شکل‌دهی حاصل از مدل M-K-Gurson با مدل جی‌تی‌ان (GTN) و نتایج تجربی [24]

فریتاس و همکاران [25] منحنی حد شکل‌دهی فولاد IF گالوانیزه شده را با استفاده از مدل M-K و اعمال معیارهای تسلیم ناهمسانگرد هیل و فرون مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها ناهمگنی هندسی را به عنوان تابعی از زبری سطح در نظر گرفتند و معادلات را با روش نیوتن حل کردند. در جدول 2 مقادیر ثوابت مدل کارسختی و نسبت‌های کرنش پلاستیک برای فولاد IF گالوانیزه شده ارائه شده است. پارامترهای مدل استوول از داده‌های شکل 3 استفاده شده است.

در شکل 5 نمودار FLD برای فولاد IF گالوانیزه شده با استفاده از مدل M-K-Gurson به دست آمد و با نتایج فریتاس و همکاران [25] مقایسه گردیده است. مشاهده می‌شود که مدل M-K-Gurson مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد. در سمت چپ نمودار پیش‌بینی مدل M-K-Gurson نسبت به مدل M-K در سطح پایین‌تر قرار دارد، اما در سمت راست نمودار در سطح بالاتر نسبت به داده‌های تجربی قرار دارد.

جدول 2 مقادیر ثوابت مدل کارسختی و نسبت‌های کرنش پلاستیک برای فولاد IF گالوانیزه شده [25]

**Table 2** The work-hardening model constants values and plastic strain ratios for Hot-Dip Galvanized IF steel [25]

مقدار متغیر	متغیر
576.53	$K(\text{MPa})$
0.309	$n$
0.0164	$\epsilon_0$
2.08	$r_0$
2.65	$r_{90}$

گلوبی شدن موضعی زمانی رخ می‌دهد که شرط رابطه (34) برقرار شود.

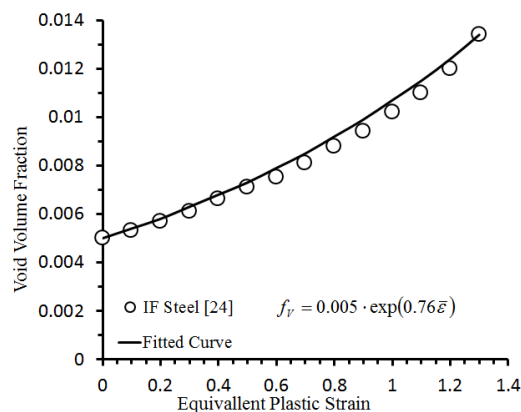
$$d\epsilon^B / d\epsilon^A \geq 10 \quad (34)$$

برای هر مقدار مشخص  $\alpha^A$  محاسبات در زوایای مختلف شیار  $\theta$  از  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  انجام می‌شود. از میان کرنش‌های حدی به دست آمده در زوایای مختلف کمترین مقدار کرنش حدی  $\epsilon_1^A$  و مقدار  $\epsilon_2^A$  مرتبط با آن به عنوان یک نقطه از نمودار حد شکل‌دهی (FLD) انتخاب می‌شوند.

### 3- نتایج و بحث

#### 3-1- اعتبارسنجی مدل

جهت اعتبارسنجی مدل تحلیلی توسعه‌یافته (M-K Gurson) نتایج حاصل از این مدل با منحنی‌های حد شکل‌دهی ارائه شده توسط دیگر پژوهش‌گران برای ورق فولاد IF مورد مقایسه قرار گرفت. عباسی و همکاران [24] منحنی حد شکل‌دهی ورق فولاد IF را به کمک شبیه‌سازی اجزای محدود مورد بررسی قرار دادند. آنان جهت پیش‌بینی حد شکل‌دهی از مدل آسیب جی‌تی‌ان (GTN) استفاده کردند، همچنین جهت مقایسه منحنی حد شکل‌دهی آزمایشات تجربی را بر پایه روش هکر انجام دادند. جهت تعیین پارامترهای مدل استوول (رابطه (3)) ابتدا نمودار افزایش کسر حجمی حفره در مقابل کرنش پلاستیک از مدل آسیب جی‌تی‌ان (GTN) ارائه شده توسط عباسی و همکاران [24] به دست آمد و سپس با مدل استوول برازش گردید. در شکل 3 نمودار افزایش کسر حجمی حفره در مقابل کرنش پلاستیک برای آلیاژ فولاد IF [24] نشان داده شده است. این افزایش کسر حجمی حفره ناشی از رشد حفره‌های موجود و جوانه‌زنی حفره‌های جدید است. با توجه به شکل، مقدار کسر حجمی اولیه حفره،  $f_{V0}$  در حدود 0.005 و مقدار پارامتر نرخ افزایش کسر حجمی حفره  $\eta$  در حدود 0.76 به دست آمد. در جدول 1 مقادیر ثوابت مدل کارسختی و نسبت‌های کرنش پلاستیک برای فولاد IF ارائه شده است. مقدار اولیه فاکتور عیب هندسی  $f_{G0}$  برابر با 0.999 در نظر گرفته شد [8]. در شکل 4 نمودار FLD برای فولاد IF با استفاده از مدل M-K-Gurson و با نتایج عباسی و همکاران [24] مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که پیش‌بینی مدل M-K-Gurson در مقایسه با مدل جی‌تی‌ان (GTN) در سطح بالاتر قرار دارد و مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارد. با توجه به این‌که روند افزایش کسر حجمی حفره در هر دو مدل یکسان است، این اختلاف می‌تواند ناشی از اثر ناهمگنی هندسی و در نظر گرفتن گلوبی شدن موضعی در مدل M-K باشد.



**Fig. 3** The void volume fraction versus equivalent plastic strain obtained from GTN model for IF steel [24]

شکل 3 نمودار کسر حجمی حفره در مقابل کرنش پلاستیک معادل حاصل از مدل جی‌تی‌ان (GTN) برای فولاد IF [24]

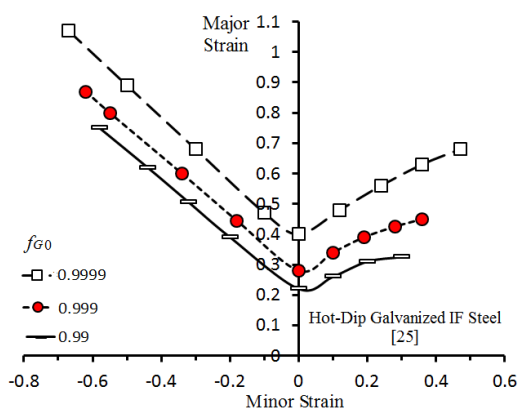


Fig. 6 The effect of initial value of geometrical inhomogeneity factor  $f_{G0}$  on FLD

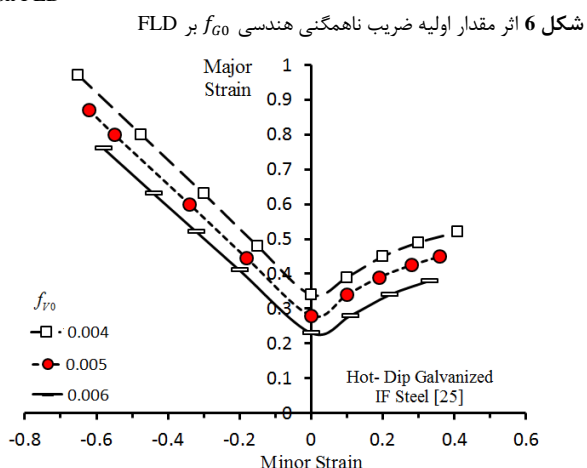


Fig. 7 The effect of initial value of void volume fraction  $f_{V0}$  on FLD

شکل 7 اثر مقدار اولیه کسر حجمی حفره  $f_{V0}$  بر منحنی حد شکل‌دهی

این پارامتر در مقادیر 1.7، 2.08 و 2.3 انتخاب گردیده‌اند و منحنی‌های حد شکل‌دهی حاصل از این مقادیر ضریب ناهمسانگردی در شکل 10 نشان داده شده‌اند. جهت بررسی اثر ضریب ناهمسانگردی در راستای عمود بر نورد  $r_{90}$  بر منحنی حد شکل‌دهی ورق فولاد IF گالوانیزه شده فریتاس و همکاران [25]، مقدار این پارامتر در مقادیر 2.4، 2.65 و 2.9 انتخاب گردیده‌اند و منحنی‌های حد شکل‌دهی حاصل از این مقادیر ضریب ناهمسانگردی در شکل 11 نشان داده شده است.

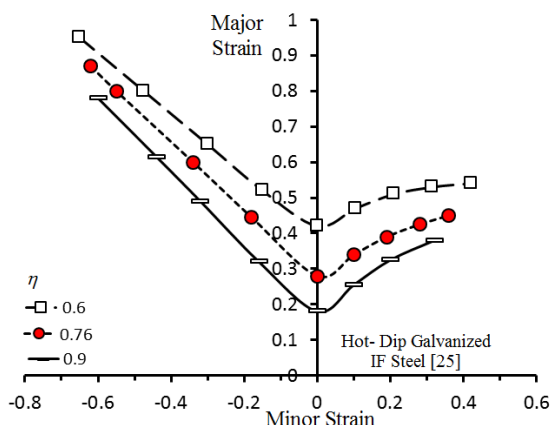


Fig. 8 The effect of void volume fraction rate factor  $\eta$  on FLD

شکل 8 اثر پارامتر نرخ افزایش کسر حجمی حفره  $\eta$  بر نمودار FLD

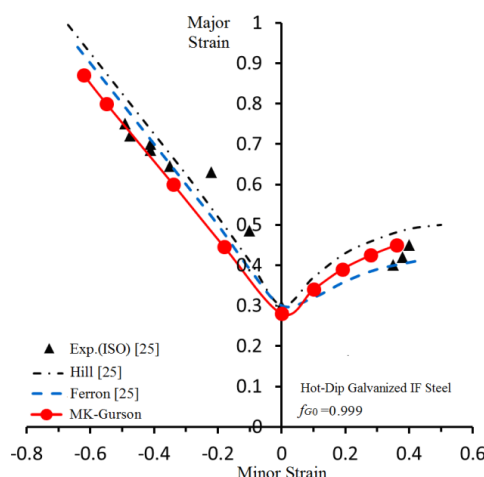


Fig. 5 The comparison of forming limit diagram obtained from M-K Gurson model with M-K model and experimental results [25]

شکل 5 مقایسه نمودار حد شکل‌دهی حاصل از مدل M-K-Gurson با مدل M-K و نتایج تجربی [25]

### 2-3- بررسی اثر پارامترهای مدل M-K-Gurson بر منحنی حد شکل‌دهی

پس از صحت‌سنجی مدل در این بخش اثر ثوابت مدل شامل توان کرنش-سختی ( $n$ )، ضرایب ناهمسانگردی  $r_{90}$ ،  $r_{45}$  مقدار اولیه ضریب ناهمگنی هندسی،  $f_{G0}$ ، مقدار اولیه کسر حجمی حفره  $f_{V0}$  و نرخ افزایش کسر حجمی حفره  $\eta$ ، بر نمودار حد شکل‌دهی برای ورق فولاد IF گالوانیزه شده فریتاس و همکاران [25] مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل 6 اثر مقدار اولیه ضریب ناهمگنی هندسی،  $f_{G0}$  بر نمودار حد شکل‌دهی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش  $f_{G0}$  سطح منحنی حد شکل‌دهی به مقدار زیادی به سمت بالا صعود یافت. درصد افزایش در مقدار منحنی در سمت راست بزرگ‌تر از مقدار افزایش در سمت چپ منحنی حد شکل‌دهی است. همچنین مقدار صعود پارامتر  $FLD_0$  با افزایش مقدار  $f_{G0}$  از 0.999 تا 0.9999 نسبت به حالت افزایش از 0.99 تا 0.999 با وجود افزایش کوچک پارامتر  $f_{G0}$  به طرز چشمگیری بیشتر بوده است. در شکل 7 اثر مقدار اولیه کسر حجمی حفره  $f_{V0}$  بر منحنی حد شکل‌دهی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش  $f_{V0}$  بر خلاف  $f_{G0}$  سطح منحنی حد شکل‌دهی به سمت مقادیر کوچک‌تر نزول و مقدار  $FLD_0$  کاهش یافت. مقدار این تغییرات در هر دو سمت منحنی حد شکل‌دهی به طور تقریبی با یکدیگر برابر بودند.

در شکل 8 اثر پارامتر نرخ افزایش کسر حجمی حفره  $\eta$  بر نمودار FLD نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر  $\eta$ ، FLC به سمت پایین نزول پیدا می‌کند. درصد کاهش مقدار منحنی حد شکل‌دهی در وضعیت بارگذاری کرنش صفحه‌ای  $FLD_0$  بیشتر از مقدار جناح‌های سمت راست و چپ منحنی حد شکل‌دهی بوده است.

در شکل 9 اثر توان کرنش-سختی ( $n$ ) بر نمودار FLD نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار توان کرنش-سختی ( $n$ )، FLC به مقدار چشمگیری به سمت بالا صعود یافت. افزایش در مقدار منحنی در تمامی مسیرهای کرنش تقریباً با یکدیگر برابر بوده است.

به منظور بررسی اثر ضریب ناهمسانگردی در راستای نورد  $r_{90}$  بر منحنی حد شکل‌دهی ورق فولاد IF گالوانیزه شده، فریتاس و همکاران [25] مقدار



جدول 3 مقادیر تغییرات نسبی سه متغیر و تغییرات نسبی  $FLD_0$  به درصد

Table 3 The relative variation of three M-K-Gurson parameters			
$\Delta(FLD_0)/(FLD_0)_{Initial}\%$	$\Delta(Var.)/(Var.)_{Initial}\%$	متغیر	
81.8	1	$f_{G0}$	
47.83	50	$f_{V0}$	
133.33	50	$\eta$	

این در حالی است که  $FLD_0$  به مقدار تقریبی 81.8% افزایش یافته است.  $f_{V0}$  کمترین تأثیر را بر مقدار  $FLD_0$  دارد. افزایش نسبی این پارامتر در حدود 50% بوده در حالی که مقدار  $FLD_0$  به مقدار تقریبی 47.83% کاهش یافته است.

#### 4- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک مدل تحلیلی (M-K-Gurson) برای مطالعه اثر حفره‌های داخلی در ورق فولاد IF بر پایه مدل M-K و استفاده از تابع پتانسیل پلاستیک گارسون و مدل افزایش کسر حجمی حفره توسعه یافته است. بدین منظور اثر کسر حجمی حفره در ضریب ناهمگنی ماده و اصل ثبات حجم پلاستیک اعمال گردید. با استفاده از روش ارتقا یافته نیوتون-رافسون سیستم معادلات حاصل به کمک نرم‌افزار متلب حل گردید. نمودار حد شکل‌دهی ورق فولاد IF با این روش تحلیلی (M-K-Gurson) پیش‌بینی گردید و مطابقت مناسبی با نتایج تجربی به دست آمد. نتایج حاصل نشان داد که ترکیب و برهم‌کنش دو پدیده گلوبی شدن موضعی و حفره‌دار شدن داخلی می‌تواند عامل محدودکننده شکل‌پذیری ورق‌های آلیاژی باشد، سپس اثر ضریب ناهمگنی هندسی، کسر حجمی حفره و پارامتر نرخ افزایش کسر حجمی حفره بر نمودار حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار گرفت. سطح نمودار حد شکل‌دهی با افزایش ضریب ناهمگنی هندسی افزایش یافت، در حالی که سطح این نمودار با افزایش مقدار کسر حجمی حفره و پارامتر نرخ افزایش کسر حجمی حفره کاهش یافت. مشاهده گردید که ضریب ناهمگنی هندسی بیشترین تأثیر را بر  $FLD_0$  و پارامتر کسر حجمی حفره کمترین اثر را بر  $FLD_0$  دارد.

#### 5- منابع

- [1] D. Banabic, H. J. Bunge, K. Pohlandt, A. E. Tekkaya, *Formability of Metallic Materials*, First Edition, pp. 120-135, Berlin: Springer, 2000.
- [2] Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal, *Mechanical Sciences*, Vol. 9, pp. 609-620, 1967.
- [3] Z. Marciniak, K. Kuczynski, T. Pokora, Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension, *Mechanical Sciences*, Vol. 15, pp. 789-805, 1973.
- [4] M. Kuroda, V. Tvergaard, Forming limit diagrams for anisotropic metal sheets with different yield criteria, *Solids Structures*, Vol. 37, pp. 5037-5059, 2000.
- [5] M. C. Butuc, A. Barata da Rocha, J. J. Gracio, J. Ferreira Duarte, A more general model for forming limit diagrams prediction, *Materials Processing Technology*, Vol. 125-126, pp. 213-218, 2002.
- [6] A. F. Avila, E. Vieira, Proposing a better forming limit diagram prediction: a comparative study, *Materials Processing Technology*, Vol. 141, pp. 101-108, 2003.
- [7] D. Banabic, H. Aretz, L. Paraianu, P. Jurco, Application of various FLD modeling approaches, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 13, pp. 759-769, 2005.
- [8] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Materials Processing Technology*, Vol. 182, pp. 598-607, 2007.
- [9] A. Assempour, R. Hashemi, K. Abrinia, M. Ganjiani, E. Masoumi, A methodology for prediction of forming limit stress diagrams considering the strain path effect, *Computational Materials Science*, Vol. 45, No. 2, pp. 195-204, 2009.
- [10] M. Nurcheshmeh, D. E. Green, Prediction of sheet forming limits with Marciniak and Kuczynski analysis using combined isotropic-nonlinear kinematic hardening, *Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 2, pp. 145-153, 2011.

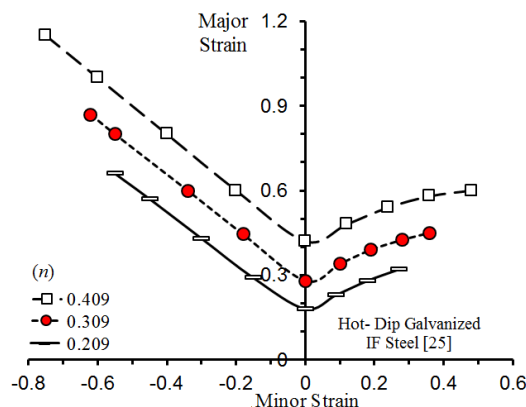


Fig. 9 The effect of strain hardening exponent on FLD

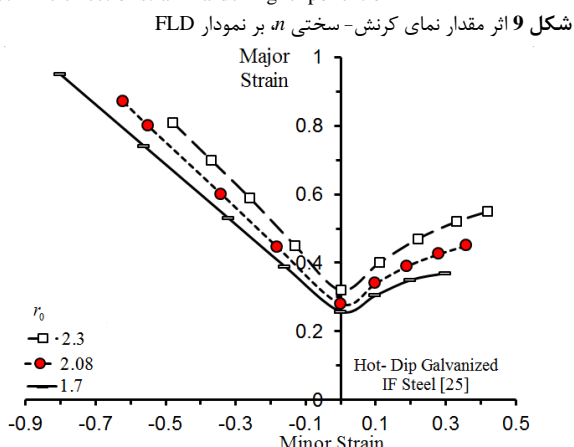


Fig. 10 The effect of anisotropy coefficient  $r_0$  on FLD.

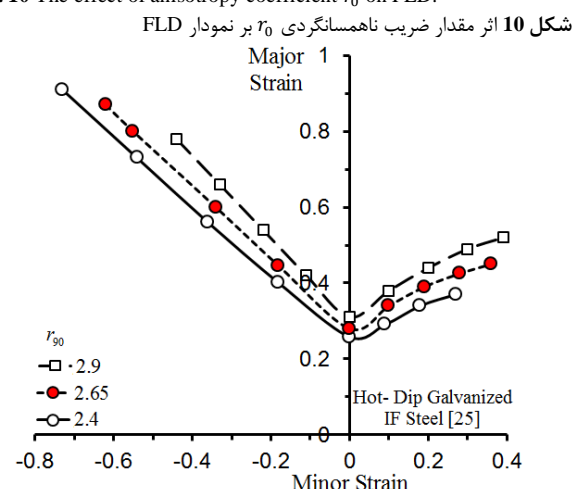


Fig. 11 The effect of anisotropy coefficient  $r_{90}$  on FLD

آنچه از شکل‌های 10 و 11 مشاهده می‌شود این است که با افزایش ضرایب ناهمسانگردی در راستای نورد  $r_0$  و عمود بر نورد  $r_{90}$  یک چرخش در دو بال دو طرف منحنی حد شکل‌دهی به سمت بالا به وجود می‌آید. این پدیده سبب تأخیر در وقوع شکست می‌شود، اما تغییر بسیار ناچیزی در سطح منحنی حد شکل‌دهی ( $FLD_0$ ) به وجود می‌آید.

به منظور بررسی اهمیت تأثیر ضرایب مدل M-K-Gurson بر نمودار FLD مطابق در جدول 3، مقادیر تغییرات نسبی  $FLD_0$  در مقایسه با تغییرات نسبی ضرایب مورد مطالعه قرار گرفت. مشاهده می‌شود که  $f_{G0}$  بیشترین اثر را بر مقدار  $FLD_0$  دارد. افزایش نسبی این پارامتر در حدود 1% بوده است، و

- metals under forming operations with consideration of rotating principal stretch directions, *Plasticity*, Vol. 16, pp. 611–633, 2000.
- [19] A. A. Zadpoor, J. Sinke, R. Benedictus, Formability prediction of high strength aluminum sheets, *Plasticity*, Vol. 25, pp. 2269–2297, 2009.
- [20] M. E. Hosseini, S. J. Hosseini, M. Bakhshi Jooybari, An analytical investigation into the effect of GTN model parameters on the forming limit diagram of sheet metals, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 242–252, 2015. (in Persian فارسی)
- [21] J. Pilling, N. Ridley, *Superplasticity in Crystalline Solids*, First Edition, pp. 313–315, London: The Institute of Metals, ISBN: 090146256X, 9780901462565, 1989.
- [22] Al. Gurson, Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I—yield criteria and flow rules for porous ductile media, *Engineering Materials and Technology*, Vol. 99, pp. 2–15, 1977.
- [23] W. F. Hosford, R. M. Caddell, *Metal Forming, Mechanics and Metallurgy*, fourth Edition, pp. 217–225, Cambridge: Cambridge University press, ISBN:9781107670969, 2007.
- [24] M. Abbasi, M. A. Shafaat, M. Ketabchi, D. F. Haghshenas, M. O. Abbasi, Application of the GTN model to predict the forming limit diagram of IF-Steel, *Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, No. 2, pp. 345–352, 2012.
- [25] M. C. Dos santos Freitas, L. P. Moreira, R. G. Velloso, Experimental analysis and theoretical predictions of the limit strains of a hot-dip galvanized interstitial-free steel sheet, *Materials Research*, Vol. 16, No. 2, pp. 351–366, 2013.
- [11] K. Chung, H. Kim, C. h. Lee, Forming limit criterion for ductile anisotropic sheets as a material property and its deformation path insensitivity. Part I: Deformation path insensitive formula based on theoretical models, *Plasticity*, Vol. 58, pp. 3–34, 2014.
- [12] S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jirathearanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, *Materials & Design*, Vol. 51, pp. 756–766, 2013.
- [13] F. Zhalehfar, R. Hashemi, S. J. Hosseini, Experimental and theoretical investigation of strain path change effect on forming limit diagram of AA5083, *Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 76, No. 5, pp. 1343–1352, 2015.
- [14] A. Kami, B. M. Dariani, A. S. Vanini, D. S. Comsa, D. Banabic, Numerical determination of the forming limit curves of anisotropic sheet metals using GTN damage model, *Materials Processing Technology*, Vol. 216, pp. 472–483, 2015.
- [15] J. Samei, E. D. Green, J. Cheng, M. S. Lima, Influence of strain path on nucleation and growth of voids in dual phase steel sheets, *Materials & Design*, Vol. 92, pp. 1028–1037, 2016.
- [16] V. Tvergaard, A. Needleman, Analysis of cup-cone fracture in a round tensile Bar, *Acta Metallurgica Sinica (English Letters)*, Vol. 32, pp. 157–169, 1984.
- [17] D. Zhixiao, L. Miaoquan, L. Mabao, W. Shichun, Numerical computation of cavity damage and failure during the superplastic deformation of sheet metals, *Materials Processing Technology*, Vol. 57, pp. 298–303, 1996.
- [18] H. M. Huang, J. Pan, S. C. Tang, Failure prediction in anisotropic sheet