



## تحلیل استاتیکی و دینامیکی نانولوله حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک

محمد حسینی<sup>1\*</sup>، عباس زندی باغچه مریم<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

\* سیرجان، صندوق پستی 7813733385، hosseini@sirjantech.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 تیر 1395

پذیرش: 03 مهر 1395

ارائه در سایت: 09 آبان 1395

کلید واژگان:

تحلیل استاتیکی و دینامیکی

ناپایداری

تحریک الکترواستاتیک

میدان مغناطیس

نانولوله حامل سیال

### چکیده

در این پژوهش براساس تئوری الاستیسیته غیرمحل، تحلیل استاتیکی و دینامیکی یک نانولوله همگن الاستیک حامل سیال با شرایط مرزی دوسرگیردار بررسی شده است. نانولوله تحت تحریک الکترواستاتیک و میدان مغناطیس و با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی، نیروی مکانیکی و حرارتی است. جابه‌جایی عرضی نانولوله شامل دو بخش جابه‌جایی استاتیکی و دینامیکی است. در این بررسی تغییر مکان استاتیکی با استفاده از روش عددی مانده وزن دار و ناپایداری و فرکانس ارتعاشی با به‌کارگیری روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته تحلیل شده است. با اعمال ولتاژ بالاتر از مقدار بحرانی (ولتاژ پولین نامیده می‌شود)، ممکن است نانولوله در معرض ناپایداری قرار گیرد. در این بررسی تأثیر پارامترهای مختلف مانند سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیس، ولتاژ الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی و بارگذاری حرارتی بر تغییر مکان استاتیکی، فرکانس طبیعی و ولتاژ پولین نانولوله حامل سیال مطالعه شده است. سرانجام صحت نتایج حاصله با مقایسه آن‌ها با نتایج حاصل از روش‌های عددی در پژوهش‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته و مطابقت خوبی بین کار کنونی و مطالعات پیشین دیده شده است. نتایج نشان می‌دهد که پارامتر مقیاس طول، پارامتر تأثیرگذاری در ولتاژ پولین سیستم است و افزایش آن منجر به کاهش ولتاژ پولین می‌شود، همچنین مشخص می‌شود که افزایش ولتاژ سبب کاهش فرکانس طبیعی سیستم و افزایش جابه‌جایی استاتیکی می‌شود.

## Static and dynamic analysis of nanotube conveying fluid under electrostatic actuation

Mohammad Hosseini\*, Abbas Zandi Baghche Maryam

Department of Mechanical Engineering, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran.

\* P.O.B. 7813733385, Sirjan, Iran, hosseini@sirjantech.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 July 2016  
Accepted 24 September 2016  
Available Online 30 October 2016

#### Keywords:

Static and Dynamic Analysis  
Instability  
Electrostatic Actuation  
Magnetic Fields  
Nanotube Conveying Fluid

### ABSTRACT

In this research, based on nonlocal elasticity theory, static and dynamic analysis of an elastic homogeneous nanotube conveying fluid with clamped - clamped boundary conditions is investigated. The nanotube is under electrostatic actuation and magnetic field with considering the surface effects, mechanical and thermal force. Transverse displacement of the nanotube consists of two parts static and dynamic displacement. In this study, the static displacement is calculated by using the weighted residual method and instability and vibration frequency is analyzed by applying the generalized differential quadrature method. By applying a voltage greater than the critical value (called Pull-in voltage) the nanotube may undergo instability. In this investigation, the effect of various parameters such as velocity of fluid, length scale parameter, magnetic field, electrostatically voltage, effects of surface layer and thermal loading on the static displacements, natural frequency and Pull - in voltage of the nanotubes conveying fluid has been studied. Finally, the validity of the results by comparing them with the results of the numerical methods in previous research is investigated, in which there is very good agreement between the results of the present work and previous studies. The results show that the length scale parameter is significant parameter in the system's Pull - in voltage and its increasing lead to decreasing the Pull-in voltage. Also, it is shown that the dimensionless frequency and the static displacements, respectively, is decreased and increased with increases in the applied voltage.

### 1- مقدمه

مهندسين قرار گرفته است. تحریک الکترواستاتیکی به دلیل مصرف پایین انرژی، ابعاد کوچک الکترودها و سرعت عملکرد بالا دارای کاربردهای بی‌شماری است [1]. پدیده چسبندگی از مهم‌ترین اثرات موجود در نانو ساختارهای الکترواستاتیکی است. هنگامی که ولتاژ اعمالی به یک نانو ساختار از مقدار بحرانی فراتر رود تعادل سیستم به صورت ناگهانی به ناپایداری میل می‌کند و ساختار بر تکیه‌گاه خود می‌نشیند، که در بیشتر

سیستم‌های نانوالکترومکانیکی مجموعه‌ای از قسمت‌های مکانیکی، حسگرها، محرک‌ها و قسمت الکترونیکی هستند که در دهه‌های اخیر به طور وسیعی در کاربردهای مختلف استفاده شده‌اند. امروزه میکرو و نانو سیستم‌های مختلف مورد توجه فراوان محققان قرار گرفته که از این میان سیستم‌های الکترواستاتیک با توجه به سادگی ساخت و طراحی آن‌ها مورد توجه ویژه

Please cite this article using:

M. Hosseini, A. Zandi Baghche Maryam, Static and dynamic analysis of nanotube conveying fluid under electrostatic actuation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 165-176, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Hosseini, A. Zandi Baghche Maryam, Static and dynamic analysis of nanotube conveying fluid under electrostatic actuation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 165-176, 2016 (in Persian)

یک‌سرگردار با تحریک الکترواستاتیک با استفاده از تئوری گردایان کرنش پرداختند. پاندی [14] مطالعه‌ای در مورد میکروتیرهای تحت تحریک الکترواستاتیکی براساس نظریه تنش کوپل اصلاح‌شده انجام داده است. روسیکانی و همکاران [15] درباره رفتار دستگاه‌های میکروالکترومکانیک متشکل از یک میکروتیر دوسرگردار تحت اثر عملگر الکترو دینامیکی و الکترواستاتیکی مطالعاتی داشتند. زمان‌زاده و همکارانش [16] ناپایداری و ولتاژ پولین میکرو تیر ساخته شده از مواد تابعی تحت تأثیر تغییرات دما را با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. عباس‌نژاد و همکاران [17] به بررسی ناپایداری میکروتیر ساخته شده از جنس نیکل و طلا پرداختند. در این بررسی صفحه پایینی تیر از جنس طلای خالص و صفحه بالایی از جنس نیکل خالص در نظر گرفته شد. صادقی و همکاران [18] اثر شدید وابستگی به اندازه را بر رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروتیرهای با تحریک الکترواستاتیک بررسی کردند. پلویی و همکاران [19] تغییر مکان استاتیکی و فرکانس میکروتیر یک‌سرگردار دو لایه تحت تحریک الکترواستاتیک که لایه دوم بخشی از طول لایه نخست را می‌پوشاند بررسی کردند. فتحعلی‌لو و رضایی [20] رفتار مکانیکی یک میکرو حوسگر الکترواستاتیکی را بررسی کردند. برای حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم از دو شیوه مبتنی بر روش گالرکین استفاده شده است. چراقی و نظرگاه [21] برای تحلیل استاتیکی صفحات مدرج هدفمند شامل لایه‌هایی دارای خواص مگنتوالکترواستاتیک یک روش حل سه‌بعدی با استفاده از سری پینو ارائه دادند. بنی اسدی و همکاران [22] یک انکودر خازنی با ویژگی اشل متحرک نامقید با استفاده از القای الکترواستاتیکی را طراحی و بررسی کردند. مدل میکروالکترومکانیکی توسط تئوری تیر غیرکلاسیک در مقالات یادشده مدل‌سازی شد. اگر ابعاد مدل میکروالکترومکانیکی به اندازه نانو تغییر کند، سیستم نانوالکترومکانیکی نامیده می‌شود. برخی آزمایش‌ها نشان می‌دهد که پدیده ناپایداری نانوتیر وابسته به اندازه است که مدل تیر کلاسیک قادر به توصیف این پدیده‌ها نیست [23]؛ بنابراین یک مدل تیر اصلاح شده که می‌تواند اثرات اندازه را در معادلات ظاهر کند استفاده می‌شود. طادی بنی و کریمی پور [24] ناپایداری استاتیکی پولین یک نانو تیر یک‌سرگردار و اثر اندازه تحت اثر نیروی الکترواستاتیک و نیروهای بین مولکولی را با استفاده از تئوری گردایان کرنش بررسی کردند. نانولوله‌های با مقطع مستطیلی بسیار مناسب جهت استفاده در میکروسکوپ‌ها و ابزارهای ترموالکتریک است؛ بنابراین مقالات متعددی در خصوص کاربردهای نانولوله‌های با مقطع مستطیل و همچنین روش تولید آن‌ها [25-32] وجود دارد. گائو و همکاران یک روش ساده و مؤثر جهت ایجاد نانولوله‌های با مقطع مستطیلی و دایره‌ای ارائه داده‌اند [27]. تغییر شکل مورفولوژی نانولوله در لحظات مختلف جهت داشتن بینش مناسبی از مکانیزم تشکیل نانولوله با مقطع مستطیلی در مطالعه ایشان مشاهده و گزارش شد، همچنین یک تغییر ساختار از یک نانوسیم به یک نانولوله توخالی با مقطع مستطیل شکل با استفاده از یک فرایند هیدروترمال توسط ژانگ و همکاران [28] گزارش شده است.

در سالیان اخیر مطالعات معدودی بر پدیده انتشار موج در لوله‌های حامل جریان سیال توسط محققان صورت گرفته است [33-37]. از جمله این تحقیقات وانگ و همکاران [36] به بررسی اثرات ویسکوزیته سیال بر انتشار موج در نانولوله کربنی براساس تئوری غیرمحلّی پرداختند. اویسی و همکاران [37] براساس تئوری الاستیسیته غیرمحلّی به بررسی تأثیر نانو مقیاس بودن سازه و سیال عبوری از درون آن بر فرکانس طبیعی و نحوه انتشار موج

سازه‌ها این پدیده دلخواه نیست [2]. برای مقابله با این مشکل و افزایش بازده کاری نانومحرک‌های الکترواستاتیک مکانیزم‌های مختلفی تاکنون ارائه شده است که نانولوله‌های دوسرگردار از پرکاربردترین مکانیزم‌های موجود است. سیستم‌های نانوالکترومکانیکی در ابعاد کوچک به صورت یک عملگر هوشمند در نظر گرفته می‌شود. در سال‌های اخیر کاربرد دستگاه‌های نانوالکترومکانیکی به ویژه به دلیل این‌که تحریک الکتریکی این دستگاه‌ها نیاز به اجزای مکانیکی و ولتاژ کم برای به‌کاراندازی دارند با پیشرفت تکنولوژی افزایش یافته است. در نتیجه مدل کردن و شبیه‌سازی دستگاه‌های نانوالکترواستاتیک در طراحی و شناسایی خواص دستگاه‌های الکترواستاتیک نقش مهمی ایفا می‌کند. مسلماً ناپایداری ناشی از ولتاژ الکترواستاتیک مقدمه‌ای بر فهم بسیاری از دستگاه‌های نانوالکترواستاتیک است. این دستگاه‌ها به وسعت در شتاب‌سنج‌های خازنی، حسگرهای خازن، سویچ‌ها و غیره به‌کار می‌روند [3-5]. این دستگاه‌ها در مقایسه با سیستم‌های مکانیکی قدیمی اغلب کوچک هستند و با داشتن نسبت‌های سطح به حجم بیشتر برای کاربردهایی که نیاز به حجم اندکی دارند مانند مدارهای الکتریکی مناسب است که علاوه بر حجم کم دارای قیمت مناسب‌تری نیز هستند. اگرچه اخیراً در مورد خواص میدان‌های فیزیکی مانند میدان مکانیکی، میدان الکتریکی، میدان حرارتی و غیره تحقیق فراوانی انجام شده، اما در مورد خواص این میدان‌ها برای پدیده ناپایداری و تغییر مکان استاتیکی که در اثر نیروی الاستیک و الکترواستاتیک ایجاد می‌شود کمتر پرداخته شده است. در این سیستم‌ها نیروی الکترواستاتیک حاصل از ولتاژ رابطه عکس با مربع فاصله هوایی بین الکترودها دارد و افزایش ولتاژ منجر به افزایش جابه‌جایی استاتیکی و کاهش فاصله هوایی می‌شود که در این صورت فضای عملکرد جابه‌جایی دینامیکی کاهش می‌یابد. افزایش ولتاژ بیشتر از مقدار معینی می‌تواند منجر به پدیده پولین شود. در این حالت سیستم دچار ناپایداری و این ولتاژ بحرانی ولتاژ پولین<sup>1</sup> نامیده می‌شود؛ بنابراین محاسبات و تعیین مقدار ولتاژ ناپایداری در طراحی دستگاه‌های با پایه نانولوله الکترواستاتیکی امری مهم است. مطالعات وسیعی بر موضوع ناپایداری در دستگاه‌های نانوالکترواستاتیک به دلیل کاربردهای فراوان ارائه شده و همچنان نیز روبه گسترش است.

رهایبی‌فرد و همکاران [6] به بررسی فرکانس طبیعی میکروپل تحت ولتاژ الکترواستاتیک براساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده پرداختند. صادقی و همکاران [7] ولتاژ پولین و پایداری نانوتیر مدرج تابعی را بررسی کردند. بنی و آبادیان [8] ناپایداری پولین نانوائینه تحت تأثیر نیروی بین‌مولکولی را با استفاده از تئوری گردایان کرنش ارائه کردند. مجاهدی و همکاران [9] به بررسی ناپایداری میکروتیر یک‌سرگردار با وجود یک جرم متمرکز در انتهای آن پرداختند. دای و همکارانش [10] اثرات ولتاژ الکتریکی و تغییرات تنش بر پایداری میکروسیستم‌ها را در نظر گرفتند. آن‌ها از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته برای گسسته‌سازی معادله حرکت استفاده کردند. در پژوهشی دیگر دای و وانگ [11] پایداری دینامیکی و ولتاژ پولین میکرولوله حامل سیال تحت میدان مغناطیس را بررسی کردند. در این بررسی اثرات پارامترهای مختلف بر جابه‌جایی استاتیکی و فرکانس طبیعی سیستم به‌دست آورده شد. عسکری و طهانی [12] به بررسی پایداری میکرو تیر دوسرگردار تحت تأثیر ولتاژ الکترواستاتیک براساس گردایان کرنش اصلاح‌شده پرداختند. رهایبی‌فرد و احمدیان [13] به بررسی رفتار استاتیکی و پولین میکروتیر

<sup>1</sup> Pull-in voltage

سیستم‌های نانوالکترومکانیکی در سال‌های اخیر دارای جایگاه ویژه‌ای در تکنولوژی مدرن شده‌اند. بیشتر کاربرد این سیستم‌ها را می‌توان به نانوسنسورها و تحریک کننده‌ها، فشار سنچ‌ها، نانو و میکرو پمپ‌ها، ژيروسکوپ‌ها و شتاب سنچ‌ها اشاره کرد [10-12]. علاوه بر این از کاربردهای دیگر این بررسی می‌توان به نانوسنسورهای بیولوژیکی و سیستم‌های تزریق دارویی به سلول‌های مورد هدف اشاره کرد. کاربرد وسیع این سیستم‌ها بیشتر به دلیل کوچکی اندازه، کم هزینه بودن و مصرف پایین انرژی است.

## 2- فرمولاسیون مسئله

شکل شماتیک نانولوله حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک که در این پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد در شکل 1 نشان داده شده است. پارامترهای  $L$ ،  $d$  و  $v$  به ترتیب بیانگر فاصله از صفحه، طول نانولوله و ولتاژ الکترواستاتیک هستند.

اتم‌های واقع بر سطح یک ماده نسبت به توده اتم‌های واقع در حجم ماده به دلیل شرایط محیطی متفاوت دارای رفتار متفاوتی است؛ بنابراین انرژی ذخیره شده در این اتم‌های سطحی که انرژی سطحی خوانده می‌شود، متفاوت از باقی اتم‌هاست. این انرژی سطحی برای محیط‌های پیوسته در مقیاس بزرگ قابل صرف نظر کردن است، چرا که تنها تعداد بسیار کمی از لایه‌های اتم‌ها نزدیک به سطح و نسبت اتم‌های در سطح ماده به اتم‌های در حجم ماده بسیار کوچک است. هرچند هنگامی که مواد و سازه‌ها به ابعاد نانو کاهش می‌یابند اثرات سطح به دلیل افزایش نسبت مساحت سطح به حجم نقش مهمی در رفتار استاتیکی و دینامیکی آن‌ها ایفا می‌کند. در این‌جا اثرات انرژی سطحی به صورت سفتی خمشی  $\bar{h}$  و تنش پسماند  $\Pi_0$  در معادلات حرکت ظاهر می‌شود. در مرجع [48] تغییر مکان دینامیکی نانولوله پیزوالکتریک دوسرهمفصل حامل سیال واقع بر بستر پسترناک بررسی شده، در حالی که در پژوهش کنونی به بررسی تغییر مکان استاتیکی و فرکانس طبیعی یک نانولوله همگن الاستیک دوسرگیردار حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک پرداخته شده است. در مرجع یادشده با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی ارینگن و بدون در نظر گرفتن اثرات اندازه جریان سیال و با لحاظ پروفیل سرعت یکنواخت سیال به استخراج معادلات پرداخته شده است، همچنین اثرات سطح و تنش باقی‌مانده سطح به صورت بارهای عرضی گسترده مدل‌سازی شده است. با روندی مشابه با آن‌چه در مرجع [48] بیان شده است می‌توان معادله حرکت نانولوله افقی دوسرگیردار با جریان یکنواخت سیال تحت تأثیر میدان مغناطیس و تحریک الکترواستاتیک را با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی و نیروی مکانیکی و حرارتی به صورت رابطه (1) استخراج کرد.

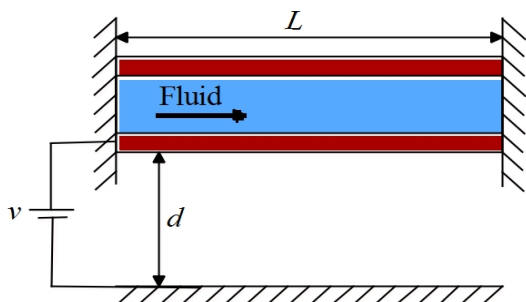


Fig. 1 Nanotube conveying fluid under electrostatic actuation

شکل 1 نانولوله حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک

محوری به طور هم‌زمان پرداختند. نتایج این بررسی نشان داد که وجود سیال در سیستم موجب کاهش سرعت حرکت موج می‌شود. علاوه بر این در زمینه نانولوله‌های حاوی سیال پژوهش‌هایی در سالیان اخیر انجام شده است که در ادامه بررسی می‌شود. انصاری و همکاران [38] ارتعاشات نانولوله کربنی که در آن سیال داخلی با سرعت ثابت در جریان بوده و نیروی گسترده خارجی به صورت هارمونیک به آن اعمال می‌شود را مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی از تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده استفاده شده و نانولوله مورد نظر به‌عنوان تیر تیموشنکو مدل شده است. ژانگ و مگناید [39] اثرات انرژی سطحی را بر پاسخ دینامیکی و پایداری نانوتیر دو سر مفصل حامل سیال با مدل تیر تیموشنکو را بررسی کردند. انصاری و همکاران [40] اثرات اندازه بر ارتعاشات غیرخطی و پایداری نانولوله تک‌جداره برن نیتريد حامل سیال تحت میدان حرارتی را بررسی کردند. ژن و فنگ [41] ارتعاشات غیرخطی نانولوله کربنی تک‌جداره حامل جریان سیال تحت تحریک هارمونیک را مطالعه کردند. انصاری و همکاران [42] به بررسی اثرات سطح بر ارتعاشات و پایداری نانولوله حامل سیال براساس مدل تیر تیموشنکو پرداختند. در پژوهشی دیگر انصاری و همکاران [43] براساس مدل تیر تیموشنکو پدیده موج در نانولوله حامل سیال با در نظر گرفتن اثرات سطح را بررسی کردند. کیورال و اوزکایا [44] به بررسی ارتعاشات میکروتیر تحت جریان سیال واقع بر بستر الاستیک پرداختند. در این بررسی از تئوری گرادیان کرنش مرتبه اول اصلاح شده برای مدل‌سازی میکروتیر استفاده کردند. انصاری و همکاران [45] اثرات سطح را بر ارتعاشات آزاد و پایداری نانولوله حامل سیال مطالعه کردند. در این بررسی اثرات سطح بر قسمت حقیقی و موهومی فرکانس طبیعی بررسی شد. انصاری و همکاران [47,46] مطالعاتی در زمینه ارتعاشات میکروپیوسته حامل سیال انجام دادند. در این مطالعات به بررسی اثرات میدان حرارتی و جریان سیال بر پایداری و ارتعاشات آزاد میکروپیوسته پرداختند.

آن‌چه در مرور مطالعات گذشته بدان اشاره شد نشان‌دهنده این امر است که با وجود پژوهش‌های قابل توجهی که در زمینه دینامیک نانولوله‌های حامل جریان سیال بدون میدان الکتریکی انجام شده است، در حوزه دینامیک و ناپایداری نانولوله‌های حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک مطالعه‌ای صورت نگرفته است. با مطالعه و بررسی تحقیقات پیشین مشخص می‌شود که این مطالعات بیشتر در ارتباط با میکرو تیرها و استفاده از تئوری‌های تنش کوپل و گرادیان کرنش در تحلیل آن‌هاست و نانو سیستم‌ها تحت نیروی الکترواستاتیک حامل جریان سیال بررسی نشده است. علاوه بر این پژوهشی در رابطه با ناپایداری نانولوله تحت تحریک الکترواستاتیک و میدان مغناطیسی و حرارتی صورت نگرفته است. در این بررسی ابتدا تغییر مکان استاتیک نانولوله تحت نیروی الکترواستاتیک (وضعیت تعادلی سیستم) حاصل می‌شود و پس از آن به بررسی پاسخ ارتعاشی و پایداری سیستم حول وضعیت تعادلی نانولوله با به‌کارگیری روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته پرداخته می‌شود؛ بنابراین تأثیر عوامل مختلف از جمله سرعت جریان سیال، میدان مغناطیس، تحریک الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی، نیروی حرارتی و اثر پارامتر مقیاس طول با به‌کارگیری تئوری غیرمحلی ارینگن بر پاسخ استاتیکی و ارتعاشی یک نانولوله همگن الاستیک دوسرگیردار حامل سیال با مقطع مستطیلی شکل بررسی شده است. در قسمتی از پژوهش به بررسی ناپایداری سیستم و ولتاژ پولین تحت عوامل مختلف پرداخته می‌شود. صحت نتایج با مقایسه با نتایج حاصل از آن‌چه پیشتر در تحقیقات پیشین ارائه شده است تأیید می‌شود. از نتایج این مطالعه می‌توان در طراحی و بهینه‌سازی نانولوله دوسرگیردار تحت میدان مغناطیس و تحریک الکترواستاتیک استفاده کرد.

(شامل ترم‌های  $U^2$ )، نیروی کریولیس<sup>2</sup> (شامل ترم‌های  $U$  که از کولپینگ حرکت نسبی سیال و حرکت خمشی نانولوله حاصل می‌شود) و نیروی اینرسی<sup>3</sup> ظاهر می‌شود. همان‌طور که در این معادلات مشخص است نیروی گریز از مرکز به صورت یک نیروی محوری فشاری عمل می‌کند [49].

### 3- حل تغییر مکان استاتیکی

هنگامی که ولتاژ  $V$  در سراسر دو الکتروود نانولوله اعمال می‌شود نیروی الکترواستاتیک تولید و سبب انحراف نانولوله از حالت افقی خود می‌شود. در این قسمت با استفاده از روش تابع وزن‌دار می‌توان جابه‌جایی استاتیکی را با دقت قابل قبولی استخراج کرد. انتخاب تابع وزنی در روش تابع وزن‌دار با اهمیت است و این تابع باید به نحوی انتخاب شود که شرایط مرزی هندسی مساله را ارضا کند؛ بنابراین کلی‌ترین حالت برای خیز استاتیکی یک تیر تحت شرایط مرزی مختلف را می‌توان به صورت رابطه (7) نوشت [50].

$$y_s(\xi) = C_1 \sin \sigma_1 \xi + C_2 \cos \sigma_1 \xi + C_3 \sinh \sigma_1 \xi + C_4 \cosh \sigma_1 \xi \quad (7)$$

در رابطه بالا  $C_4, C_3, C_2, C_1$  ضرایب ثابت هستند که از شرایط مرزی به‌دست می‌آیند. از آن‌جایی که وضعیت جابه‌جایی استاتیکی یک تیر دوسرگیردار تحت بار گسترده اعمالی بر آن (که در این‌جا به دلیل نیروی الکترواستاتیک حاصل می‌شود) نزدیک به مود ارتعاشی اول تیر است، با جای‌گذاری رابطه (7) در شرایط مرزی رابطه (3) می‌توان فرم خیز استاتیکی را به صورت رابطه (8) در نظر گرفت.

$$y_s(\xi) = C_1 F(\xi) \\ F(\xi) = (\sin \sigma_1 \xi - \cos \sigma_1 \xi - \alpha_1 (\sinh \sigma_1 \xi - \cosh \sigma_1 \xi)) \quad (8)$$

که در آن  $C_1$  ضریب ثابتی است که با تشکیل تابع باقی‌مانده وزن‌دار به‌دست می‌آید. ضرایب  $\alpha_1$  و  $\sigma_1$  به ترتیب به صورت رابطه (9) است.

$$\alpha_1 = 0.982202, \quad \sigma_1 = 4.730048 \quad (9)$$

رابطه (10) با جایگزینی رابطه (8) در رابطه (5) حاصل می‌شود.

$$(1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} \\ = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - C_1 F)^2} \quad (10)$$

برای به‌دست آوردن ضریب  $C_1$  می‌توان با تشکیل تابع باقی‌مانده و حداقل کردن آن از طریق تابع وزنی عمل کرد. تابع باقی‌مانده به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود.

$$R_d(\xi) = (1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} \\ - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - C_1 F)^2} \quad (11)$$

با استفاده از بسط سری تیلور می‌توان رابطه (11) را به صورت رابطه (12) بازنویسی کرد.

$$R_d(\xi) = (1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) V^2 \\ \times (1 + 2C_1 F + 3C_1^2 F^2 + 4C_1^3 F^3 + \dots) \quad (12)$$

روش تابع وزن‌دار به صورت رابطه (13) تعریف می‌شود.

$$(EI + \bar{h}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m_f u^2 - P - N_T - \Pi_0 - \eta AH_x^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f u \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + c \frac{\partial w}{\partial t} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (e_0 a)^2 (m_f u^2 - P - N_T - \Pi_0 - \eta AH_x^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2(e_0 a)^2 m_f u \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial t} - c(e_0 a)^2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} - (e_0 a)^2 (m_p + m_f) \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial x^2} = \left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) q \quad (1)$$

در آن  $EI$  سفتی خمشی،  $\bar{h}$  سفتی خمشی ناشی از لایه سطحی،  $c$  ضریب میرایی،  $m_f$  جرم سیال بر واحد طول نانولوله،  $u$  سرعت سیال،  $P$  نیروی مکانیکی،  $N_T = -EA\alpha\Delta T$  نیروی حرارتی،  $A$  مساحت،  $\alpha$  ضریب انبساط حرارتی،  $\Delta T$  تغییرات دما،  $\Pi_0$  تنش باقی‌مانده در سطح،  $\eta$  ضریب ثابت میدان مغناطیس،  $H_x$  میدان مغناطیس،  $m_p$  جرم نانولوله بر واحد طول،  $e_0 a$  پارامتر مقیاس طول،  $x$  متغیر مکان،  $t$  متغیر زمان،  $w$  تغییر مکان و  $q$  نیروی الکترواستاتیک است و به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود [10].

$$q = \frac{1}{2} \varepsilon_0 b \frac{v^2}{(d-w)^2} \quad (2)$$

در این رابطه  $\varepsilon_0$  ثابت دی‌الکتریک و  $b$  پهناست. شرایط مرزی نانولوله دوسرگیردار به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود.

$$w(0, t) = w'(0, t) = 0, \quad w(L, t) = w'(L, t) = 0 \quad (3)$$

پارامترهای بی‌بعد رابطه (4) برای بی‌بعد کردن معادله حاکم بر حرکت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad y = \frac{w}{d}, \quad \beta = \frac{m_f}{m_f + m_p}, \quad h = \frac{\bar{h}}{EI}, \quad H = \frac{\eta AH_x^2 L^2}{EI} \\ P = \frac{pL^2}{EI}, \quad N_x^T = \frac{N_T L^2}{EI}, \quad \pi_0 = \Pi_0 \frac{L^2}{EI}, \quad V = vL^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 b}{2d^3 EI}} \\ \mu = \frac{e_0 a}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_f + m_p}}, \quad U = \left(\frac{m_f}{EI}\right)^{1/2} Lu \\ C_d = \frac{cL^2}{\sqrt{EI(m_f + m_p)}} \quad (4)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد رابطه (4) و جای‌گذاری در رابطه حاکم (1)، بدون در نظر گرفتن قسمت زمانی در معادله حاکم، معادله حرکت بی‌بعد در حالت استاتیکی را می‌توان به صورت رابطه (5) نوشت.

$$(1+h) \frac{\partial^4 y_s}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 y_s}{\partial \xi^2} - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 y_s}{\partial \xi^4} = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - y_s)^2} \quad (5)$$

در این رابطه  $y_s$  تغییر مکان استاتیکی است. با استفاده از رابطه (4) و جای‌گذاری در رابطه (1)، معادله حرکت در حالت دینامیکی را می‌توان به صورت رابطه (6) نوشت.

$$(1+h) \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 Y_d}{\partial \xi^2} + 2\sqrt{\beta} U \frac{\partial^2 Y_d}{\partial \xi \partial \tau} + C_d \frac{\partial Y_d}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 Y_d}{\partial \tau^2} - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \xi^4} - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \xi^3 \partial \tau} - C_d \mu^2 \frac{\partial^3 Y_d}{\partial \xi^2 \partial \tau} - \mu^2 \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \tau^2 \partial \xi^2} = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{2V^2 Y_d}{(1 - y_s)^3} \quad (6)$$

در این رابطه  $Y_d$  تغییر مکان دینامیکی است.

در روابط (6,5)، ترم‌های مربوط به سیال به صورت نیروی گریز از مرکز<sup>1</sup>

<sup>2</sup> Coriolis force

<sup>3</sup> Inertia force

<sup>1</sup> Centrifugal force

ضرایب وزنی مشتقات مرتبه دوم می‌تواند از رابطه بازگشتی (22) به دست آید.

$$A_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 2A_{ij}^{(1)} \left[ A_{ii}^{(1)} - \frac{1}{\xi_i - \xi_j} \right], & i \neq j \quad i, j = 1, 2, \dots, m \\ - \sum_{k=1, k \neq i}^m A_{ik}^{(2)} & i = j \quad i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (22)$$

برای مش بندی بهتر از رابطه (23) موسوم به توزیع چیبشف، گوس، لباتو [52] استفاده می‌شود

$$t_i = T/2 \left[ 1 - \cos \left( \frac{i-1}{m-1} \pi \right) \right], \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (23)$$

در رابطه بالا  $T$  فاصله مکانی است. در واقع این نوع مش بندی سبب پایداری بیشتر دستگاه معادلات می‌شود و سرعت همگرایی را افزایش می‌دهد.

#### 4-2- گسسته‌سازی با روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته

با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته می‌توان رابطه حاکم بر حرکت بی بعد (17) را به صورت رابطه (24) گسسته‌سازی کرد.

$$\begin{aligned} & (1+h) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} y_d(\xi_j) + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \\ & \times \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) + 2\sqrt{\beta}U\Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} y_d(\xi_j) + \Omega^2 y_d(\xi_i) \\ & + C_d \Omega y_d(\xi_i) - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \\ & \times \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} y_d(\xi_j) - 2\mu^2 \sqrt{\beta}U\Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(3)} y_d(\xi_j) \\ & - \mu^2 C_d \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) - \mu^2 \Omega^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) = \\ & \left( \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} - \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3} \right) y_d(\xi_i) \end{aligned} \quad (24)$$

همچنین می‌توان رابطه (24) را به صورت رابطه (25) ساده‌سازی کرد.

$$\begin{aligned} & (1+h) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ & + 2\sqrt{\beta}U\Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} - \mu^2 C_d \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ & - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} \\ & - 2\mu^2 \sqrt{\beta}U\Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(3)} - \mu^2 \Omega^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) + (\Omega^2 + C_d \Omega \\ & - \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} + \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3}) y_d(\xi_i) \\ & = 0, \quad i = 3, 4, \dots, m-2 \end{aligned} \quad (25)$$

علاوه بر این شرایط مرزی در ابتدای نانولوله ( $\xi_1 = 0$  یا  $i = 1$ ) به صورت رابطه (26) است.

$$y_d(\xi_1) = 0, \quad \sum_{j=1}^m A_{1j}^{(1)} y_d(\xi_j) = 0 \quad (26)$$

در انتهای نانولوله هم شرایط مرزی به صورت رابطه (27) در نظر گرفته می‌شود.

$$y_d(\xi_m) = 0, \quad \sum_{j=1}^m A_{mj}^{(1)} y_d(\xi_j) = 0 \quad (27)$$

شرایط مرزی گسسته‌شده در روابط (27,26) را می‌توان به شکل ماتریس (28) نوشت.

$$K_b \delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_{11}^{(1)} & A_{12}^{(1)} & \dots & A_{1(m-1)}^{(1)} & A_{1m}^{(1)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ A_{m1}^{(1)} & A_{m2}^{(1)} & \dots & A_{m(m-1)}^{(1)} & A_{mm}^{(1)} \end{bmatrix} \delta = 0 \quad (28)$$

$$\int_0^1 R_d(\xi) \phi(\xi) d\xi = 0 \quad (13)$$

که  $\phi(\xi)$  تابع وزن است و به صورت رابطه (14) در نظر گرفته می‌شود.

$$\phi(\xi) = F(\xi) \quad (14)$$

رابطه (15) با جای گذاری روابط (14,12) در رابطه (13) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} & \int_0^1 ((1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \\ & - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left( 1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \\ & \times V^2 (1 + 2C_1 F + 3C_1^2 F^2 + 4C_1^3 F^3 + \dots) (\sin \sigma_1 \xi \\ & - \cos \sigma_1 \xi - \alpha_1 (\sinh \sigma_1 \xi - \cosh \sigma_1 \xi)) d\xi = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

تابع تغییر مکان استاتیکی با به دست آوردن مقدار  $C_1$  حاصل می‌شود.

#### 4- تحلیل فرکانسی

فرکانس طبیعی نیز با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته پس از محاسبه تغییر مکان استاتیکی به دست می‌آید. تغییر مکان دینامیکی سیستم را می‌توان به صورت رابطه (16) نوشت.

$$Y_d(\xi, \tau) = y_d(\xi) e^{\Omega \tau} \quad (16)$$

$y_d(\xi)$  تابع تغییر مکان و  $\Omega$  فرکانس ارتعاشی است. رابطه بی بعد شده (17) با جای گذاری رابطه (16) در رابطه (6) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} & (1+h) \frac{\partial^4 y_d(\xi)}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 y_d(\xi)}{\partial \xi^2} \\ & + 2\sqrt{\beta}U\Omega \frac{\partial y_d(\xi)}{\partial \xi} + C_d \Omega y_d(\xi) + \Omega^2 y_d(\xi) - \mu^2 (U^2 \\ & - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 y_d(\xi)}{\partial \xi^4} - 2\mu^2 \sqrt{\beta}U\Omega \frac{\partial^3 y_d(\xi)}{\partial \xi^3} \\ & - \mu^2 C_d \Omega \frac{\partial^2 y_d(\xi)}{\partial \xi^2} - \mu^2 \Omega^2 \frac{\partial^2 y_d(\xi)}{\partial \xi^2} \\ & = \left( 1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \frac{2V^2 y_d(\xi)}{(1-y_s)^3} \end{aligned} \quad (17)$$

#### 4-1- روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته

روش مربعات دیفرانسیلی نخستین بار توسط بلمن و همکارانش [51] ارائه شد. این روش در دامنه‌های منظم با تعداد گره‌های کم و حجم محاسبات پایین قادر به یافتن پاسخ‌های عددی با دقت بسیار زیاد است. سادگی، محاسبات کم حجم، توانایی حل انواع مسائل و دقت بالای این روش دلیل انتخاب آن در این مقاله بوده است. مشتقات مرتبه اول و دوم تابع  $y_d(\xi)$  در نقطه  $\xi_j$  در روابط (19,18) نشان داده شده است.

$$\frac{dy_d(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} y_d(\xi_j) \quad (18)$$

$$\frac{d^2 y_d(\xi)}{d\xi^2} \Big|_{\xi=\xi_i} = \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) \quad (19)$$

$\xi_j$  نقاط مکانی مجزا،  $y_d(\xi_j)$  مقدارهای تابع در این نقاط،  $A_{ij}^{(1)}$  و  $A_{ij}^{(2)}$  ضرایب وزنی تابع هستند که با مشتقات مرتبه اول و دوم تابع مرتبط و  $m$  هم تعداد نقاط مکانی مجزاست. با استفاده از توابع درون‌یابی لاگرانژ می‌توان فرمول‌بندی جبری رابطه (20) را برای محاسبه ضرایب وزنی مشتقات مرتبه اول محاسبه کرد.

$$A_{ij}^{(1)} = \begin{cases} \frac{M^{(1)}(\xi_i)}{(\xi_i - \xi_j)M^{(1)}(\xi_j)}, & i \neq j \quad i, j = 1, 2, \dots, m \\ - \sum_{k=1, k \neq i}^m A_{ik}^{(1)} & i = j \quad i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (20)$$

که  $M^{(1)}$  به صورت رابطه (21) تعریف شده است.

$$M^{(1)}(\xi_i) = \prod_{k=1, k \neq i}^m (\xi_i - \xi_k) \quad (21)$$

5- نتایج عددی

در این قسمت به بررسی نتایج حاصل از تأثیر تغییرات پارامترهای بی‌بعد مختلف مانند سرعت سیال، اثرات لایه سطحی، اثر پارامتر مقیاس طول، شدت میدان مغناطیس، تأثیر بستر پسترناک و تحریک الکترواستاتیک بر تغییر مکان استاتیکی و فرکانس طبیعی نانولوله پرداخته می‌شود، همچنین صحت نتایج با مقایسه با نتایج حاصل از آن‌چه پیشتر در تحقیقات پیشین ارائه شده است تأیید می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده این پژوهش می‌تواند در طراحی بهینه نانوساختارها از جمله نانوسنسورها و نانوسویچ‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

1-5- تحلیل استاتیکی

مقادیر بی‌بعد مورد نیاز برای بررسی نتایج مگر در مواردی که پارامترهای دیگری قید شده باشد به صورت رابطه (37) آورده شده است.

$$h = 1, H = 5, P = 10, N_x^T = 5, \pi_0 = 5, V = 5, \mu = 0.1, U = 2, C_d = 0 \quad (37)$$

در ابتدا نتایج به‌دست‌آمده در غیاب اثرات لایه سطحی، میدان مغناطیس و نیروی حرارتی و مکانیکی براساس تئوری کلاسیک و با به‌کارگیری روش عددی مانده وزن‌دار با نتایج حاصل از روش عددی مربعات ديفرانسیلی که در مرجع [10] استفاده شده برای اعتبارسنجی و مقایسه در شکل 2 آورده شده است. در شکل 2 تغییر مکان بدون بعد سیستم به ازای مقادیر مختلف طول بی‌بعد نشان داده شده است. با توجه به آن مشخص می‌شود که نتایج تطابق خوبی با مرجع [10] دارد و از درستی نتایج و روش حل اطمینان حاصل می‌شود. شکل 3 نیز نمودار پاسخ تغییر مکان استاتیکی سیستم به‌ازای مقادیر مختلف اثرات ناشی از لایه سطحی را نشان می‌دهد که در آن محور افقی طول بی‌بعد سیستم است و محور عمودی دامنه پاسخ تغییر مکان استاتیکی تحت نیروی‌های خارجی را بیان می‌کند. با توجه به این شکل مشخص است که با افزایش اثرات لایه سطحی  $h$  تغییر مکان استاتیکی بی‌بعد شده کاهش می‌یابد. سیستم با افزایش مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی سفت‌تر می‌شود، در نتیجه تغییر مکان کمتر می‌شود، همچنین با توجه به نتایج مشخص است که قید هندسی نیز برقرار می‌شود، به طوری که تغییر مکان در ابتدا و انتهای طول بی‌بعد شده نانولوله به دلیل وجود تکیه‌گاه به سمت صفر میل می‌کند.

در شکل 4 تغییر مکان استاتیکی برحسب ولتاژ الکترواستاتیک بی‌بعد شده در چندین مکان بررسی شده است. در این شکل محور عمودی

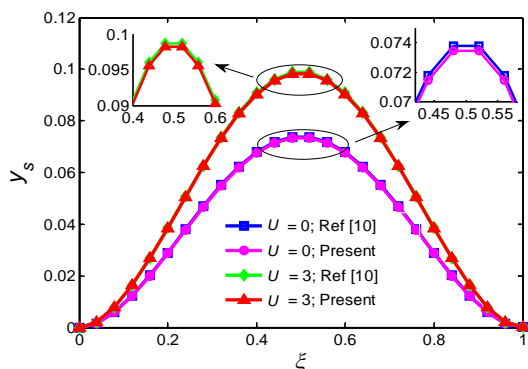


Fig. 2 Comparison of static displacement of the nanotube with Ref [10] for two dimensionless velocity parameter

شکل 2 مقایسه تغییر مکان استاتیکی نانولوله با مرجع [10] به‌ازای دو مقدار بی‌بعد شده سرعت

که در آن  $\delta = [y_d(\xi_1) \ y_d(\xi_2) \ \dots \ y_d(\xi_{m-1}) \ y_d(\xi_m)]^T$  یک ماتریس به صورت  $4 \times m$  است. با تعریف کردن بردار به صورت  $\delta_d = [y_d(\xi_3) \ y_d(\xi_4) \ \dots \ y_d(\xi_{m-4}) \ y_d(\xi_{m-3})]^T$  (28,25) و ترکیب آن‌ها ماتریس (30,29) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} K_b \\ KK \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega^2 + C_d \Omega - \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} + \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3} \end{bmatrix} \times \delta_d = 0 \quad (29) \\ KK &= (1+h) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ &+ 2\sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} - \mu^2 C_d \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ &- \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} \\ &- 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(3)} - \mu^2 \Omega^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \quad (30) \end{aligned}$$

همچنین می‌توان رابطه بالا را به صورت رابطه (31) ساده‌سازی کرد.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bd} \\ K_{db} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} + (-2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{ab}^{(3)} & A_{dd}^{(3)} \end{bmatrix} \\ &+ ((U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) - \mu^2 C_d \Omega \\ &- \mu^2 \Omega^2) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{db}^{(2)} & A_{dd}^{(2)} \end{bmatrix} + 2\sqrt{\beta} U \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{db}^{(1)} & A_{dd}^{(1)} \end{bmatrix}) \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} \\ &+ (\Omega^2 + C_d \Omega - \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} + \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3}) \\ &\times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} = 0 \quad (31) \end{aligned}$$

که [I] و [0] به ترتیب ماتریس‌های صفر و واحد و ضرایب رابطه بالا به صورت رابطه (32) است:

$$\begin{aligned} K_{db} &= ((1+h) - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)) A_{db}^{(4)} \\ K_{dd} &= ((1+h) - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)) A_{dd}^{(4)} \\ A_{dd}^{(i)} &= \begin{bmatrix} A_{13}^{(i)} & A_{14}^{(i)} & \dots & A_{1(m-3)}^{(i)} & A_{1(m-2)}^{(i)} \\ A_{23}^{(i)} & A_{24}^{(i)} & \dots & A_{2(m-3)}^{(i)} & A_{2(m-2)}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ A_{m3}^{(i)} & A_{m3}^{(i)} & \dots & A_{m(m-3)}^{(i)} & A_{m(m-2)}^{(i)} \end{bmatrix} \\ A_{db}^{(i)} &= \begin{bmatrix} A_{11}^{(i)} & A_{12}^{(i)} & A_{1(m-1)}^{(i)} & A_{1(m)}^{(i)} \\ A_{21}^{(i)} & A_{22}^{(i)} & A_{2(m-1)}^{(i)} & A_{2(m)}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1}^{(i)} & A_{m2}^{(i)} & A_{m(m-1)}^{(i)} & A_{m(m)}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (32) \end{aligned}$$

که در رابطه بالا  $i = 1, 2, 3, 4$  است. با قدری عملیات جبری می‌توان رابطه (31) را به صورت رابطه (33) بازنویسی کرد.

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ K_d & K_\omega \end{bmatrix} - \Omega \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} = 0 \quad (33)$$

که ضرایب  $KC$ ،  $K_\omega$  و  $K_d$  به ترتیب به صورت روابط (34-36) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} KC &= -[I] + \mu^2(A_{dd}^{(2)} - A_{db}^{(2)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) \quad (34) \\ K_\omega &= 2\sqrt{\beta} U (A_{dd}^{(1)} - A_{db}^{(1)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) \\ &- \mu^2 C_d (A_{dd}^{(2)} - A_{db}^{(2)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) + C_d [I] \\ &- 2\mu^2 \sqrt{\beta} U (A_{dd}^{(3)} - A_{db}^{(3)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_d &= ((1+h) - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)) (A_{dd}^{(4)} \\ &- A_{db}^{(4)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H \\ &+ \mu^2 \frac{2V^2}{(1-y_s)^3}) (A_{dd}^{(2)} - A_{db}^{(2)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) - \frac{2V^2}{(1-y_s)^3} [I] \quad (36) \end{aligned}$$

فرکانس طبیعی نانولوله به ازای پارامترهای مختلف با محاسبه مقادیر ویژه معادله (33) حاصل می‌شود.

پیش‌بینی می‌کند. نتایج تئوری غیر کلاسیک به تئوری الاستیسیته کلاسیک ( $\mu = 0$ ) با کاهش مقدار مقیاس طول نزدیک می‌شود. در این شکل اثرات میدان مغناطیس، لایه سطحی، نیروی مکانیکی کششی که موجب افزایش سفتی سیستم می‌شود، نیز در نظر گرفته شده است. اثر پارامتر غیر محلی که سبب کاهش سفتی و بالطبع افزایش خیز استاتیکی سیستم می‌گردد به دلیل حضور این پارامترها تضعیف می‌شود. در شکل 7 تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بی‌بعد شده به‌ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی  $H = 0, 1, 3, 5$  ترسیم شده است. وجود میدان مغناطیسی از خیز بیشتر نانولوله جلوگیری می‌کند و با افزایش میدان مغناطیسی تغییر مکان استاتیکی ( $y_s$ ) کاهش می‌یابد؛ بنابراین می‌توان این‌گونه بیان کرد که وجود میدان مغناطیسی در نانولوله موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی و سفت شدن سیستم می‌شود.

### 2-5- تحلیل فرکانسی

در جدول 1 به اعتبارسنجی و مقایسه نتایج با مطالعات پیشین برای یک حالت خاص پرداخته شده است. نتایج در این جدول در غیاب جریان سیال، تحریک الکترواستاتیک، میدان مغناطیس و نیروهای مکانیکی و حرارتی براساس تئوری کلاسیک حاصل شده است. همچنین کار حاضر با مرجع [53] با به‌کارگیری روش مربعات دیفرانسیلی، با مرجع [54] با روش تبدیل دیفرانسیلی و همچنین با مرجع [55] با استفاده از روش تحلیلی مقایسه شده

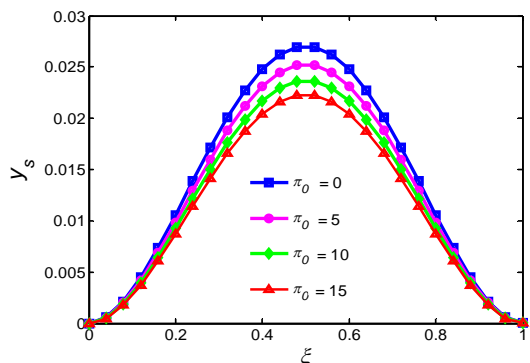


Fig. 5 Static displacement versus dimensionless length for various values of residual surface tension

شکل 5 تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به‌ازای مقادیر مختلف تنش باقی‌مانده در سطح

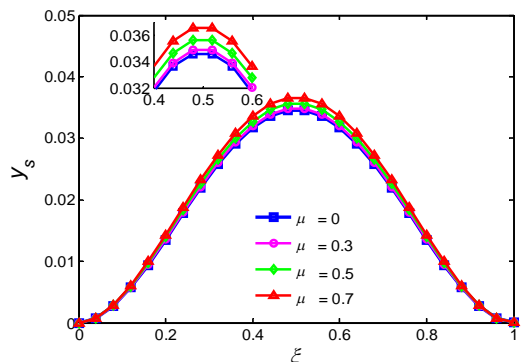


Fig. 6 Static displacement versus dimensionless length for various values of dimensionless length scale parameter

شکل 6 تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد شده مقیاس طول ( $\mu$ )

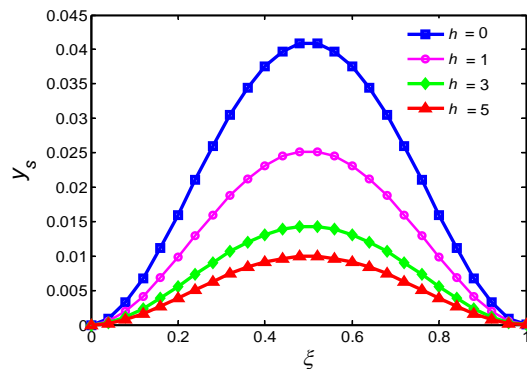


Fig. 3 Static displacement versus dimensionless length for various values of surface effects

شکل 3 تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به‌ازای مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی

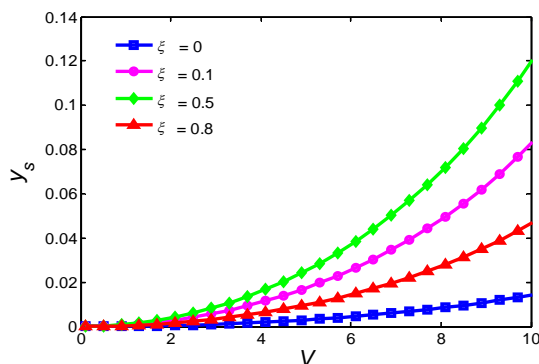


Fig. 4 Static displacement versus electrostatic voltage for various values of dimensionless length

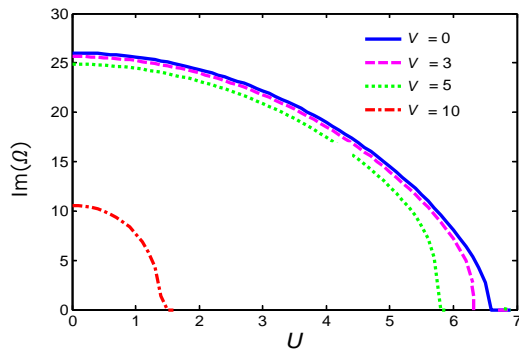
شکل 4 تغییر مکان استاتیکی برحسب ولتاژ الکترواستاتیک به‌ازای مقادیر مختلف طول بدون بعد

تغییر مکان استاتیکی و محور افقی ولتاژ الکترواستاتیک است. در شکل 4 هرچه ولتاژ الکترواستاتیک  $V$  افزایش یابد، تغییر مکان استاتیکی  $y_s$  نیز افزایش می‌یابد، همچنین در این حالت تغییر مکان حداکثر در میانه نانولوله رخ می‌دهد.

شکل 5 بیانگر تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بی‌بعد به‌ازای مقادیر مختلف تنش باقی‌مانده در سطح  $\pi_0 = 0, 5, 10, 15$  است. در این شکل محور عمودی تغییرات خیز استاتیکی بی‌بعد شده و همچنین محور افقی نیز طول بی‌بعد شده نانولوله حامل سیال را نشان می‌دهد. با توجه به شکل تغییر مکان سیستم در تمام بازه طول نانولوله با افزایش تنش باقی‌مانده در سطح دچار کاهش می‌شود، همچنین در این حالت نیز قیود هندسی نیز برقرار شده و بیشترین مقدار تغییر مکان در میانه آن اتفاق می‌افتد.

در ادامه اثرات پارامتر مقیاس طول بر تغییر مکان استاتیکی نانولوله مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. در شکل 6 اثر پارامتر مقیاس طول بر تغییر مکان استاتیکی سیستم نشان داده شده است. افزایش پارامتر مقیاس طول منجر به آن می‌شود که تغییر مکان افزایش یافته و در نتیجه سیستم در پارامتر مقیاس طول پایین‌تر، کاهش دامنه تغییر مکان استاتیکی را تجربه می‌کند. این رفتار به این دلیل است که انعطاف‌پذیری نانولوله با افزایش این پارامتر بیشتر شده و در نتیجه خیز استاتیکی نیز بیشتر می‌شود؛ بنابراین تئوری ارینگن نسبت به تئوری الاستیسیته کلاسیک رفتار نرم‌تری از ماده را



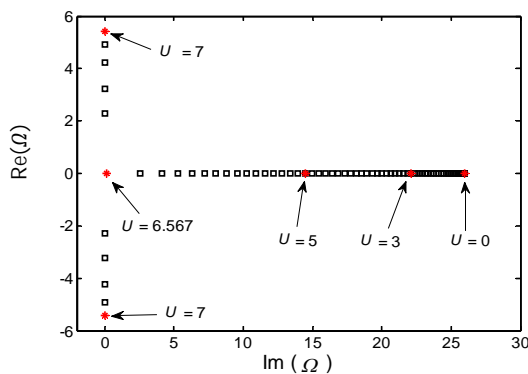


**Fig. 8** Imaginary part of eigenvalue  $\Omega$  versus velocity of fluid for various values of electrostatic voltage

شکل 8 قسمت موهومی مقدار ویژه  $\Omega$  برحسب سرعت سیال به ازای مقادیر مختلف ولتاژ الکترواستاتیک

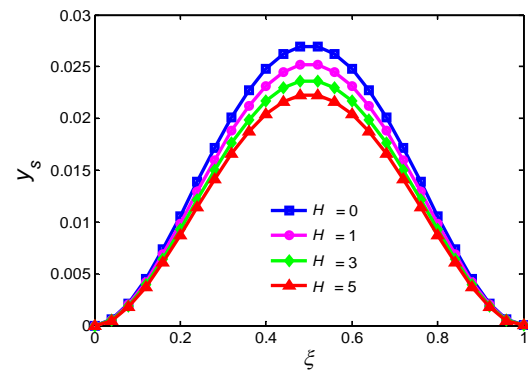
بررسی پدیده ولتاژ پولین در نانو ساختارهای الکترواستاتیکی بسیار حائز اهمیت است. نانولوله‌ها با اعمال ولتاژ الکترواستاتیک بالاتر از حد مجاز در معرض ناپایداری قرار می‌گیرند. براساس شکل فرکانس با افزایش ولتاژ الکترواستاتیک تا ولتاژ پولین کاهش پیدا کرده و مقدار فرکانس در ولتاژ پولین صفر شده و ناپایداری رخ می‌دهد. از سویی دیگر نانولوله حامل سیال در تئوری کلاسیک ( $\mu = 0$ ) در ولتاژ بیشتری نسبت به مقادیر دیگر ضریب مقیاس طول دچار ناپایداری می‌شود. ولتاژ پولین که سبب ناپایداری سیستم می‌شود در مقدار مقیاس طول بالاتر کاهش می‌یابد. برای بررسی اثرات شدت میدان مغناطیس بر قسمت موهومی فرکانس طبیعی به ازای مودهای مختلف و سرعت جریان سیال  $U = 3$ ، جدول 2 آورده شده است. در این جدول افزایش شدت میدان مغناطیس موجب افزایش فرکانس طبیعی سیستم یا به بیانی دیگر سبب سفت شدن سیستم می‌شود. در جدول 3 به بررسی اثرات نیروی دمایی بر فرکانس ارتعاشی سیستم پرداخته می‌شود. با توجه به نتایج به دست آمده در جدول 3 فرکانس طبیعی نانولوله با افزایش نیروی حرارتی کاهش می‌یابد.

جهت درک بهتر تغییرات فیزیکی و اثرات آن‌ها بر رفتار نانولوله، پارامترها در شکل‌های 11-13 به صورت با بعد در نظر گرفته شده است. شکل 11 تغییرات قسمت موهومی دامنه ارتعاش برحسب سرعت سیال به ازای مودهای مختلف و نقاط ناپایداری آن‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به شکل



**Fig. 9** Real part of eigenvalue  $\Omega$  versus imaginary part of eigenvalue  $\Omega$  for various values of velocity of fluid

شکل 9 قسمت حقیقی مقدار ویژه  $\Omega$  برحسب قسمت موهومی مقدار ویژه  $\Omega$  به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال



**Fig. 7** Static displacement versus dimensionless length for various values of magnetic field

شکل 7 تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی

است. از مقایسه نتایج با روش تحلیلی دیده می‌شود که روش حاضر دارای دقت بسیار بالایی نسبت به روش تبدیل دیفرانسیلی است. صحت نتایج با مقایسه با نتایج عددی و تحلیلی تأیید می‌شود. علاوه بر این نتایج در شکل‌ها و جداولی که در ادامه بررسی می‌شود براساس مقادیر عددی در رابطه (38)، استخراج شده است.

$$\xi = \frac{1}{2}, h = 0, H = 5, P = 3, N_x^T = 2, \pi_0 = 5, V = 1$$

$$\mu = 0.1, U = 2, \beta = 0.5, m = 20, C_d = 0 \quad (38)$$

در شکل 8 به بررسی قسمت موهومی  $\Omega$  (بیانگر فرکانس ارتعاشی سیستم) برحسب سرعت سیال به ازای مقادیر مختلف ولتاژ الکترواستاتیک پرداخته شده است. اعمال ولتاژ الکترواستاتیک بیشتر سبب کاهش اثرات قسمت موهومی می‌شود، همچنین افزایش سرعت سبب کاهش فرکانس ارتعاشی و در یک سرعت خاص فرکانس ارتعاشی صفر و بالطبع سرعت‌های بالاتر سبب ناپایداری سیستم می‌شود و نیز به ازای ولتاژ بالاتر در سرعت کمتری ناپایداری اتفاق می‌افتد. ترم نیروی گریز از مرکز سیال که متناسب با  $U^2$  است با افزایش سرعت سیال افزایش می‌یابد و منجر به افزایش نیروی محوری فشاری می‌شود؛ بنابراین افزایش سرعت سیال منجر به کاهش سفتی سازه و افزایش دامنه ارتعاشات و کاهش فرکانس ارتعاشی سیستم می‌گردد.

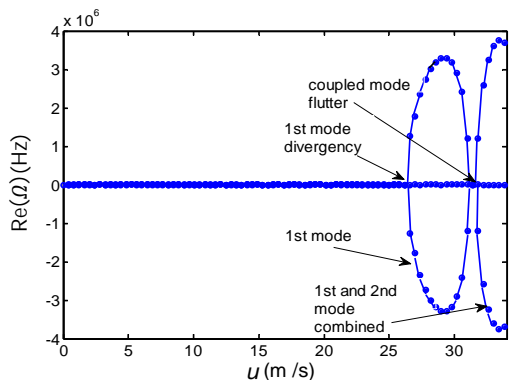
در شکل 9 به مطالعه و تحلیل ناپایداری سیستم پرداخته شده و قسمت حقیقی فرکانس برحسب قسمت موهومی آن ترسیم شده است. با افزایش سرعت سیال مقدار ویژه سیستم نیز افزایش می‌یابد. در این شکل قسمت حقیقی مربوط به میرایی سیستم و قسمت موهومی آن مربوط به فرکانس نوسانی سیستم است، همچنین ناپایداری استاتیکی یا کمانش سیستم در سرعت  $U = 6.567$  رخ می‌دهد. شکل 10 تأثیر پارامتر مقیاس طول بر قسمت موهومی  $\Omega$  برحسب ولتاژ الکترواستاتیک به ازای  $H = 0$  را نشان می‌دهد.

جدول 1 مقایسه و اعتبارسنجی سه فرکانس ارتعاشی اول نانولوله با پژوهش‌های پیشین

**Table 1** Comparison and validation of first three frequency of the nanotube with previous studies

مود	کار حاضر	مرجع [53]	مرجع [54]	مرجع [55]
اول	22.3732	22.3732	22.3447	22.3733
دوم	61.6728	61.6828	61.3790	61.6728
سوم	120.9033	120.9033	119.6770	120.9033



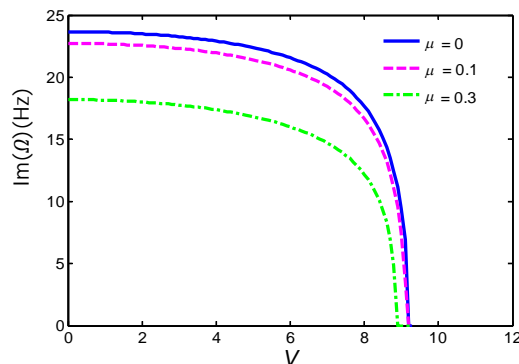


**Fig. 12** Real part of eigenvalue  $\Omega$  versus velocity of fluid for several modes of vibration

شکل 12 تغییرات قسمت حقیقی مقدار ویژه  $\Omega$  برحسب سرعت سیال به ازای مودهای مختلف ارتعاشی

آورده شده است. در این شکل قسمت حقیقی فرکانس تا پیش از ناپایداری استاتیکی مقدار صفر را داشته و پس از سرعت  $u=26.5767\text{m/s}$  قسمت حقیقی در مود اول دو شاخه می‌شود. دو مود ارتعاشی اول در  $u=31.7583\text{m/s}$  ترکیب شده و قسمت حقیقی مقادیر ویژه پس از آن مثبت و سیستم ناپایدار می‌شود. دامنه ارتعاشات سیستم برای سرعت‌های سیال پایین به دلیل خاصیت میرایی سیال که در ترم نیروی کوریولیس ظاهر می‌شود پس از گذشت زمان کاهش می‌یابد و در نهایت سیستم به موقعیت تعادل پایدار خود بازمی‌گردد، اما نیروی کوریولیس در سرعت سیال بالا دارای خاصیت میرایی منفی است که با افزایش زمان منجر به افزایش دامنه ارتعاشات می‌شود و سیستم دچار ناپایداری دینامیکی می‌شود [56]. براساس شکل‌های 11 و 12 افزایش سرعت سیال برای یک نانولوله دو سرگیردار از مقدار صفر در ابتدا به دلیل افزایش نیروی گریز از مرکز منجر به ناپایداری استاتیکی می‌شود و با افزایش بیشتر سرعت سیال در محدوده  $u=31.0174\text{m/s}$  تا  $u=31.7583\text{m/s}$  پایداری دوباره سیستم حاصل می‌شود به طوری که در این محدوده قسمت حقیقی مقدار ویژه دارای مقدار صفر و قسمت موهومی مقدار ویژه دارای مقداری مخالف صفر است، هر چند که ناپایداری دینامیکی به دلیل وجود میرایی منفی حاصل از جریان سیال برای سرعت‌های بالاتر از  $u=31.7583\text{m/s}$  رخ می‌دهد.

شکل 13 برای بررسی تأثیر میرایی  $(C_d)$  بر پدیده ناپایداری سیستم برحسب سرعت سیال ترسیم شده است. با توجه به شکل افزایش پارامتر میرایی با کاهش قسمت موهومی مقدار ویژه سیستم همراه است که این مقدار کاهش در فرکانس اول بیشتر و در فرکانس‌های بالاتر کمتر است. علاوه بر این سرعت بحرانی مربوط به ناپایداری استاتیکی مستقل از ضریب میرایی است و قسمت حقیقی مقادیر ویژه همگی در سرعت  $u=26.5767\text{m/s}$  به یکدیگر برخورد کرده و دارای مقدار صفر است و با افزایش سرعت مقدار آن‌ها مثبت می‌شوند. به دلیل این که قسمت موهومی دارای مقدار صفر است، سرعت  $u=26.5767\text{m/s}$  بیانگر سرعت ناپایداری استاتیکی است [57-59]. همچنین افزایش میرایی سبب می‌شود پدیده ادغام فرکانسی در سرعت بالاتری رخ دهد، به طوری که پدیده ادغام فرکانسی در  $C_d = 0$  در سرعت  $u=31.7583\text{m/s}$  و در  $C_d = 15$  در سرعت  $u=34.4252\text{m/s}$  و همچنین در  $C_d = 30$  در سرعت  $u=34.6162\text{m/s}$  و در  $C_d = 40$  در سرعت  $u=34.7506\text{m/s}$  رخ می‌دهد. وجود میرایی سبب می‌شود که محدوده ناحیه پایداری دوباره بعد از ناپایداری استاتیکی افزایش یابد.



**Fig. 10** Imaginary part of eigenvalue  $\Omega$  versus electrostatic voltage for various values of length scale parameter

شکل 10 قسمت موهومی مقدار ویژه  $\Omega$  برحسب ولتاژ الکترواستاتیک به ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس طول

جدول 2 اثرات میدان مغناطیسی بر سه فرکانس ارتعاشی اول و  $U = 3$

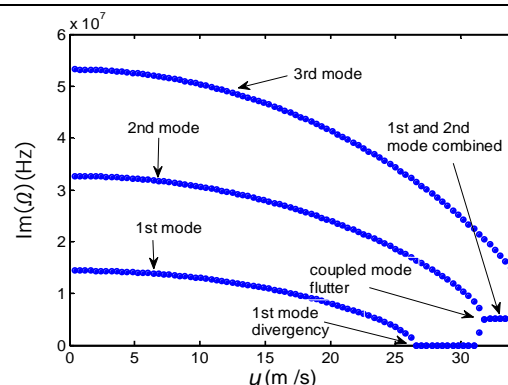
**Table 2** The effects of magnetic field on the first three frequency and  $U = 3$

مود	شدت میدان مغناطیسی		
	$H = 5$	$H = 3$	$H = 0$
اول	22.12705	21.44388	20.37853
دوم	53.38458	52.33528	50.72410
سوم	88.31833	86.94809	84.85382

جدول 3 اثرات نیروی دمایی بر سه فرکانس ارتعاشی اول (MHz)

**Table 3** The effects of thermal load on the first three vibration frequency (MHz)

مود	نیروی دمایی		
	$N_x^T = 20$	$N_x^T = 10$	$N_x^T = 0$
اول	9.98723	11.48970	13.13557
دوم	24.03548	27.64789	30.77190
سوم	43.68795	46.68715	50.63557



**Fig. 11** Imaginary part of eigenvalue  $\Omega$  versus velocity of fluid for several modes of vibration

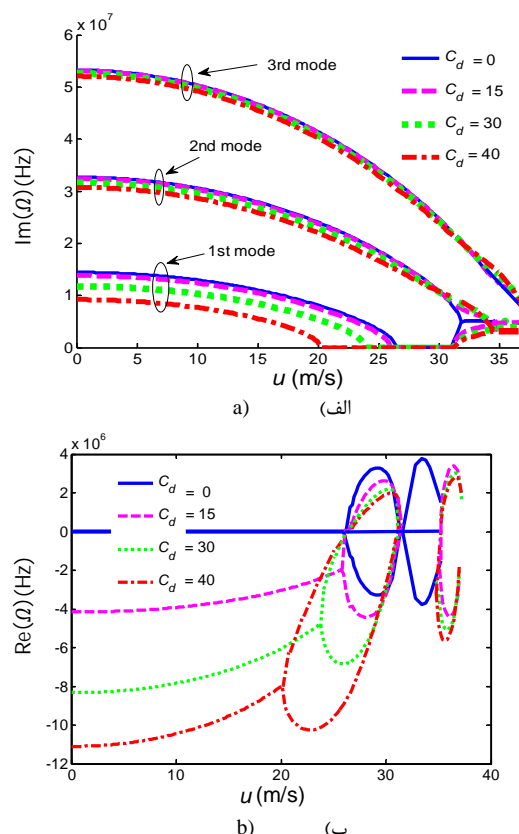
شکل 11 قسمت موهومی مقدار ویژه  $\Omega$  برحسب سرعت سیال به ازای مودهای مختلف ارتعاشی

قسمت موهومی فرکانس با افزایش سرعت کاهش یافته و فرکانس ارتعاشی در سرعت  $u=26.5767\text{m/s}$  صفر می‌شود و ناپایداری استاتیکی رخ می‌دهد. با افزایش سرعت در  $u=31.7583\text{m/s}$  مود اول و دوم ارتعاشی ترکیب شده و ناپایداری دینامیکی (فلاتر) رخ می‌دهد. شکل 12 برای بررسی ناپایداری و تغییرات قسمت حقیقی فرکانس به ازای سرعت سیال به ازای مودهای مختلف

می‌شود در مقدار مقیاس طول بالاتر کاهش می‌یابد. همچنین قسمت موهومی فرکانس با افزایش سرعت کاهش یافته و مود اول و دوم پس از ناپایداری فلاتر با هم ترکیب می‌شوند. علاوه بر این قسمت حقیقی فرکانس تا پیش از ناپایداری استاتیکی مقدار صفر را داشته و ناپایداری استاتیکی در یک سرعت مشخص و مستقل از مقدار میرایی اتفاق می‌افتد. وجود میرایی سبب می‌شود که محدوده پایداری دوباره بعد از ناپایداری استاتیکی افزایش یابد و پدیده ادغام فرکانسی در سرعت بالاتری از سیال رخ دهد. در نهایت می‌توان بیان کرد که نتایج به‌دست‌آمده می‌تواند در طراحی و مدل‌سازی دقیق نانوساختارها مفید باشند.

### 7-مراجع

- [1] F. Najjar, S. El-Borgi, J. Reddy, K. Mrabet, Nonlinear nonlocal analysis of electrostatic nanoactuators, *Composite Structures*, Vol. 120, No. 1, pp. 117-128, 2015.
- [2] M. M. S. Fakhrabadi, A. Rastgoo, M. T. Ahmadian, Application of electrostatically actuated carbon nanotubes in nanofluidic and bio-nanofluidic sensors and actuators, *Measurement*, Vol. 73, No. 1, pp. 127-136, 2015.
- [3] J. Han, Q. Zhang, W. Wang, Static bifurcation and primary resonance analysis of a MEMS resonator actuated by two symmetrical electrodes, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 80, No. 3, pp. 1585-1599, 2015.
- [4] R. Gholami, R. Ansari, H. Rouhi, Studying the effects of small scale and Casimir force on the non-linear pull-in instability and vibrations of FGM microswitches under electrostatic actuation, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 77, No. 1, pp. 193-207, 2015.
- [5] M. Shaat, A. Abdelkefi, Pull-in instability of multi-phase nanocrystalline silicon beams under distributed electrostatic force, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 90, No. 1, pp. 58-75, 2015.
- [6] M. Rahaeifard, M. Ahmadian, K. Firoozbaksh, Vibration analysis of electrostatically actuated nonlinear microbridges based on the modified couple stress theory, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 21, pp. 6694-6704, 2015.
- [7] H. M. Sedighi, F. Daneshmand, M. Abadyan, Modeling the effects of material properties on the pull-in instability of nonlocal functionally graded nano-actuators, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 96, No. 3, pp. 385-400, 2015.
- [8] Y. T. Beni, M. Abadyan, Use of strain gradient theory for modeling the size-dependent pull-in of rotational nano-mirror in the presence of molecular force, *Modern Physics B*, Vol. 27, No. 18, pp. 1-18, 2013.
- [9] M. Mojahedi, M. Ahmadian, K. Firoozbaksh, The influence of the intermolecular surface forces on the static deflection and pull-in instability of the micro/nano cantilever gyroscopes, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 56, No. 1, pp. 336-343, 2014.
- [10] H. Dai, L. Wang, Q. Ni, Dynamics and pull-in instability of electrostatically actuated microbeams conveying fluid, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 18, No. 1, pp. 49-55, 2015.
- [11] H. Dai, L. Wang, Dynamics and stability of magnetically actuated pipes conveying fluid, *Structural Stability and Dynamics*, Vol. 16, No. 6, pp. 1-13, 2015.
- [12] A. R. Askari, M. Tahani, Size-dependent dynamic pull-in analysis of beam-type MEMS under mechanical shock based on the modified couple stress theory, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 2, pp. 934-946, 2015.
- [13] M. Rahaeifard, M. Ahmadian, On pull-in instabilities of microcantilevers, *Engineering Science*, Vol. 87, No. 1, pp. 23-31, 2015.
- [14] A. K. Pandey, Effect of coupled modes on pull-in voltage and frequency tuning of a NEMS device, *Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 8, pp. 1-9, 2013.
- [15] L. Ruzziconi, A. M. Bataineh, M. I. Younis, W. Cui, S. Lenci, Nonlinear dynamics of an electrically actuated imperfect microbeam resonator: experimental investigation and reduced-order modeling, *Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 7, pp. 1-14, 2013.



**Fig. 13** Eigenvalues  $\Omega$  versus velocity of fluid for various values of damping parameter (a) imaginary; (b) real parts

شکل 13 مقدار ویژه  $\Omega$  برحسب سرعت سیال به‌ازای مقدار مختلف ضریب میرایی (الف) قسمت موهومی (ب) قسمت حقیقی

### 6- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

رفتار وابسته به اندازه یک نانولوله همگن الاستیک دوسرگردار حامل سیال تحت تأثیر میدان مغناطیس و تحریک الکترواستاتیکی با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی و نیروی مکانیکی و حرارتی در این پژوهش مطالعه شد. معادله حاکم بر تغییر شکل استاتیکی نانولوله با استفاده از روش مانده وزن‌دار و فرکانس ارتعاشی با به‌کارگیری روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته حل شدند. علاوه بر این به بررسی ناپایداری، ولتاژ پولین و همچنین تأثیر پارامترهای مختلف مانند سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیس، تحریک الکترواستاتیک و اثرات لایه سطحی بر تغییر شکل استاتیکی و فرکانس طبیعی سیستم پرداخته شد. نتایج به‌دست‌آمده با مطالعات پیشین مقایسه و نشان داده شد که نتایج استخراج شده از دقت بالایی برخوردار است.

در ادامه خلاصه‌ایی از نتایج به‌دست‌آمده ارائه می‌شود. جابه‌جایی استاتیکی نانولوله حامل سیال با افزایش سرعت افزایش می‌یابد. هرچه ولتاژ الکترواستاتیک افزایش یابد تغییر مکان استاتیکی نیز افزوده می‌شود، همچنین اعمال میدان مغناطیسی در نانولوله موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی و سفت‌تر شدن رفتار سیستم می‌شود. ناپایداری استاتیکی به‌ازای ولتاژ بالاتر در سرعت کمتری اتفاق می‌افتد. تئوری غیرکلاسیک ارینگن نسبت به تئوری الاستیسیته کلاسیک رفتار نرم‌تری از خود نشان می‌دهد و افزایش پارامتر مقیاس طول سبب کاهش فرکانس طبیعی سیستم شده و ناپایداری در سرعت کمتری رخ می‌دهد. ولتاژ پولین که سبب ناپایداری سازه

- Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 83, No. 1, pp. 275-283, 2016.
- [35] S. Oveissi, h. nahvi, D. Toghraie, The study of dynamic behavior (transverse vibrations) and stability analysis of Three-walled carbon nanotubes conveying fluid, *Solid Mechanics in Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 15-23, 2012. (in Persian فارسی)
- [36] Y.-Z. Wang, H.-T. Cui, F.-M. Li, K. Kishimoto, Effects of viscous fluid on wave propagation in carbon nanotubes, *Physics Letters A*, Vol. 375, No. 24, pp. 2448-2451, 2011.
- [37] S. Oveissi, h. nahvi, D. Toghraie, Axial wave propagation analysis in fixed and dynamic of carbon nanotubes conveying fluid, *Solid Mechanics in Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 108-115, 2015. (in Persian فارسی)
- [38] R. Ansari Khalkhali, A. Norouzzadeh, R. Gholami, Forced vibration analysis of conveying fluid carbon nanotube resting on elastic foundation based on modified couple stress theory, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 27-34, 2015. (in Persian فارسی)
- [39] J. Zhang, S. Meguid, Effect of surface energy on the dynamic response and instability of fluid-conveying nanobeams, *Mechanics-A/Solids*, Vol. 58, No. 1, pp. 1-9, 2016.
- [40] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Hosseinzadeh, Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNs in thermal environment, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 61, No. 1, pp. 148-157, 2014.
- [41] Y.-X. Zhen, B. Fang, Nonlinear vibration of fluid-conveying single-walled carbon nanotubes under harmonic excitation, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 76, No. 1, pp. 48-55, 2015.
- [42] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, M. Darabi, Surface stress effect on the vibration and instability of nanoscale pipes conveying fluid based on a size-dependent Timoshenko beam model, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 31, No. 5, pp. 708-719, 2015.
- [43] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, M. Darabi, Wave characteristics of nanotubes conveying fluid based on the non-classical timoshenko beam model incorporating surface energies, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Doi 10.1007/s13369-016-2132-4, 2016.
- [44] S. Kural, E. Özkaya, Size-dependent vibrations of a micro beam conveying fluid and resting on an elastic foundation, *Journal of Vibration and Control*, Doi: 10.1177/1077546315589666, 2015.
- [45] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Darabi, Geometrically nonlinear free vibration and instability of fluid-conveying nanoscale pipes including surface stress effects, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-14, 2016.
- [46] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, Size-dependent thermo-mechanical vibration and instability of conveying fluid functionally graded nanoshells based on Mindlin's strain gradient theory, *Thin-Walled Structures*, Vol. 105, No. 1, pp. 172-184, 2016.
- [47] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, S. Sahmani, Size-dependent vibration and instability of fluid-conveying functionally graded microshells based on the modified couple stress theory, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, No. 3, pp. 509-522, 2015.
- [48] A. G. Arani, M. Roudbari, Nonlocal piezoelectric surface effect on the vibration of visco-Pasternak coupled boron nitride nanotube system under a moving nanoparticle, *Thin Solid Films*, Vol. 542, No. 1, pp. 232-241, 2013.
- [49] F. Tornabene, A. Marzani, E. Viola, I. Elishakoff, Critical flow speeds of pipes conveying fluid using the generalized differential quadrature method, *Advances in Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 3, No. 3, pp. 121-138, 2010.
- [50] G. Rezazadeh, H. Madinei, R. Shabani, Study of parametric oscillation of an electrostatically actuated microbeam using variational iteration method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, No. 1, pp. 430-443, 2012.
- [51] R. Bellman, J. Casti, Differential quadrature and long-term integration, *Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 34, No. 2, pp. 235-238, 1971.
- [52] S. Eftekhari, A differential quadrature procedure with regularization of the Dirac-delta function for numerical solution of moving load problem, *Solids and Structures*, Vol. 12, No. 7, pp. 1241-1265, 2015.
- [53] S. Khani, N. Tabandeh, M. Ghomshei, Natural frequency analysis of non-uniform smart beams with piezoelectric layers, using
- [16] M. Zamanzadeh, G. Rezazadeh, I. Jafarsadeghi-Poornaki, R. Shabani, Static and dynamic stability modeling of a capacitive FGM micro-beam in presence of temperature changes, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 10, pp. 6964-6978, 2013.
- [17] B. Abbasnejad, G. Rezazadeh, R. Shabani, Stability analysis of a capacitive fgm micro-beam using modified couple stress theory, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 26, No. 4, pp. 427-440, 2013.
- [18] M. Sadeghi, M. Fathalilou, G. Rezazadeh, Study on the size dependent behavior of a micro-beam subjected to a nonlinear electrostatic pressure, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 137-144, 2015. (in Persian فارسی)
- [19] E. Poloei, M. Zamanian, S. A. A. Hosseini, Static deflection and natural frequency analysis of a two-layered electrostatically actuated microcantilever for finding the optimum configuration, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 245-253, 2015. (in Persian فارسی)
- [20] M. Fathalilou, M. Rezaee, A comparison between two approaches for solving the governing nonlinear equation of vibrations of electrostatic micro-sensors, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 101-107, 2016. (in Persian فارسی)
- [21] N. Cheraghi, M. Lezgy-Nazargah, An exact bending solution for functionally graded magneto-electro-elastic plates resting on elastic foundations with considering interfacial imperfections, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 346-356, 2015. (in Persian فارسی)
- [22] H. Bani Asadi, M. Modaberifar, A. Pak, fabrication and development of a capacitive-type linear encoder using electrostatic induction, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 153-160, 2016. (in Persian فارسی)
- [23] R. Barretta, L. Feo, R. Luciano, F. M. de Sciarra, Variational formulations for functionally graded nonlocal Bernoulli-Euler nanobeams, *Composite Structures*, Vol. 129, No. 1, pp. 80-89, 2015.
- [24] Y. Tadi Beni, I. Karimipour, Static pull-in instability analysis of beam type NEMS under molecular force using strain gradient theory, *Moadares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 37-49, 2012. (in Persian فارسی)
- [25] L. Liu, J. Qian, B. Li, Y. Cui, X. Zhou, X. Guo, W. Ding, Fabrication of rutileTiO<sub>2</sub> tapered nanotubes with rectangular cross-sections via anisotropic corrosion route, *Chemical Communications*, Vol. 46, No. 14, pp. 2402-2404, 2010.
- [26] J. Hu, Z. Chen, H. Jiang, Y. Sun, Y. Bando, D. Golberg, Rectangular or square, tapered, and single-crystal PbTe nanotubes, *Materials Chemistry*, Vol. 19, No. 19, pp. 3063-3068, 2009.
- [27] C. Gao, M. Ai, X. Li, Z. Xu, Basic amino acid assisted-fabrication of rectangular nanotube, circular nanotube, and hollow microsphere of polyaniline: Adjusting and controlling effect of pH value, *Polymer Science Part A: Polymer Chemistry*, Vol. 49, No. 10, pp. 2173-2182, 2011.
- [28] J. S. Jung, J. W. Lee, K. Kim, M. Y. Cho, S. G. Jo, J. Joo, Rectangular nanotubes of copper phthalocyanine: Application to a single nanotube transistor, *Chemistry of Materials*, Vol. 22, No. 7, pp. 2219-2225, 2010.
- [29] G.-F. Wang, X.-Q. Feng, Timoshenko beam model for buckling and vibration of nanowires with surface effects, *physics D: applied physics*, Vol. 42, No. 15, pp. 1-5, 2009.
- [30] K. Kiani, Longitudinal and transverse instabilities of moving nanoscale beam-like structures made of functionally graded materials, *Composite Structures*, Vol. 107, No. 1, pp. 610-619, 2014.
- [31] L. Wang, Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 43, No. 1, pp. 437-439, 2010.
- [32] H. Jiang, C. Wang, Y. Luo, Vibration of piezoelectric nanobeams with an internal residual stress and a nonlinear strain, *Physics Letters A*, Vol. 379, No. 40, pp. 2631-2636, 2015.
- [33] S. Oveissi, S. A. Eftekhari, D. Toghraie, Longitudinal vibration and instabilities of carbon nanotubes conveying fluid considering size effects of nanoflow and nanostructure, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 83, No. 1, pp. 164-173, 2016.
- [34] S. Oveissi, D. Toghraie, S. A. Eftekhari, Longitudinal vibration and stability analysis of carbon nanotubes conveying viscous fluid,

- [57] M. Hosseini, M. Sadeghi-Goughari, S. Atashipour, M. Eftekhari, Vibration analysis of single-walled carbon nanotubes conveying nanoflow embedded in a viscoelastic medium using modified nonlocal beam model, *Archives of Mechanics*, Vol. 66, No. 4, pp. 217-244, 2014.
- [58] M. Hosseini, M. Sadeghi-Goughari, Vibration and instability analysis of nanotubes conveying fluid subjected to a longitudinal magnetic field, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 4, pp. 2560-2576, 2016.
- [59] R. Bahaadini, M. Hosseini, Effects of nonlocal elasticity and slip condition on vibration and stability analysis of viscoelastic cantilever carbon nanotubes conveying fluid, *Computational Materials Science*, Vol. 114, No. 1, pp. 151-159, 2016.
- differential quadrature method, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 58, No. 1, pp. 303-311, 2014.
- [54] F. Ebrahimi, E. Salari, Thermo-mechanical vibration analysis of nonlocal temperature-dependent FG nanobeams with various boundary conditions, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 78, No. 1, pp. 272-290, 2015.
- [55] D. N. Sathyanarayana, *Vibrational spectroscopy: theory and applications*, pp. 205-220, New York: New Age International, 2015.
- [56] M. Tang, Q. Ni, L. Wang, Y. Luo, Y. Wang, Nonlinear modeling and size-dependent vibration analysis of curved microtubes conveying fluid based on modified couple stress theory, *Engineering Science*, Vol. 84, No. 1, pp. 1-10, 2014.