



## تعیین پارامترهای سطح تسلیم وابسته به فشار برای کامپوزیت‌های پلیمری به روش بهینه‌سازی بر پایه مدل کریجینگ

جواد پاینده‌پیمان<sup>1</sup>، غلامحسین مجزوبی<sup>2\*</sup>، رضا باقری<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

3- استاد، مهندسی مواد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\*همدان، 651754161، gh\_majzoobi@basu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 مرداد 1394

پذیرش: 13 آذر 1394

ارائه در سایت: 26 دی 1394

کلید واژگان:

نانوکامپوزیت پلی پروپیلن/خاک رس

معیار دراگر - پراگر تعمیم‌یافته

مدل کریجینگ

### چکیده

در مقاله حاضر، جهت تعیین وابستگی سطح تسلیم به فشار نانوکامپوزیت پلی پروپیلن/خاک رس، از معیار تسلیم دراگر - پراگر تعمیم‌یافته استفاده شده است و ضرایب آن با استفاده از ترکیبی از روش‌های تجربی، عددی و بهینه‌سازی محاسبه شده است. در این روش، اختلاف نتایج روش‌های عددی و تجربی که از آزمون خمش سه نقطه‌ای حاصل شده است، کمینه می‌شود. برای کاهش بار محاسباتی شبیه‌سازی عددی، یک الگوی جایگزین بر پایه مدل کریجینگ به منظور پیش‌بینی تابع هزینه تولید می‌شود. نقطه بهینه این تابع با روش بیشینه کردن امید ریاضی استخراج می‌شود. در ادامه با استفاده از آزمون‌های کشش و فشار صحت نتایج سنجیده می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که این روش می‌تواند جایگزین آزمون‌های پیچیده مکانیکی برای تعیین ضرایب دراگر - پراگر تعمیم‌یافته باشند، همچنین از این روش می‌توان خواص مکانیکی ترموپلاستیک‌ها مانند تنش تسلیم کششی، فشاری و مدول الاستیک ماده را با انجام تنها آزمون خمش سه نقطه‌ای پیش‌بینی کرد. علاوه بر این مشخص شد که تغییر حجم در تغییر شکل‌های پلاستیک برای ترموپلاستیک‌ها قابل ملاحظه است و فرض جریان پتانسیل غیر وابسته نسبت به جریان وابسته در معیار دراگر - پراگر تعمیم‌یافته برای این مواد مناسب‌تر است.

## Deriving parameters of pressure-dependent yield surface for polymeric composites using kriging-based optimization method

Javad Payandehpeyman<sup>1</sup>, Gholamhossein Majzoobi<sup>1\*</sup>, Reza Bagheri<sup>2</sup>

1- Mechanical Engineering Department, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

2- Polymeric Materials Research Group, Department of Materials Science and Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 651754161, Hamedan, Iran, gh\_majzoobi@basu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 16 August 2015

Accepted 04 December 2015

Available Online 16 January 2016

Keywords:

Polypropylene/nanoclay nanocomposites

Extended Drucker-Prager criterion

Kriging model

### ABSTRACT

In the present paper, to determine the pressure-dependent yield surface of polypropylene/nanoclay nanocomposites, the extended Drucker-Prager yield criterion is used and its parameters are derived by a combined experimental/numerical/optimization approach. In this method, the difference between the experimental and numerical results obtained from three-point bending test is minimized. In order to alleviate the burdensome numerical simulation, a surrogate model based on Kriging method is used to estimate the cost function. The optimum of this function is obtained by maximizing expected improvement method. Afterwards, the results are verified by tension and compression tests. The results show that this method can substitute the complicated experimental tests which are normally employed to identify the extended Drucker-Prager parameters. Also, this method can be used to determine the mechanical properties of thermoplastic material such as tensile and compressive yield stresses and elastic modulus using only a three-point bending test. In addition, it is found that the volumetric change of thermoplastic during plastic deformation is significant and the non-associative, compared with the associative, plastic flow assumption is more proper for this material for the extended Drucker-Prager criterion.

### 1- مقدمه

کلسیم، الیاف شیشه و الیاف کربن در داخل پلی پروپیلن بر خواص مختلف مکانیکی، شیمیایی و مورفولوژی آن انجام شده است [1-3]. فروغ فرد و همکاران مقدار درصد بهینه خاک رس را در پلی پروپیلن و پلی اتیلن جهت افزایش خواص مکانیکی آن‌ها به دست آوردند [4].

استفاده از کامپوزیت‌های پلی پروپیلن به‌عنوان یک ترموپلاستیک چندمنظوره ارزان قیمت، مورد توجه زیادی قرار گرفته است. تحقیقات زیادی در زمینه اثر استفاده از پرکننده‌های مختلف از جمله ذرات تالک، خاک رس، کربنات

Please cite this article using:

J. Payandehpeyman, Gh. Majzoobi, R. Bagheri, Deriving parameters of pressure-dependent yield surface for polymeric composites using kriging-based optimization method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 280-290, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

J. Payandehpeyman, Gh. Majzoobi, R. Bagheri, Deriving parameters of pressure-dependent yield surface for polymeric composites using kriging-based optimization method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 280-290, 2016 (in Persian)

(سطح بالایی تار خنثی) می‌شود و در نتیجه اثر حساسیت نمونه پلیمری به نوع تنش (کششی یا فشاری) در نتیجه آزمایش مشاهده می‌شود. دیگر ویژگی این آزمون ساده بودن انجام آن و همچنین تهیه ساده‌تر نمونه‌های آزمون نسبت به نمونه سایر آزمون‌های مکانیکی مانند کشش، فشار و برش است. در ادامه آزمون خمش سه نقطه‌ای با استفاده از مدل ماده دراگر-پراگر<sup>1</sup> با تعمیم‌یافته<sup>13</sup> در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی می‌شود. سپس اختلاف آزمایش عملی و شبیه‌سازی به‌عنوان تابع هدف<sup>14</sup> و ضرایب مدل ماده به‌عنوان متغیرهای طراحی<sup>15</sup> یک مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شده و تابع هدف توسط یک مدل کریجینگ پیش‌بینی می‌شود. سپس با کمینه کردن تابع هدف، ضرایب دراگر-پراگر تعمیم‌یافته برای درصدهای مختلف نانوکامپوزیت پلی پروپیلن/خاک رس محاسبه می‌شود، همچنین اثرات مقدار خاک رس بر ضرایب مدل ماده نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان برای صحت‌سنجی، آزمون‌های کشش و فشار نیز به‌صورت مجزا انجام می‌شود و با نتایج روش جاری مقایسه می‌شود. ویژگی بارز این مقاله علاوه بر محاسبه ضرایب دراگر-پراگر تعمیم‌یافته، پیش‌بینی تنش تسلیم فشاری و کششی مواد ترموپلاستیک با انجام تنها آزمایش خمش سه نقطه است که از نظر عملی می‌تواند بسیار کارایی داشته باشد.

## 2- انجام آزمایش

### 2-1- ساخت نمونه‌ها

برای ساخت کامپوزیت‌ها، پلی پروپیلن با گرید C30S (با چگالی 0.91 گرم بر سانتی‌متر مکعب و شاخص جریان مذاب<sup>16</sup> 6 گرم بر 10 دقیقه) از شرکت پتروشیمی مارون تهیه شده است. کامپوزیت‌ها با استفاده از اکسترودر تهیه شده و نمونه‌های استاندارد آزمون کشش و خمش با استفاده از تزریق تولید می‌شوند (شکل 1). نمونه‌های آزمون فشار نیز به قطر 10 و ارتفاع 5 میلی‌متر از روی نمونه‌های خمش با ابزار مخصوص بریده می‌شوند. درصدهای مختلف نانوکامپوزیت‌های تولیدی و کدبندی آن‌ها در جدول 1 نمایش داده شده است.

### 2-2- آزمون‌های مکانیکی

آزمون‌های کشش با استفاده از دستگاه یونیورسال<sup>17</sup> زوئیک 25 کیلو نیوتنی و طبق استاندارد دی<sup>18</sup> 638 انجام شده است. تنش تسلیم کششی با رسم خط موازی با قسمت الاستیک از نقطه کرنش 2% روی نمودار تنش-کرنش واقعی<sup>19</sup> محاسبه می‌شود. آزمون‌های کشش و فشار در نرخ کرنش نامی<sup>20</sup> 0.001 انجام می‌شوند. در آزمون فشار برای جلوگیری از اثر اصطکاک، از گریس در سطح تماس نمونه و فک دستگاه استفاده می‌شود. آزمون خمش سه نقطه‌ای طبق استاندارد ای.اس.تی.ام<sup>21</sup> 790 با استفاده از دستگاه سنتام و با یک نیرو سنج<sup>22</sup> یک تنی که به فک بالایی دستگاه متصل می‌شود، انجام شده است (شکل 2). نمونه به مقدار 35 میلی‌متر و به‌صورت استاتیکی با سرعت 3.33 میلی‌متر بر دقیقه بارگذاری شده است. مدول خمشی<sup>23</sup> حاصل از آزمون خمش سه نقطه‌ای با استفاده از رابطه (1) قابل محاسبه است:

افزایش روزافزون استفاده از ترموپلاستیک‌ها در قطعات مختلف مکانیکی، لزوم مدل‌سازی و شبیه‌سازی آن‌ها را در بارگذاری‌های مختلف ضروری کرده است. حساسیت تسلیم مواد پلیمری نسبت به فشار هیدرواستاتیک، سبب شده است که تنش تسلیم فشاری به میزان قابل توجهی با تنش تسلیم کششی اختلاف داشته باشد. مدل ماده دراگر-پراگر<sup>1</sup> با در نظر گرفتن این ویژگی برای مواد پلیمری در مطالعات زیادی در سال‌های اخیر مورد استفاده قرار گرفته است [5-8]. این مدل ماده با این‌که به خوبی می‌تواند، رفتار مواد پلیمری را پیش‌بینی کند، اما محاسبه ضرایب آن نیاز به آزمون‌های زیاد مکانیکی همراه با بارگذاری‌های پیچیده سه محوره که پرهزینه و در مواردی برای مواد پلیمری غیرممکن است [9].

یکی از روش‌های پیشنهادی برای محاسبه ضرایب مدل ماده مختلف استفاده از روش ترکیبی که شامل آزمایش عملی، شبیه‌سازی عددی و بهینه‌سازی است. در این روش سعی می‌شود با کمینه کردن اختلاف بین آزمایش عملی و شبیه‌سازی عددی ضرایب محاسبه شوند. یکی از مشکلات این روش پرهزینه بودن شبیه‌سازی‌های عددی از نظر محاسباتی است [10]. همچنین نامشخص بودن دقیق ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی شبیه‌سازی سبب شده است که به این مسائل، بهینه‌سازی پرهزینه جعبه سیاه<sup>2</sup> اطلاق شود و روش مدل جایگزین<sup>3</sup> برای آن پیشنهاد شود [11]. در این روش سعی می‌شود یک مدل ریاضی ارائه شود که بتواند در زمان بسیار کم و با دقت مناسب مقدار خروجی شبیه‌ساز را به‌ازای ضرایب مختلف به‌عنوان ورودی پیش‌بینی کند. روش جایگزین دارای انواع مدل‌های مختلفی از جمله مربع حداقل خطا<sup>4</sup>، تابع شعاعی ریشه‌ای<sup>5</sup>، توابع چند جمله‌ای و کریجینگ<sup>6</sup> است. این روش برای محاسبات سنگین عددی مانند اجزا محدود غیرخطی<sup>7</sup> و دینامیک سیالات محاسباتی<sup>8</sup> مورد استفاده قرار گرفته است [12-14]. ستار و همکاران و همچنین کحال و همکاران، از این روش در بهینه‌سازی شکل‌دهی فلزات با استفاده از اجزا محدود استفاده کردند. مجذوبی و همکاران [15] با استفاده از روش توابع درجه دو، ضرایب مدل ماده جانسون-کوک<sup>9</sup> و زریلی-آرمسترانگ<sup>10</sup> را برای فولاد و آلومینیوم در بارگذاری استاتیکی و دینامیکی محاسبه کردند. همچنین آن‌ها ضرایب مدل کپ دراگر-پراگر<sup>11</sup> را برای پودر آلومینیوم و فولاد با این روش محاسبه کردند [16]. دهقانی و همکاران مدل کریجینگ را برای بهینه‌سازی هندسی دیفیوزرهای حلقوی استفاده کردند. پلانکو و همکاران [17] با انجام آزمون‌های مختلف کشش و استفاده از تکنیک‌های پردازش تصویر، منحنی تنش-کرنش واقعی را برای کامپوزیت پلی پروپیلن محاسبه کرده و با استفاده از روش جایگزین ضرایب مدل ماده بویس-رقاوا<sup>12</sup> را محاسبه کردند. مدل کریجینگ به دلیل انعطاف زیاد و همچنین توانایی بالا در پیش‌بینی شبیه‌سازی‌های پیچیده توسط محققان زیادی برای بهینه‌سازی طراحی‌های مختلف استفاده شده است.

در این مقاله برای آزمایش عملی از آزمون خمش سه نقطه‌ای استفاده شده است. در این آزمون به دلیل این‌که نمونه تحت بارگذاری خمشی قرار می‌گیرد، مقطع نمونه هم‌زمان کشیده (سطح پائینی تار خنثی) و فشرده

- 1- Drucker-Prager
- 2- Expensive Black-Box Optimization Problems
- 3- Surrogate Model
- 4- Least Square Error(LSE)
- 5- Radial Basis Functions(RBFs)
- 6- Kriging
- 7- Nonlinear Finite Element
- 8- Computational Fluid Dynamics(CFD)
- 9- Johnson-Cook
- 10- Zerilli-Armstrong
- 11- Drucker-Prager Cap Model
- 12- Boyce-Raghava

- 13- Extended Drucker-Prager
- 14- Objective Function
- 15- Design Variables
- 16- Melt Flow Index(MFI)
- 17- Universal
- 18- D638
- 19- True Stress-Strain
- 20- Nominal Strain rate
- 21- ASTM790
- 22- Load Cell
- 23- Flexural Modulus

جدول 1 جزئیات ترکیبات نمونه‌ها

Table 1. The composition details of samples

کد نمونه	درصد وزنی خاک رس (wt%)
PP	-
PPNC05	0.5
PPNC1	1
PPNC3	3
PPNC6	6

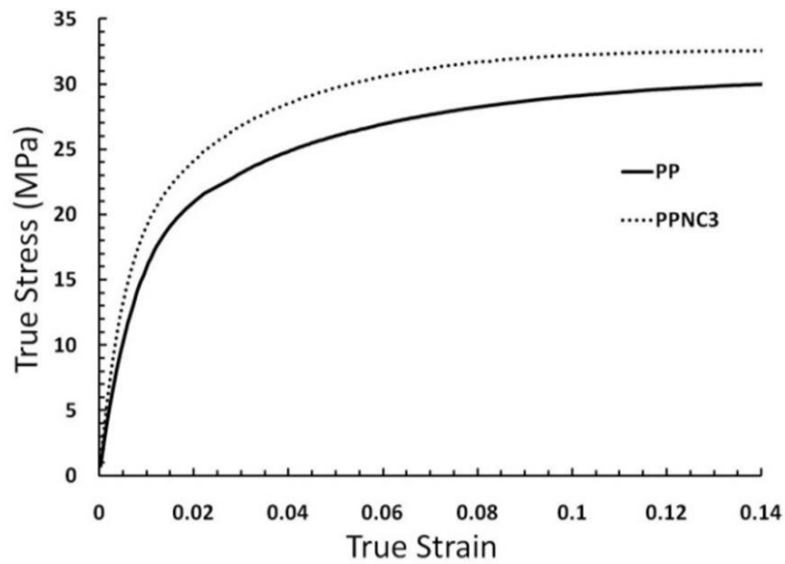


Fig. 3 Tensile true stress-strain curves for PP and PPNC3

شکل 3 منحنی‌های تنش-کرنش حقیقی کششی برای PP و PPNC3

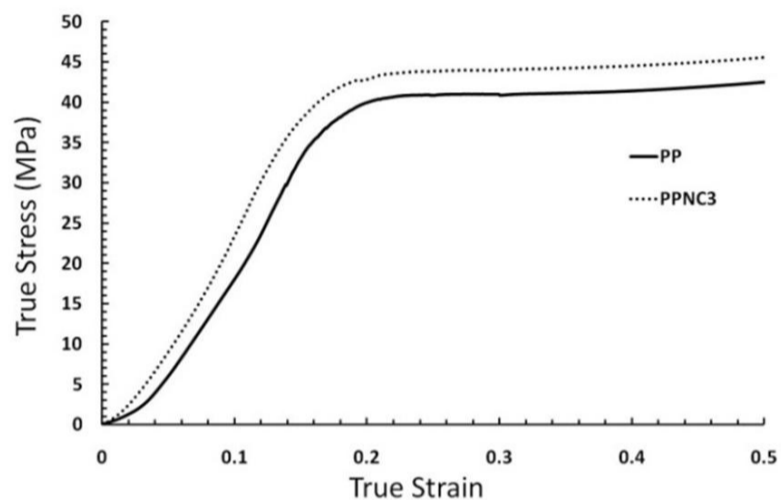


Fig. 4 Compressive true stress-strain curves for PP and PPNC3

شکل 4 منحنی‌های تنش-کرنش حقیقی فشاری برای PP و PPNC3

### 3- شبیه‌سازی عددی

#### 3-1- مدل اجزا محدود<sup>1</sup>

برای شبیه‌سازی آزمون خمش سه نقطه‌ای، یک مدل سه بعدی در نرم‌افزار آباکوس طبق شکل 5 مدل شده است. مدل شامل دو تکیه‌گاه، نمونه و همچنین ابزار بارگذاری است. تکیه‌گاه‌ها و ابزار بارگذاری به دلیل تغییر شکل‌های ناچیز نسبت به نمونه به صورت الاستیک و با خواص فولاد در نظر گرفته می‌شوند. ضریب اصطکاک دینامیکی و استاتیکی بین پلی پروپیلن و فولاد براساس مرجع [18] به ترتیب 0.36 و 0.26 است که در این شبیه‌سازی به دلیل لغزش نمونه بر تکیه‌گاه‌ها 0.26 در نظر گرفته می‌شود.

تغییر ضریب اصطکاک تأثیر ناچیزی بر منحنی نیرو-جابجایی حاصل از شبیه‌سازی دارد. تماس‌ها از نوع سطح به سطح و نوع حل به صورت ضمنی<sup>2</sup>

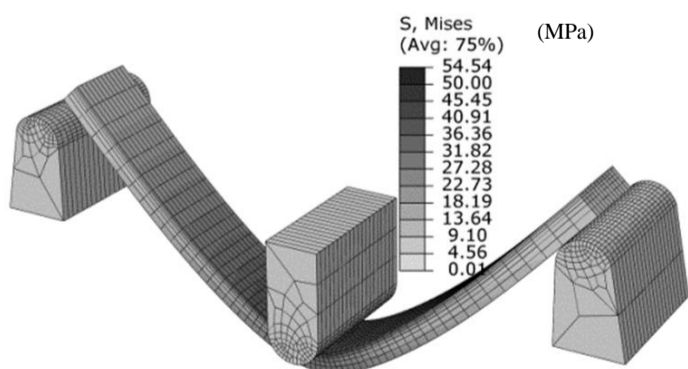


Fig. 5 Finite element modeling of three-point bending test

شکل 5 مدل‌سازی اجزا محدود آزمون خمش سه نقطه‌ای

1- Finite Element Model(FEM)  
2- Implicit



Fig. 1 Tension, compression and bending specimens a- PP b- PPNC3

شکل 1 نمونه‌های تست کشش، فشار و خمش (a) PP (b) PPNC3

$$E_m = \frac{ml^3}{4bh^3} \quad (1)$$

که  $l$  فاصله تکیه‌گاه‌ها از هم،  $h$  ضخامت قطعه،  $b$  عرض نمونه و  $m$  نیز شیب منحنی نیرو-جابجایی در مبداست. هر یک از آزمون‌های مکانیکی یادشده، پنج بار تکرار می‌شوند و میانگین نتایج گزارش می‌شود. برای یک نمونه پلیمری خالص و همچنین نمونه کامپوزیتی با 3% وزنی، منحنی تنش-کرنش حقیقی در آزمون کشش و فشار در شکل‌های 3 و 4 رسم شده است. در این منحنی‌ها اثر خاک رس بر استحکام نمونه کامپوزیتی کاملاً مشهود است. خواص مکانیکی حاصل از تست‌های خمش، کشش و فشار در جدول 2 خلاصه شده است. اثر افزودن خاک رس بر خواص مکانیکی آن‌ها کاملاً مشهود است.

جدول 2 خواص مکانیکی پلی پروپیلن و نانوکامپوزیت‌های آن (واحد: MPa)

Table 2. Mechanical properties of PP and its nanocomposites (Units: MPa)

خواص مکانیکی	PPNC6	PPNC3	PPNC1	PPNC05	PP
مدول الاستیک	1588	1654	1700	1556	1500
مدول خمشی	1746	1734	1690	1627	1409
تنش تسلیم فشاری	40.8	43.8	44.2	43.2	42.0
تنش تسلیم کششی	26.8	27.5	27.6	26.6	24.0



Fig. 2 Configuration of three-point bending test

شکل 2 نحوه انجام تست خمش سه نقطه‌ای



استفاده از روابط (4) قابل تبدیل به یکدیگر هستند. جهت بررسی اثر ثابت‌های مدل دراگر-پراگر، یک مدل با ضرایب ثابت را در نظر گرفته و با ثابت نگه داشتن بقیه پارامترها، اثر تغییرات پارامتر مورد نظر را بر منحنی نیرو-جابجایی بررسی می‌کنیم. در شکل‌های 7 و 8 به ترتیب اثر مدول الاستیسیته و تنش تسلیم فشاری، بر منحنی نیرو-جابجایی نشان داده شده است. اثر مدول الاستیک در شیب ابتدای نمودار و تنش تسلیم، در ناحیه پلاستیک مشهود است.

#### 4- روش بهینه‌سازی جایگزین بر پایه مدل کریچینگ

بهینه‌سازی به روش جایگزین شامل مراحل زیر است که در این بخش به تفصیل در مورد آن بحث خواهد شد [10]. 1) طراحی آزمایش‌ها جهت تولید نمونه‌های نخستین، 2) انجام شبیه‌سازی بر نمونه‌های اولیه و به دست آوردن سطح پاسخ، 3) ساخت مدل کریچینگ، 4) بهینه‌کردن مدل و پیدا کردن نمونه بعدی برای اصلاح مدل اولیه، 5) تکرار مراحل 2-4 برای رسیدن به همگرایی مطلوب.

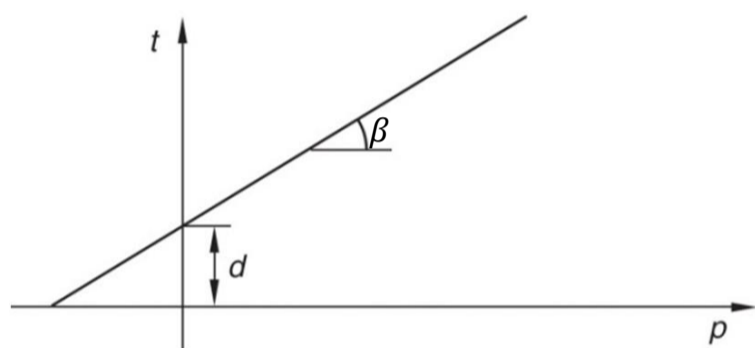


Fig. 6 Drucker-Prager yield criterion [8]

شکل 6 معیار تسلیم دراگر-پراگر [8]

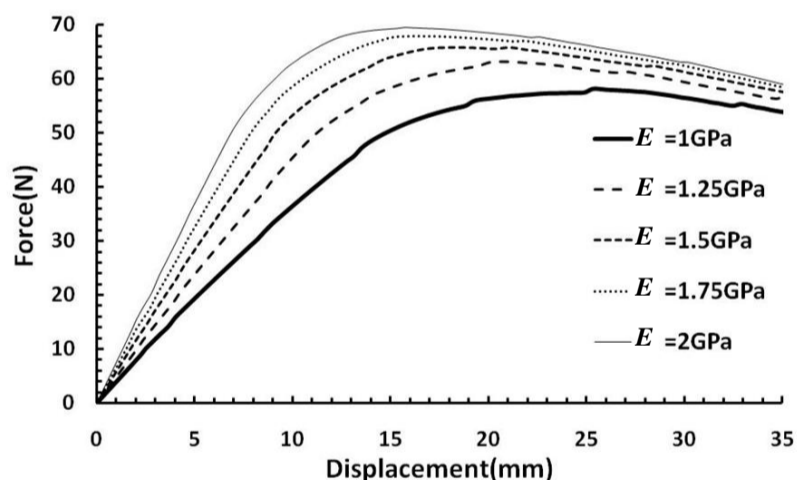


Fig. 7 The effect of elastic modulus variation on the load-deflection curve obtained from simulation

شکل 7 اثر تغییر مدول الاستیسیته بر منحنی نیرو-جابجایی حاصل از شبیه‌سازی

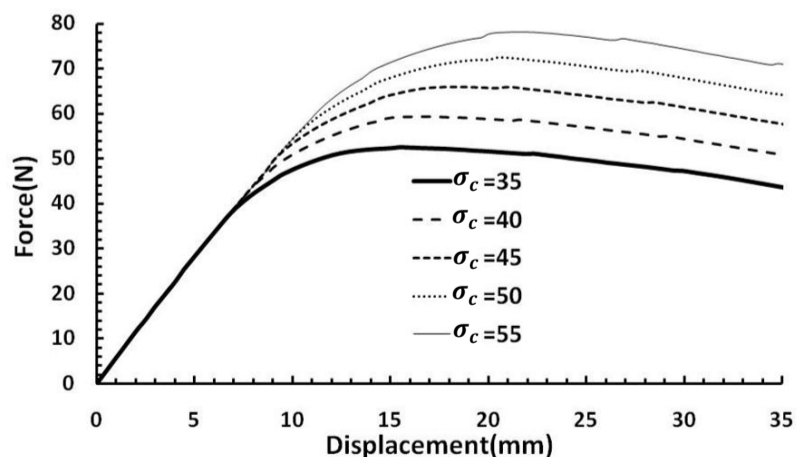


Fig. 8 The effect of  $\sigma_c$  variation on the load-deflection curve obtained from simulation

شکل 8 اثر تغییر  $\sigma_c$  بر منحنی نیرو-جابجایی حاصل از شبیه‌سازی

در نظر گرفته شده است. المان‌ها از نوع 8 گره‌ای 6 وجهی خطی<sup>1</sup> است و تعداد المان‌ها<sup>2</sup> و گره‌ها<sup>3</sup> به ترتیب تا 8200 و 10465 عدد برای رسیدن به دقت قابل قبول افزایش پیدا کرده است. مدت زمان حل هر شبیه‌سازی، با یک رایانه با هسته آی. 5<sup>4</sup> و حافظه 4 گیگابایتی<sup>5</sup>، 20 دقیقه است.

#### 3-2- مدل ماده

مدل ماده دراگر-پراگر تعمیم‌یافته که در شکل 6 نمایش داده شده است، به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود [8].

$$F = t - p \tan \beta - d = 0 \quad (2)$$

که در آن  $t$  و  $p$  به ترتیب تنش مؤثر<sup>6</sup> و فشار هیدرواستاتیک<sup>7</sup> بوده و بر حسب نامتغیر نخست تنش<sup>8</sup>  $I_1$  و نامتغیرهای انحرافی<sup>9</sup> دوم و سوم تنش<sup>2</sup>  $J_2$  و  $J_3$  به صورت روابط (3) محاسبه می‌شوند.

$$t = \frac{q}{2} \left[ 1 + \frac{1}{K} - \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right] \quad (a-3)$$

$$q = \sqrt{3} J_2 \quad (b-3)$$

$$r = \frac{27}{2} J_3 \quad (c-3)$$

$$p = -\frac{I_1}{3} \quad (d-3)$$

در رابطه (2) زاویه اصطکاک<sup>10</sup> بوده (زاویه خط تسلیم در صفحه  $t-p$ ) و به ازای  $\beta = 0$  مدل دراگر-پراگر به معیار فون میسز<sup>11</sup> ساده می‌شود. پارامتر  $d$  مقاومت ماده در بارگذاری برش خالص است و مقدار آن بر حسب تنش تسلیم فشاری  $\sigma_c$  یا کششی  $\sigma_t$  با روابط (4) محاسبه می‌شود.

$$d = \left( 1 - \frac{\tan \beta}{3} \right) \sigma_c \quad (a-4)$$

$$d = \left( \frac{1}{K} + \frac{\tan \beta}{3} \right) \sigma_t \quad (b-4)$$

متغیر  $K$ ، در واقع ضریب تصحیح مدل دراگر-پراگر تعمیم یافته است و نسبت تنش تسلیم کششی به فشاری در بارگذاری سه محوره و مقدار آن  $0.78 \leq K \leq 1$  است که مدل ماده دراگر-پراگر تعمیم یافته به ازای  $K = 1$  به مدل دراگر-پراگر نخستین تبدیل می‌شود [19].

پتانسیل جریان مدل ماده نیز به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود:

$$G = t - p \tan \psi \quad (5)$$

$\psi$  زاویه اتساع<sup>12</sup> بوده و میزان تغییر حجم ماده را کنترل می‌کند و به ازای  $\psi = \beta$  و  $\psi \neq \beta$  به ترتیب پتانسیل جریان وابسته و غیروابسته خواهیم داشت. به ازای  $\psi = 0$  تغییر حجم ماده صفر بوده و اعوجاج نخواهیم داشت [19].

در تغییر شکل‌های الاستیک نیز با فرض همگن<sup>13</sup> بودن ماده، مدول الاستیسیته  $E$  و نسبت پواسان  $\nu$  از ثوابت الاستیک مدل ماده محسوب می‌شوند. در مجموع این مدل ماده دارای چهار ثابت پلاستیک  $K, \beta, \sigma_c$  و  $\psi$  و دو ثابت الاستیک  $E$  و  $\nu$  است که باید از طریق آزمایش تعیین شوند. البته باید در نظر داشت که به جای  $\sigma_c$ ، می‌توان از  $\sigma_t$  یا  $d$  نیز استفاده کرد که با

- 1- C3D8R
- 2- Element
- 3- Node
- 4- Core i5
- 5- 4GB
- 6- Effective Stress
- 7- Hydrostatic Pressure
- 8- First Invariant Stress
- 9- Deviatoric
- 10- Friction Angle
- 11- Von-Mises Criterion
- 12- Dilation Angle
- 13- Isotropic

#### 1-4- طراحی آزمایش‌ها

جهت تولید نمونه‌های اولیه برای ساخت مدل جایگزین، روش‌های مختلفی ارائه شده است [21,20]. در بهینه‌سازی مسائل جعبه سیاه پر هزینه، باید نمونه‌های اولیه طوری انتخاب شوند که با کمینه تعداد بتوانند بیشترین پراکندگی ممکن را در بازه متغیرهای طراحی داشته باشند و به خوبی همه بازه متغیرهای طراحی را پوشش دهند [11,10]. از روش‌های کارآمد برای این منظور روش هایپرکیوب لاتین<sup>1</sup> است. در این روش ابتدا نمونه‌ها با یک پراکندگی اولیه در محدوده جواب انتخاب می‌شوند و سپس با الگوریتم‌های تکراری سعی می‌شود فاصله بین نمونه‌ها از هم بیشینه شود (شکل 9). این روش منجر به تولید نمونه‌های اولیه با بهترین پوشش و کمینه تعداد می‌شود. در این مقاله 30 نمونه اولیه با کدنویسی در نرم‌افزار متلب<sup>2</sup> و با استفاده از تابع هایپرکیوب لاتین<sup>3</sup> در متلب تولید می‌شود.

#### 2-4- ساخت مدل کریجینگ و بهینه‌سازی

در این مدل مقدار تابع تخمینی  $y(x)$  به صورت ترکیب خطی از تابع اصلی  $f(x)$  و تابع تصادفی  $Z(x)$  به صورت رابطه (6) بیان می‌شود [10]:

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (6)$$

تابع  $f(x)$  معمولاً به صورت یک چند جمله‌ای یا تابع پایه ریشه‌ای مشخص می‌شود.  $Z(x)$  یک تابع تصادفی گوسی با میانگین صفر، واریانس<sup>4</sup>  $\sigma^2$  و همچنین کوواریانس<sup>5</sup> غیر صفر مطابق با رابطه (7) است.

$$cov[Z(x), Z(x')] = \sigma^2 R(x, x') \quad (7)$$

در این جا  $R(x, x')$  یک تابع همبستگی<sup>6</sup> است که تنها به فاصله اقلیدسی بین دو بردار  $x$  و  $x'$  بستگی دارد و به صورت یک تابع همبستگی گوسی براساس رابطه (8) در نظر گرفته می‌شود.

$$R(x, x') = \exp\left(-\sum_{k=1}^m \theta_k |x_k - x'_k|^{c_k}\right) \quad (8)$$

در این رابط مقادیر  $\theta_k$  و  $c_k$  ضرایب مجهول مدل کریجینگ است که دارای مقادیر  $0 < \theta_k < \infty$  و  $1 < c_k \leq 2$  بوده و باید محاسبه شوند. تعداد این ضرایب با تعداد متغیرهای طراحی برابر است. به بیان ساده‌تر مقادیر این پارامترها اثر هر متغیر طراحی را بر تابع هدف نشان می‌دهند. رابطه (6) را می‌توان به شکل ماتریسی به صورت رابطه (9) نوشت.

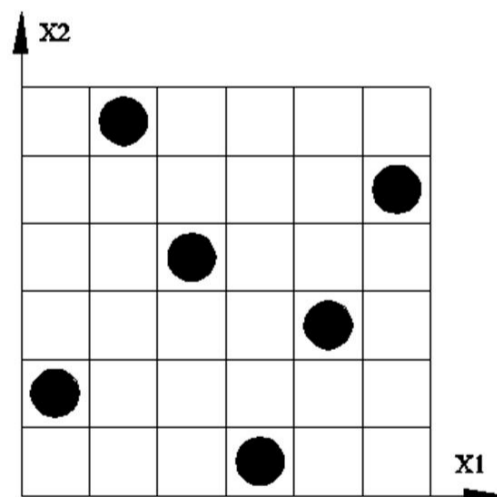


Fig. 9 Schematic representation of six sample points selected using LHS method for two variables functions

شکل 9 نمایش شماتیک انتخاب شش نمونه به روش LHS برای تابع دو متغیره

- 1- Latin Hypercube
- 2- Matlab
- 3- Lhsdesign
- 4- Variance
- 5- Covariance
- 6- Correlation Function

$$y(x) = \beta_0 + r^T(x)R^{-1}(y_s - \beta_0 1) \quad (9)$$

که  $\beta_0$  تخمین مربع حداقل<sup>7</sup> است و به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$\beta_0 = (1^T R^{-1} 1)^{-1} 1^T R^{-1} y_s \quad (10)$$

در روابط بالا 1، برداری است با آرایه‌های 1 و  $y_s$  مقدار تابع در نقاط نمونه‌های اولیه است.  $r$  و  $R$  نیز به ترتیب بردار همبستگی<sup>8</sup> و ماتریس همبستگی<sup>9</sup> است که به صورت روابط (12,11) محاسبه می‌شوند.

$$R = \begin{bmatrix} R(x^{(1)}, x^{(1)}) & R(x^{(1)}, x^{(2)}) & \dots & R(x^{(1)}, x^{(n)}) \\ R(x^{(2)}, x^{(1)}) & R(x^{(2)}, x^{(2)}) & \dots & R(x^{(2)}, x^{(n)}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(x^{(n)}, x^{(1)}) & R(x^{(n)}, x^{(2)}) & \dots & R(x^{(n)}, x^{(n)}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$r = \begin{bmatrix} R(x^{(1)}, x) \\ R(x^{(2)}, x) \\ \vdots \\ R(x^{(n)}, x) \end{bmatrix} \quad (12)$$

در روابط (12,11)  $x$  و  $x^{(i)}$  بردار متغیرهای طراحی هستند که مقادیر تابع هدف آن‌ها به ترتیب مجهول و معلوم (مقدار تابع هدف در نمونه‌های اولیه) است. یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد مدل کریجینگ که برای تعیین نمونه بعدی برای حدس مقادیر بهینه و همچنین اصلاح مدل اولیه بسیار سودمند، توانایی محاسبه میانگین مربع خطا براساس رابطه (13) است.

$$s^2(x) = \sigma^2 \left[ 1.0 - r^T R^{-1} r + \frac{(r^T R^{-1} 1)^2}{1^T R^{-1} 1} \right] \quad (13)$$

با فرض توزیع گوسی نمونه‌ها، تابع درست‌نمایی<sup>10</sup> را می‌توان با رابطه (14) محاسبه کرد.

$$L(\beta_0, \sigma^2, \theta, c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2)^n |R|}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(y_s - \beta_0 1)^T R^{-1} (y_s - \beta_0 1)}{\sigma^2}\right\} \quad (14)$$

مقدار  $\beta_0$  از رابط (10) و مقدار واریانس نیز از رابط (15) به دست می‌آید.

$$\sigma^2(\beta_0, \theta, c) = \left(\frac{1}{n} (y_s - \beta_0 1)^T R^{-1} (y_s - \beta_0 1)\right) \quad (15)$$

با قرار دادن روابط (15,10) در رابط (14) و گرفتن لگاریتم، رابط (16) حاصل خواهد شد.

$$MLE(\theta, c) = -n \ln \sigma^2(\theta) - \ln R(\theta) \quad (16)$$

با بیشینه کردن رابط (16) مقادیر مجهول پارامترهای مدل کریجینگ ( $c_k$  و  $\theta_k$ ) محاسبه می‌شود. در این مقاله برای کاهش پیچیدگی‌های محاسبه ضرایب بالا  $c_k = 2$  در نظر گرفته می‌شود. ضرایب  $\theta_k$  نیز با بیشینه کردن رابط (16) با یکی از روش‌های عددی مانند روش الگوریتم ژنتیک<sup>11</sup> محاسبه می‌شوند.

پس از محاسبه ضرایب مدل کریجینگ و ساخت مدل می‌توان با روش‌های مختلف بهینه‌سازی مقدار بهینه متغیرهای طراحی را محاسبه کرد. در ساده‌ترین روش معمولاً به‌طور مستقیم خود مدل جایگزین را بهینه‌سازی کرده و سپس مقادیر به‌دست‌آمده را اعتبارسنجی می‌کنند (با انجام شبیه‌سازی و یا انجام آزمایش به‌ازای نمونه جدید). این روند معمولاً چندین بار اتفاق می‌افتد تا به خطای مورد قبول برسیم. یکی از ایرادهای روش بالا به

7- Least Square Estimation  
8- Correlation Vector  
9- Correlation Matrix  
10- Likelihood Function  
11- Genetic Algorithm

(2) و با در نظر گرفتن اثر نانوذرات که معمولاً به صورت افزایش مقاومت و استحکام گزارش شده است، به ترتیب  $1GPa \leq E \leq 2GPa$  مقدار پارامتر  $35MPa \leq \sigma_c \leq 55MPa$  در نظر گرفته می‌شود [25,24,3]. برای تعیین محدوده زاویه اصطکاک، روابط (4) با هم ترکیب شده و به صورت رابطه (22) ساده‌سازی می‌شود.

$$\gamma = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = \frac{\frac{1}{K} + \frac{\tan \beta}{3}}{1 - \frac{\tan \beta}{3}} \quad (22)$$

که  $\gamma$  نسبت تنش فشاری به کششی بوده و بر حسب  $K$  و  $\beta$  در شکل 10 نمایش داده شده است. نسبت  $\gamma$  برای مواد ترموپلاستیک دارای بازه معینی است که این مقدار برای پلی‌پروپیلن طبق مطالعات پیشین و جدول 2 قابل محاسبه است. با توجه به شکل 10 که از قرار دادن مقادیر پارامتر در رابطه 22 ایجاد شده است،  $0 \leq \beta(Degree) \leq 50$  محدوده مناسبی به نظر می‌رسد. برای تعیین زاویه اتساع  $\psi$  از رابطه (23) استفاده می‌شود [26].

$$\tan(\psi) = \frac{3(1 - 2\nu_p)}{2(1 + \nu_p)} \quad (23)$$

که در آن  $\nu_p$  نسبت پواسان پلاستیک و با توجه به مرجع [23] محدوده آن برای پلی‌پروپیلن حدوداً  $0.25 \leq \nu_p \leq 0.45$  گزارش شده است که با جای‌گذاری آن در رابطه (23) منجر به شکل 11 خواهد شد. با توجه به این شکل محدوده  $0 \leq \psi(Degree) \leq 30$ ، برای زاویه اتساع در نظر گرفته می‌شود. محدوده‌های بالا برای اطمینان از صحت روش و همچنین در نظر گرفتن اثر پرکننده‌ها، تا حدودی بزرگ‌تر از مقدار لازم (مقادیر ارائه شده در مقالات) در نظر گرفته شده است. تابع هدف و قیود متغیرهای طراحی در جدول 3 خلاصه شده است.

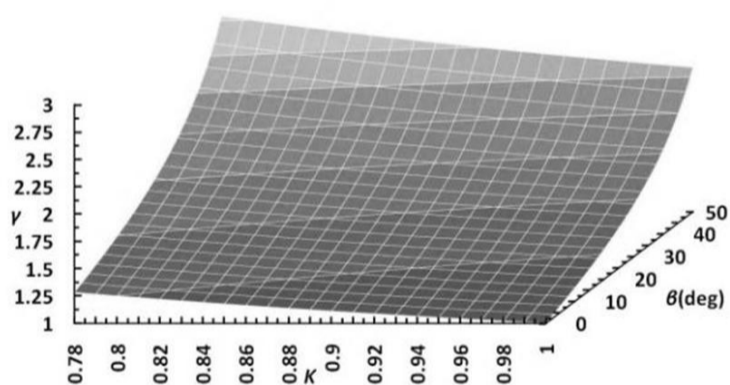


Fig. 10 Variation of  $\gamma$  versus  $\beta$  and  $K$

شکل 10 تغییرات  $\gamma$  نسبت به  $\beta$  و  $K$

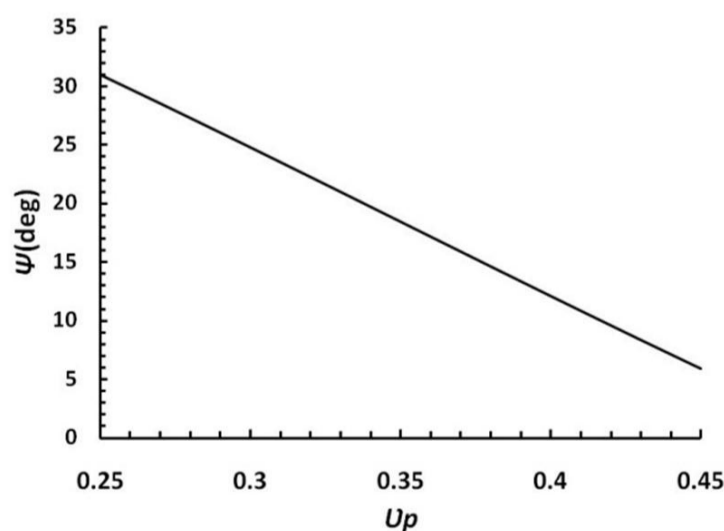


Fig. 11 Variation of  $\psi$  versus  $\nu_p$

شکل 11 تغییرات  $\psi$  نسبت به  $\nu_p$

تله افتادن تابع در نقاط بهینه محلی<sup>1</sup> است. برای رفع این مشکل، برای پیدا کردن نقطه بهینه می‌توان به جای این که مدل را بهینه کرد، به جستجوی نقاطی پرداخت که امید ریاضی<sup>2</sup> یافتن پاسخ بهتر، در آن‌ها زیاد باشد. به بیان دیگر باید امید ریاضی یافتن بهترین جواب را بیشینه کرد [22].

امید ریاضی برای مقادیر  $S(x) > 0$  طبق رابطه (17) محاسبه می‌شود.

$$E[I(x)] = (y_{\min} - y(x))\Phi\left(\frac{y_{\min} - y(x)}{s(x)}\right) + s(x)\phi\left(\frac{y_{\min} - y(x)}{s(x)}\right) \quad (17)$$

که  $\Phi$  و  $\phi$  در آن به ترتیب تابع توزیع تجمعی<sup>3</sup> و تابع چگالی احتمال<sup>4</sup> است.  $y_{\min}$  نیز کمترین مقدار تابع هدف به‌ازای نمونه‌های شبیه‌سازی شده و مقدار  $E[I(x)]$  به ازای  $s(x) = 0$  صفر است.

دقت مدل نیز به ترتیب توسط خطای جذر ریشه مربعات و ضریب همبستگی با استفاده از روابط (18,19) محاسبه می‌شوند.

$$\frac{RMSE}{f_0} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y^i(x) - y_s^i)^2}{n}}}{(y_s^{\max} - y_s^{\min})} \quad (18)$$

$$\Delta^2 = \left( \frac{n \sum_{i=1}^n y^i(x) y_s^i - \sum_{i=1}^n y^i(x) \sum_{i=1}^n y_s^i}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n y^i(x)^2 - \sum_{i=1}^n y^i(x)] [n \sum_{i=1}^n y_s^{i(2)} - \sum_{i=1}^n y_s^{i(2)}]}} \right)^2 \quad (19)$$

در رابطه (18) خطای جذر ریشه مربعات نسبت به دامنه تابع  $(f_0)$  نرمالیزه شده است.

### 3-4- تعریف مسئله بهینه‌سازی

در این مقاله اختلاف منحنی نیرو- جابه‌جایی آزمون خمش سه نقطه‌ای حاصل از شبیه‌سازی و آزمایشگاهی به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. به این منظور  $N$  نقطه با فواصل برابر از دو منحنی انتخاب کرده و اختلاف آن‌ها را براساس روابط (20) محاسبه می‌شود.

$$\Delta f_1 = |f_1^{\text{exp}} - f_1^{\text{sim}}|$$

$$\Delta f_N = |f_N^{\text{exp}} - f_N^{\text{sim}}| \quad (20)$$

(اندیس‌های exp و sim به ترتیب نشان‌دهنده مقدار آزمایشگاهی و مقدار شبیه‌سازی است) حال مجموعه این اختلاف را براساس رابطه (21) به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود.

$$y(x) = \sqrt{\Delta f_1^2 + \dots + \Delta f_N^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \Delta f_i^2} \quad (21)$$

همان‌طور که در قسمت شبیه‌سازی عددی بیان شد، مدل ماده دراگر-پراگر تعمیم یافته دارای شش ثابت است که باید تعیین شوند. مقدار نسبت پواسان به دلیل اثر کمی که در تابع هدف دارد و مقدار آن تقریباً مشخص است، مقدار ثابت  $\nu = 0.42$  در نظر گرفته شده است [23]؛ بنابراین پنج ثابت دیگر به‌عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به فیزیک مسئله و مدل ماده دراگر-پراگر تعمیم یافته، برای متغیرهای طراحی قید در نظر گرفته می‌شود. بازه تغییرات مدول الاستیک و تنش تسلیم فشاری پلی‌پروپیلن با توجه به مقالات (نتایج تجربی مقاله حاضر طبق جدول

1- Local Optimum Point  
2- Expected Improvement  
3- cumulative distribution function  
4- probability density function

جدول 3 تعریف قیود و تابع هدف

Table 3 Definition of constraints and objective function

متغیر طراحی	پارامتر	واحد	قیود	ضرایب مدل کریجینگ
$x_1$	$E$	GPa	$1 \leq E \leq 2$	$\theta_1$
$x_2$	$\sigma_c$	MPa	$35 \leq \sigma_c \leq 55$	$\theta_2$
$x_3$	$\beta$	Degree	$0 \leq \beta \leq 50$	$\theta_3$
$x_4$	$K$	-	$0.78 \leq K \leq 1$	$\theta_4$
$x_5$	$\psi$	Degree	$0 \leq \psi \leq 30$	$\theta_5$

مراحل محاسبه ضرایب دراگر-پراگر در فلوجارت شکل 12 رسم شده است. ابتدا باید به روش طراحی آزمایش‌ها نمونه‌های اولیه برای ساخت مدل ایجاد شود. سپس با استفاده از مدل اجزا محدود در آباکوس، منحنی نیرو-جابه‌جایی این مقادیر استخراج شده و با مقایسه با نتایج آزمون عملی تابع هدف تولید شود. حال با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک با بیشینه کردن رابطه (16) مقادیر ضرایب کریجینگ استخراج شده و مدل کریجینگ ایجاد می‌شود. در ادامه با بیشینه کردن رابطه (17) ضرایب دراگر-پراگر برای نمونه جدید استخراج می‌شود. جهت بهینه‌سازی رابطه (17)، از روش ترکیبی<sup>1</sup> در نرم‌افزار متلب استفاده می‌شود. در این روش ابتدا نقطه بهینه با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک با تنظیمات مختلف در نحوه تولید نسل‌های بعدی و الگوریتم‌های مختلف آن محاسبه می‌شود. سپس بهترین نقطه به‌عنوان آغاز نقطه جستجو به تابع بهینه ساز مقید<sup>2</sup> در متلب داده می‌شود و این الگوریتم دقت جواب بهینه را بالا می‌برد. با به‌دست آمدن پاسخ، مدل اجزا محدود برای آن حل شده و سپس معیار همگرایی مسئله بررسی می‌شود. در صورت عدم همگرایی این پاسخ به‌عنوان نمونه بعدی در داخل مدل وارد شده و ضرایب مدل کریجینگ دوباره محاسبه و اصلاح می‌شود. در نهایت با 5-15 بار تکرار نقطه بهینه محاسبه می‌شود و مدل کاملاً همگرا می‌شود. برای اطمینان از صحت مدل، 20 تکرار انجام شده است. مدل اجزا محدود با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون در نرم‌افزار آباکوس ایجاد شده و با فراخوانی آن توسط کد نوشته شده در متلب، مرحله تکرار الگوریتم بالا برای به همگرایی کافی، به‌صورت پیوسته و اتوماتیک انجام می‌شود. به بیان دیگر با متصل کردن نرم‌افزار آباکوس با متلب زمان زیادی که برای استخراج و منتقل کردن اطلاعات بین این دو نرم‌افزار لازم است، صرفه‌جویی می‌شود. برای محاسبه ضرایب هر نمونه کامپوزیتی بدون در نظر گرفتن مدت زمان حل 30 نمونه اولیه، حدود 7 ساعت زمان صرف می‌شود.

## 5- نتایج

### 5-1- بررسی همگرایی مدل کریجینگ

در شکل 13 انطباق خوبی بین نتایج تجربی و بهینه‌سازی مشاهده می‌شود. بیشتر اختلاف‌ها در قسمت تغییر شکل‌های الاستیک است که می‌تواند به دلیل رفتار ویسکوالاستیک پلیمرها باشد و سبب شود که مدول الاستیک تحت بارگذاری با گذشت زمان تغییر کند. منحنی نمونه کامپوزیتی با 1% وزنی نسبت به نمونه پلیمری خالص دارای شیب بیشتر و نقطه بیشینه بزرگ‌تری است.

در شکل 14 نیز نیروی بیشینه حاصل از بهینه‌سازی و آزمایش‌ها به‌ازای درصد‌های مختلف خاک رس مقایسه شده است که انطباق بسیار خوبی دارند.

1- Hybrid  
2- Fmincon

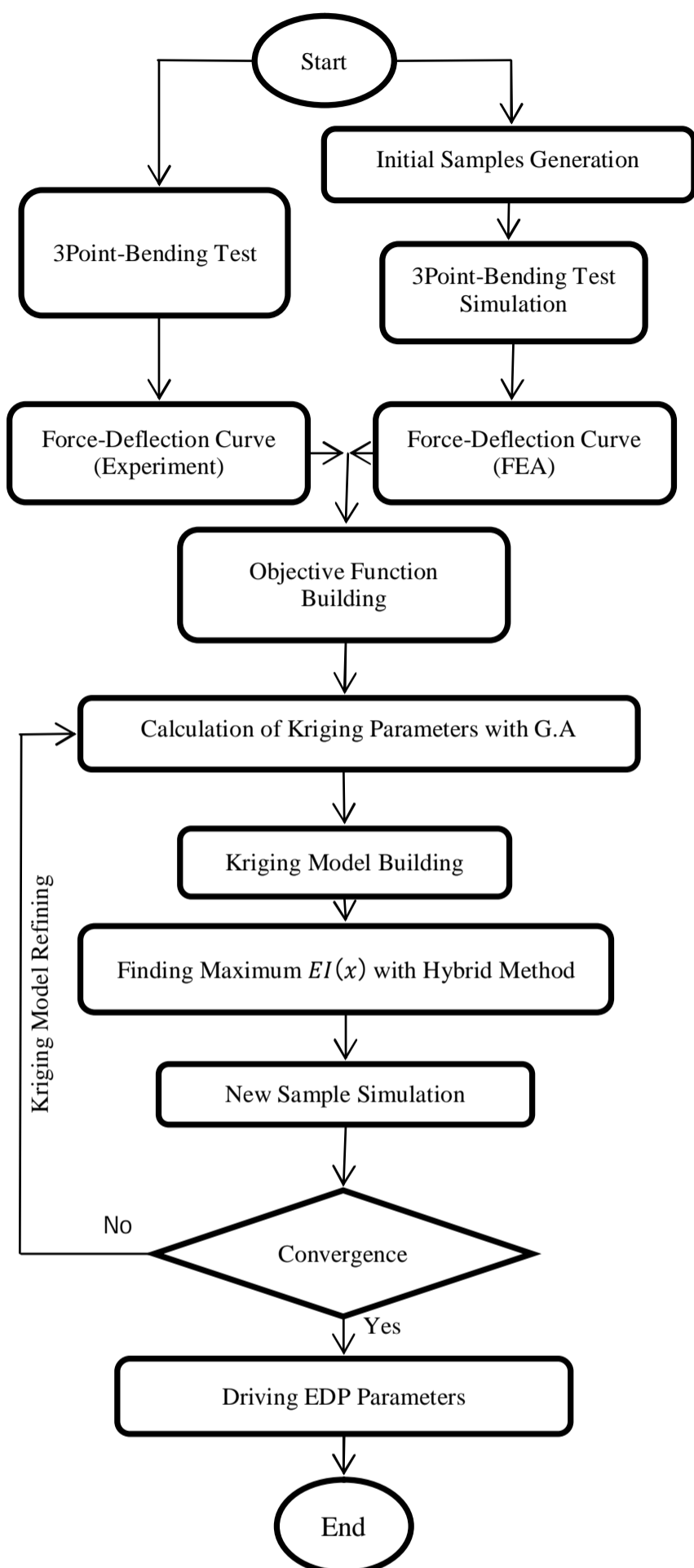


Fig. 12 Flowchart of Kriging-based optimization method for deriving extended Drucker-Prager parameters

شکل 12 فلوجارت روش بهینه‌سازی بر پایه مدل کریجینگ برای تعیین ضرایب دراگر-پراگر تعمیم‌یافته

در این شکل اثر افزایش نانوکلی بر نیروی بیشینه نیز به خوبی قابل مشاهده است. در شکل 15 مقدار تابع هدف در نقاط نمونه‌های اولیه (تا 30 شبیه‌سازی اول) و سپس اثر بهینه‌سازی بر مقادیر تابع هدف در نمونه‌های بعدی نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر تابع هدف شروع به کاهش کرده است و مقدار بهینه پیدا شده است. مقادیر کاهش بیشینه  $EI(x)$  در شکل 16 نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ابتدا یک کاهش سریع در همه نمودارها اتفاق افتاده و سپس این کاهش با شدت کمتری ادامه پیدا کرده است.

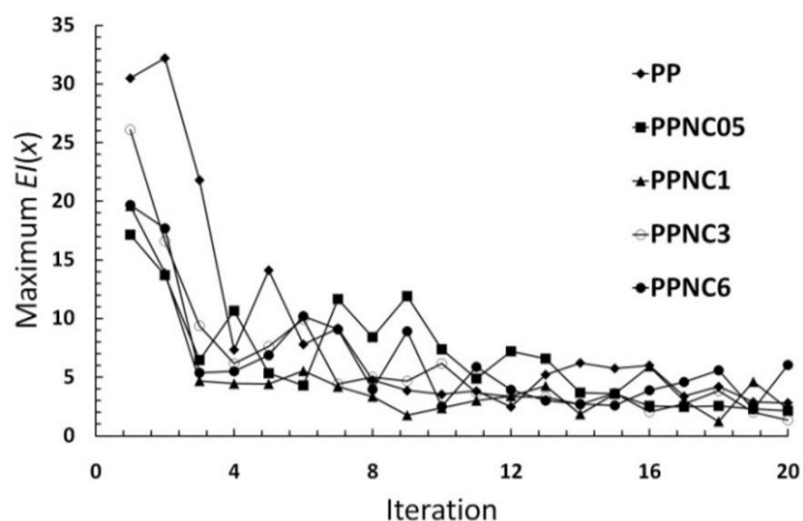


Fig. 16 Variation of Maximum  $EI(x)$  at optimization procedure

شکل 16 تغییر بیشینه  $EI(x)$  در فرآیند بهینه‌سازی

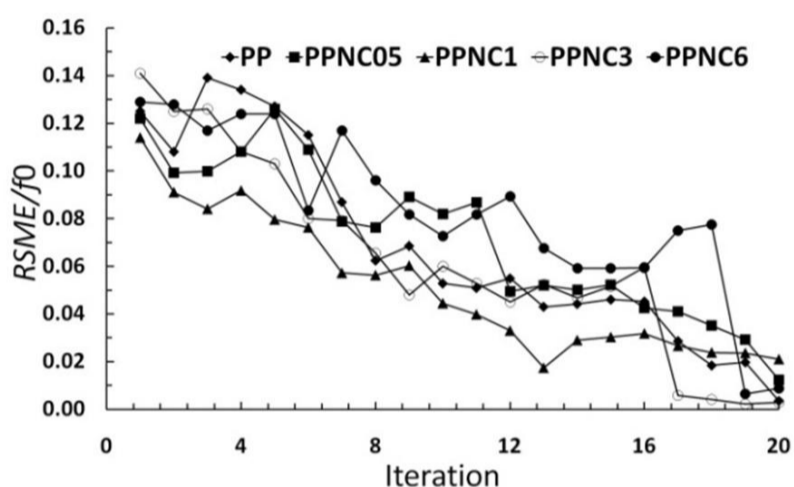


Fig. 17 Variation of  $RSME/f_0$  at optimization procedure

شکل 17 تغییر  $RSME/f_0$  در فرآیند بهینه‌سازی

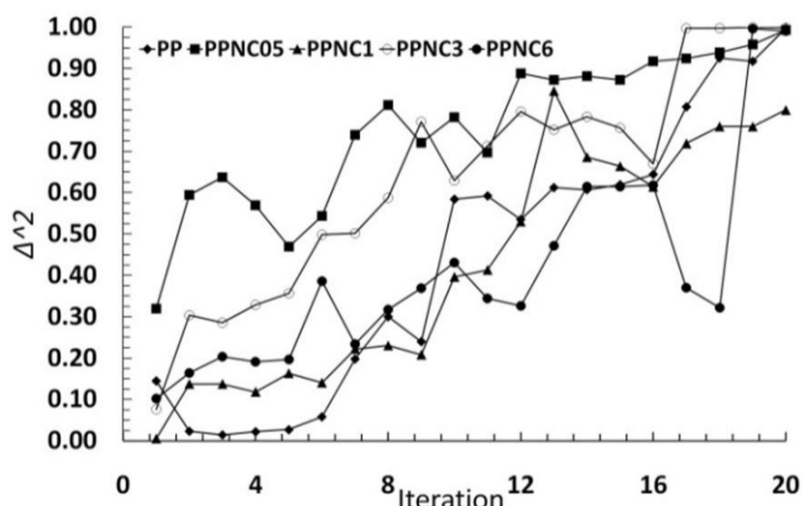


Fig. 18 Variation of  $\Delta^2$  at optimization procedure

شکل 18 تغییر  $\Delta^2$  در فرآیند بهینه‌سازی

ویسکوالاستیک پلی‌پروپیلین با استفاده از میانگین‌گیری از مدول الاستیک محاسبه شده است [17]. هر دو روش افزایش مدول الاستیک با اضافه کردن نانوکلی را نشان می‌دهند. همچنین دقت محاسبه مدول الاستیک به جز در پلیمر خالص بسیار خوب است. یکی دیگر از ثوابت الاستیک ماده که در آزمون خمش سه نقطه مورد بحث قرار می‌گیرد، مدول خمشی است که با استفاده از رابطه (1) محاسبه می‌شود. نتایج حاصل از آزمایش عملی از مقادیر روش بهینه‌سازی تا اندازه‌ای بیشتر است که به دلیل بیشتر بودن شیب اولیه منحنی نیرو-جابجایی آزمایش عملی نسبت به شبیه‌سازی در ابتدای بارگذاری است. در حالت آزمایش عملی شیب منحنی به دلیل رفتار ویسکوالاستیک پلی‌پروپیلین کم کم کاهش می‌یابد، اما این رفتار همان‌طور که در بخش شبیه‌سازی اشاره شد در مدل ماده دراگر-پراگر پیش‌بینی نشده است؛ بنابراین در حالت شبیه‌سازی این شیب ثابت بوده و تا پیش از تغییر

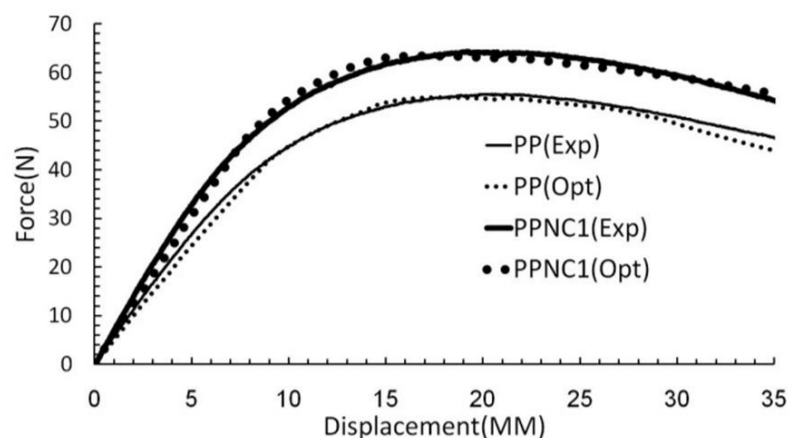


Fig. 13 The convergence between the experiment and the numerical results for PP composite

شکل 13 همگرایی بین آزمایش و نتایج عددی برای نانوکامپوزیت پلی پروپیلین

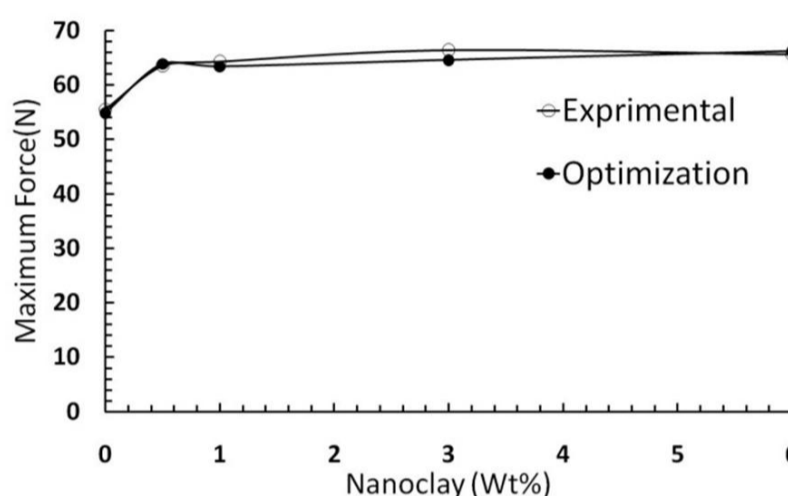


Fig. 14 Comparison of maximum force obtained from experimental and optimization methods

شکل 14 مقایسه نیروی بیشینه حاصل از روش‌های بهینه‌سازی و تجربی

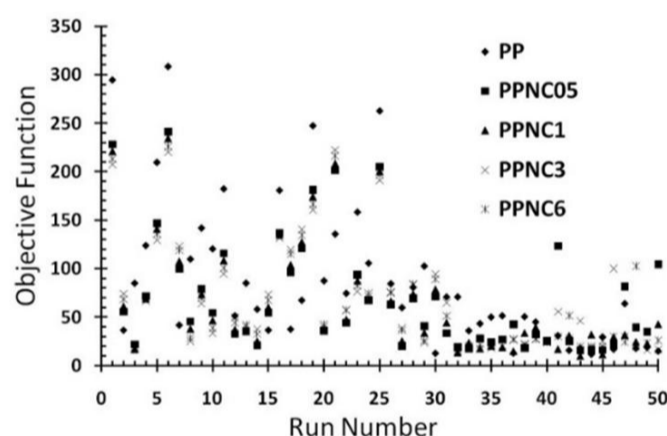


Fig. 15 Objective function values at different runs

شکل 15 مقادیر تابع هدف در حل‌های مختلف

نکته مهمی که قابل توجه است، کاهش مقادیر بیشینه  $EI(x)$  الزاماً منجر به یافتن جواب بهینه در جستجوی بعدی نمی‌شود و ما با جستجوی جواب‌هایی که امید ریاضی بالایی دارند از یافتن جواب بهینه مطلق مطمئن خواهیم شد. در تکرارهایی که مقدار بیشینه  $EI(x)$  افزایش پیدا کرده است، نشانه وجود پاسخ‌های مطلق و فرار از تله‌های جواب‌های بهینه محلی است. همگرا شدن مدل در شکل‌های 17 و 18 برای همه نمونه‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دقت مدل پس از 20 بار تکرار مناسب، خطا رو به کاهش و دقت مدل (نزدیک شدن  $\Delta^2$  به مقدار 1) رو به بهبود است. البته امکان دارد این مسئله برای کامپوزیت‌های مختلف متفاوت باشد، با این حال 20 تکرار منجر به نتایج قابل قبولی شده است.

## 5-2- ضرایب الاستیک ماده

ضرایب الاستیک حاصل از دو روش بهینه‌سازی و تجربی در شکل 19 با هم مقایسه شده‌اند. مدول الاستیک حاصل از روش تجربی به دلیل خواص



کمی بر نتایج دارد و دلیل پراکندگی زیاد این زاویه نیز این مسئله است. با توجه به این که زاویه اتساع صفر و همچنین با مقادیر زاویه اصطکاک یکسان نیست، فرض جریان پلاستیک غیروابسته برای تغییر شکل کامپوزیت نسبت به وابسته ارجعیت دارد.

تغییرات ضریب تصحیح  $K$  در شکل 23 با افزایش نانوکلی نمایش داده شده است. فاصله گرفتن این مقدار از مقدار 1 (به‌زای  $K = 1$  مدل دراگر-پراگر تعمیم‌یافته به دراگر-پراگر معمولی تغییر می‌کند) نشان می‌دهد که مدل دراگر-پراگر تعمیم‌یافته برای شبیه‌سازی ترموپلاستیک‌ها نسبت به مدل دراگر-پراگر معمولی دقیق تر است. نتیجه دیگر این که نسبت تنش تسلیم کششی به فشاری در بارگذاری سه محوره یکسان نیست.

### 6- نتیجه‌گیری

نتایج نهایی حاصل از این پژوهش را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

- روش بهینه‌سازی بر پایه مدل کریجینگ ابزار مناسبی برای محاسبه پاسخ‌های بهینه مطلق است.

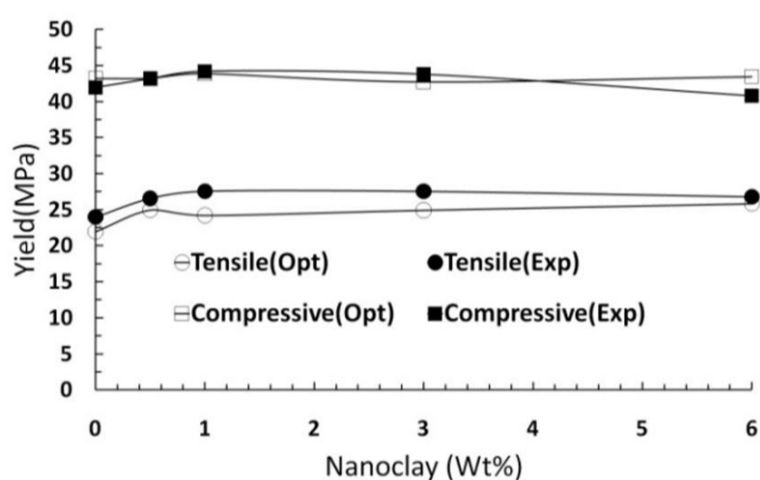


Fig. 21 Dependence of the tensile and compressive yield stress on the nanoclay content

شکل 21 وابستگی تنش تسلیم فشاری و کششی به مقدار خاک رس

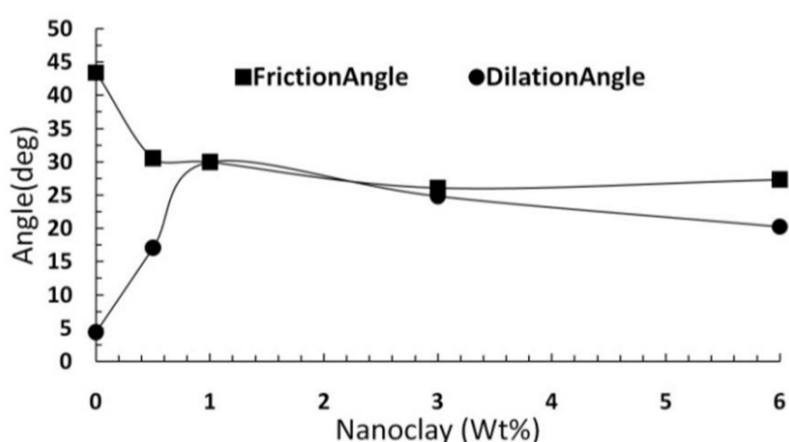


Fig. 22 Dependence of dilation and friction angle on the nanoclay content

شکل 22 وابستگی زاویه اصطکاک و اتساع به مقدار خاک رس

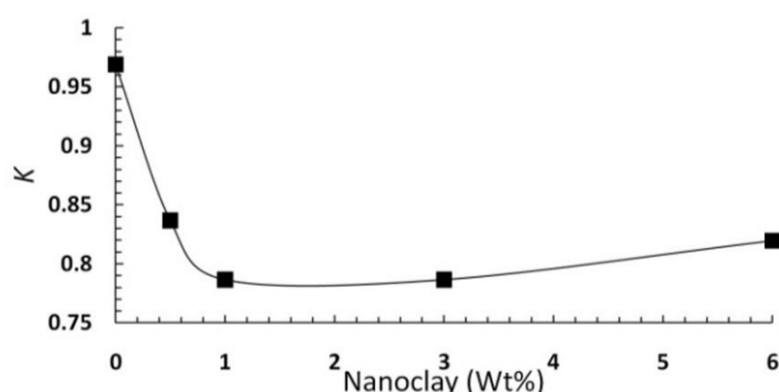


Fig. 23 Dependence of  $K$  parameter on the nanoclay content

شکل 23 وابستگی پارامتر  $K$  به مقدار خاک رس

شکل‌های پلاستیک نمونه تغییری نمی‌کند. حال اگر مانند روش توصیه شده در مرجع [17]، از این شیب در حالت آزمایش عملی در ناحیه الاستیک متوسط‌گیری شود، نتایج شکل 20 به‌دست می‌آید. نتایج بسیار عالی و تطابق بسیار خوبی بین نتایج مشاهده می‌شود.

### 3-5- ضرایب پلاستیک ماده

تنش تسلیم فشاری و کششی حاصل از روش بهینه‌سازی و آزمایش عملی برای نانوکامپوزیت‌ها در شکل 21 مقایسه شده‌اند. تنش تسلیم فشاری به‌طور مستقیم از بهینه‌سازی محاسبه و اما تنش تسلیم کششی با قراردادن پارامترهای  $\sigma_c$ ،  $\beta$  و  $K$  حاصل از بهینه‌سازی در رابطه (4) محاسبه شده است، همین امر سبب شده است دقت نتایج تنش تسلیم فشاری نسبت به تنش تسلیم کششی بیشتر باشد. در هر دو روش افزایش تنش تسلیم نانوکامپوزیت‌ها به دلیل افزودن نانوکلی مشاهده می‌شود، هرچند این افزایش استحکام برای تنش تسلیم کششی مشهودتر است. افزایش مدول الاستیک، تنش تسلیم کششی و استحکام پلی‌پروپیلن با افزودن خاک رس به آن توسط مراجع [4,3] نیز گزارش شده است که با نتایج مطالعه حاضر هم‌خوانی دارد. افزایش بیشتر تنش تسلیم کششی نسبت به فشاری سبب کاهش زاویه اصطکاک کامپوزیت‌ها نسبت به پلیمر خالص شده که در شکل 22 نمایش داده شده است. دلیل این مسئله افزایش تنش تسلیم کششی نسبت به تنش تسلیم فشاری با افزودن خاک رس است. با مراجعه به شکل 6 اگر تسلیم در حالت کشش (سمت چپ نمودار) نسبت به تسلیم در حالت فشار (سمت راست نمودار) افزایش بیشتری داشته باشد، شیب خط تسلیم کاهش می‌یابد که به معنی کاهش زاویه اصطکاک است. زاویه اتساع غیرصفر نشان‌دهنده تغییر حجم کامپوزیت هنگام بارگذاری است (شکل 22). دلیل این تغییر حجم در مراجع، ایجاد ترک و حفره به هنگام بارگذاری گزارش شده است [23]. البته همان‌طور که در قسمت پیشین اشاره شد، تغییر زاویه اتساع تأثیر

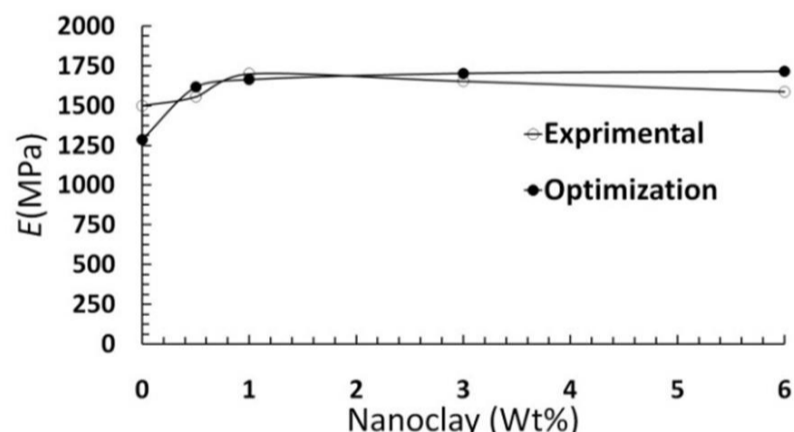


Fig. 19 Dependence of the elastic modulus on the nanoclay content

شکل 19 وابستگی مدول الاستیسیته به مقدار خاک رس

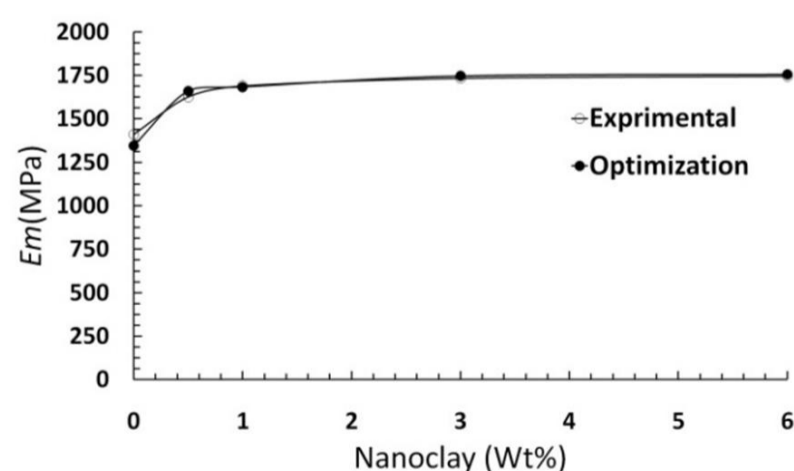


Fig. 20 Dependence of the flexural modulus on the nanoclay content

شکل 20 وابستگی مدول خمشی به مقدار خاک رس

## علائم یونانی

$\beta$	زاویه اصطکاک (درجه)
$\beta_0$	تخمین مربع حداقل
$\gamma$	نسبت تنش تسلیم فشاری به کششی
$\Delta^2$	ضریب همبستگی
$\theta$	ضرایب مدل کریجینگ
$\sigma_t$	تنش تسلیم کششی (MPa)
$\sigma_c$	تنش تسلیم فشاری (MPa)
$\sigma^2$	واریانس
$\nu$	نسبت پواسان در حالت الاستیک
$\nu_p$	نسبت پواسان در حالت پلاستیک
$\phi$	تابع توزیع تجمعی
$\Phi$	تابع چگالی احتمال
$\psi$	زاویه اتساع (درجه)
بالانویس‌ها	
exp	آزمایشگاهی
sim	شبیه‌سازی

## 8- تقدیر و تشکر

نویسندگان وظیفه خود می‌دانند که از ستاد ویژه توسعه فناوری نانو که از این پژوهش حمایت کرده است، تقدیر و تشکر کنند.

## 9- مراجع

- [1] A. Afshar, I. Massoumi, R. L. Khosh, R. Bagheri, Fracture behavior dependence on load-bearing capacity of filler in nano- and microcomposites of polypropylene containing calcium carbonate, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 802-807, 2010.
- [2] R. D. K. Misra, Q. Yuan, P. K. C. Venkatsurya, Mechanics of nanoscale surface deformation in polypropylene-clay nanocomposite, *Mechanics of Materials*, Vol. 45, pp. 103-116, 2012.
- [3] V. Selvakumar, K. Palanikumar, K. Palanivelu, Studies on Mechanical Characterization of Polypropylene/ Na + -MMT Nanocomposites, *Minerals & Materials Characterization & Engineering*, Vol. 9, pp. 671-681, 2010.
- [4] A. Foroughfard, A. A. Pourkamali Anaraki, E. Ghasemi, Comparison of mechanical properties of PP/ NANOCLAY and LLDPE/ NANOCLAY nanocomposites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 83-90, 2013. (in Persian)
- [5] R. C. Batra, G. Gopinath, J. Q. Zheng, Material parameters for pressure-dependent yielding of unidirectional fiber-reinforced polymeric composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 6, pp. 2594-2604, 2012.
- [6] R. Seltzer, A. P. Cisilino, P. M. Frontini, Y.-W. Mai, Determination of the Drucker-Prager parameters of polymers exhibiting pressure-sensitive plastic behaviour by depth-sensing indentation, *Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 6, pp. 471-478, 2011.
- [7] D. Rittel, a. Dorogoy, A methodology to assess the rate and pressure sensitivity of polymers over a wide range of strain rates, *the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 56, No. 11, pp. 3191-3205, 2008.
- [8] J.-F. Jiang, Y.-F. Wu, Identification of material parameters for Drucker-Prager plasticity model for FRP confined circular concrete columns, *Solids and Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 445-456, 2012.
- [9] L. H. Han, J. a. Elliott, a. C. Bentham, a. Mills, G. E. Amidon, B. C. Hancock, A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders, *Solids and Structures*, Vol. 45, No. 10, pp. 3088-3106, 2008.
- [10] Z.-H. Han, K.-S. Zhang, Surrogate-Based Optimization, *Real-World Applications of Genetic Algorithms*, Croatia: InTech, pp. 343-362, 2008.
- [11] J. Müller, C. a. Shoemaker, R. Piché, SO-MI: A surrogate model algorithm for computationally expensive nonlinear mixed-integer black-box global optimization problems, *Computers & Operations Research*, Vol. 40, No. 5, pp. 1383-1400, 2013.
- [12] P. Kahhal, S. Y. Ahmadi Brooghani, H. D. Azodi, Multi-objective optimization of sheet metal forming die using FEA coupled with RSM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 9, pp. 47-57, 2013. (in Persian)
- [13] M. Dehghani, H. Ajam, S. Farahat, Geometry optimization of turbulent flow inside annular diffusers by CFD analysis and surrogate modeling *Modares*

- تلفیق شبیه‌سازی، بهینه‌سازی و تست کارایی بسیار خوبی دارد.
- با این روش می‌توان ضرایب دراگر- پراگر اصلاح‌شده را برای نانو کامپوزیت‌های پلی‌پروپیلن با دقت خوبی محاسبه کرد.
- همچنین با این روش با انجام تنها آزمون خمش، خواص مکانیکی شامل تنش تسلیم کششی، فشاری و همچنین مدول الاستیک کامپوزیت‌های پلیمری را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی کرد.
- نانو کامپوزیت پلی‌پروپیلن به هنگام بارگذاری دچار تغییر حجم قابل توجه می‌شود و فرض جریان پتانسیل غیروابسته برای آن نسبت به وابسته در سطح تسلیم دراگر- پراگر تعمیم‌یافته مناسب‌تر است.
- با توجه به این که مقدار  $K$  کوچک‌تر از 1 است، دراگر- پراگر تعمیم‌یافته نسبت به دراگر- پراگر معمولی برای شبیه‌سازی ترموپلاستیک‌ها مناسب‌تر است.
- افزایش خاک رس به پلی‌پروپیلن منجر به کاهش زاویه اصطکاک پلی‌پروپیلن می‌شود.

## 7- فهرست علائم

$b$	عرض نمونه (m)
$c$	ضرایب مدل کریجینگ
$d$	مقاومت برشی ماده (MPa)
$E$	مدول الاستیک (MPa)
$E_m$	مدول خمشی (MPa)
$E(I(x))$	امید ریاضی
$f(x)$	تابع اصلی (تابع هدف)
$F$	سطح تسلیم (Pa)
$G$	پتانسیل جریان (Pa)
$h$	ضخامت نمونه (m)
$I_1$	نامتغیر اول تنش (Pa)
$J_2$	نامتغیر انحرافی دوم تنش (Pa)
$J_3$	نامتغیر انحرافی سوم تنش (Pa)
$K$	ضریب تصحیح مدل دراگر- پراگر
$l$	فاصله تکیه‌ها (m)
$L$	تابع درست نمایی
$m$	شیب منحنی نیرو- جابه‌جایی در مبدا ( $Nm^{-1}$ )
$n$	تعداد نمونه‌ها
$p$	فشار هیدرواستاتیک (Pa)
$q$	تنش معادل (Pa)
$r$	بردار همبستگی
$R(x)$	تابع همبستگی
$R$	ماتریس همبستگی
$RMSE$	خطای جذر ریشه مربعات
$s^2$	میانگین مربع خطا
$t$	تنش مؤثر (Pa)
$x_i$	بردار متغیر طراحی
$y(x)$	تابع تخمین
$y_s$	مقدار دقیق تابع (مقدار محاسبه‌شده از شبیه‌سازی)
$Z(x)$	تابع تصادفی

- 12-23, 2014.
- [21] N. V. Queipo, R. T. Haftka, W. Shyy, T. Goel, R. Vaidyanathan, P. Kevin Tucker, Surrogate-based analysis and optimization, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 41, No. 1, pp. 1-28, 2005.
- [22] A. I. J. Forrester, A. Sóbester, A. J. Keane, *Engineering Design via Surrogate Modelling-A Practical Guide*, pp. 89-90, UK: Wiley, 2008.
- [23] K.-h. Nitta, M. Yamana, Poisson ' s ratio and mechanical nonlinearity under tensile deformation in crystalline polymers, in *Rheology* , pp. 114-132, Croatia: InTech, 2012.
- [24] L. A. Fasce, V. Pettarin, C. Marano, M. Rink, P. M. Frontini, Biaxial yielding of polypropylene / elastomeric polyolefin blends: effect of elastomer content and thermal annealing, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 48, No. 7, pp. 1414-1423, 2008.
- [25] M. Jerabek, D. Tscharnuter, Z. Major, K. Ravi-Chandar, R. Lang, Multiaxial yield behaviour of polypropylene, *EPJ Web of Conferences*, Vol. 6, pp. 30051-30058, 2010.
- [26] M. N. Charalambides, A. Olusanya, *The Constitutive Models Suitable for Adhesives in some Finite Element Codes and Suggested Methods of Generating the Appropriate Materials Data The Constitutive Models Suitable for Adhesives in some Finite Element Codes and Suggested Methods of Generating*, Centre for Materials Measurement and Technology National Physical Laboratory, Teddington, UK, pp. 1-33, 1997.
- Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 371-384, 2015. (in Persian فارسی)
- [14] S. Sattar, S. Mazdak, E. Sharifi, Numerical Analysis and Simulation of Effective Parameters on the Defects of Ellipsoidal Pre-notched U-channel Section Produced by Cold Roll-Forming Process, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 125-133, 2015. (in Persian فارسی)
- [15] G. H. Majzoobi, S. F. Z. Khosroshahi, H. B. Mohammadloo, Determination of materials parameters under dynamic loading Part II : Optimization, *Computational Materials Science*, Vol. 49, No. 2, pp. 201-208, 2010.
- [16] G. H. Majzoobi, s. Jannesari, Determination of the constants of cap model for compaction of three metal powders, *Advanced Powder Technology*, Vol. 26, No. 3, pp. 928-934, 2015.
- [17] M. Polanco-Loria, H. Daiyan, F. Grytten, Material parameters identification: An inverse modeling methodology applicable for thermoplastic materials, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 52, No. 2, pp. 438-448, 2012.
- [18] P. J. Blau, *ASM Handbook*, Volume 18: Friction, Lubrication, and Wear Technology, Vol. 18, pp. 70-75, 1992.
- [19] Y. B. Lu, Q. M. Li, Dynamic behavior of polymers at high strain-rates based on split Hopkinson pressure bar tests, *Impact Engineering*, Vol. 38, No. 1, pp. 41-50, 2011.
- [20] R. G. Regis, Particle swarm with radial basis function surrogates for expensive black-box optimization, *Computational Science*, Vol. 5, No. 1, pp.