



تحلیل تoleransi استاتیکی و دینامیکی سیستم‌های دوار انعطاف‌پذیر بر مبنای مدل ناحیه تoleransi

سعید خدایگان^{1*}، حامد فلاح‌زاده ابرقویی²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
* تهران، صندوق پستی 11155-9567، khodaygan@sharif.ir

چکیده

به دلیل نیاز به دقت عملکردی بالا در سیستم‌های مکانیکی دوار در کاربردهای دقیق، بررسی اثرات خطاهای ابعادی و هندسی بر عملکرد نهایی سیستم در مرحله طراحی ضروری است. تحلیل تoleransi ابزار مفیدی در تخمین اثرات ناشی از خطاها در پارامترهای مؤثر بر مشخصه‌های عملکردی یک سیستم مکانیکی می‌باشد. دقت عملکردی سیستم‌های دوار دقیق بر خلاف سیستم‌های مکانیکی غیردوار، علاوه بر خطاهای ابعادی و هندسی مربوط به ساخت اجزا به خطاهای مربوط به انعطاف‌پذیری و خیز شفت و همچنین به خطای لنگی غیرتکراری وابسته است. در این مقاله، روش جدیدی برای تحلیل تoleransi استاتیکی و دینامیکی سیستم‌های دوار با وجود خطاهای ابعادی و هندسی، اثرات ناشی از انعطاف‌پذیری و خطای لنگی غیرتکراری بر مبنای مدل ناحیه تoleransi ارائه می‌گردد. ابتدا با استفاده از مفهوم درجات آزادی کوچک، خطاهای ابعادی و هندسی و خطای لنگی غیرتکراری در قالب مدل نواحی تoleransi مدل‌سازی می‌گردد. سپس بر اساس استراتژی جدیدی، به منظور مدل‌سازی نحوه انتشار خطاهای ابعادی و هندسی جهت تحلیل تoleransi، توابع عملکردی - مونتاژی سیستم دوار در شرایط استاتیکی و دینامیکی استخراج می‌گردد. مطابق با معادلات عملکردی - مونتاژی استخراجی یک سیستم دوار انعطاف‌پذیر، تغییرات موقعیت انتهایی شفت و تغییرات فرکانس طبیعی اصلی سیستم به عنوان مشخصه‌های عملکردی - مونتاژی محاسبه می‌گردد. به منظور نمایش نحوه پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده، یک سیستم مکانیکی دوار مورد تحلیل تoleransi استاتیکی و دینامیکی قرار می‌گیرد و جهت صحت‌گذاری، نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو مقایسه می‌شود.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 01 اردیبهشت 1396
پذیرش: 22 خرداد 1396
ارائه در سایت: 18 مرداد 1396
کلید واژگان:
تحلیل تoleransi
سیستم‌های دوار
تولرانس‌های ابعادی و هندسی
خطای لنگی غیرتکراری
فرکانس طبیعی
تحلیل حساسیت

Static and dynamic tolerance analysis of flexible rotary systems based on the tolerance zone method

Saeed Khodaygan*, Hamed Fallahzadeh

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 11155-9567 Tehran, Iran, khodaygan@sharif.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 April 2017
Accepted 12 June 2017
Available Online 09 August 2017

Keywords:

Tolerance Analysis
Rotary systems
Dimensional and geometric tolerances
Non Repetitive Run-Out (NRRO)
Natural Frequency
Sensitivity Analysis

ABSTRACT

Because of increasing demands for using rotating systems with high accuracy and in high speed applications, in addition to the specific condition of rotating systems, it is necessary to analyze these rotating systems characteristics. Tolerance analysis is a useful tool for estimating effects of dimensional and geometrical errors of effective parameters on functional characteristics in a mechanical system. Unlike other mechanical systems, besides the dimensional and geometrical errors, the accuracy of the rotary systems performance directly depends on the flexibility of parts and Non Repetitive Run-Out (NRRO) errors. In this paper, a new method is proposed for static and dynamic tolerance analysis of the rotary systems with the dimensional and geometrical errors, the flexibility effects, and the NRRO errors based on the tolerance zone model. First, using the small degrees of freedom concept, the dimensional and geometrical errors and the NRRO error are modeled in the tolerance zone. Then, based on a new strategy, the performance-assembly functions of the system for modeling the error propagation of the rotary system in the static and dynamic conditions are extracted. Then, using the proposed equations, sensitivities of the requirements such as the end of shaft position and the main natural frequency to tolerances are computed. To illustrate applicability of the proposed method, a rotary system is considered as a case study. Monte Carlo simulations are used for validation of the computational results from proposed method.

سهولت مونتاژ محصولات، همگی تحت تأثیر تولرانس‌های قطعات هستند. تحلیل تولرانسی، ابزار محاسباتی مناسبی جهت بررسی و تخمین اثرات تولرانس‌های ابعادی و هندسی در کیفیت، عملکرد، مونتاژپذیری و هزینه‌های

1- مقدمه

در یک سیستم مکانیکی، عملکرد، کیفیت و هزینه‌ی محصول نهایی، انتخاب روش تولید، نحوه‌ی انجام بازرسی‌ها و روش‌های اندازه‌گیری و قابلیت و

Please cite this article using:

S. Khodaygan, H. Fallahzadeh, Static and dynamic tolerance analysis of flexible rotary systems based on the tolerance zone method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 143-152, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Khodaygan, H. Fallahzadeh, Static and dynamic tolerance analysis of flexible rotary systems based on the tolerance zone method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 143-152, 2017 (in Persian)

نهایی تولید یک مجموعه مکانیکی است. توصیف و تحلیل کمی ابعاد و هندسه اجزای یک مجموعه مکانیکی به طور ذاتی درگیر با مفاهیم مربوط به عدم قطعیت است. وجود خطاهای ابعادی و هندسی باعث عدم قطعیت در ابعاد و هندسه اجزای یک مجموعه مکانیکی می‌گردد. جهت تخمین اثر انباشتگی عدم قطعیت‌های ناشی از خطاهای ابعادی و هندسی در مشخصه‌های مونتاژی و عملکردی مجموعه‌های مکانیکی، روش‌های تحلیل تیرانسی مختلفی ارائه شده است. به طور کلی فرایند تحلیل تیرانسی می‌تواند دارای چهار مرحله اصلی مدل‌سازی تیرانسی جهت تعیین تابع طراحی، آماده‌سازی تابع طراحی برای تحلیل، تحلیل انباشتگی و تخمین درصد محصولات نامطلوب باشد [1]. بیشتر توانمندی‌ها و ضعف‌های هر یک از روش‌های تحلیل تیرانسی وابسته به نحوه مدل‌سازی تیرانسی به کار رفته در آن روش است. روش جدول‌بندی تیرانسی توسط وید در سال 1967 و 1983 ارائه گردید. در روش جدول‌بندی تیرانسی مشخصات ابعاد مؤثر، به وسیله بردارهایی به صورت یک بعدی در قالب جدول‌های تیرانسی مدل‌سازی می‌شوند [1]. با وجود سادگی، این روش تنها مناسب برای تحلیل‌های یک بعدی است. روش تحلیلی تیرانسی پارامتریک بر مبنای روابط پارامتریک هندسی استوار است. توصیف پارامتریک هندسه مجموعه مونتاژی، اطلاعاتی از ابعاد و قيود حاکم بر آنها را جهت بیان معادلات پارامتریک ارائه می‌کند. در تحلیل تیرانسی به روش پارامتریک بعد طراحی به صورت یک تابع جبری از متغیرهای مستقل بر مبنای قيود پارامتریک حاکم بر هندسه مجموعه بیان می‌گردد [2]. از مزایای این روش استفاده از قواعد استاندارد هندسی برای مدل‌سازی تیرانسی هاست، از طرفی، مشکل اصلی این روش ناتوانی در مدلسازی تیرانسی هندسه‌های غیرتحلیلی و پیچیده است. در مدل ناحیه آفست، ناحیه تیرانسی به عنوان تفریق بولی حجم‌های ماکزیمم و مینیمم قطعه تعریف می‌شود، به طوری که فضای آفست ایجاد می‌کند. با تیرانسی‌های قطعه است. این مدل توسط رکویچا در سال 1983 پیشنهاد شد [3]. ایراد اساسی این روش، ناتوانی در مدلسازی نواحی تیرانسی کنج‌هاست که منجر به ایجاد نقاط تکین در روابط می‌شود. چیس بر مبنای مدل سینماتیکی و با به کارگیری از روش خطی‌سازی مستقیم در توصیف زنجیره تیرانسی و با استفاده از مدل حلقه‌های برداری تغییرات تیرانسی را مدل‌سازی نمود [4] توانایی روش خطی‌سازی برداری، در تحلیل تیرانسی مجموعه‌هایی با ساختار مکانیزم شامل تیرانسی‌های ابعادی است. این روش در تحلیل تیرانسی مجموعه‌هایی با هندسه گسترده شامل تیرانسی‌های هندسی توانمند نیست. روش درجات آزادی، از شش سطح صفحه‌ای، استوانه‌ای، کره ای، مارپیچ، دوار و منشوری جهت مدل‌سازی استفاده می‌شود. این شش نهاد هندسی به علاوه قيود حاکم بر جسم صلب مقید را سطوح نسبی (TTRS) هفتگانه می‌نامند [5]. تحلیل تیرانسی بر مبنای این مدل بر پایه تغییرات سه بعدی ابعادی و هندسی ویژگی‌های هندسی قطعات مجموعه مورد تحلیل است، از این رو مناسب جهت تحلیل تیرانسی سه بعدی است. محدودیت مدل‌های پایه و عدم انطباق با استانداردهای تیرانسی‌گذاری ابعادی و هندسی از محدودیت‌های این روش است. تحلیل تیرانسی بر مبنای روش نگاشت تیرانسی (T-Map) توسط دیویدسون و شاه با پیشنهاد شد [6]. این روش تمامی تغییرات سه بعدی ابعادی و هندسی سطوح هندسی را می‌تواند مدل‌سازی کند. ایراد اصلی این روش محاسبات پیچیده در فضاهای چند بعدی است. هنوز این روش در مراحل توسعه مقدماتی قرار دارد و برای اشکال هندسی پیچیده قابل اجرا نیست. از دیگر روش‌های تحلیل تیرانسی،

شبیه‌سازی مونت کارلو است. این روش برای تحلیل تیرانسی مجموعه‌های با توابع طراحی غیرخطی بسیار مناسب است [7]. ایراد اصلی این روش نیاز به تعداد زیاد شبیه‌سازی و زمان بر بودن این روش است. در این مقاله از روش درجات آزادی کوچک استفاده می‌شود. در این روش عدم قطعیت ابعاد و فرم هندسی خصیصه‌های تیرانسی دار با استفاده از بازه‌های تیرانسی مدل‌سازی شده است. بر خلاف بیشتر روش‌های تحلیل تیرانسی، روش ارائه شده قادر به لحاظ نمودن تمامی اثرات تیرانسی‌های ابعادی و هندسی می‌باشد. این روش با استانداردهای رایج اندازه‌گذاری و تیرانسی‌گذاری هندسی سازگار است [8]. این روش در به کارگیری مفاهیمی از قبیل شرایط مادی و تیرانسی‌های اضافی در فرایند تحلیل تیرانسی توانمند می‌باشد. این روش با قابلیت به کارگیری آسان، سازگاری با استانداردهای در تحلیل تیرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار با ویژگی‌های هندسی غیرمسطح تواناست.

بیشتر روش‌های تحلیل تیرانسی برای تحلیل انباشتگی از روش‌های بدترین حالت¹ و آماری² استفاده می‌کنند. این دو روش، توسط گرین وود و چیس [10,9] برای تحلیل خطی توابع مونتاژی غیرخطی ارائه و توسط موحدی و خدایگان برای تحلیل تیرانسی‌های نامتقارن اصلاح گردید [11,12]. در این مقاله از روش بدترین حالت جهت انباشتگی تیرانسی مجموعه‌های دوار استفاده می‌گردد.

به دلیل کاربردهای دقیق سیستم‌های دوار، تحلیل تیرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار از اهمیت بالایی برخوردار است [13]. وینوگرادو با صرف‌نظر از تغییر شکل شفت دوار و سایر تیرانسی‌های هندسی و ابعادی، اثرات عدم هم-محوری بر روی ارتعاشات سیستم شفت و دیسک دوار را بررسی نمود [14]. انصاریفرد و همکاران اثرات تیرانسی‌های هندسی را بر روی فرکانس‌های طبیعی یک شفت دوار را بررسی کردند [15]. در این پژوهش، با استفاده از حل عددی اجزای محدود و اثرات تیرانسی‌های هندسی تصادفی صرف نظر از تیرانسی‌های ابعادی و اثرات ترکیبی تیرانسی‌ها بر یکدیگر، بر فرکانس طبیعی در موده‌های مختلف ارتعاشی بررسی شده است. علاوه بر خطاهای ابعادی و هندسی اجزای سیستم‌های مکانیکی و خطاهای مونتاژی، خطای لنگی غیرتکراری³ به‌عنوان یک پارامتر کیفی مؤثر در دقت عملکرد سیستم‌های دوار بایستی مورد توجه قرار می‌گیرد. خطاهای غیرتکراری در محورهای دوار به واسطه پارامترهای ذاتی و تیرانسی‌های یاتاقان‌ها و خطاهای موجود در یاتاقان-ها ایجاد می‌گردد. تحقیقات مختلفی در راستای بررسی اثرات خطاهای غیرتکراری در سیستم‌های دوار انجام شده است. تخمین میزان خطای غیرتکراری در یاتاقان‌های هوایی⁴ به کمک مدل‌های نوری دقیق [16]، بررسی خطاهای غیرتکراری ناشی از اسپیندل موتور و یاتاقان‌های هوایی با هدف بهبود دقت ذخیره اطلاعات بر روی دیسک‌ها [17]، بررسی اثرات تغییر شکل حلقه‌های داخلی و خارجی و ساچمه‌های یاتاقان‌ها بر ایجاد خطاهای غیرتکراری در اسپیندل موتور HDD [18]، استفاده از میراکننده‌های ارتعاشات ناشی از یاتاقان‌ها و اسپیندل به منظور کاهش خطای غیرتکراری در هارددیسک‌ها [19]، بررسی ارتباط خطاهای ابعادی در میزان خطاهای غیرتکراری در بلبرینگ تماس زاویه‌ای با استفاده از تنش‌های هرترزین و جمع آثار در اثر نیروهای شعاعی متفاوت برای بهینه‌سازی فرایند ساخت بلبرینگ در کاهش خطاهای غیرتکراری [20]، از مهم‌ترین پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه‌ی بررسی خطاهای غیرتکراری در یاتاقان‌هاست.

¹ Worst case

² Statistical

³ Non-Repetitive Run-Out(NRRO)

⁴ Air bearing

اگر ویژگی هندسی مشخصی در ناحیه تیرانسی خود دارای درجات آزادی کوچک باشد، مؤلفه‌های u, v, w معرف مؤلفه‌های بردار درجات آزادی کوچک جابجایی ε و مؤلفه‌های α, β, γ معرف مؤلفه‌های بردار درجات آزادی کوچک دورانی ω است (رابطه (1)):

$$\varepsilon = [u, v, w]^t, \quad \omega = [\alpha, \beta, \gamma]^t \quad (1)$$

در اجزای دوار که عموماً دارای شکل استوانه‌ای هستند، ناحیه تیرانسی به صورت دو استوانه هم‌محور است. بردارهای درجات آزادی کوچک مربوط به ناحیه تیرانسی دو استوانه هم‌محور (مطابق شکل 1) به صورت ترکیب دو درجه آزادی کوچک جابجایی در راستای شعاعی و یک درجه آزادی کوچک دورانی حول محورهای عمود بر محور استوانه با رابطه (2) بیان می‌گردد:

$$\varepsilon = [u, v, 0]^t, \quad \omega = [\alpha, \beta, 0]^t \quad (2)$$

بطوریکه مؤلفه‌های بردارهای درجات آزادی کوچک به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود:

$$u = \left[-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right], \quad v = \left[-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right], \quad \alpha = \left[-\frac{t}{L}, \frac{t}{L}\right], \quad \beta = \left[-\frac{t}{L}, \frac{t}{L}\right] \quad (3)$$

از آنجا که مؤلفه‌های انتقالی و دورانی ویژگی استوانه‌ای به دلیل تغییر در فضای تیرانسی دو استوانه هم‌محور، مستقل از یکدیگر نیستند، ارتباط بین تغییرات مؤلفه‌های انتقالی و دورانی در قالب یک قید بازه‌ای به صورت زیر بیان می‌گردد. رابطه ضمنی بین مؤلفه‌های درجات آزادی کوچک که توصیف کننده ناحیه دو استوانه هم‌محور به صورت رابطه (4) قابل بیان است:

$$\left(u + \frac{\alpha L}{2}\right)^2 + \left(v + \frac{\beta L}{2}\right)^2 = \left(\frac{t}{2}\right)^2 \quad (4)$$

2-2- استخراج تابع عملکردی - مونتاژی

برای ارتباط بین خواسته‌های طراحی و متغیرهای ابعادی و هندسی مؤثر جهت اجرای فرآیند تحلیل تیرانسی بایستی رابطه‌ای استخراج نمود که به آن تابع عملکردی - مونتاژی می‌گویند. متناسب به اینکه تحلیل تیرانسی به صورت استاتیکی یا دینامیکی انجام شود، نحوه استخراج معادله عملکردی - مونتاژی متفاوت است. در ادامه نحوه استخراج معادله عملکردی - مونتاژی جهت تحلیل تیرانسی استاتیکی و دینامیکی ارائه می‌گردد.

2-2-1- استخراج تابع عملکردی - مونتاژی جهت تحلیل تیرانسی استاتیکی

در تحلیل مجموعه‌های مکانیکی، قبل از اطمینان از برآورده شدن خواسته‌های مورد نظر در حالت دینامیکی، نیاز تحلیل تیرانسی استاتیکی است. سیستم‌های مکانیکی دوار قبل از راه‌اندازی در حالت ساکن (استاتیکی) قرار دارند. معمولاً تحلیل مونتاژی پذیر سیستم‌های مکانیکی در شرایط استاتیکی انجام می‌شود و کاملاً وابسته به بازه‌های تیرانسی قطعات می‌باشد. از طرفی، در حالت ساکن، مواردی همچون خیز در محل‌های حساس (مانند خیز در محل پره‌های توربین و یا در چرخ‌دنده‌های درگیر و یا در محل قرارگیری سنسورهای اندازه‌گیری موقعیت) از اهمیت بالایی در شروع حرکت و یا سایر کنترل‌های ابتدایی برخوردارند. با توجه به اهمیت اثرات تیرانسی‌های ابعادی و هندسی در این موارد، علاوه بر بررسی اثرات ناشی از نیروهای خارجی سیستم دوار، انجام تحلیل تیرانسی سیستم‌های دوار در حالت استاتیکی (ساکن) نیز ضروری است. به منظور انجام تحلیل تیرانسی استاتیکی، خیز شفت در نقطه انتهایی به عنوان تابع هدف، تعریف گردیده است.

در این مقاله، روش جدیدی برای تحلیل تیرانسی استاتیکی و دینامیکی سیستم‌های دوار انعطاف‌پذیر در تخمین انحرافات ابعادی و فرکانس‌های طبیعی بر مبنای مدل ناحیه تیرانسی ارائه می‌شود. در تحلیل تیرانسی استاتیکی موقعیت انتهایی شفت و در تحلیل تیرانسی دینامیکی، تغییرات فرکانس طبیعی مورد تحلیل قرار می‌گیرد و سپس تحلیل حساسیت الزامات مونتاژی - عملکردی نسبت به هر یک از تیرانس‌ها انجام می‌شود.

در ادامه مقاله در بخش 2، مراحل اصلی روش پیشنهادی تحلیل تیرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار معرفی و تشریح می‌گردد. سپس در بخش 3، به منظور نمایش نحوه پیاده‌سازی مراحل الگوریتم پیشنهادی و توانایی آن در تحلیل تیرانسی سیستم‌های دوار، یک سیستم مکانیکی دوار مورد تحلیل تیرانسی استاتیکی و دینامیکی قرار می‌گیرد و جهت صحت‌گذاری، نتایج حاصل از تحلیل به روش پیشنهادی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو مقایسه می‌گردد. در پایان، جمع‌بندی مقاله ارائه می‌شود.

2-2- روش پیشنهادی جهت تحلیل تیرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار

در این بخش، مراحل اصلی روش پیشنهادی برای تحلیل تیرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار معرفی می‌گردد. روش پیشنهادی دارای چهار گام اصلی است:

- 1) مدل‌سازی تیرانسی؛
 - 2) استخراج تابع مونتاژی؛
 - 3) تخمین تغییرات مشخصه‌های طراحی؛
 - 4) تخمین میزان حساسیت و درصد مشارکت متغیرهای مؤثر.
- در ادامه هر یک از این گام‌های اصلی روش پیشنهادی تشریح می‌گردد.

2-1- مدل‌سازی تیرانسی

یکی از مهمترین مراحل در فرآیند تحلیل تیرانسی، مدل‌سازی تیرانسی مجموعه‌ها جهت تعریف تابع مونتاژی است. براساس استانداردهای اندازه‌گذاری و تیرانس‌گذاری هندسی (مانند ASME Y14.5M-2009)، ناحیه تیرانسی فضایی است که تغییرات انتقالی و دورانی یک ویژگی هندسی را متناسب با اندازه تیرانس مربوطه محدود می‌کند [8,1]. به‌عبارت دیگر، ناحیه تیرانسی ناحیه‌ای است که ویژگی هندسی¹ مورد نظر بین مرزهای تیرانسی تعریف شده محدود می‌گردد. به هر تیرانس تعریف شده بر روی هر ویژگی هندسی، یک ناحیه تیرانسی تخصیص داده می‌شود. شکل این ناحیه متناسب با نوع تیرانس و نوع ویژگی تیرانس‌گذاری شده تعیین می‌شود. اندازه ناحیه تیرانسی به مقدار تیرانس، شرایط مادی و قوانین مشخصی وابسته است. موقعیت و جهت‌گیری ناحیه تیرانسی به نوع تیرانس و میناها بستگی دارد. متناسب با نوع تیرانس (ابعادی و یا هندسی بودن) نواحی تیرانسی به دو دسته کلی نواحی تیرانسی ابعادی و نواحی تیرانسی هندسی تقسیم می‌گردند. در جدول 1 انواع نواحی تیرانسی متداول براساس نوع تیرانس به کارگرفته شده و نوع ویژگی تیرانس‌گذاری شده مطابق با استانداردهای رایج تیرانس-گذاری ارائه شده است [1]. بر اساس جدول 1 می‌توان متناسب با نوع ویژگی هندسی و نوع تیرانس هندسی مورد استفاده، نوع ناحیه تیرانسی را تعیین کرد. با توجه به تعریف ناحیه تیرانسی، قابلیت انحراف یک ویژگی هندسی در ناحیه تیرانسی مربوطه، درجه آزادی کوچک² نامیده می‌شود [1].

¹ Feature

² Small Degree Of Freedom (SDOF)

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega_s^2 T(t) = 0 \quad (13)$$

در شرایطی که پارامترهای β و ω_s به صورت زیر تعریف گردد:

$$\beta^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (14)$$

$$\omega_s^2 = \omega^2 - \omega'^2 \quad (15)$$

جایی که ω به عنوان فرکانس طبیعی سیستم نقش ثابت تفکیک معادلات را بر عهده دارد. با توجه به این که خیز تیر به تمام مدهای ارتعاشی وابسته است، بنابراین جواب معادلات ارتعاشات سیستم مورد بررسی از مجموع پاسخ‌ها در مدهای مختلف سیستم بدست می‌آید. به عبارت دیگر پاسخ کلی و عمومی تیر دوار از مجموع مدهای نرمال تیر، حاصل می‌گردد:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [W_n(x)T_n(t)]$$

$$W_n(x) = C_{1n} \sin(\beta_n x) + C_{2n} \cos(\beta_n x) + C_{3n} \sinh(\beta_n x) + C_{4n} \cosh(\beta_n x)$$

$$T_n(t) = A_n \sin(\omega_{ns} t) + B_n \cos(\omega_{ns} t) \quad (16)$$

ثوابت C_{in} در معادله‌ی (16) با توجه به شرایط مرزی تیر و ثوابت A_n و B_n با توجه به شرایط اولیه‌ی تیر محاسبه می‌گردند. تعیین ثوابت شرایط مرزی و شرایط اولیه به دلیل تعیین شکل نوسانات در طول زمان و استفاده در تحلیل تیرانسی دینامیکی ضروری است. به علاوه با تعیین شکل مود نوسانات، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات نیز تعیین می‌گردد. تعیین فرکانس‌های طبیعی از طریق رابطه‌ی (14) صورت می‌گیرد. به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی ابتدا تعیین مقدار β_n نیاز است که با توجه به معادله مشخصه تیر تعیین می‌گردد.

با تعیین معادله مشخصه شفت دوار به عنوان تابع عملکردی - مونتاژی جهت تحلیل تیرانسی دینامیکی، ثوابت رابطه‌ی (16) و مقدار β برای مدهای ارتعاشی مختلف استخراج می‌گردد. برای تعیین ثوابت رابطه‌ی (16) از شرایط اولیه استفاده می‌شود.

3-2- تخمین تغییرات مشخصه‌های طراحی

به‌طور کلی با فرض معلوم بودن میزان تغییرات مؤلفه‌های جایجایی‌های کوچک (u, v, w) و دوران‌های کوچک (α, β, γ) در نواحی تیرانسی مربوطه با استفاده از استراتژی بدترین حالت، محدوده‌های تیرانسی خواسته‌های

2-2-2- استخراج تابع عملکردی- مونتاژی جهت تحلیل تیرانسی دینامیکی به منظور استخراج تابع عملکردی - مونتاژی جهت تحلیل تیرانسی دینامیکی یک سیستم دوار با لحاظ نمودن اثرات انعطاف‌پذیری، بایستی معادله مشخصه شفت دوار بر اساس معادلات ارتعاشی مربوطه استخراج گردد. با توجه به اهداف پیش‌رو در بررسی اثرات تیرانسی‌های ابعادی و هندسی در ایجاد انحرافات موقعیتی و ویژگی‌های ذاتی مجموعه همچون فرکانس طبیعی، نیاز به لحاظ نمودن ناحیه تیرانسی در استخراج روابط ارتعاشی است.

مطابق با شکل 2، با فرض ناچیز بودن نیروی ژيروسکوپی، بر اساس رابطه تعادل گشتاور خمشی برای المان مورد بررسی، حول محور z ، در نقطه‌ی "O" می‌توان رابطه (8) را نوشت:

$$(M(x, t) + dM(x, t)) - M(x, t) - (V(x, t) + dV(x, t))dx + f_c(x, t)dx \frac{dx}{2} + f_c(x, t) \frac{dx}{2} = 0 \quad (8)$$

بطوریکه ω' سرعت دورانی، $M(x, t)$ گشتاور خمشی، $V(x, t)$ نیروی برشی، $y(x, t)$ خیز تیر دوار (شفت) در موقعیت محوری x و لحظه t است. $f_c(x, t)$ و $f_c(x, t)$ به ترتیب نیروی گسترده در واحد طول و نیروی گریز از مرکز المان جرمی مورد بررسی (dm) در موقعیت محوری x و لحظه t است. مقدار نیروی گریز از مرکز $f_c(x, t)$ متناسب با بازوی خارج از مرکزیت (خیز تیر) برابر با $f_c(x, t) = y(x, t)\omega'^2 \rho A(x)$ می‌باشد. با استفاده از رابطه تعادل در راستای y و با حذف ترم‌های مرتبه‌ی دوم کوچک و ساده سازی، رابطه‌ی (8) می‌توان رابطه (9) را نوشت:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x, t) + \rho A(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t) = f_c(x, t) + y(x, t)\omega'^2 \rho A(x) \quad (9)$$

بطوریکه E و I به ترتیب مدول الاستیسیته و ممان اینرسی جرمی تیر دوار است. مطابق با رابطه‌ی (8)، برای تیر دوار یکنواخت می‌توان رابطه (10) نوشت:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t) - \omega'^2 \rho A y(x, t) = f_c(x, t) \quad (10)$$

رابطه حاصل، معادله ارتعاشات اجباری تیر دوار است. به این ترتیب، معادله‌ی ارتعاشات آزاد تیر دوار برابر است با:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t) - \omega'^2 \rho A y(x, t) = 0 \quad (11)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها رابطه‌ی (12) قابل حل است [21]:

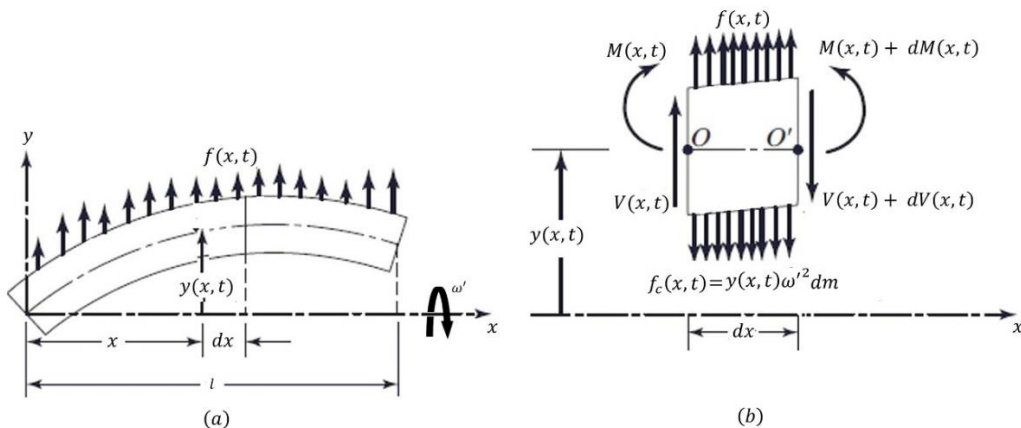


Fig. 2 a) The general state for analysis of a rotating beam under the external load b) The free body diagram of internal and external forces

شکل 2 a) حالت کلی در تحلیل تیر دوار در حضور نیروی گسترده خارجی و خارجی b) دیاگرام آزاد نیروهای داخلی و خارجی

$$\frac{\partial f}{\partial q_i} = \frac{1}{k_{1i}} \frac{\partial f}{\partial u_i} + \frac{1}{k_{2i}} \frac{\partial f}{\partial v_i} + \frac{1}{k_{3i}} \frac{\partial f}{\partial w_i} + \frac{1}{k_{4i}} \frac{\partial f}{\partial \alpha_i} + \frac{1}{k_{5i}} \frac{\partial f}{\partial \beta_i} + \frac{1}{k_{6i}} \frac{\partial f}{\partial \gamma_i} \quad (19)$$

3- مطالعه موردی

جهت نمایش نحوه پیاده سازی مراحل الگوریتم پیشنهادی و توانایی آن در تحلیل تoleransi سیستم‌های دوار، یک مثال به صورت موردی تحلیل و نتایج آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. جهت صحت‌گذاری، نتایج حاصل از تحلیل به روش پیشنهادی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو مقایسه می‌گردد.

3-1- تعیین ابعاد و تoleransi‌ها به منظور انجام شبیه‌سازی استاتیکی و دینامیکی

کلید روابط استخراج‌شده و توابع هدف در تحلیل تoleransi، تابع ابعاد و تoleransi‌های ابعادی و هندسی و مقادیر پارامترهای عملکردی سیستم دوار مورد مطالعه هستند که این مقادیر در جداول 2 و 3 ارائه شده‌اند. به دلیل استفاده از مدل ناحیه‌ی تoleransi در مدلسازی تoleransi‌ها، بازه‌های تoleransi ارائه شده در جدول 2، معادل نواحی تoleransi‌های ابعادی و هندسی هستند که به منظور ساده سازی به صورت محدوده‌های بالا و پایین تoleransi بیان شده است.

در شکل 3، شماتیکی از بخش مورد تحلیل سیستم دوار مورد مطالعه نشان داده شده است. جزئیاتی از معرفی ابعاد و تoleransi‌های بخش مورد مطالعه در شکل 3 ارائه شده است.

3-2- تحلیل تoleransi - استاتیکی سیستم دوار مورد مطالعه

در تحلیل تoleransi استاتیکی پیش‌رو فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود:

- تغییرات دمایی ناچیز است.
- از اثر وزن در این تحلیل صرف نظر می‌شود.
- در شرایط استاتیکی، خیز و تغییر شکل شفت و مجموعه یاتاقان‌ها ناچیزند.
- ابعاد قطعات مجموعه مکانیکی دوار، از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.

جدول 2 مقادیر نامی و حدود تoleransi متغیرهای ابعادی

متغیرهای ابعادی	مقدار نامی	حد پایین تoleransi	حد بالای تoleransi
A	200	1	1
B	9	0	0.03
D	30	1	1
E	7	0.10	0.10
F	9	0.01	0

جدول 3 مقادیر پارامترهای عملکردی سیستم دوار

پارامترهای عملکردی	مقادیر
چگالی	7800 kg/m ³
ضریب الاستیسیته	210 GPa
سرعت دوران	800 rpm

عملکردی- مونتازی را می‌توان محاسبه نمود.

در تحلیل تoleransi استاتیکی انحراف موقعیت مرکزی سیستم دوار را می‌توان به عنوان خواسته عملکردی - مونتازی در نظر گرفت. در تحلیل تoleransi- دینامیکی روتور، علاوه بر اعمال تغییرات ناشی از تoleransi‌های ابعادی و هندسی بایستی اثرات انعطاف پذیری شفت ناشی از ارتعاشات و خطاهای غیرتکراری ناشی از لنگی اجزای دوار نیز اعمال گردد. با توجه به ماهیت تصادفی، اعمال خطاهای غیرتکراری نیاز به بررسی دقیق ساختار اجزای دوار و به ویژه یاتاقان‌هاست. با رجوع به پژوهش‌های انجام شده در زمینه خطاهای غیرتکراری می‌توان از ساده‌ترین و در عین حال قابل اطمینان‌ترین روش‌ها به منظور اعمال خطاهای غیرتکراری ناشی از لنگی اجزای دوار استفاده نمود [20-26]. با توجه به نتایج پژوهش‌های پیشین، خطاهای غیرتکراری با توجه به نوع یاتاقان‌ها، فقط برای لقی یاتاقان‌ها در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر با توجه به میزان لقی موجود در یاتاقان‌ها، با توجه ابعاد و تoleransi‌ها، سهم مشخصی به خطاهای غیرتکراری اختصاص داده می‌شود. بدین منظور، طبق نتایج پژوهش انجام شده در مرجع [20]، میزان خطای غیرتکراری لنگی در یاتاقان‌های مورد بررسی، حداکثر 2% از سهم کل لنگی است که به صورت تصادفی با توزیع نامشخص ظاهر می‌شود.

4-2- تخمین میزان حساسیت و درصد مشارکت متغیرهای مؤثر

در تحلیل تoleransi عمده‌ترین هدف از انجام تحلیل، بیان اهمیت و یا به عبارت دیگر حساسیت هر یک از هدف‌های مونتازی نسبت به تoleransi‌های مجموعه است. قبل از انجام تحلیل حساسیت نیاز است تا نتایج توابع مونتازی به صورت پارامتری استخراج شده باشند و در این مرحله حساسیت توابع مونتازی گوناگون بررسی شود.

در فرایند تحلیل تoleransi (استاتیکی و دینامیکی)، تحلیل حساسیت نسبت به تoleransi‌های ابعادی و هندسی محاسبه می‌گردد ولی توابع مونتازی در روش پیشنهادی بر اساس درجات آزادی کوچک استخراج گردیده‌اند، لذا ضروری است که حساسیت‌ها نسبت به تoleransi‌ها محاسبه گردد. فرض کنید تابع مونتازی در تحلیل تoleransi مطابق با رابطه (17) بیان گردد؛

$$f(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, u_i, v_i, w_i) = 0, i = 1, \dots, n \quad (17)$$

بطوریکه n تعداد مشخصه‌های هندسی فعال در تابع مونتازی هستند. حال اگر حساسیت نسبت به تoleransi مشخص q مورد نظر باشد، ابتدا باید درجات آزادی که از این تoleransi ناشی می‌گردند را در نظر گرفت و سپس با استفاده از رابطه بین q و درجات آزادی مربوطه، تحلیل حساسیت نسبت به q را انجام داد.

از آنجا که رابطه معین بین درجات آزادی کوچک و تoleransi‌ها موجود نیست، برای یافتن رابطه بین تoleransi‌ها و درجات آزادی کوچک، به منظور تبدیل حساسیت نسبت به درجات آزادی به حساسیت نسبت به تoleransi‌ها، از روابط پیشنهادی مقادیر درجات آزادی برای کلیه درجات آزادی استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} q_i &= k_{1i} u_{i \max}, & q_i &= k_{2i} v_{i \max} \\ q_i &= k_{3i} w_{i \max}, & q_i &= k_{4i} \alpha_{i \max} \\ q_i &= k_{5i} \beta_{i \max}, & q_i &= k_{6i} \gamma_{i \max} \end{aligned} \quad (18)$$

به طوریکه k_{ji} ضریب حساسیت تoleransi نام نسبت j امین مؤلفه درجه آزادی کوچک مشخصه هندسی است. بنابراین می‌توان تحلیل حساسیت را از تحلیل حساسیت به درجات آزادی خاص به تحلیل حساسیت نسبت به تoleransi q نسبت داد:

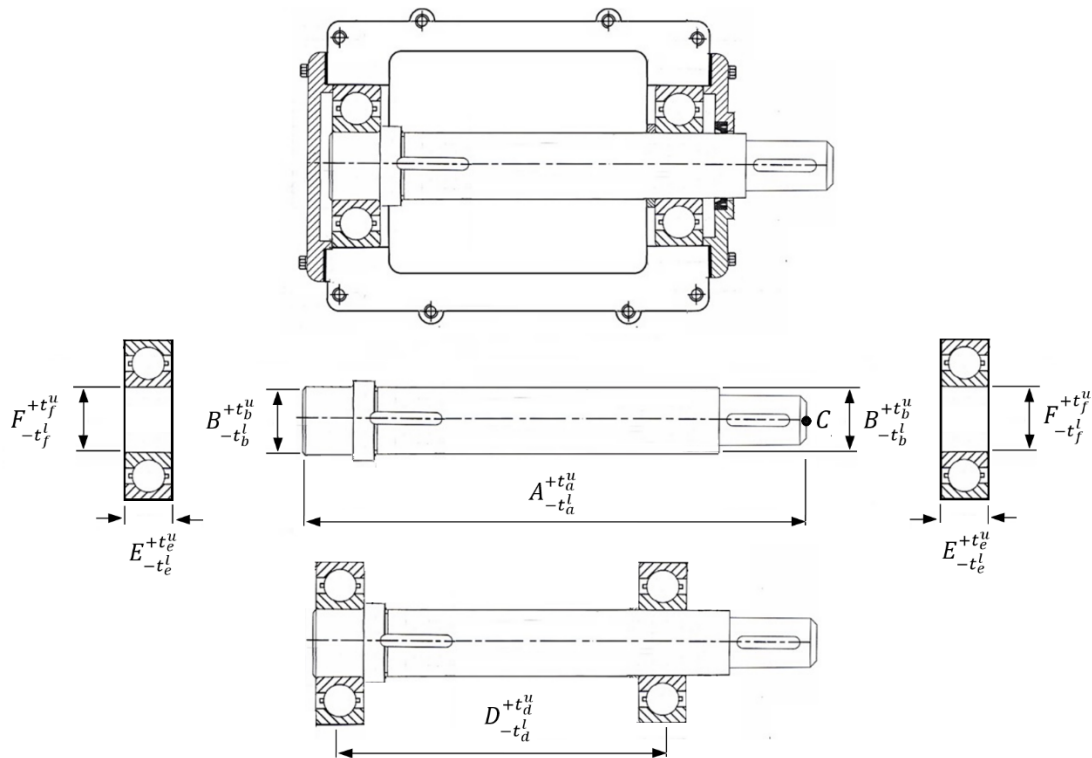


Fig. 3 Schematic and details of the rotating system that is studied

شکل 3 شماتیک و جزئیاتی از بخش مورد تحلیل سیستم دوار مورد مطالعه

$$Point_C = [u_{ass} + \frac{\beta_{ass}(A+w_{Sh})}{2}, v_{ass} + \frac{\alpha_{ass}(A+w_{Sh})}{2}] \quad (28)$$

بطوری که در در رابطه (28)، تابع مونتاژی هدف بر اساس تolerانس‌های قطعات محور دوار با تئوری "بدترین حالت" استخراج گردیده است. تغییرات موقعیت هندسی قرارگیری مرکز انتهایی شفت، حاصل از تحلیل تolerانسی - استاتیکی در جدول 4 آورده شده است.

3-3- تحلیل تolerانسی - دینامیکی سیستم دوار مورد مطالعه

در تحلیل تolerانسی-دینامیکی، برای تعیین خیز شفت نیاز به تعیین ثوابت معادلات ارتعاشی تیر دوار و معادله مشخصه به منظور تعیین فرکانس طبیعی سیستم است. شفت سیستم دوار مورد مطالعه در قالب تیر دوار مدل‌سازی شده، همان تیر دوسرلولایی است که از یک طرف ادامه یافته است. بنابراین مقدار گشتاور خمشی در پین سمت راست صفر نیست و نمی‌توان از شرایط مرزی تیر دوسر لولا استفاده نمود. برای تیر یک‌سر لولا و سر دیگر آزاد، معادله مشخصه ارتعاشی به فرم رابطه‌ی (32) است که جواب‌های آن بیانگر فرکانس‌های طبیعی شفت مورد بررسی است [21]:

$$\tan \beta_n A + \tanh \beta_n A = 0 \quad (29)$$

$$W_n(x) = C_n (\sin \beta_n x + \alpha_n \sinh \beta_n x) \quad (30)$$

بطوری که:

جدول 4 تغییرات موقعیت هندسی قرارگیری مرکز انتهایی شفت بر اساس تحلیل تolerانسی - استاتیکی

محدوده تolerانس نقطه انتهایی C		تغییرات موقعیت هندسی نقطه انتهایی C	
0.2	Δx_c	± 0.10	x_c
0.08	Δy_c	± 0.04	y_c

در تحلیل استاتیکی، هدف تحلیل تغییرات عمودی و افقی نقطه انتهایی شفت (C) است که با توجه به فرضیات مطرح شده، تحت شرایط "بدترین حالت" تابع مونتاژی - عملکردی به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$cl_{1x} = 2 \left(u_{B1} + \frac{E+w_{B1}}{2} \beta_{B1} - u_{Sh} - \frac{A+w_{Sh}}{2} \beta_{Sh} \right) \quad (20)$$

$$cl_{1y} = 2 \left(v_{B1} + \frac{E+w_{B1}}{2} \alpha_{B1} - v_{Sh} - \frac{A+w_{Sh}}{2} \alpha_{Sh} \right) \quad (21)$$

$$cl_{2x} = 2 \left(u_{B2} + \frac{E+w_{B2}}{2} \beta_{B2} - u_{Sh} - \left(D + 2E - \frac{A}{2} + w_{B1B2} + w_{B1} + w_{B2} - \frac{w_{Sh}}{2} \right) \beta_{Sh} \right) \quad (22)$$

$$cl_{2y} = 2 \left(v_{B2} + \frac{E+w_{B2}}{2} \alpha_{B2} - v_{Sh} - \left(D + 2E - \frac{A}{2} + w_{B1B2} + w_{B1} + w_{B2} - \frac{w_{Sh}}{2} \right) \alpha_{Sh} \right) \quad (23)$$

$$u_{assembly} = \left(\frac{\frac{A}{2} + \frac{w_{Sh}}{2}}{D + 2E + w_{B1B2} + w_{B1} + w_{B2}} \right) \left(\frac{cl_{2x}}{2} + \frac{cl_{1x}}{2} + u_{B2} - u_{B1} \right) + u_{B1} - cl_{1x} \quad (24)$$

$$v_{assembly} = \left(\frac{\frac{A}{2} + \frac{w_{Sh}}{2}}{D + 2E + w_{B1B2} + w_{B1} + w_{B2}} \right) \left(\frac{cl_{2y}}{2} + \frac{cl_{1y}}{2} + v_{B2} - v_{B1} \right) + v_{B1} - cl_{1y} \quad (25)$$

$$\alpha_{assembly} = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{cl_{2y}}{2} + \frac{cl_{1y}}{2} + u_{B2} - u_{B1}}{D + 2E + w_{B1B2} + w_{B1} + w_{B2}} \right) \quad (26)$$

$$\beta_{assembly} = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{cl_{2x}}{2} + \frac{cl_{1x}}{2} + v_{B2} - v_{B1}}{D + 2E + w_{B1B2} + w_{B1} + w_{B2}} \right) \quad (27)$$

دوار نسبت به تolerانس‌های اجزا تخمین زد. نتایج حاصل از محاسبه درصد حساسیت موقعیت انتهایی شفت و فرکانس طبیعی سیستم مکانیکی دوار نسبت به تolerانس‌های اجزا در قالب هیستوگرام‌هایی در شکل‌های 5 و 6 ارائه شده است. مطابق با نتایج ارائه شده در هیستوگرام شکل 5، تolerانس‌های محل یاتاقان‌ها و شفت، بیشترین (26.5%) و تolerانس‌های عرضی یاتاقان‌ها کمترین (1%) اثر را بر موقعیت انتهایی شفت دارد. با توجه به نتایج ارائه شده در هیستوگرام شکل 6، تolerانس‌های مربوط به طول شفت بیشترین (31%) و تolerانس‌های عرضی یاتاقان‌ها (2%) کمترین تاثیر را در تغییرات فرکانس طبیعی اصلی شفت دارند.

3-5- صحنه‌گذاری نتایج حاصل از روش پیشنهادی تحلیل تoleransi

برای بررسی صحت نتایج حاصل از تحلیل تoleransi استاتیکی و دینامیکی، مکان هندسی موقعیت مرکز انتهایی شفت با استفاده از 100 نمونه شبیه‌سازی مونت کارلو با فرض مستقل بودن تغییرات متغیرهای ابعادی و هندسی در بازه‌های تoleransi مطابق با توزیع احتمالی نرمال با شرایط مشابه تحلیل تoleransi انجام و نتایج حاصل از تحلیل تoleransi استاتیکی و دینامیکی به ترتیب در شکل‌های 7 و 8 ارائه شده است. در شکل‌های 7 و 8، مرزهای مشخص شده با خطوط قرمز مربوط به محدوده‌های حاصل از تحلیل تoleransi به روش پیشنهادی در شرایط استاتیکی و دینامیکی (مطابق با نتایج ارائه

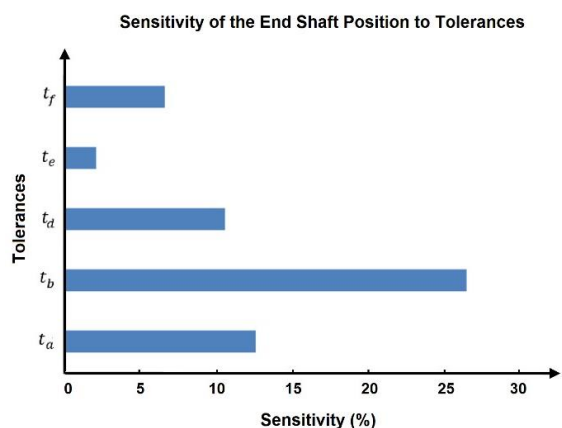


Fig. 5 Sensitivity of the end shaft position to tolerances

شکل 5 درصد حساسیت موقعیت انتهایی شفت در تحلیل تoleransi دینامیکی نسبت به تolerانس‌ها

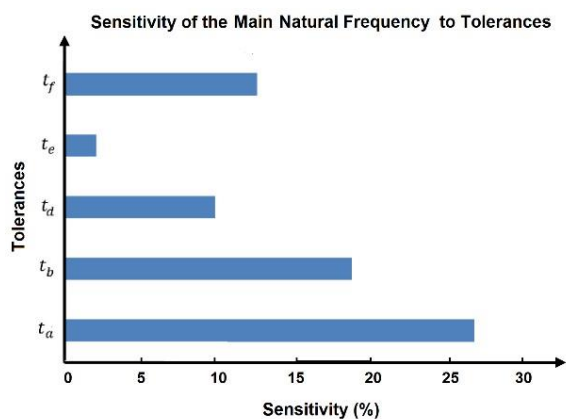


Fig. 6 Sensitivity of the main natural frequency to tolerances

شکل 6 درصد حساسیت موقعیت انتهایی شفت در تحلیل تoleransi دینامیکی نسبت به تolerانس‌ها

$$\alpha_n = \frac{\sin \beta_n A}{\sinh \beta_n A} \quad (31)$$

برای تعیین شرایط اولیه و ثوابت رابطه‌ی (30) شرایط مختلفی قابل استفاده است. می‌توان انحراف از محور دوران ناشی از تolerانس‌های هندسی شفت را بررسی نمود و یا خیز ناشی از وزن شفت را در نظر گرفت و یا اثر ترکیبی هر دو را مورد استفاده قرار داد. یکی از ایده‌های ساده برای تعیین ثوابت شرایط اولیه، این است که سرعت اولیه در جهت عمودی صفر فرض گردد و با یافتن خیز بیشینه در حالت استاتیکی مطابق با شکل مود اول ارتعاشی استخراج شده تیر ثابت‌ها تعیین می‌گردد.

با توجه به ماهیت خطاهای غیرتکراری و طبق نتایج پژوهش ارائه شده در مرجع [20]، میزان خطای غیرتکراری لنگی در یاتاقان‌های مورد بررسی، حداکثر 2% از سهم کل لنگی است که با توزیع نامشخصی ظاهر می‌شوند. در تحلیل حاضر نیز 2% از سهم کل لنگی به عنوان خطای غیرتکراری لنگی به ناحیه تoleransi اضافه می‌گردد. تحلیل تoleransi - دینامیکی با در نظر گرفتن اثرات انعطاف پذیری و خیز انجام می‌گیرد. تغییرات موقعیت مرکز انتهایی شفت، حاصل از تحلیل تoleransi - دینامیکی در جدول 5 ارائه شده است.

مطابق روابط (29) تا (31) می‌توان تحت هریک از شرایط مونتاژی، مقدار فرکانس طبیعی را با توجه به شرایط مرزی تعیین نمود. ابتدا فرکانس طبیعی اصلی در شرایط نامی استخراج و سپس تغییرات نسبی فرکانس طبیعی اصلی با وجود تolerانس‌های ابعادی و هندسی اجزای سیستم دوار محاسبه می‌گردد. درصد احتمال انحراف نسبی در فرکانس طبیعی اصلی سیستم مورد مطالعه با وجود تغییرات ابعادی و هندسی اجزای سیستم دوار نسبت به مقدار نامی در در منحنی شکل 4 ارائه شده است.

3-4- تحلیل حساسیت

با استفاده از رابطه‌ی (19)، درصد حساسیت توابع عملکردی - مونتاژی دینامیکی یعنی موقعیت انتهایی شفت و فرکانس طبیعی سیستم مکانیکی

جدول 5 تغییرات موقعیت هندسی قرارگیری مرکز انتهایی شفت بر اساس تحلیل تoleransi - دینامیکی

Table 5. Variations of the end of shaft position in the dynamic tolerance design

تغییرات موقعیت هندسی نقطه انتهایی C	محدوده تolerانس نقطه انتهایی C	x_C	y_C
± 0.2	Δx_C	0.4	
± 0.1	Δy_C	0.2	

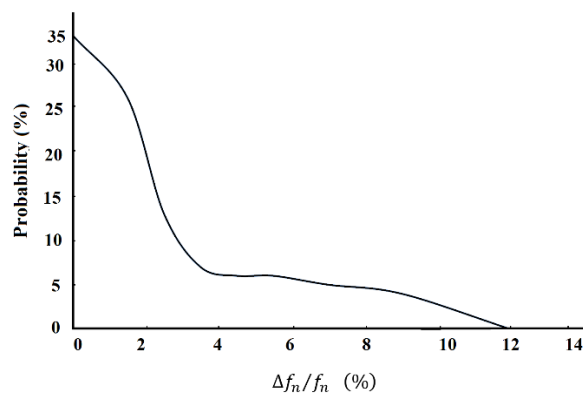


Fig. 4 Probability of the relative deviation in the main natural frequency from the nominal value due to tolerances

شکل 4 احتمال وقوع انحراف نسبی در فرکانس طبیعی اصلی از مقدار نامی ناشی از تolerانس‌ها

پیشنهادی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو مقایسه شد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که نتایج حاصل از روش پیشنهادی تطابق خوبی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو دارد.

5- مراجع

- [1] S. Khodaygan, M. Movahhedy, M. S. Fomani, Tolerance analysis of mechanical assemblies based on modal interval and small degrees of freedom (MI-SDOF) concepts, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 50, No. 9-12, pp. 1041-1061, 2010.
- [2] T. K. Pasupathy, E. P. Morse, R. G. Wilhelm, A survey of mathematical methods for the construction of geometric tolerance zones, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 64-75, 2003.
- [3] A. A. Requicha, Toward a theory of geometric tolerancing, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 2, No. 4, pp. 45-60, 1983.
- [4] K. W. Chase, J. Gao, S. P. Magleby, General 2-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments, *Journal of Design and Manufacturing*, Vol. 5, No. 4, pp. 263-274, 1995.
- [5] R. Jayaraman, V. Srinivasan, Geometric tolerancing: I. Virtual boundary requirements, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 33, No. 2, pp. 90-104, 1989.
- [6] J. K. Davidson, A. Mujezinović, J. J. Shah, A new mathematical model for geometric tolerances as applied to round faces, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, No. 4, pp. 609-621, 2002.
- [7] Y. Huiwen, W. Xiangji, Y. Jiangxin, Application of monte carlo method in tolerance analysis, *13th CIRP conference on Computer Aided Tolerancing*, Procedia CIRP 27, Vol. 1, No. 27, pp. 281-285, 2015.
- [8] Standard ASME (2009) Dimensioning and tolerancing. Revision of ASME Y14.5M-. ASME, USA.
- [9] W. H. Greenwood, K. W. Chase, Worst case tolerance analysis with nonlinear problems, *Journal of Engineering Industry ASME*, Vol. 110, No. 3, pp. 232-235, 1988.
- [10] W. H. Greenwood, K. W. Chase, Root sum squares tolerance analysis with nonlinear problems, *Journal of Engineering Industry ASM*, Vol. 112, No. 4, pp. 382-384, 1990.
- [11] M. R. Movahhedy, S. Khodaygan, Tolerance analysis of mechanical assemblies with asymmetric tolerances, *Transaction SAE Journal Materials Manufacturing*, Vol. 116, No. 1, pp. 44-52, 2007.
- [12] S. Khodaygan, M. R. Movahhedy, Tolerance analysis of assemblies with asymmetric tolerances by unified uncertainty-accumulation model based on fuzzy logic, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 53, Issue. 5, pp. 777-788, 2011.
- [13] X. Jiang, L. Mathieu, A. Weckenmann, J. Guo, J. Hong, Z. Yang, Y. Wang, *The Twelfth CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing A Tolerance Analysis Method for Rotating Machinery*, Procedia CIRP, Vol. 10, pp. 77-83, 2013.
- [14] O. Vinogradov, From random tolerances to random rotor vibrations, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, No. 3, pp. 539-542, 2002.
- [15] A. A. Ansarifard, A. Jaamialahmadi, An investigation the effects of geometric tolerances on the natural frequencies of rotating shafts, *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 1, No. 2, pp. 103-111, 2014.
- [16] A. C. Swann, J. C. Harrison, F. E. Talke, Non-repeatable runout measurement and simulation of fluid lubricated spindles, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1727-1732, 1996.
- [17] K. Noda, M. Naoe, Novel NRRO minimization algorithm for an ultra-high-density servo track writer, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 5, pp. 2626-2628, 1997.
- [18] S. Noguchi, T. Kanada, Development of measuring system for radial non-repetitive run-out (NRRO) and perception about present state of angular contact ball bearing for machine tools, *Tribology International*, Vol. 41, No. 12, pp. 1176-1180, 2008.
- [19] G. Jang, S. Hong, D. Kim, J. Han, New design of a HDD spindle motor using damping material to reduce NRRO, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 5, pp. 2258-2260, 2000.
- [20] Z. Yang, J. Hong, J. Liu, Y. Ding, M. Y. Wang, Theoretical method to reduce the non-repetitive run-out (NRRO) of angular contact ball bearings, *Proceeding of IEEE*, pp. 1-6, Chicago IL: Saint Xavier University, 2011.
- [21] S. S. Rao, F. F. Yap, *Mechanical Vibrations*, 5th Edition, pp. 721-726, Addison-Wesley: New York, 2010.
- [22] S. Noguchi, K. Hiruma, H. Kawa, T. Kanada, The Influence of location of balls and ball diameter difference in rolling bearings on the nonrepetitive runout (NRRO) of retainer revolution, *Precision Engineering*, Vol. 29, No. 1, pp. 11-18, 2005.
- [23] Z. Yang, J. Hong, J. Zhang, M. Y. Wang, B. Li, A new method to analyze three-dimensional non-repetitive run-out (3D-NRRO) of angular contact ball bearings, *ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Denver, Colorado, USA, November 11-17, 2011.
- [24] F. Ma, P. Ji, Z. Li, B. Wu, Q. An, Influences of off-sized rollers on mechanical performance of spherical roller bearings, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 229, No. 4, pp. 344-356, 2015.

شده در جداول 4 و 5 است. مطابق با شکل‌های 7 و 8، نتایج حاصل شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو، محدوده تغییرات موقعیت انتهایی شفت حاصل از روش پیشنهادی در شرایط استاتیکی و دینامیکی را تایید می‌کند.

4- جمع‌بندی

تحلیل تoleransi یک ابزار کلیدی جهت بررسی و تخمین اثرات تoleransi‌های ابعادی و هندسی در کیفیت، عملکرد و مونتاژپذیری یک مجموعه مکانیکی است. در این مقاله روش جدیدی برای تحلیل تoleransi سیستم‌های دوار انعطاف‌پذیر بر مبنای مدل ناحیه تoleransi ارائه شده است. روش پیشنهادی بر خلاف روش‌های پیشین، توانایی تحلیل تoleransi سیستم‌های دوار با وجود خطاهای ابعادی و هندسی، اثرات انعطاف‌پذیری و خطای لنگی غیرتکراری را در شرایط استاتیکی و دینامیکی داراست. برای نمایش قابلیت روش پیشنهادی در تحلیل تoleransi یک سیستم دوار، یک سیستم دوار در شرایط استاتیکی و دینامیکی تحلیل تoleransi گردید. جهت صحت‌سنجی نتایج حاصل از تحلیل تoleransi استاتیکی و دینامیکی، نتایج حاصل از روش

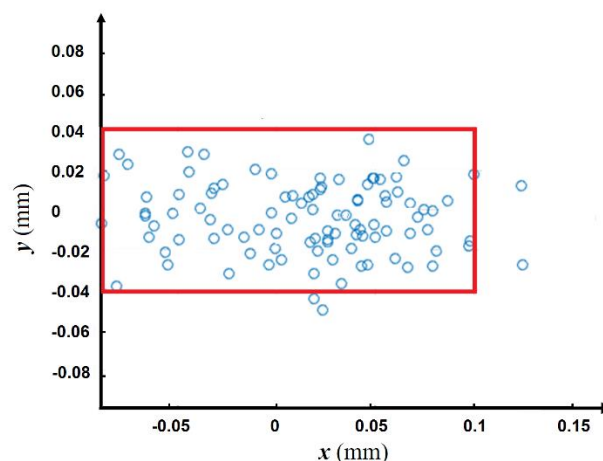


Fig. 7 Locus of the end shaft position at static conditions: comparing the results of the proposed tolerance analysis method and the results of Monte Carlo simulations

شکل 7 مکان هندسی موقعیت انتهایی شفت در شرایط استاتیکی: مقایسه نتایج روش تحلیل تoleransi پیشنهادی و نتایج شبیه‌سازی با روش مونت‌کارلو

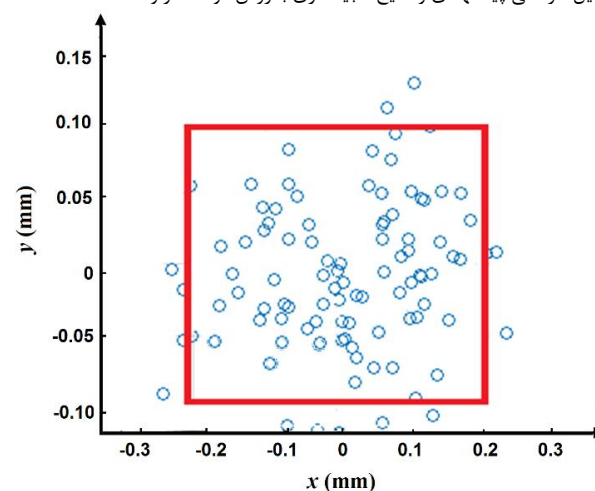


Fig. 8 Locus of the end shaft position at dynamic conditions: comparing the results of the proposed tolerance analysis method and the results of Monte Carlo simulations

شکل 8 مکان هندسی موقعیت انتهایی شفت در شرایط دینامیکی: مقایسه نتایج روش تحلیل تoleransi پیشنهادی و نتایج شبیه‌سازی با روش مونت‌کارلو

[26] Z. Yang, H. Chen, T. Yu, B. Li, A high-precision instrument for analyzing nonlinear dynamic behavior of bearing cage, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 87, No. 8, pp. 085105, 2016.

[25] Y. Chen, X. Zhao, W. Gao, G. Hu, S. Zhang, D. Zhang, A new method for measuring the rotational accuracy of rolling element bearings, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 87, No. 12, pp. 125102, 2016.