



# مقایسه کنترلر گام به عقب بهینه‌شده با الگوریتم ازدحام ذرات و کنترلر LQR بر روی کوادروتور

نیلوفر پرهیزکار<sup>1</sup>، ابوالقاسم نقاش<sup>2\*</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران  
2- استاده، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 1591634311، naghash@aut.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 17 فروردین 1396  
پذیرش: 05 خرداد 1396  
ارائه در سایت: 13 مرداد 1396  
کلید واژگان:  
کنترل کننده گام به عقب  
کنترل کننده LQR  
الگوریتم ازدحام ذرات  
تابع هزینه  
بهینه‌سازی

## چکیده

این مقاله به مقایسه عملکرد دو کنترلر گام به عقب بهینه‌شده با الگوریتم ازدحام ذرات و کنترلر LQR بر روی یک کوادروتور در حالت هاور می‌پردازد. کوادروتور یک سیستم دینامیکی پایدار نیست و توسعه کنترلرهای بهینه با کارایی بالا برای آن حائز اهمیت است. در ابتدا مدل دینامیکی کوادروتور معرفی شده و معادلات فضای حالت به منظور شبیه‌سازی مدل دینامیکی ارائه می‌شوند. سپس دو کنترلر گام به عقب و LQR برای کنترل ارتفاع و زوایای کوادروتور طراحی می‌شوند. به منظور بهینه‌سازی کنترلر گام به عقب، پارامترهای آن به کمک الگوریتم ازدحام ذرات به گونه‌ای تعیین می‌گردند که تابع هزینه در نظر گرفته شده برای کنترلر LQR کمترین مقدار خود را داشته باشد. هم‌چنین فرامین ورودی به موتورها به منظور نشان دادن توانایی کنترلر موردنظر محاسبه و ترسیم می‌شوند. برای رسیدن به مقایسه دقیق تر، تابع هزینه به ازای مقادیر مختلف ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  برای دو کنترلر محاسبه شده و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که کنترلر گام به عقب به کمک الگوریتم ازدحام ذرات توانایی بالاتری در کمینه سازی تابع هزینه دارد و به ازای ماتریس‌های وزنی مختلف تابع هزینه در کنترلر گام به عقب کمتر بوده است.

## Comparison of Back Stepping Optimized via PSO Algorithm and LQR Controllers for a Quadrotor

Niloofer Parhizkar, Abolghasem Naghash\*

Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 1591634311, Tehran, Iran, naghash@aut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 06 April 2017  
Accepted 26 May 2017  
Available Online 04 August 2017

**Keywords:**  
Back stepping  
LQR  
PSO algorithm  
Cost function  
Optimization

### ABSTRACT

Comparison of Back stepping method optimized via particle swarm optimization algorithm and LQR method for hovering control of a quadrotor is presented in this paper. Quadrotor is not a stable dynamical system and development of high performance controllers for it is important. First the dynamic model of a quadrotor is introduced and state-space equations are presented in order to simulate the dynamic model. Then two Back stepping and LQR controllers are designed to control Euler angles and height of the quadrotor. In order to optimize back stepping controller, its parameters are determined using particle swarm optimization algorithm to minimize cost function considered for LQR controller. Also, commands to the motors are calculated and plotted to show the feasibility of the controller. To obtain better comparison, the cost function is calculated for different weighting matrices of  $Q$  and  $R$  for two controllers and the results are compared. The results show that Back stepping controller has more ability to minimize the cost function in comparison to LQR and the cost function in Back stepping has fewer values for several choices of weighting matrices.

### 1- مقدمه

تعیین پارامترهای طراحی کنترل‌کننده‌ها با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند اخیراً روند رو به رشدی به خود گرفته است. روش‌ها و الگوریتم‌های بهینه‌سازی به دو دسته الگوریتم‌های دقیق و الگوریتم‌های تقریبی تقسیم‌بندی می‌شوند. الگوریتم‌های دقیق قادر به یافتن جواب بهینه به صورت دقیق هستند اما در مورد مسائل بهینه‌سازی سخت کارایی ندارند و زمان حل آنها در این مسائل به صورت نمایی افزایش می‌یابد. الگوریتم‌های تقریبی قادر به یافتن جواب‌های خوب (نزدیک به بهینه) در زمان حل کوتاه برای مسائل

در دهه‌های اخیر مطالعات به منظور مدلسازی و کنترل ربات‌های پرنده روند رو به رشدی را به خود گرفته است و الگوریتم‌های کنترل موجود رو به افزایش است.

با بررسی الگوریتم‌های کنترلی طراحی‌شده برای کوادروتور ملاحظه می‌شود که با کامل تر شدن تحقیقات بر روی روش‌های کنترل کلاسیک، استفاده از روش‌های ترکیبی در سال‌های اخیر جایگاه ویژه‌ای پیدا کرده است.

Please cite this article using:

N. Parhizkar, A. Naghash, Comparison of Back Stepping Optimized via PSO Algorithm and LQR Controllers for a Quadrotor, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 413-420, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:



Fig. 1 Overview of an AR.Drone

شکل 1 نمای کلی از ای.آر.درون

جدول 1 مقادیر پارامترهای فیزیکی کوادروتور [11]

Table 1 Value of physical parameters of the quadrotor [11]

پارامتر فیزیکی	توضیح	مقدار	واحد
$m$	جرم	335	gr
$L$	فاصله مرکز ملخ تا مرکز جرم (بازوی ممان)	18	cm
$I_z$	ممان اینرسی حول محور $z$	0.0047	kgm <sup>2</sup>
$I_x$	ممان اینرسی حول محور $x$	0.0018	kgm <sup>2</sup>
$I_y$	ممان اینرسی حول محور $y$	0.0018	kgm <sup>2</sup>
$b$	ضریب تراست ملخ	$5.7231 \times 10^{-6}$	Ns <sup>2</sup>
$d$	ضریب گشتاور آیرودینامیکی	$1.7169 \times 10^{-7}$	Nms <sup>2</sup>
$J_r$	اینرسی روتور	$1.85 \times 10^{-5}$	kgm <sup>2</sup>

### 3- مدل‌سازی دینامیکی کوادروتور

فرضیات ساده‌کننده‌ای که در این مدل‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرند به شرح زیر هستند:

- 1- زمین مسطح فرض می‌شود.
  - 2- سازه کوادروتور و ملخ‌ها صلب در نظر گرفته می‌شود.
  - 3- فرض می‌شود که سازه متقارن است.
  - 4- مرکز جرم و نیز مبدأ دستگاه مختصات بدنی منطبق بر مرکز تقارن سازه در نظر گرفته می‌شوند.
  - 5- محورهای مختصات بدنی متصل به کوادروتور بر محورهای اصلی کوادروتور منطبق هستند در این صورت ماتریس ممان اینرسی، قطری شده و باعث ساده‌تر شدن معادلات می‌شود.
  - 6- تراست و نیروی پسای ایجادشده توسط ملخ‌ها متناسب با مربع سرعت زاویه‌ای ملخ در نظر گرفته می‌شوند.
- دستگاه مختصات اینرسی  $XYZ$  و دستگاه مختصات بدنی  $xyz$  مطابق با شکل 2 در نظر گرفته می‌شود.

### 3-1- استخراج مدل دینامیک دورانی کوادروتور

مومنوم زاویه‌ای برابر با مومنوم تولیدشده توسط دوران کوادروتور و سرعت

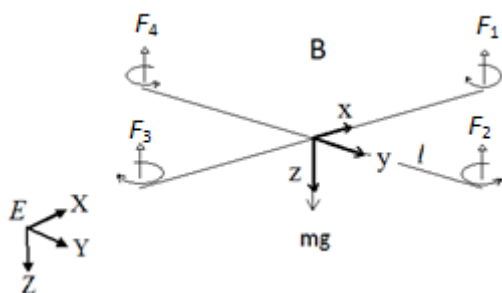


Fig. 2 Body and inertial frames

شکل 2 نمایش دستگاه‌های مختصات اینرسی و بدنی

بهینه‌سازی سخت هستند. الگوریتم‌های تقریبی معمولاً به دو دسته الگوریتم‌های ابتکاری<sup>1</sup> و فرا ابتکاری<sup>2</sup> طبقه‌بندی می‌شوند. دو مشکل اصلی الگوریتم‌های ابتکاری، قرار گرفتن آنها در بهینه‌های محلی و ناتوانی آنها برای کاربرد در مسائل گوناگون است. الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل این مشکلات الگوریتم‌های ابتکاری ارائه شده‌اند. در واقع الگوریتم‌های فراابتکاری، یکی از انواع الگوریتم‌های بهینه‌سازی تقریبی هستند که دارای راهکارهای برون‌رفت از بهینه محلی می‌باشند و قابل کاربرد در طیف گسترده‌ای از مسائل هستند. مثال‌هایی از این الگوریتم‌ها، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ازدحام ذرات، الگوریتم سرمایه‌ش تدریجی، الگوریتم رقابت استعماری، الگوریتم تکامل تفاضلی، الگوریتم مورچگان، الگوریتم جهش قورباغه، الگوریتم زنبور عسل، الگوریتم جست و جوی هارمونی، الگوریتم جست و جوی گرانشی، الگوریتم فاخته، الگوریتم خفاش‌ها و بسیاری الگوریتم‌های دیگر هستند.

در مرجع [1] الگوریتم ژنتیک و در مرجع [2] الگوریتم ازدحام ذرات برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده PID بر روی کوادروتور استفاده شده‌اند. در مراجع [3] و [4] نیز کنترل‌کننده گام به عقب بهینه شده با الگوریتم ازدحام ذرات برای کوادروتور طراحی شده است. ترکیب روش‌های کنترل کلاسیک با روش‌های تطبیقی مانند منطق فازی، شبکه‌های عصبی و ... نیز از روش‌هایی هستند که به منظور بهبود کارایی کنترلرها به کار می‌روند و در این روش‌ها پارامترهای طراحی یک کنترلر به صورت متغیر با زمان تنظیم می‌شوند.

روش‌های تطبیقی نیز به منظور ایجاد پاسخ مناسب در مقابل تغییرات آرام در سیستم و همچنین خطاهای مدل‌سازی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در مراجع [5] و [6] از الگوریتم فازی برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده‌های PID و مود لغزشی بهره گرفته شده است. هم چنین در مرجع [7] کنترل‌کننده LQR با الگوریتم فازی به منظور بهبود عملکرد و مقاوم تر شدن در برابر اغتشاشات و نامعینی‌ها ترکیب شده است. روش‌های شبکه‌های عصبی نیز به میزان کمتر استفاده شده اما دور از نظر نگه داشته نشده‌اند. در مراجع [8] و [9] الگوریتم شبکه‌های عصبی به ترتیب با PID و گام به عقب ترکیب شده‌اند. در [10]، برای جبران عدم قطعیت‌های پارامتری موجود در دینامیک مسی کوپتر از سه روش کنترلی غیرخطی تطبیقی مدل مرجع برای سه حالت متفاوت مبتنی بر معادلات خطی تک ورودی- تک خروجی و معادلات خطی چند ورودی- چند خروجی و معادلات غیرخطی چند ورودی- چند خروجی استفاده شده است.

### 2- معرفی کوادروتور مورد بررسی

کوادروتور شبیه‌سازی شده در این مقاله ای.آر.درون<sup>3</sup> ساخت شرکت پروت<sup>4</sup> است. این کوادروتور یک کامپیوتر داخلی با پردازنده ARM9 468 MHz و حافظه اجرایی 128MB که تحت سیستم عامل لینوکس است با خود به همراه دارد و دارای سیستم کنترل اتوماتیک است که امکان بلند شدن و فرود آمدن کوادروتور را فراهم می‌کند. نمای کلی یک ای.آر.درون در شکل 1 مشاهده می‌شود.

مقادیر پارامترهای فیزیکی و مشخصات مورد نیاز برای شبیه‌سازی مدل غیرخطی این کوادروتور در مرجع [11] به صورت فیزیکی اندازه‌گیری شده‌اند. این مقادیر در جدول 1 قابل مشاهده هستند.

<sup>1</sup> Heuristic  
<sup>2</sup> Metaheuristic  
<sup>3</sup> AR.Drone  
<sup>4</sup> parrot

معادلات فوق غیرخطی هستند و حرکات رول، پیچ و یاو در همدیگر کوپل گردیده‌اند.

### 2-3- استخراج معادله حرکت ارتفاع

نیروهای اصلی عمل‌کننده بر روی کوادروتور شامل نیروی وزن و نیروی تراست هستند. مجموع تراست موتورها با  $U_1$  نشان داده می‌شود. می‌دانیم که  $U_1$  در راستای محور  $Z$  بدنی و در جهت منفی آن است بنابراین برای به دست آوردن معادله حرکت ارتفاع در دستگاه اینرسی، باید از  $U_1$  دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی انتقال یابد و چون نیروی وزن نیز در راستای محور  $Z$  دستگاه اینرسی است، در نهایت رابطه زیر برای حرکت در راستای محور  $Z$  دستگاه اینرسی استخراج می‌شود [13]:

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m}(\cos\theta\cos\phi)U_1 \quad (9)$$

و با تعریف زیر:

$$[x_7, x_8]^T = [z, \dot{z}]^T \quad (10)$$

و با در نظر داشتن رابطه (7) معادله (9) را به فرم فضای حالت در

می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= -g + \frac{1}{m}(\cos x_3 \cos x_1)U_1 \end{aligned} \quad (11)$$

### 4- طراحی کنترلر برای مدل دینامیکی غیرخطی

در این مقاله کنترل‌کننده گام به عقب و کنترل‌کننده LQR برای کنترل زوایای اوایلر و ارتفاع کوادروتور طراحی می‌شوند. برای اینکه بتوانیم دو روش را به طور دقیق با یکدیگر مقایسه کنیم تابع هزینه‌ای را که استفاده از آن در طراحی کنترل‌کننده LQR مرسوم است برای هر دو کنترلر در نظر می‌گیریم:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (X^T Q X + U^T R U) dt \quad (12)$$

به این صورت که برای کمینه سازی تابع هزینه در کنترلر گام به عقب از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بهره می‌گیریم و با استفاده از این الگوریتم پارامترهای گام به عقب را به گونه‌ای تعیین می‌کنیم که تابع هزینه  $J$  مینیمم شود. خروجی‌های سیستم‌های کنترل  $U_1, U_2, U_3, U_4$  هستند. این خروجی‌ها باید به ورودی‌های مدل دینامیکی که سرعت‌های زاویه‌ای ملخ‌ها  $\Omega_{i,i=1,2,3,4}$  هستند تبدیل شوند. می‌دانیم  $U_1$  مجموع تراست موتورها و  $U_2, U_3, U_4$  گشتاورها هستند:

$$\begin{cases} U_1 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ U_2 = -(T_2 - T_4)L \\ U_3 = (T_1 - T_3)L \\ U_4 = \frac{d}{b}(T_2 + T_4 - T_3 - T_1) \end{cases} \quad (13)$$

با بازنویسی روابط (13) بر حسب تراست‌ها (مشابه روشی که در [14] انجام شده است) و سپس مربع سرعت‌های زاویه‌ای ملخ‌ها به روابط زیر می‌رسیم:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -L & 0 & L \\ L & 0 & -L & 0 \\ -\frac{d}{b} & \frac{d}{b} & -\frac{d}{b} & \frac{d}{b} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 1-4- کنترل‌کننده LQR

برای طراحی کنترلر LQR لازم است که معادلات (8) و (11) خطی سازی شوند. برای خطی سازی معادلات از روش ژاکوبین استفاده کرده و معادلات

زاویه‌ای ملخ هاست. فرض می‌شود  $\vec{M}$  برآیند گشتاورهای خارجی،  $\omega_x, \omega_y$  و  $\omega_z$  سرعت‌های زاویه‌ای و  $\Omega_{blade}$  اختلاف بین سرعت زاویه‌ای ساعتگرد و پادساعتگرد باشد:

$$\Omega_{blade} = \Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4 \quad (1)$$

که در رابطه فوق  $\Omega_{i,i=1,2,3,4}$  سرعت زاویه‌ای هریک از ملخ هاست. با استفاده از رابطه نیوتن-اوایلر به شیوه مرجع [12]، رابطه زیر برای گشتاور خارجی استخراج می‌شود:

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} I_x \dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z (I_z - I_y) + J_r \Omega \omega_y \\ I_y \dot{\omega}_y + \omega_x \omega_z (I_x - I_z) + J_r \Omega \omega_x \\ I_z \dot{\omega}_z + \omega_x \omega_y (I_y - I_x) \end{bmatrix} \quad (2)$$

اگر  $T_{i,i=1,2,3,4}$  نیروی تراست تولیدشده توسط هر موتور باشد و  $\tau_{i,i=1,2,3,4}$  گشتاور تولیدشده در جهت مخالف چرخش هر ملخ باشد که توسط هوا روی ملخ اعمال می‌شود، خواهیم داشت:

$$\tau_i = d\Omega_i^2, \quad T_i = b\Omega_i^2 \quad (3)$$

گشتاورهای رول، پیچ و یاو را به ترتیب با  $\tau_x, \tau_y, \tau_z$  نشان می‌دهیم.

در این صورت خواهیم داشت:

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(T_2 - T_4)L \\ (T_1 - T_3)L \\ (-\tau_1 - \tau_3 + \tau_2 + \tau_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(T_2 - T_4)L \\ (T_1 - T_3)L \\ \frac{d}{b}(-T_1 - T_3 + T_2 + T_4) \end{bmatrix} \quad (4)$$

با ترکیب معادلات (2) و (4)، بازنویسی معادله جدید بر حسب مشتقات سرعت‌های زاویه‌ای، به کارگیری رابطه بین سرعت‌های زاویه‌ای حول محورهای بدنی و نرخ زوایای اوایلر که در [12] محاسبه شده است و در نهایت با صرف نظر از ترمای بسیار کوچک و تبدیل معادلات به نمایش بر حسب زوایای اوایلر (که با استفاده از ماتریس دوران صورت می‌گیرد) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(\dot{\theta}\psi) - a_4(\dot{\theta} + \phi\dot{\psi})\Omega + b_3\tau_z\theta + b_1\tau_x \\ a_2(\dot{\phi}\psi) + a_5(\dot{\phi} - \theta\dot{\psi})\Omega - b_3\tau_z\phi + b_2\tau_y \\ a_3(\dot{\phi}\theta) + (a_5\Omega\dot{\phi} + b_2\tau_y)\phi + b_3\tau_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(I_y - I_z)}{I_x} + 1, \quad a_2 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} - 1, \quad a_3 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} + 1 \\ a_4 &= \frac{J_r}{I_x}, \quad a_5 = \frac{J_r}{I_y}, \quad b_1 = \frac{1}{I_x}, \quad b_2 = \frac{1}{I_y}, \quad b_3 = \frac{1}{I_z} \end{aligned} \quad (6)$$

برای مطالعه سیستم در فرم فضای حالت متغیرهای حالت به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \phi(t) \\ \dot{x}_2(t) = \dot{\phi}(t) \\ \dot{x}_3(t) = \theta(t) \\ \dot{x}_4(t) = \dot{\theta}(t) \\ \dot{x}_5(t) = \psi(t) \\ \dot{x}_6(t) = \dot{\psi}(t) \end{cases}, \quad \begin{cases} U_2(t) = \tau_x \\ U_3(t) = \tau_y \\ U_4(t) = \tau_z \end{cases} \quad (7)$$

و با بازنویسی معادلات (5) و (6) به فرم نمایش فضای حالت به روابط

نهایی زیر برای مدل‌سازی دینامیک دورانی کوادروتور می‌رسیم:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1(x_4 x_6) - a_4(x_4 + x_1 x_6)\Omega + b_3 \cdot U_4 \cdot x_3 + b_1 \cdot U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_2(x_2 x_6) + a_5(x_2 - x_3 x_6)\Omega - b_3 \cdot U_4 \cdot x_1 + b_2 \cdot U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_3(x_2 x_4) + a_5(x_1 x_2)\Omega + b_2 \cdot U_3 \cdot x_1 + b_3 \cdot U_4 \end{cases} \quad (8)$$

و با این بهره بردار ورودی کنترل در مدل دینامیک دورانی را به دست

می آوریم:

$$U = -KX \quad (26)$$

#### 2-4- کنترل کننده گام به عقب

کنترل کننده گام به عقب در مرجع [15] به طور کامل توضیح داده شده است و در اینجا به اختصار بیان می شود. معادلات حالتی که در این روش به کار گرفته می شوند باید دارای فرم خاصی باشند. در واقع این معادلات از دو دسته تشکیل می شوند که به فرم زیر می باشند.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)u \end{aligned} \quad (27)$$

همان طور که مشاهده می شود به جز در انتهای معادله در دسته معادلات اول فقط متغیر  $x_1$  وجود دارد. اصطلاحاً گفته می شود معادله اول نسبت به متغیر  $x_2$  افاین<sup>1</sup> می باشد. همین طور معادله دوم نیز نسبت به ورودی کنترلی افاین است. اگر معادلات به فرم بالا باشند به راحتی می توان کنترل کننده گام به عقب را برای سیستم طراحی کرد.

کل روند طراحی گام به عقب دو مرحله می باشد. معادلات فضای حالت (8) را در نظر می گیریم و کنترل کننده گام به عقب را طبق روشی که در ادامه توضیح داده می شود طراحی می کنیم.

ابتدا معادلات فضای حالت (8) را به فرم زیر که در واقع همان رابطه (27) است در می آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= f(\eta) + G(\eta)\zeta \\ \dot{\zeta} &= f_a(\eta, \zeta) + G_a(\eta, \zeta)u \end{aligned} \quad (28)$$

که در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_1x_4x_6 - a_4(x_4 + x_1x_6)\Omega \\ a_2x_2x_6 + a_5(x_2 - x_3x_6)\Omega \\ a_3x_2x_4 + a_5x_1x_2\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_3x_3 \\ 0 & b_2 & -b_3x_1 \\ 0 & b_2x_1 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

به منظور رساندن متغیرهای حالت توسط ورودی کنترل به هر مقدار مطلوب، متغیرهای برداری جدید به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\eta = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_3 \\ z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1d} - x_1 \\ x_{3d} - x_3 \\ x_{5d} - x_5 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_4 \\ z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2d} - x_2 \\ x_{4d} - 4 \\ x_{6d} - x_6 \end{bmatrix} \quad (31)$$

که مقادیر  $x_{1d}$  تا  $x_{6d}$  متغیرهای حالت مطلوب هستند. با این تغییر متغیر و اعمال برخی تغییرات خواهیم داشت:

$$f(\eta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, G(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$f_a(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1d} - a_1x_4x_6 + a_4(x_4 + x_1x_6)\Omega \\ \dot{x}_{3d} - a_2x_2x_6 - a_5(x_2 - x_3x_6)\Omega \\ \dot{x}_{5d} - a_3x_2x_4 - a_5x_1x_2\Omega \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$G_a(\eta, \zeta) = - \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_3x_3 \\ 0 & b_2 & -b_3x_1 \\ 0 & b_2x_1 & b_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

و در نهایت:

$$u = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (35)$$

خطی شده فضای حالت به صورت زیر درمی آیند:

$$\dot{X} = J_x X + J_u U \quad (15)$$

ماتریس های  $J_x$  و  $J_u$  ماتریس های ژاکوبین هستند که به ترتیب به

صورت زیر تعریف می شوند:

$$J_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$J_u = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial U_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial U_n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

که توابع  $f_i$ ، سمت راست معادلات (8) و (11) هستند. مقادیر ماتریس های  $J_x$  و  $J_u$  با استفاده از روابط (16) و (17) حول حالت هاور که تمامی متغیرهای حالت و ورودی های کنترل صفر هستند به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$J_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$J_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} X &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T \\ U &= [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T \end{aligned} \quad (20)$$

و ماتریس های  $Q$  و  $R$ :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$R = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (22)$$

با حل معادله ریکاتی زیر و با در نظر گرفتن  $A = J_x, B = J_u$

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (23)$$

و با جایگذاری  $P$  در رابطه زیر:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (24)$$

برای ماتریس بهره حالت داریم:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.34 & 0.948 \\ 0.141 & 0.023 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.129 & 0.022 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0.082 \end{bmatrix} \quad (25)$$

<sup>1</sup> affine

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (k_7 z_8 + z_7 + g + \ddot{x}_{7d} + k_8 z_8 + k_7 k_8 z_7) \quad (47)$$

### 3-4- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>1</sup>

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یکی از روش‌های فراابتکاری است که در حل مسائل بهینه‌سازی پیوسته موفقیت بسیاری از خود نشان داده است. این روش در سال 1995 توسط کندی<sup>2</sup> و ابرهارت<sup>3</sup> معرفی شد [16]. این الگوریتم از روی زندگی جمعی و گروهی پرندگان الهام می‌گیرد تا به راه حل بهینه برسد. با استفاده از این روش می‌توان با مسائلی که جواب آنها یک نقطه یا سطح در فضای  $n$  بعدی می‌باشد، برخورد نمود. در این چنین فضایی، فرضیاتی مطرح می‌شود و یک سرعت ابتدایی به آنها اختصاص داده می‌شود، همچنین کانال‌های ارتباطی بین ذرات در نظر گرفته می‌شود. سپس این ذرات در فضای پاسخ حرکت می‌کنند، و نتایج حاصله بر مبنای یک «ملاک شایستگی» پس از هر بازه زمانی محاسبه می‌شود. با گذشت زمان، ذرات به سمت ذراتی که دارای ملاک شایستگی بالاتری هستند و در گروه ارتباطی یکسانی قرار دارند، شتاب می‌گیرند.

این الگوریتم با یک گروه از جواب‌های تصادفی شروع به کار می‌کند. سپس برای یافتن جواب بهینه در فضای مسئله با به روز کردن موقعیت و سرعت هر ذره به جستجو می‌پردازد. هر ذره به صورت چندبعدی با دو مقدار  $x_{i,j}$  و  $v_{i,j}$  که به ترتیب مکان و سرعت مربوط به بعد  $j$  از  $i$  امین ذره هستند تعریف می‌شود. در هر مرحله از حرکت جمعیت، هر ذره با توجه به دو مقدار بهترین به روز می‌شود. اولین مقدار بهترین جواب از لحاظ شایستگی است که تاکنون برای هر ذره به طور جداگانه به دست آمده است. این مقدار بهترین تجربه فردی است که  $pbest$  نامیده می‌شود. مقدار بهترین دیگر که توسط PSO به دست می‌آید، بهترین مقداری است که تاکنون توسط تمام ذره‌ها در میان جمعیت به دست آمده است. این مقدار بهترین تجربه گروهی است که  $gbest$  نامیده می‌شود. پس از یافتن دو مقدار  $pbest$  و  $gbest$  هر ذره سرعت  $v$  و مکان  $x$  جدید خود را با روابط (48) به روز می‌کند:

$$\begin{aligned} v_{i,j}^{t+1} &= w v_{i,j}^t + c_1 r_1 (p_{i,j}^t - x_{i,j}^t) + c_2 r_2 (g_j^t - x_{i,j}^t) \\ x_{i,j}^{t+1} &= x_{i,j}^t + v_{i,j}^{t+1} \end{aligned} \quad (48)$$

به طوری که  $w$  وزن اینرسی،  $c_1, c_2$  ضرایب شتاب و  $r_1, r_2$  اعداد تصادفی در بازه  $(0,1)$  می‌باشند. همچنین  $p$  و  $g$  به ترتیب  $pbest$  و  $gbest$  می‌باشند. 8 پارامتر  $k_{i,i=1...8}$  را با الگوریتم ازدحام ذرات برای مینیمم کردن تابع هزینه به دست می‌آوریم. پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات در این مقاله به صورتی که در جدول 2 مشاهده می‌شود در نظر گرفته شده‌اند.

نحوه انتخاب بازه جست و جو برای پارامترها به این صورت است که در کنترلر گام به عقب، به طور کلی با افزایش پارامترهای  $k_{i,i=1...8}$  مقدار خطا کاهش یافته و تلاش کنترلی افزایش می‌یابد. بنابراین در تابع هزینه در نظر گرفته شده برای کمینه‌سازی، هر چه قدر درایه‌های ماتریس  $R$  بزرگ تر باشند، پارامترهای کوچک‌تری توسط الگوریتم یافت می‌شوند و بالعکس هر چه درایه‌های ماتریس  $Q$  بزرگ‌تر باشند، پارامترهای بزرگ‌تری تعیین می‌شوند. بنابراین انتخاب بازه جست و جو برای بهینه‌سازی، بستگی به ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  خواهد داشت. در این مقاله بازه جست و جو

حال با آماده بودن فرم صحیح معادلات به طراحی کنترلر می‌پردازیم. در گام اول فرض می‌کنیم متغیر  $\zeta$  ورودی کنترلی دسته معادلات اول باشد. دسته معادلات اول را با استفاده از کنترل‌کننده  $\phi(\eta) = \zeta$  طوری پایدار می‌کنیم که بتوان یک تابع لیاپانوف برای همین دسته معادلات پیدا کرد:

$$\phi(\eta) = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_3 \\ z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 z_1 \\ -k_3 z_3 \\ -k_5 z_5 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$k_1, k_3, k_5 > 0$

سپس از تئوری لیاپانوف استفاده می‌کنیم و تابع لیاپانوف را تعریف می‌کنیم. در این گام تابع لیاپانوف  $V(\eta)$  را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V(\eta) = \frac{1}{2} \eta^T \eta = \frac{1}{2} (z_1^2 + z_3^2 + z_5^2) \quad (37)$$

مشتق  $V(\eta)$  با توجه به روابط (36) و (37) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\eta) &= z_1 \dot{z}_1 + z_3 \dot{z}_3 + z_5 \dot{z}_5 = z_1 z_2 + z_3 z_4 + z_5 z_6 \\ &= -k_1 z_1^2 - k_3 z_3^2 - k_5 z_5^2 \\ \rightarrow \dot{V}(\eta) &< 0 \end{aligned} \quad (38)$$

بنابراین مشتق تابع لیاپانوف منفی است. در گام دوم تابع لیاپانوف را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} V_a &= V(\eta) + \frac{1}{2} [\zeta - \phi(\eta)]^T [\zeta - \phi(\eta)] = \\ &= \frac{1}{2} (z_1^2 + z_3^2 + z_5^2) + \\ &+ \frac{1}{2} ((z_2 + k_1 z_1)^2 + (z_4 + k_3 z_3)^2 + (z_6 + k_5 z_5)^2) \end{aligned} \quad (39)$$

و در نهایت با در نظر گرفتن ورودی کنترلی  $u$  به صورت زیر مشتق تابع لیاپانوف در گام دوم را منفی می‌کنیم و دسته معادلات دوم نیز پایدار می‌شوند:

$$u = G_a^{-1} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} (f + G \zeta) - \left( \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^T - f_a - K(\zeta - \phi) \right] \quad (40)$$

که در آن ماتریس  $K$  به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_6 \end{bmatrix} \quad (41)$$

و در نهایت با جایگذاری روابط (31)، (32)، (33)، (34)، (36)، (37) و

(41) در رابطه (40) داریم:

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_3 x_3 \\ 0 & b_2 & -b_3 x_1 \\ 0 & b_2 x_1 & b_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{1d} + z_1 + k_1 z_2 + k_2 z_2 \\ + k_1 k_2 z_1 - a_1 x_4 x_6 \\ + a_4 (x_4 + x_1 x_6) \Omega \\ \ddot{x}_{3d} + z_3 + k_3 z_4 + k_4 z_4 \\ + k_3 k_4 z_3 - a_2 x_2 x_6 \\ - a_5 (x_2 - x_3 x_6) \Omega \\ \ddot{x}_{5d} + z_5 + k_5 z_6 + k_6 z_6 \\ + k_5 k_6 z_5 - a_3 x_2 x_4 \\ - a_5 x_1 x_2 \Omega \end{bmatrix} \quad (42)$$

و مشابه همین روش را روی معادله ارتفاع (11) اعمال می‌کنیم. با

تعاریف زیر:

$$\begin{aligned} \eta &= z_7 = x_{7d} - x_7 \\ \zeta &= z_8 = x_{8d} - x_8 \end{aligned} \quad (43)$$

که در آن  $x_{7d}$  و  $x_{8d}$  مقادیر مطلوب هستند، به روابط زیر می‌رسیم:

$$\zeta = \phi(\eta) = -k_7 z_7, k_7 > 0 \quad (44)$$

$$V(\eta) = \frac{1}{2} z_7^2, V_a = \frac{1}{2} z_7^2 + \frac{1}{2} (z_8 + k_8 z_8)^2 \quad (45)$$

$$f = 0, G = 1, f_a = \ddot{x}_{7d} + g, G_a = -\frac{1}{m} \cos x_1 \cos x_3 \quad (46)$$

و در نهایت  $U_1$  به صورت رابطه (47) به دست می‌آید:

<sup>1</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>2</sup> Kennedy

<sup>3</sup> Eberhart

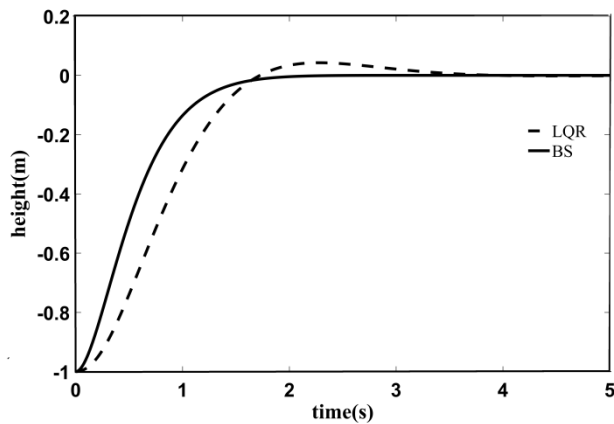


Fig. 4 Altitude of the quadrotor per time

شکل 4 ارتفاع کوادروتور بر حسب زمان

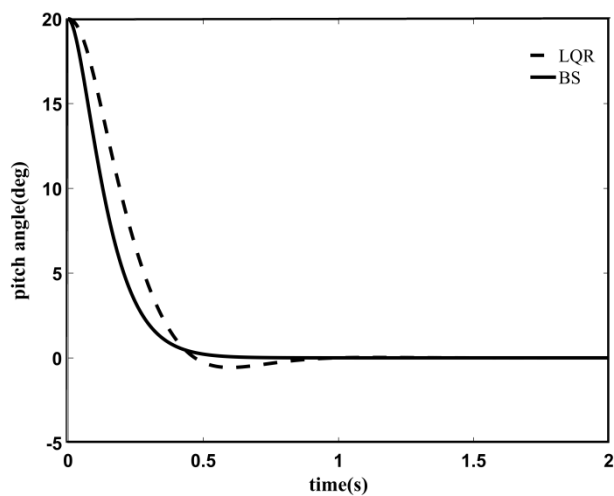


Fig. 5 Pitch angle per time

شکل 5 زاویه پیچ بر حسب زمان

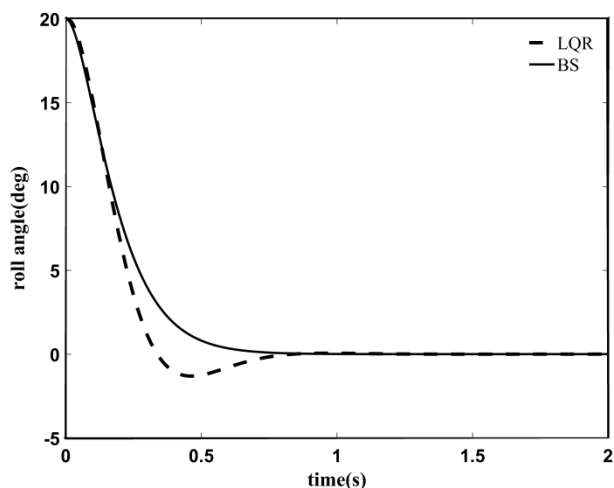


Fig. 6 Roll angle per time

شکل 6 زاویه رول بر حسب زمان

در مرجع [11]، با محاسبه نسبت دنده کوادروتور و بررسی رابطه بین سیگنال  $n$  و سرعت زاویه‌ای موتورها، رابطه بین فرمان ورودی به موتور و تراست به دست آمده است:

[0-30] در نظر گرفته شده است. به طور کلی در الگوریتم‌های بهینه‌سازی، هر چه قدر بازه جست و جو مناسب تر انتخاب شود پاسخ در تعداد تکرارهای کمتری به مقدار بهینه خود همگرا می‌شود.

شکل 3 مقدار کمترین تابع هزینه بر حسب تعداد تکرار را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل 3 مشاهده می‌شود مقدار مینیمم تابع هزینه به کمترین مقدار ممکن خود همگرا شده است. ضرایب به دست آمده در آخرین تکرار به ترتیب زیر هستند:

$$k_{i,i=1...8} = \begin{bmatrix} 10.51 \\ 9.32 \\ 14.30 \\ 11.91 \\ 13.78 \\ 12.78 \\ 3.19 \\ 3.13 \end{bmatrix} \quad (49)$$

### 5- نتایج

برای مشاهده نتایج، به ارتفاع و زوایای اولیه مقدار اولیه داده شده است. نتایج به دست آمده از هر دو کنترلر در شکل‌های 4 تا 7 قابل مشاهده هستند.

مقدار تابع هزینه برای کنترلر گام به عقب 602.41 و برای کنترلر LQR 612.30 به دست آمده است. نکته‌ای که باید به آن توجه شود، بررسی ماکزیمم فرمان ورودی به موتور برای کنترلر است تا یقین حاصل شود که کوادروتور مورد بررسی توانایی کنترلر مقادیر اولیه و یا اغتشاش‌های مورد نظر را داشته باشد.

در کوادروتور مورد نظر فرمان به موتورها با دادن مقدار به پارامتری که  $n$  نامیده می‌شود امکان‌پذیر است و  $n$  می‌تواند از 0 تا 500 تغییر کند [11].

جدول 2 پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات

مقدار	پارامترهای PSO
8	تعداد متغیرهای فضای جست و جو ( $k_{i,i=1...8}$ )
25	تعداد اعضای جمعیت
40	تعداد تکرارها
2.05	ضرایب شتاب $c_1, c_2$
0.73	وزن اینرسی $w$
[0-30]	بازه جست و جو برای پارامترها
5 sec	زمان شبیه‌سازی

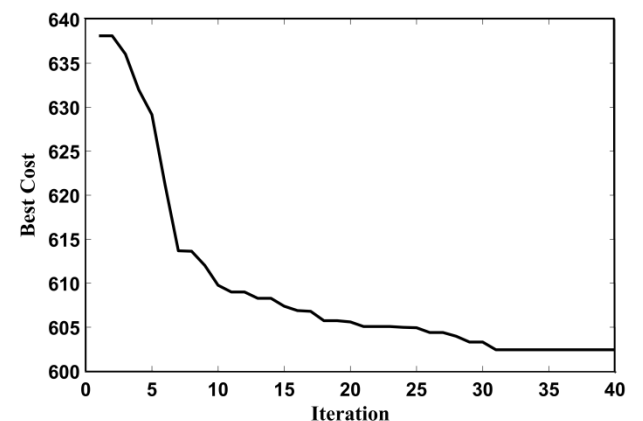


Fig. 3 Best Cost per iteration

شکل 3 کمترین تابع هزینه بر حسب تکرار

<sup>1</sup> Iteration

جدول 3 تابع هزینه به ازای مقادیر مختلف وزن‌های ماتریس‌های Q و R

**Table 3** Cost unction for different weights of Q and R matrices

LQR	گام به عقب	w <sub>6</sub>	w <sub>5</sub>	w <sub>4</sub>	w <sub>3</sub>	w <sub>2</sub>	w <sub>1</sub>
184.36	95.58	1	35	25	100	5	1
334.76	325.26	5	32	22	95	8	2
720.70	710.48	10	30	20	90	10	4
1032.56	1024.80	15	28	18	85	12	6
144.42	107.99	1	30	30	105	1	1
152.26	110.0	1	35	35	110	1	1
216.30	121.53	1	45	40	120	5	1
236.34	124.55	1	50	45	130	5	1
256.76	127.80	1	60	50	140	5	1
121.74	90.20	1	80	100	100	1	1
85.28	85.14	1	5	2	100	1	1
612.30	602.41	10	60	50	90	5	1

6- نتیجه‌گیری

این مقاله با هدف بهینه‌سازی یک کنترلر غیرخطی با استفاده از الگوریتم هوشمند و مقایسه آن با کنترلر LQR که خود یک کنترلر بهینه است و نیز مقایسه توانایی دو کنترلر در کمینه‌سازی تابع هزینه یکسان انجام شد. برای نتیجه‌گیری بهتر، ماتریس‌های Q و R در تابع هزینه را تغییر داده و مقدار تابع هزینه برای هر دو کنترلر محاسبه شده‌اند. نتایج در جدول 3 قابل مشاهده هستند. برای سادگی نمایش در جدول، ماتریس‌های وزنی به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$Q = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$R = \begin{bmatrix} w_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_6 \end{bmatrix} \quad (52)$$

بنابراین حداقل مقدار تابع هزینه در کنترلر گام به عقب به ازای ماتریس‌های وزنی مختلف کمتر از کنترلر LQR است و این نشان می‌دهد کنترلر گام به عقب به کمک الگوریتم ازدحام ذرات در مینیمم کردن تابع هزینه موفق‌تر بوده است.

7- مراجع

- [1] A. Abdollahi, A. Foruzan Tabar, H. Khodadadi, Optimal controller design for quadrotor by genetic algorithm with the aim of optimizing the response and control input signals, *Science Journal (CSJ)*, Vol. 36, No. 3, pp. 135-147, Special Issue, 2015.
- [2] J. Estevez, M. Lopez, M. Grana, Particle swarm optimization quadrotor control for cooperative aerial transportation of deformable linear objects, *International Journal of Cybernetics and Systems*, Vol. 47, Issue 1-2, pp. 4-16, 2016.
- [3] M. Ariffanan Mohd Basri, K. Danapalasingam, A. Rashid Husain, Design and optimization of backstepping controller for an underactuated autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle, *Transactions of FAMENA*, Vol. 38, No. 3, pp. 27-44, 2014.
- [4] Y. Fouad, O. Bouhali, PSO optimization of integral backstepping controller for quadrotor attitude stabilization, *3rd IEEE International Conference on Systems and Control (ICSC'13)*, October, 2013.
- [5] E. Abbasi Seidabad, S. Vandaki, A. Vahidian Kamyad, Designing fuzzy pid controller for quadrotor, *International Journal of Advanced Research in Computer Science & Technology*, Vol. 2, Issue. 4, pp. 221-227, 2014.
- [6] S. Zeghlache, D. Saigaa, Backstepping sliding mode controller improved with fuzzy logic: Application to the quadrotor helicopter, *Archives of Control Sciences*, Vol. 22(LVIII), No. 3, pp. 315-342, 2012.
- [7] Z. X. Liu, C. Yuan, Y. M. Zhang, A learning-based fuzzy lqr control scheme for height control of an unmanned quadrotor helicopter, *International Conference on Unmanned Aircraft System*, 27-30 May, 2014.

$$n = 1.3812 \sqrt{\frac{T}{5.7231 \times 10^{-6}}} - 173.895 \quad (50)$$

شکل‌های 8 و 9 فرمان ورودی n برای موتورهای 1 و 3 را که فرمان ورودی بزرگتری نسبت به موتورهای 2 و 4 داشته‌اند را نشان می‌دهند. همان طور که مشاهده می‌شود ماکزیمم فرمان ورودی به موتورها، در هر دو کنترلر از مقدار ماکزیمم 500 کمتر بوده است.

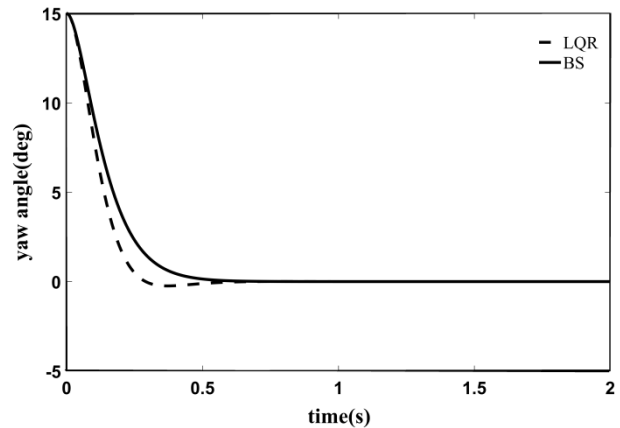


Fig. 7 Yaw angle per time

شکل 7 زاویه یاو بر حسب زمان

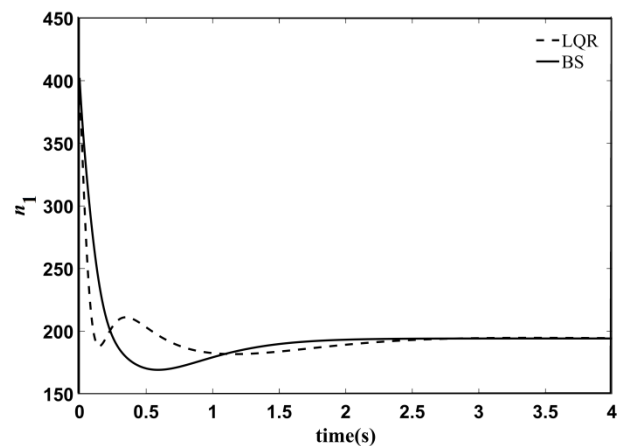


Fig. 8 Command to motor1 per time

شکل 8 فرمان ورودی به موتور 1 بر حسب زمان

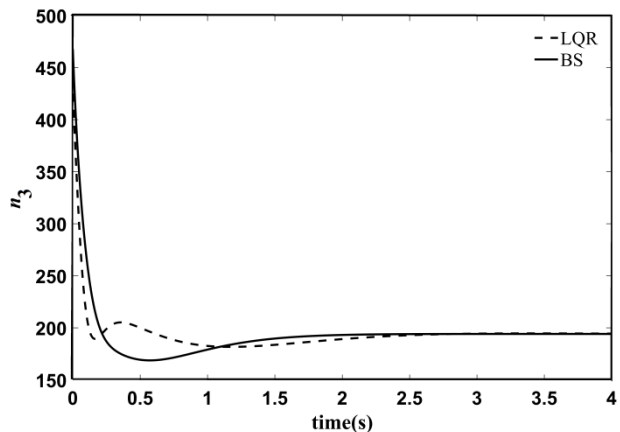


Fig. 9 Command to motor3 per time

شکل 9 فرمان ورودی به موتور 3 بر حسب زمان

- nonlinear simulation and control of attitudes degrees of freedom and the movement, *Indian Journal of Scientific Research*, Vol. 1, No. 2, pp. 759-769, 2014.
- [13] A. Naghash, M. Naghashineh, A. Honari, Minimum time trajectory optimization for flying a quadrotor in an 8 - shaped path, *International Micro Air Vehicle Conference*, 17-20 September, 2013.
- [14] E. Davoodi, M. Rezaei, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 175-184, 2014. (In Persian فارسی)
- [15] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, pp. 588-601, Prentice Hall, 2002.
- [16] J. Kennedy, R. Eberhart, Particle swarm optimization, *IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, 27 November-1 December, 1995.
- [8] M. Fatan, B. Lavi Sefidgari, A. Vatankhah Barenji, An adaptive neuro pid for controlling the altitude of quadcopter robot, *International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, 26-29 August, 2013.
- [9] T. Madani, A. Benallegue, Adaptive control via backstepping technique and neural networks of a quadrotor helicopter, *The International Federation of Automatic Control*, July 6-11, 2008.
- [10] M. Navabi, H. R. Mirzaei, Dynamic modelling and nonlinear adaptive control of mesicopter flight, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp.1-12, 2015. (In Persian فارسی)
- [11] N. Parhizkar, A. Naghash, M. Naghashineh, Experimental investigation of rotational control of a constrained quadrotor using backstepping method, *International Micro Air Vehicle Conference*, 17-21 October, 2016.
- [12] S. N. Ghazbi, A. L. I. Akbar, M. Reza, Quadrotor: Full dynamic modeling,