مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1396، دوره 17، شماره 7، ص‌ص 245-256

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

اثر نقص هندسی بر کمانش محوری پوسته‌های ساده و مشبک کامپوزیتی با و بدون گشودگی

علی طالع‌زاده‌لاری[1]، غلامحسین رحیمی[2*]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
* تهران، صندوق پستی 14115-111، rahimi_gh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 03 اردیبهشت 1396
پذیرش: 16 خرداد 1396
ارائه در سایت: 29 تیر 1396

کلید واژگان:
نقص هندسی
پوسته مشبک کامپوزیتی
گشودگی
تست تجربی
مطالعه عددی

چکیده

هرچند مطالعات گسترده‌ای در زمینه اثر نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های ساده انجام شده است، اما پوسته‌های مشبک کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. در مقاله حاضر اثر نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های ساده و مشبک کامپوزیتی با و بدون گشودگی بررسی شده است. بدین منظور نمونه‌های آزمایشگاهی مختلفی ساخته و تست شده است. همچنین طبق استاندارد، خواص مکانیکی الیاف و زمینه و نیز درصد حجمی الیاف به کار رفته در پوسته و ریب تعیین شده و نهایتاً خواص مکانیکی هر یک از اجزا به کمک روابط میکرومکانیک محاسبه شده است. از این خواص برای مدل‌سازی دقیق مسئله در نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده شده است. دو تحلیل خطی مقدار ویژه و نیز تحلیلی غیر خطی، که امکان در نظر گرفتن نقص هندسی را فراهم می‌کند، به کار گرفته شده است. نتایج به دست آمده از مدل عددی به کمک نتایج تست تجربی اعتبارسنجی شده است. در نهایت با استفاده از این مدل، اثر اندازه ضریب نقص هندسی بر پوسته‌های ساده و مشبک با و بدون گشودگی مطالعه شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که میزان اثرگذاری نقص هندسی بر بار بحرانی پوسته مشبک کمتر از پوسته‌های ساده است، با این وجود در نظر نگرفتن این نقایص و استفاده از تحلیل مقدار ویژه بار بحرانی را بسیار بیشتر از مقدار واقعی تخمین می‌زند. این موضوع به خصوص برای پوسته‌های بدون گشودگی از اهمیت بیشتری برخوردار است؛ چرا که وجود گشودگی در پوسته‌ها خود به عنوان یک نقص قابل توجه عمل کرده و اثرگذاری نقص هندسی را کاهش می‌دهد.

The effect of geometrical imperfection on the axial buckling of unstiffened and stiffened composite cylinders with and without cutout

Ali Talezadehlari, Gholam Hossein Rahimi*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, Rahimi_gh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 23 April 2017
Accepted 06 June 2017
Available Online 20 July 2017

Keywords:
Geometrical Imperfection
Stiffened Composite Cylinder
Opening
Experimental Study
Numerical Analysis

ABSTRACT

Although many researchers investigated the effect of geometrical imperfection on the buckling load of unstiffened shells, the stiffened shells have not been studied yet. In this paper, the effects of geometrical imperfection the buckling load of unstiffened and stiffened composite shell with and without cutout are investigated. For this goal, several specimens are manufactured and tested. The mechanical properties of fibers and resin matrix and volume fraction of fibers in the shell and the stiffeners are determined based on the standard tests. Finally, the mechanical properties of each component are calculated by micromechanical relations. These properties are used for finite element modeling by ABAQUS package. Linear eigenvalue analysis and nonlinear RIKS method -which can consider the geometrical imperfection- are used. FE results are validated in comparison with experimental tests. Using FE model, the effects of imperfection amplitude on the buckling behavior of unstiffened and stiffened shell with and without cutout are studied. The results show that geometrical imperfections have more effect on the buckling load of unstiffened shells in comparison with stiffened ones. Nevertheless, ignoring these imperfections and using eigenvalue analysis overestimates the buckling load. This fact is further evidence for shells without an opening. In perforated shells, the cutout itself represents an imperfection that is much more significant than geometric imperfections.

1- مقدمه

سازه‌های کامپوزیتی به علت نسبت مقاومت به وزن بالا و مقاومت در برابر رطوبت و خوردگی و سایر خواص منحصر به فرد، در صنایع مختلف از جمله صنایع هوایی و فضایی کاربرد دارند. در این میان پوسته‌های کامپوزیتی مشبک یکی از سازه‌های پرکاربرد می‌باشند. تغییر مسیر بارهای تخریبی در اطراف نقاط آسیب دیده، عدم بروز پدیده تورق در تقویت‌کننده‌ها، عدم امکان

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. Talezadehlari, Gh. H. Rahimi, The effect of geometrical imperfection on the axial buckling of unstiffened and stiffened composite cylinders with and without cutout, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 245-256, 2017 (in Persian)

سرایت ترک از یک ریب به ریب مجاور، دارا بودن ساختاری باز و در نتیجه ناچیز بودن تأثیر رطوبت در این سازه‌ها از جمله ویژگی‌های سازه‌های مشبک کامپوزیتی است که باعث مورد توجه قرار گرفتن این سازه‌ها شده است. کمانش پوسته‌ها مشبک تحت بارگذاری‌های مختلف، از جمله بار محوری، یکی از مهمترین مودهای واماندگی آنهاست. به همین سبب مطالعه رفتار کمانشی آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از طرف دیگر در بسیاری از موارد برای کاهش وزن پوسته‌ها، ایجاد دسترسی به قسمت‌های داخلی و یا به منظور اتصال بخش‌های دیگر به سازه، ایجاد گشودگی در این سازه‌ها اجتناب‌ناپذیر است. وجود این گشودگی‌ها بر مقاومت کمانشی پوسته‌ها تأثیرگذار است و در طراحی باید به وجود آنها توجه نمود. گشودگی‌ها ممکن است شکل‌های مختلفی داشته باشند که در میان آنها گشودگی دایره‌ای یکی از معمول‌ترین و پرکاربردترین نوع گشودگی‌هاست.

از طرف دیگر ساخت پوسته‌هایی ایده‌آل، که هیچ‌گونه نقص هندسی‌ای نداشته باشند، عملاً غیرممکن است. وجود این نقص‌های هندسی می‌توانند بر بار کمانش پوسته تأثیرگذار باشند و باید مورد توجه قرار گیرند. در این راستا مطالعات در زمینه کمانش پوسته‌های کامپوزیتی ساده (تقویت نشده) توسط برخی محققین انجام شده است، اما اثر نقص هندسی بر رفتار کمانش پوسته‌های مشبک کامپوزیتی تاکنون بررسی نشده است. ضمن اینکه اثر نقص هندسی در پوسته‌های دارای گشودگی نیز کمتر مطالعه شده است.

به علت کاربرد بسیار زیاد پوسته‌های نازک در صنایع مختلف، کمانش آنها از سال‌ها قبل مورد توجه بوده است. پژوهش‌ها نشان داده است که اختلاف معناداری میان نتایج تحلیلی و نتایج حاصل از تست‌های تجربی وجود دارد. محققین مختلفی بیان داشتند که این اختلاف به علت وجود نقص‌های هندسی پوسته‌هاست [1]. یکی از روش‌های قدیمی که در طراحی پوسته‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد استفاده از ضریب افتادگی[1] برای اصلاح بار بحرانی به دست آمده از روش‌های تحلیلی و عددی است. در این زمینه مطالعات آزمایشگاهی بسیاری برای پوسته‌های ایزوتروپ انجام شده است و روابط مختلفی برای این ضریب ارائه شده است که یکی از معتبرترین آنها توسط ناسا پیشنهاد شده است [2]. بسیاری از محققین استفاده از ضریب افتادگی ارائه شده توسط ناسا برای پوسته‌های کامپوزیتی را محافظه‌کارانه می‌دانند [3]؛ چرا که میزان حساسیت به نقص این پوسته‌ها به عوامل مختلفی از جمله لایه‌چینی آنها وابسته است [4]. از این رو در سال‌های اخیر پژوهش‌هایی برای تعیین ضریب افتادگی این پوسته‌ها انجام شده است [5]. البته تعیین ضریب افتادگی نیازمند مطالعه آماری زیادی است و با توجه به پارامترهای دخیل در پوسته‌های کامپوزیتی هزینه بالایی در پی خواهد داشت.

راه دیگری که برای تحلیل کمانش پوسته‌های کامپوزیتی وجود دارد این است که پس از ساخته شدن این پوسته‌ها نقص واقعی آنها دقیقاً اندازه‌گیری شود. این نقایص می‌تواند مستقیماً در تحلیل‌های عددی لحاظ گردد [6]. بیسگنی [7]، نمت و همکارانش [8]، بیسگنی و کوردیسکو [10,9]، هیلبرگر و استارنس [11]، شاهجردی و بهرامی بابامیری [12] و اسچیلو و همکارانش [3] از جمله پژوهشگرانی هستند که از این شیوه برای بررسی کمانش پوسته‌های کامپوزیتی استفاده نموده‌اند.

روش دیگری که برای لحاظ کردن اثر نقص هندسی به کار برده می‌شود تعریف یک نقص هندسی ساده و معادل است که بتواند اثر نقص هندسی واقعی را داشته باشد. این نقص هندسی می‌تواند به کمک شکل مودهای به دست آمده از حل مقدار ویژه[2] تعیین شود [6]. باید توجه داشت که اندازه ضریب نقص هندسی تأثیر زیادی بر رفتار سازه دارد و برای تعیین آن باید مدل ایجاد شده به کمک نتایج تست تجربی کالیبره شود [6]. این روش نیز توسط محققین زیادی به کارگرفته شده است که از جمله می‌توان به پژوهش‌های بیسگنی [14,13]، تفرشی [15]، فترسون [16]، و تفرشی و بایلی [6] اشاره نمود.

مطالعات تحلیلی و عددی زیادی در زمینه کمانش پوسته‌های کامپوزیتی مشبک بدون در نظر گرفتن اثر نقص هندسی انجام شده است که از جمله پژوهش‌های چند سال اخیر می‌توان به مطالعات رحیمی و همکارانش [17]، طالع‌زاده‌لاری و رحیمی [19,18]، فدایی و کلانتری [20] و وانگ و همکارانش [21] اشاره نمود. در این مقالات اثر پارامترهایی همچون تعداد، سطح مقطع و زاویه ریب، لایه‌چینی و ضخامت پوسته مطالعه شده است. اما تأثیر نقص هندسی بر کمانش این سازه‌ها مغفول مانده است. در واقع، بخش عمده‌ای از مطالعات صورت گرفته در زمینه تأثیرگذاری نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های کامپوزیتی مربوط به پوسته‌های ساده است و پوسته‌های مشبک کمتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. پژوهش بیسگنی و کوردیسکو در سال 2006 تنها پژوهش یافت شده در زمینه کمانش پوسته‌های مشبک است که در آن به موضوع نقص هندسی توجه شده است [10]. البته این پژوهش یک مطالعه تجربی صرف است و در آن نتایج تست‌های کمانش انجام شده بر روی سه پوسته کامپوزیتی که توسط تقویت‌کننده‌های طولی تقویت شده بودند ارائه شده است. دو پوسته تحت بار محوری و یک پوسته تحت بار پیچشی تست شده است. ضمن اینکه نقص هندسی واقعی پوسته‌ها توسط دستگاه مخصوصی تعیین و گزارش شده است. اما در این پژوهش هیچ گونه مطالعه عددی برای استفاده از نقص هندسی تعیین شده در راستای بهبود نتایج عددی انجام نشده است.

در زمینه اثر نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های بدون تقویت دارای گشودگی نیز مطالعات اندکی صورت گرفته. البته این موضوع ممکن است بدان علت باشد که حضور گشودگی خود می‌تواند به عنوان یک نقص هندسی بزرگ بر کمانش پوسته تأثیر بگذارد به نحوی که بتوان در برابر آن از نقص‌های هندسی اولیه صرف‌نظرکرد. با این وجود در حضور گشودگی‌های کوچک، نقص‌های هندسی اولیه همچنان می‌توانند مؤثر باشند [22].

در سال 1998 هیلبرگر در رساله دکتری خود کمانش پوسته کامپوزیتی گرافیت-اپکسی دارای گشودگی مستطیلی مرکزی را به صورت عددی و آزمایشگاهی تحلیل کرده است. در این پژوهش 24 چیدمان مختلف از گشودگی مورد بررسی قرار گرفته است. حل عددی با استفاده از روش المان محدود غیرخطی انجام شده است و در آن پوسته به دو صورت بدون عیب و ناقص در نظر گرفته شده است. نقص شامل نقص هندسی اولیه، غیریکنواخت بودن بارگذاری، غیریکنواخت بودن شرایط مرزی، تغییرات ضخامت و تغییرات خواص مکانیکی مواد در نظر گرفته شده است. وی برای کمانش پوسته غیرایزوتروپ با گشودگی تحت فشار محوری، پارامتر بدون بعدی ارائه کرد و بیان داشت که کمانش این سازه‌ها توسط این پارامتر کنترل می‌شود [23]. وی نتایج به دست آمده از این رساله را در مقالات مختلف از جمله مراجع [24] و [25] منتشر نموده است.

تفرشی در سال 2002 کمانش و پس‌کمانش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی ساده با گشودگی مستطیلی، تحت بار محوری و فشار داخلی را با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس تحلیل کرده است. وی در این تحلیل اثرات

[1] Knock-down factor

[2] Linear Buckling Mode-shaped Imperfections (LBMI)

نقص هندسی را نیز در نظر گرفته است. در این پژوهش اثر جهت و اندازه گشودگی بررسی شده است [15].

ارفیسی و بیسگنی در سال 2013 کمانش پوسته‌های ساده کامپوزیتی را با استفاده از روش بار تحریک‌کننده عرضی[1] بررسی نموده و میزان حساسیت این پوسته‌ها به نقص اولیه را سنجیدند. ایشان در این پژوهش پوسته با و بدون گشودگی را مورد مطالعه قرار دادند. همچنین دو سایز کوچک و بزرگ برای گشودگی در نظر گرفته شد. نتایج این مطالعه نشان داد که این روش نسبت به استفاده از مودهای ویژه، روش مناسب‌تری برای تعریف نقص هندسی است؛ چرا که این روش نقطه طراحی مشخصی دارد و برای کالیبره کردن و تعیین مقدار نقص هندسی نیازی به تست تجربی ندارد [26].

آربلو و همکارانش در سال 2015 کمانش پوسته‌های ساده کامپوزیتی دارای گشودگی را با در نظر گرفتن اثرات نقص هندسی بررسی نمودند. ایشان در این پژوهش اندازه‌های مختلفی برای گشودگی در نظر گرفتند و تلاش کردند تا تعیین کنند به ازای چه ابعادی از گشودگی، وجودگشودگی تعیین‌کننده بار کمانش است و چه زمانی نقص‌های هندسی پوسته نقش تعیین‌کننده دارند [4].

در همین سال، شاهجردی و بهرامی میری رفتار پوسته ساده کامپوزیتی با و بدون گشودگی را تحت بار محوری بررسی نموده اند. در این پژوهش نقص هندسی نمونه‌ها به صورت دقیق اندازه‌گیری شده و مستقیماً به مدل المان محدود اعمال شده است. اثر پارامترهایی همچون لایه‌چینی، اندازه و شکل گشوگی (دایره‌ای و مستطیلی) و اندازه نقص هندسی مورد مطالعه قرار گرفته است. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که برای گشودگی‌های کوچک اثر نقص هندسی همچنان قابل توجه است، در حالی‌که برای گشودگی‌های بزرگ می‌توان از اثرات نقص هندسی صرف‌نظر نمود [12].

طاهری بهروز و همکارانش در سال 2016 تأثیر نواقص هندسی بر کمانش پوسته ساده کامپوزیتی با و بدون گشودگی را بررسی نموده‌اند. از دو روش بار تحریک‌کننده عرضی و نیز استفاده از شکل مودهای حل مقدار ویژه برای تعریف نقص هندسی استفاده شده است. نتایج عددی به دست آمده به کمک نتایج حاصل از تست تجربی اعتبارسنجی شده است [27,28].

همان‌گونه که بیان شد مطالعات زیادی در زمینه اثر نقص هندسی در پوسته‌های ساده انجام شده است اما پوسته‌های مشبک کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در مقاله حاضر اثر نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های ساده و مشبک کامپوزیتی با و بدون گشودگی بررسی شده است. بدین منظور نمونه‌های آزمایشگاهی تهیه و تست شده است. همچنین برای تعیین دقیق خواص مکانیکی پوسته و تقویت‌کننده‌ها آزمایش‌های لازم انجام شده است. از خواص مکانیکی به دست آمده در تحلیل عددی مسئله به کمک نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده شده است. نتایج برای دو تحلیل خطی مقدار ویژه و نیز تحلیلی غیر خطی با در نظر گرفتن اثرات نقص هندسی تعیین شده و با نتایج به دست آمده از تست تجربی مقایسه شده است.

2- مطالعه تجربی

2-1- ساخت نمونه‌ها

برای ساخت نمونه‌ها از الیاف شیشه و ماتریس رزین اپکسی استفاده شده است که ماتریس رزین اپکسی از ترکیب رزین سی-وای-219[2] و سخت‌کننده اچ-وای-5161[3] با نسبت ترکیب 2 به 1 تشکیل شده است. همچنین نمونه‌ها به کمک دستگاه پیچش الیاف به روش جاگذاری دستی که در آزمایشگاه دانشگاه تربیت مدرس موجود است، ساخته شده‌اند. شعاع و طول پوسته‌ها به ترتیب 80 و 300 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. ضخامت پوسته‌ها 1.6 میلی‌متر در نظر گرفته شده که از چهار لایه با لایه‌چینی $[\pm 60]_s$ ایجاد شده است. برای مطالعه حاضر دو نوع شبکه‌بندی مختلف بررسی شده است که مشخصات آنها در جدول 1 بیان شده است. شکل‌های 1 و 2 به ترتیب قالب‌های استفاده شده برای ساخت نمونه‌ها، و روند ساخت نمونه‌ها را نشان می‌دهد.

به منظور بررسی پوسته‌های سوراخ‌دار، گشودگی دایره‌ای به شعاع 12 میلی‌متر و در وسط طول استوانه‌ها ایجاد شده است. برای ایجاد گشودگی از دستگاه برش لیزر PN-1380 استفاده شده است. توان تیوب لیزر این دستگاه 100 وات است که برای ایجاد گشودگی‌های مورد نظر از 70% توان آن استفاده شده است. ضمناً سرعت ایجاد برش 35 سانتی‌متر بر دقیقه در نظر گرفته شده است. شکل 3 نحوه ایجاد گشودگی در پوسته را نشان می‌دهد.

2-2- تعیین خواص مکانیکی مواد

برای تعیین خواص مکانیکی پوسته و ریب ابتدا، خواص مکانیکی الیاف و ماتریس رزین اپکسی تعیین شده است. در مرحله بعد به کمک روابط میکرومکانیک، و با توجه به کسر حجمی الیاف، خواص مکانیکی پوسته و تقویت‌کننده‌ها محاسبه شده است.

2-2-1- خواص مکانیکی الیاف

برای تعیین خواص مکانیکی الیاف لازم است که ابتدا چگالی آن تعیین شود. بدین منظور وزن مقداری از الیاف که به دور خود پیچیده شده است را در هوای آزاد و نیز در حالت معلق در آب با ترازوی دقیق و با دقت 4 رقم اعشار اندازه‌گیری شده است. طبق قانون ارشمیدس، اختلاف دو عدد به دست آمده برابر است با نیروی شناوری که از طرف آب به الیاف وارد می‌شود. بدین ترتیب می‌توان به راحتی چگالی الیاف را طبق رابطه (1) محاسبه نمود:

جدول 1 مشخصات هندسی نمونه‌ها

Table 1 Geometric properties of the specimens

شماره	سطح مقطع ریب‌ها (mm×mm)	تعداد جفت ریب‌ها	تعداد سلول واحد در طول استوانه
S	-	-	-
C	6 × 4.5	3	2
D	6 × 6	4	2.5

Fig. 1 The Polyethylene molds used for manufacturing the specimens

شکل 1 قالب‌های پلی‌اتیلنی استفاده شده برای ساخت نمونه‌ها

[1] Single Perturbation Load Analysis (SPLA)
[2] CY-219
[3] HY-5161

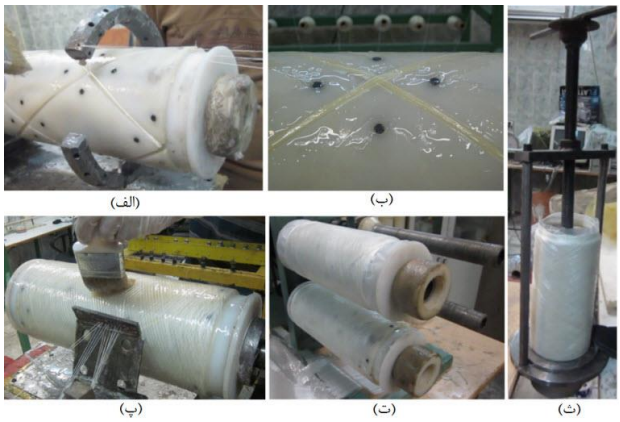

Fig. 2 Manufacturing processes of the grid stiffened shell (a) Manufacturing the ribs, (b) the close view of the grid intersection, (c) winding the outer shell, (d) curing the specimen in room temperature for 8 hours, (e) separating the mold from the specimen

شکل 2 مراحل ساخت پوسته مشبک (الف) ساخت ریب‌ها (ب) نمای نزدیکی از محل تقاطع ریب‌ها (پ) پیچش پوسته خارجی (ت) پخت نمونه در دمای اتاق به مدت هشت ساعت (ث) جداسازی قالب از نمونه

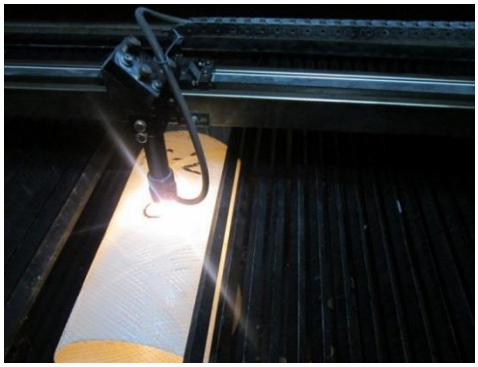

Fig. 3 Creat an opening on the shell

شکل 3 ایجاد گشودگی در پوسته‌ها

$$\rho_f = \frac{W_{\text{in air}}}{W_{\text{in air}} - W_{\text{suspended}}} \times \rho_{\text{water}} = \frac{16.1819}{16.1819\text{-}3.5500} \times 1 = 1.2810 \ \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \quad (1)$$

نکته جالب توجه اختلاف معنادار چگالی به دست آمده با چگالی اسمی الیاف ($2.58\ \text{gr/cm}^3$) است. این اختلاف ممکن است به دلیل اضمحلال الیاف در مرور زمان ایجاد شده باشد. همچنین ممکن است این موضوع به علت جنس نامرغوب الیاف، و اختلاف خواص واقعی آن با خواص اسمی باشد. به هر حال، این اختلاف ضرورت انجام این تست را به خوبی نشان می‌دهد.

برای تعیین خواص مکانیکی الیاف علاوه بر چگالی آن لازم است عدد یارن، که بیانگر وزن 1000 متر از الیاف است، نیز تعیین شود. این عمل با پیچیدن 100 متر از الیاف به دور دستگاه مخصوصی و اندازه‌گیری وزن آن در دانشگاه امیرکبیر انجام شده است. وزن به دست آمده برای 100 متر طول نخ 98.7 گرم می‌باشد. بدین ترتیب با دانستن چگالی الیاف و با فرض اینکه سطح مقطع الیاف یکنواخت و دایره‌ای باشد، می‌توان قطر الیاف را تعیین نمود. با انجام این عمل قطر الیاف برابر 0.313 میلی‌متر تعیین شده است.

در مرحله بعد با انجام تست کشش الیاف، خواص مکانیکی محاسبه شده است. این تست بر طبق استاندارد ASTM D2256 و با استفاده از دستگاه کشش الیاف اینسترون 5566[1] موجود در دانشگاه صنعتی امیرکبیر انجام شده است. طول اولیه نمونه‌های تست کشش الیاف 25 میلی‌متر بوده است و نمونه‌ها به گونه‌ای درون فک پنوماتیک دستگاه قرار می‌گیرند که طول مؤثر آنها به 20 میلی‌متر کاهش می‌یابد. خروجی تست به صورت نمودار نیرو-جابجایی است. با استفاده از قطر محاسبه شده الیاف، می‌توان این نمودار را به نمودار تنش-کرنش تبدیل نمود. با استفاده از این نمودار مدول الاستیسیته در راستای طولی الیاف (E_{11}) و استحکام کششی الیاف (S_1^T) قابل محاسبه خواهند بود. طبق استاندارد برای هر دوک نخ، پنج تست کشش انجام شد؛ و در مجموع پنج دوک مختلف مورد بررسی قرار گرفت. با میانگین‌گیری از نتایج به دست آمده، مدول الاستیسیته در راستای طولی الیاف و استحکام کششی الیاف به ترتیب برابر 26.576 گیگاپاسکال و 409.901 مگاپاسکال محاسبه شده است. از آنجا که الیاف شیشه ماده‌ای ایزوتروپ است، خواص مکانیکی آن در جهات محوری و عرضی یکسان خواهد بود [29].

2-2-2- خواص مکانیکی ماتریس رزین اپکسی

در این قسمت نیز پیش از هر اقدامی چگالی ماتریس تعیین شده است. بدین منظور چگالی رزین و سخت‌کننده با اندازه‌گیری وزن و حجم آنها محاسبه شده است که به ترتیب برابر $1.1\ \text{gr/cm}^3$ و $1\ \text{gr/cm}^3$ بود که با چگالی اسمی آنها، که از سوی کارخانه سازنده ارائه شده بود، برابر است. با توجه به نسبت ترکیبی رزین و سخت‌کننده، چگالی نهایی ماتریس رزین اپکسی برابر $1.0667\ \text{gr/cm}^3$ خواهد بود.

در گام بعد، برای تعیین خواص مکانیکی ماتریس رزین اپکسی از تست کشش استفاده شده است. بدین منظور، مطابق استاندارد ASTM D638 نمونه‌های تست کشش به کمک قالب‌های لاستیکی سیلیکونی ساخته شده‌اند. مزیت قالب‌های سیلیکونی دقت ابعادی بالا، مقاومت حرارتی بالا، انعطاف‌پذیری بالا و انتقال حرارت مناسب است. با استفاده از نمودار تنش-کرنش به دست آمده از این تست می‌توان مدول الاستیسیته، تنش تسلیم و کرنش شکست ماتریس رزین اپکسی را تعیین نمود. لازم به ذکر است که ماتریس رزین اپکسی ایزوتروپ است و لذا خواص مکانیکی آنها در جهات محوری و عرضی یکسان خواهد بود. خواص مکانیکی محاسبه شده برای الیاف و رزین در جدول 2 خلاصه شده است.

2-2-3- تعیین درصد حجمی الیاف

جهت تعیین خواص مکانیکی پوسته و ریب باید درصد حجمی الیاف به کار رفته در هر کدام مشخص شود. درصد حجمی الیاف با آزمایش سوزاندن الیاف طبق استاندارد ASTM-D 2584 به دست آمده است. بدین منظور، قطعات کوچکی از پوسته و ریب بریده شده و درون کوره قرار داده شده است. دمای

جدول 2 خواص مکانیکی الیاف شیشه و ماتریس رزین

Table 2 Mechanical properties of glass fibers and resin matrix

مشخصه	الیاف شیشه	ماتریس رزین
چگالی (gr/cm^3)	1.2810	1.0667
مدول الاستیسیته (GPa)	26.576	0.8817
ضریب پواسون [29]	0.22	0.36
استحکام کششی (MPa)	409.901	15.12
استحکام فشاری (MPa)	409.901	30.24*
استحکام برشی (MPa)	-	15.12#

* طبق مرجع [1] استحکام فشاری رزین اپکسی دو برابر استحکام کششی آن است.

طبق مرجع [1] استحکام برشی رزین اپکسی برابر استحکام کششی آن است.

[1] INSTRON 5566

کوره به گونه‌ای تنظیم شده که طی یک ساعت، رفته رفته از دمای محیط به دمای 600 درجه سانتی‌گراد برسد و به مدت یک ساعت در این دما بماند. طی این فرایند رزین اپکسی به طور کامل سوخته و از بین خواهد رفت و فقط الیاف باقی خواهند ماند. بدین ترتیب می‌توان با اندازه‌گیری وزن قطعات قبل و بعد از سوزانده شدن، درصد وزنی الیاف را محاسبه نمود. با داشتن چگالی الیاف و زمینه به راحتی می‌توان کسرحجمی الیاف در پوسته و ریب را تعیین نمود. شکل‌های 4 و 5 به ترتیب قسمتی از پوسته و ریب کامپوزیتی که برای این آزمایش استفاده شده است را نشان می‌دهد.

2-2- محاسبه خواص مکانیکی پوسته و ریب

پس از تعیین خواص مکانیکی الیاف و رزین اپکسی و نیز کسرحجمی الیاف در پوسته و ریب، در این مرحله با استفاده از روابط میکرومکانیک خواص مکانیکی پوسته و ریب محاسبه شده است [29].

$$\rho = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad (2)$$

$$E_1 = E_f v_f + E_m v_m \quad (3)$$

$$\vartheta_{12} = \vartheta_f v_f + \vartheta_m v_m \quad (4)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{1}{v_f + \eta_2 v_m}\left[\frac{v_f}{E_f} + \frac{\eta_2 v_m}{E_m}\right], \quad \eta_2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{G_m}{G_{12}}\right) \quad (5)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{v_f + \eta_G v_m}\left[\frac{v_f}{G_{f12}} + \frac{\eta_G v_m}{G_m}\right], \quad \eta_G = \frac{1}{4(1-\vartheta_m)}(3 - 4\vartheta_m + \frac{G_m}{G_f}) \quad (6)$$

$$G_{23} = \frac{G_m}{\left(1 - \sqrt{v_f\left(1 - \frac{G_m}{G_{f23}}\right)}\right)} \quad (7)$$

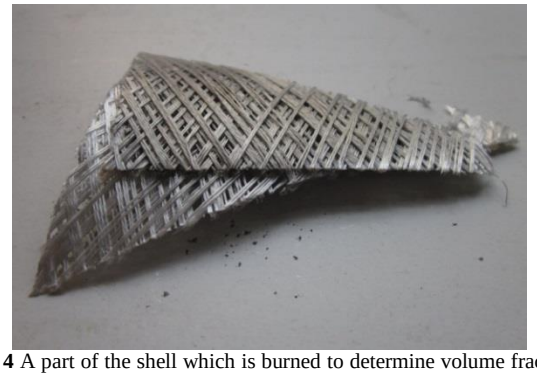

Fig. 4 A part of the shell which is burned to determine volume fraction of fiber in the shell

شکل 4 قسمتی از پوسته سوزانده شده جهت تعیین کسرحجمی الیاف در پوسته

(الف)

(ب)

Fig. 5 A part of the rib (a) before and (b) after burning to determine volume fraction of fiber in the stiffeners

شکل 5 قسمتی از ریب سوزانده شده جهت تعیین کسرحجمی الیاف (الف) قبل از سوزانده شدن (ب) پس از سوزانده شدن

$$v_{23} = \frac{E_{22}}{2G_{23}} - 1 \quad (8)$$

$$S_1^T = S_f v_f + \frac{S_f}{E_f} E_m (1 - v_f) \quad (9)$$

$$S_1^C = \frac{E_1 \varepsilon_2^T}{v_{12}} \quad , \quad \varepsilon_2^T = \varepsilon_m^T \left(1 - v_f^{\frac{1}{3}}\right) \quad (10)$$

$$S_2^T = E_2 \left(\frac{d}{s}\frac{E_m}{E_f} + \left(1 - \frac{d}{s}\right)\right)\frac{S_m^T}{E_m} \quad (11)$$

$$S_2^C = E_2 \left(\frac{d}{s}\frac{E_m}{E_f} + \left(1 - \frac{d}{s}\right)\right)\frac{S_m^c}{E_m} \quad (12)$$

$$S_{12} = G_{12} \left(\frac{d}{s}\frac{G_m}{G_f} + \left(1 - \frac{d}{s}\right)\right)\frac{S_{12}^m}{G_m} \quad (13)$$

در این روابط ρ_f، ρ_m و ρ به ترتیب چگالی الیاف، زمینه و کامپوزیت نهایی را بیان می‌کند. علاوه بر این، E_1 و E_2 به ترتیب مدول الاستیسیته کامپوزیت در راستای طولی (راستای الیاف) و عرضی (راستای عمود بر الیاف) را نشان می‌دهد. v_f و v_m کسرحجمی الیاف و زمینه هستند. ϑ_{12}، ϑ_f و ϑ_m به ترتیب ضریب پواسون کامپوزیت، الیاف و ماده زمینه را نشان می‌دهند. همچنین G_{12} و G_{23} به ترتیب بیانگر مدول برشی کامپوزیت در صفحات 1-2 و 2-3 هستند. مدول برشی الیاف در صفحات 1-2 و 2-3 به ترتیب با G_{f12} و G_{f23} نشان داده می‌شود که با یکدیگر برابر هستند و با ضریب پواسون و مدول یانگ الیاف رابطه دارند. E_m و G_m مدول یانگ و مدول برشی ماده زمینه را نشان می‌دهند.

S_1^T، S_1^C، S_2^T و S_2^C به ترتیب استحکام کششی و فشاری کامپوزیت در راستای طولی و عرضی نشان می‌دهند. استحکام برشی کامپوزیت نیز با S_{12} نشان داده شده است. S_f استحکام الیاف است که در فشار و کشش یکسان است. S_m^T و S_m^C بیانگر استحکام کششی و فشاری ماده زمینه هستند و S_{12}^mنیز استحکام برشی زمینه را نشان می‌دهد.

علاوه بر این، در این روابط ε_m^T نشان‌دهنده کرنش شکست ماده زمینه در بارگذاری کششی است که از تست کشش برابر با 0.2198 به دست آمده است. ضمن اینکه، d قطر الیاف است که پیش از این محاسبه شده است. همچنین s فاصله بین الیاف است که از رابطه (14) محاسبه می‌شود [29]:

$$s = \sqrt{\pi/4\vartheta_f}\, d \quad (14)$$

جدول 3 خواص نهایی به دست آمده برای پوسته و ریب کامپوزیتی را نشان می‌دهد. از این خواص برای تحلیل عددی استفاده خواهد شد.

3-2- تست کمانش

در این پژوهش مجموعاً چهارده پوسته ساده و مشبک مورد بررسی قرار گرفته است. پوسته‌ها به نحوی انتخاب شده است که برای هر حالت حداقل دو نمونه وجود داشته باشد. جدول 4 مشخصات پوسته‌های تست شده را بیان می‌کند.

تست کمانش به وسیله دستگاه اینسترون 5500 با ظرفیت بار 200 کیلونیوتن در حالت جابجایی کنترل‌شده انجام شده است. برای ایجاد شرایط تکیه‌گاهی مناسب، دو رینگ فولادی در بالا و پایین نمونه‌ها قرار داده شده است. این رینگ‌ها دارای شکافی به اندازه دو لبه پوسته هستند و بدین ترتیب پوسته کاملاً درون آنها گیردار می‌شود. علاوه بر این، به کمک این رینگ‌ها می‌توان از یکنواخت بودن بار اعمال شده اطمینان حاصل نمود. شکل 6 نمایی از نمونه آماده تست را درون دستگاه نشان می‌دهد. بارگذاری با سرعت 5 میلی‌متر بر دقیقه انجام شده است و تا زمان مشاهده اولین مود خرابی در

پوسته و یا ریب ادامه یافته است. بروز اولین مود خرابی همراه است با افت ناگهانی در نمودار نیرو-جابجایی که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود. هرچند ممکن است بعد از این افت ناگهانی سیستم همچنان بتواند ظرفیت تحمل بار خود را حفظ نماید و حتی به بارهای بیشتری دست یابد؛ اما این بار، به عنوان بار بحرانی کمانش در نظر گرفته شده است.

3- مطالعه عددی

3-1- مدل‌سازی

برای مطالعه عددی کمانش پوسته‌ها از نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده شده است. هندسه سازه به علت وجود گشودگی متقارن نخواهد بود، لذا در مدل‌سازی کل سازه مدل شده است. هندسه و خواص مواد هر یک از اجزا مطابق آنچه در تحلیل تجربی به دست آمده بود در نظر گرفته شده است.

چون ضخامت پوسته نسبت به سایر ابعاد آن بسیار کوچک است و رفتار لایه‌ای از خود بروز می‌دهد برای اختصاص خواص به پوسته ماده الاستیک و از نوع لایه‌ای[1] انتخاب می‌شود. همچنین المان از نوع المان پوسته مرسوم[2] انتخاب شده است. این المان برای مواردی به کار می‌رود که نسبت یک بعد به ابعاد دیگر بسیار کوچک باشد. سپس در قسمت کامپوزیت لای‌آپ[3] لایه‌های کامپوزیت ایجاد می‌شوند. برای تعریف لایه‌های کامپوزیت و زوایای رشته‌پیچی یک دستگاه مختصات محلی[4] استوانه‌ای بر روی پوسته تعریف شده است که می‌توان به کمک آن و با استفاده از زاویه‌ی چرخش مناسب، لایه‌ها را در جهات دلخواه قرار داد.

برای تخصیص خواص مکانیکی تقویت‌کننده‌ها، ماده از نوع ثوابت مهندسی[5] انتخاب گردیده است. از آنجا که تقویت‌کننده‌ها رفتاری شبیه تیر از خود بروز می‌دهند برای مدل کردن آنها از المان صلب[6] سه‌بعدی استفاده می‌شود. برای تخصیص خواص باید یک دستگاه مختصات محلی به گونه‌ای تعریف نمود که محور آن در امتداد مارپیچ تقویت‌کننده‌ها باشد و با چرخش تقویت‌کننده‌ها محور نیز دوران نماید. به علت ساختار تک‌جهته تقویت‌کننده‌ها، از یک لایه با زاویه صفر استفاده شده است.

برای مش‌بندی پوسته از المان S4R استفاده شده است. اندازه المان پوسته در لبه گشودگی 1 میلی‌متر انتخاب شده و با دور شدن از گشودگی رفته رفته المان‌ها بزرگ‌تر شده و در نواحی دوردست اندازه آنها به 6 میلی‌متر می‌رسد. این اندازه‌ها با استفاده از آنالیز همگرایی مش به دست آمده و مناسب‌ترین اندازه المان از نظر هزینه محاسباتی و دقت جواب انتخاب شده است. برای المان‌بندی تقویت‌کننده‌ها نیز از المان خطی هشت گره‌ای C3D8R با اندازه 6 میلی‌متر استفاده شده است. شکل 7 مدل المان‌بندی شده را نمایش می‌دهد.

3-2- تحلیل خطی و غیرخطی

برای تحلیل کمانش پوسته مشبک کامپوزیتی می‌توان از دو تحلیل خطی و غیرخطی استفاده کرد. تحلیل خطی مقدار ویژه یک تحلیل ساده است که مودهای کمانش و بارهای نظیر هر مود را در اختیار قرار می‌دهد. شایان ذکر است که تغییرمکان‌های نشان داده شده در هر کدام از این مودها نسبی بوده و معرف تغییرمکان واقعی سازه نیست. این تحلیل توانایی لحاظ کردن اثرات نقص هندسی را ندارد و برای سازه‌های ایده‌آل مورد استفاده قرار می‌گیرد.

هر چند با استفاده از حل مقدار ویژه می‌توان بار بحرانی سازه ایده‌آل را به دست آورد اما برای بررسی سازه‌های واقعی باید اثرات نقص هندسی نیز در نظر گرفته شود. مطالعات پژوهشگران مختلف نشان داده است که نتایج به دست آمده از حل مقدار ویژه به مراتب بیشتر از نتایج تست‌های تجربی است. به عنوان نمونه می‌توان به پژوهش بیسگنی در سال 2015 اشاره نمود [14]. وی علت این امر را در نظر نگرفتن اثرات نقص هندسی در حل مقدار ویژه بیان کرده است. تحلیل غیرخطی نسبت به تحلیل خطی دقیق‌تر است و برای طراحی‌های دقیق‌تر مورد استفاده قرار می‌گیرد. البته این روش هزینه محاسباتی بیشتری دارد و زمان حل به کمک این روش به مراتب بیشتر از

جدول 3 خواص مکانیکی پوسته و تقویت‌کننده

Table 3 Mechanical properties of shell and stiffeners

مشخصه	نماد	پوسته	تقویت‌کننده
چگالی (gr/cm^3)	ρ	1.127	1.163
مدول الاستیسیته (GPa)	E_1	8.251	12.583
	$E_2 = E_3$	1.747	2.496
مدول برشی (GPa)	$G_{12} = G_{13}$	0.599	0.834
	G_{23}	0.771	1.070
ضریب پواسون	$\vartheta_{12} = \vartheta_{13}$	0.320	0.297
	ϑ_{23}	0.133	0.167
استحکام کششی (MPa)	S_1^T	152.4	232.4
	S_2^T	10.9	9.98
استحکام فشاری (MPa)	S_1^C	2393.6	2518.8
	S_2^C	21.9	20.0
استحکام برشی (MPa)	$S_{12} = S_{13} = S_{23}$	10.2	9.0

جدول 4 مشخصات هندسی نمونه ها

Table 4 Geometrical properties of the specimens

نوع پوسته	شماره	شکل گشودگی
ساده	S-a-1	بدون گشودگی
	S-a-2	
	S-a-3	
	S-b-1	دایره
	S-b-2	
	S-b-3	
مشبک C	C-a-1	بدون گشودگی
	C-a-2	
	C-a-3	
	C-b-1	دایره
	C-b-2	
	C-b-3	
مشبک D	D-a-1	بدون گشودگی
	D-a-2	

Fig. 6 A specimen prepared for buckling test

شکل 6 نمونه آماده انجام تست کمانش

[1] Lamina
[2] Conventional Shell
[3] Composite Layup
[4] Local Coordinate
[5] Engineering Constant
[6] Solid

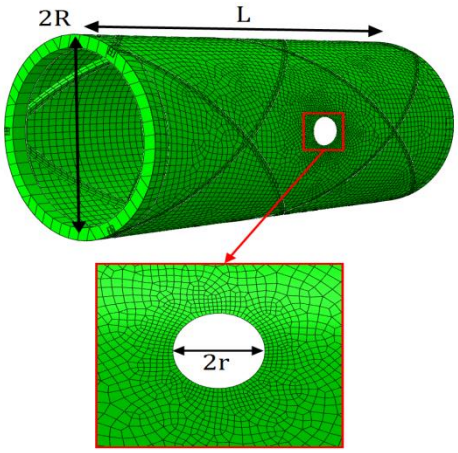

Fig. 7 A finite element model

شکل 7 مدل المان محدود تهیه شده

حل مقدار ویژه است. این روش در واقع یک آنالیز استاتیکی به همراه افزایش تدریجی بار (یا جابجایی) را به کار می‌گیرد تا سطحی از بار که در آن سازه ناپایدار می‌شود را تعیین نماید. با استفاده از این روش می‌توان تغییرفرم‌ها و میدان‌های تنش واقعی سازه حین بارگذاری را مشاهده نمود. در نرم‌افزار آباکوس این روش با استفاده از تحلیل استاتیک ریکس[1] انجام می‌شود. این تحلیل همچنین قابلیت بررسی مسائل پس‌کمانش و مدل کردن نقص‌های هندسی سازه را نیز دارد. در ادامه، برای نشان دادن میزان اهمیت در نظر گرفتن نقص هندسی، نتایج هر دو تحلیل خطی و غیرخطی ارائه شده است.

3-3- اعمال نقص هندسی

نقص هندسی عموماً به وسیله اغتشاشاتی در هندسه تعریف می‌شوند. در نرم‌افزار آباکوس سه روش برای اعمال نقص هندسی اولیه در نظر گرفته شده است [30]:

1) تعریف نقص هندسی بر پایه شکل مودهای به دست آمده از حل مقدار ویژه یا تحلیل فرکانسی. در این حالت، نقص هندسی به صورت ضریبی از ترکیب برهم‌نهی مودهای مختلف کمانش تعریف می‌شود.
2) تعریف نقص بر پایه نتایج به دست آمده از حل استاتیکی
3) تعریف نقص به صورت مستقیم به وسیله مشخص کردن شماره گره و اندازه نقص

در قسمت مستندات نرم‌افزار[2] پیشنهاد شده است که برای مواردی که شکل دقیق نقص هندسی مشخص نیست، از روش اول برای تعریف نقص استفاده شود [30]. در واقع، در این روش تعریف نقص هندسی شامل دو تحلیل می‌باشد. نخست مودهای کمانش سازه ایده آل با استفاده از حل مقدار ویژه تعیین می‌شود. آنالیز مش نیز در همین تحلیل انجام می‌شود. اندازه المان‌ها باید به قدری کوچک باشد که بتوانند شکل مود کمانش را به درستی نمایش دهند. سپس در تحلیل دوم، ترکیبی از مودهای کمانش به دست آمده از تحلیل مقدار ویژه به عنوان نقص هندسی به سازه اعمال می‌شود.

انتخاب مودهای کمانش و نیز انتخاب ضریب آنها برای تعریف نقص هندسی به عهده کاربر است. مستندات نرم‌افزار پیشنهاد داده است که برای پوسته‌ها ضریب اعمالی چند درصد از ضخامت باشد اما مقدار مشخصی برای آن تعیین نشده است. همچنین مشخص نشده است که چند مود برای تعریف نقص هندسی باید مورد استفاده قرار بگیرد [30]. تفرشی و بایلی بیان داشتند که اندازه ضریب نقص هندسی باید به کمک نتایج تست تجربی کالیبره شود [6]. ایشان در پژوهش خود نقص هندسی را بر اساس مود اول کمانش تعریف نموده و با تغییر ضریب اعمالی از 0.1t تا t میزان حساسیت پوسته به نقص هندسی را بررسی نموده‌اند[6]. تفرشی در پژوهشی دیگر نقص هندسی را بر اساس چهارمین مود کمانش و با ضریب 5% ضخامت پوسته لحاظ کرده است [1]. بیسگنی در پژوهش خود ترکیبی از مود اول و سوم کمانش را برای تعریف نقص هندسی به کار گرفته است. وی همچنین ضریب این مودها را 20% ضخامت پوسته در نظر گرفته است [1]. در پژوهش حاضر نقص هندسی بر اساس اولین چهار مود کمانش کلی پوسته تعریف شده است. ضمن اینکه ضریب اعمالی برای هر چهار مود یکسان و برابر 0.1 ضخامت پوسته انتخاب شده است. علاوه بر این، با تغییر این ضریب میزان حساسیت پوسته به نقص هندسی نیز بررسی شده است. لازم به ذکر است که در مواردی که مودهای اولیه کمانش به صورت کمانش موضعی پوسته یا تقویت‌کننده‌ها باشد، مودهای بعدی برای تعریف نقص هندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

4-3- اعتبارسنجی مدل المان محدود

پیش از مقایسه نتایج به دست آمده از مطالعات تجربی و عددی، در این بخش به منظور اطمینان از صحت و دقت نتایج مدل المان محدود، نتایج حاصل از این مدل با نتایج ارائه شده در مقالات مختلف اعتبارسنجی شده است.

بیگسنی در سال 2015 یک مطالعه عددی و تجربی بر روی کمانش پوسته‌های کامپوزیتی ساده بدون گشودگی انجام داد [1]. در این پژوهش علاوه بر انجام تست تجربی از حل مقدار ویژه (بدون در نظر گرفتن نقص) و نیز حل دینامیکی (با در نظر گرفتن نقص هندسی) استفاده شده است. برای تعریف نقص هندسی مودهای اول و سوم مورد استفاده قرار گرفت و بزرگی آن 20% ضخامت فرض شد. جدول 5 نتایج ارائه شده توسط بیسگنی را در مقایسه با نتایج به دست آمده از مدل المان محدود استفاده شده، نشان می‌دهد. این مقایسه نشان می‌دهد که مدل ایجاد شده چه برای حل مقدار ویژه و چه برای حل غیرخطی ریکس قابل اعتماد است.

علاوه بر این، برای اطمینان از صحت مدل‌سازی نقص هندسی از نتایج پژوهش تفرشی و بایلی [6] نیز استفاده شده است. در این مطالعه از حلگر ریکس استفاده شده و اثر مقادیر مختلف ضریب نقص هندسی بر کمانش پوسته ساده کامپوزیتی بررسی شده است. بار بحرانی بی‌بعد شده نسبت به بار بحرانی پوسته بدون نقص در شکل 8 ارائه شده است. مقایسه نتایج مدل المان محدود حاضر و نتایج مرجع [6] نشان می‌دهد که مدل حاضر می‌تواند به خوبی اثرات اندازه‌های مختلف نقص هندسی را لحاظ کند.

برای اطمینان از صحت مدل ایجاد شده در مدل‌سازی گشودگی، از نتایج مقاله تفرشی در سال 2002 استفاده شده است [15]. در این مقاله سه اندازه مختلف گشودگی مربعی برای پوسته کامپوزیتی مطالعه شده است. بار بحرانی به دست آمده نسبت به بار بحرانی پوسته بدون گشودگی بی‌بعد شده است. جدول 6 نتایج مدل حاضر را در مقایسه با نتایج مراجع [15] و [24] نشان می‌دهد. این مقایسه دقت و صحت مدل استفاده شده را نشان می‌دهد.

4- ارائه نتایج و بحث در نتایج

در این قسمت نتایج به دست آمده از تحلیل تجربی و عددی تشریح شده است. در بخش نخست، نتایج مربوط به کمانش پوسته ساده و مشبک بدون

[1] Static Riks
[2] ABAQUS Documentation

جدول 5 مقایسه بار بحرانی پوسته بدون گشودگی (کیلو نیوتن) با نتایج مرجع [14]

Table 5 Comparison of buckling load (kN) of shell without an opening with the results of Ref [14]

	تست تجربی	حل مقدار ویژه	حل دینامیکی	حل ریکس
بیسگنی [14]	12.75-15.79	23.99	18.00	-
پژوهش حاضر	-	24.07	-	15.47

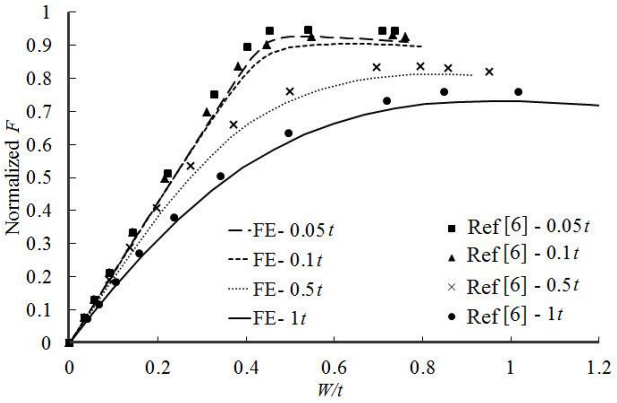

Fig. 8 Validating the finite element model in comparison with the results of Ref [6]

شکل 8 اعتبارسنجی مدل استفاده شده در مقایسه با نتایج مرجع [6]

جدول 6 مقایسه بار بحرانی بی‌بعد شده پوسته دارای گشودگی با نتایج مرجع [15] و [24]

Table 6 Comparison of normalized buckling load of perforated shell with the results of Ref [15] and [24]

ابعاد گشودگی (mm×mm)	روش حاضر	مرجع [15]	مرجع [24]
12.7 × 12.7	0.40	0.48	0.45
25.4 × 25.4	0.57	0.58	0.56
38.1 × 38.1	0.88	0.80	0.83

گشودگی ارائه شده است. دو نوع شبکه‌بندی C و D مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش دوم، اثر وجود گشودکی بر کمانش پوسته‌های ساده و مشبک نوع C مطالعه شده است. در انتها نیز اثر اندازه ضریب نقص هندسی بر پوسته‌های ساده و مشبک مطالعه شده است.

4-1- کمانش پوسته‌های بدون گشودگی

شکل 9 نمایی از پوسته‌های ساده و مشبک بدون گشودگی پس از کمانش را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل مشخص است با در نظر گرفتن نقص هندسی مناسب و استفاده از تحلیل غیرخطی، مدل المان محدود ایجاد شده قادر است به خوبی شکل مود کمانش را پیش‌بینی نماید.

علاوه بر این، برای هر یک از پوسته‌ها، نمودار نیرو-جابجایی به دست آمده از حل غیرخطی با نتایج تست‌های تجربی مقایسه شده است. شکل‌های 10 تا 12 این نمودارها را نشان می‌دهد. هم‌خوانی خوبی میان نتایج روش المان محدود و تست تجربی مشاهده می‌شود. ضمن اینکه تکرار تست‌ها برای قالب‌های مختلف تقریباً نتایج مشابهی در پی داشته است. البته در این میان باید به نتیجه نمونه S-a-2 نیز اشاره کرد که بار کمانش و به خصوص سفتی آن با دو نمونه دیگر اختلاف دارد. این موضوع ممکن است به علت ایرادات و نواقص احتمالی باشد که در طی فرایند ساخت این نمونه ایجاد شده است. البته باید در نظر داشت که اختلاف حدوداً 20 درصدی در بار کمانش نمونه‌های مختلف اختلاف قابل قبولی است و در مطالعات سایر پژوهشگران نیز دیده شده است [14]. عموماً در مواردی که نتایج تست یکی از نمونه‌ها اختلاف چشمگیری با سایر نمونه‌ها داشته باشد، آن نمونه از روند تحلیل مسئله خارج می‌شود. اما در پژوهش حاضر، این اختلاف منطقی و قابل توجیه است. از این رو نتایج این نمونه نیز در روند تحلیل لحاظ شده است.

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود نمودار نیرو-جابجایی به دست آمده از حل المان محدود یک شیب ثابت دارد. اما نمودار نیرو-جابجایی تست‌های تجربی عموماً دارای یک انحنای اولیه هستند و پس از آن شیب نمودار ثابت می‌گردد. این موضوع به علت وجود رینگ‌هایی از جنس رزین اپکسی در دو طرف نمونه‌هاست. این رینگ‌ها در اثر نیروی نسبتاً کم جابجایی قابل توجهی خواهند داشت که همین جابجایی سبب ایجاد انحنای اولیه در نمودارها می‌شود. اما با افزایش نیرو، جابجایی این رینگ‌ها به حد نهایت خود رسیده و پس از آن پوسته دچار جابجایی و نهایتاً کمانش می‌شود.

قابل توجه است که در حالی که نتایج به دست آمده از روش غیرخطی هم‌خوانی قابل قبولی با نتایج تجربی دارند؛ بار بحرانی به دست آمده از حل

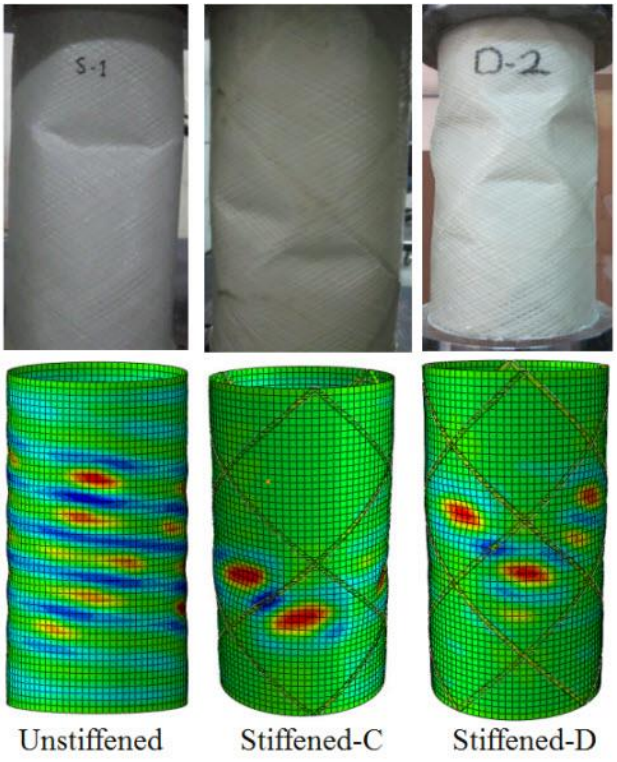

Fig. 9 The buckling shape of shells without cutout

شکل 9 شکل مود کمانش پوسته‌های بدون گشودگی

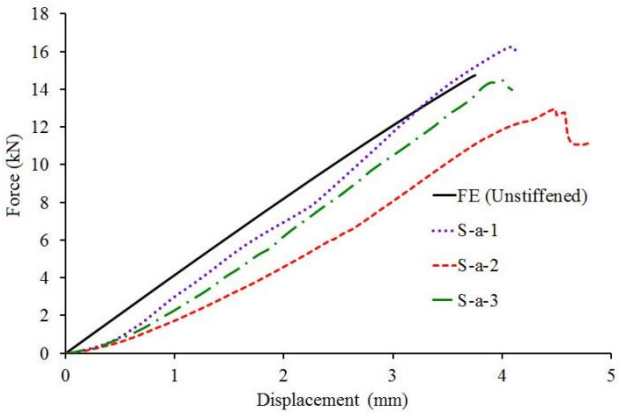

Fig. 10 The force-displacement diagram for unstiffened shell

شکل 10 نمودار نیرو-جابجایی پوسته‌های ساده

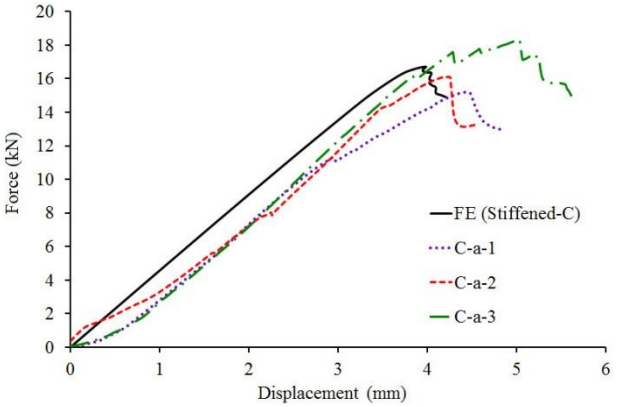

Fig. 11 The force-displacement diagram for stiffened shell type C

شکل 11 نمودار نیرو–جابجایی پوسته‌های مشبک نوع C

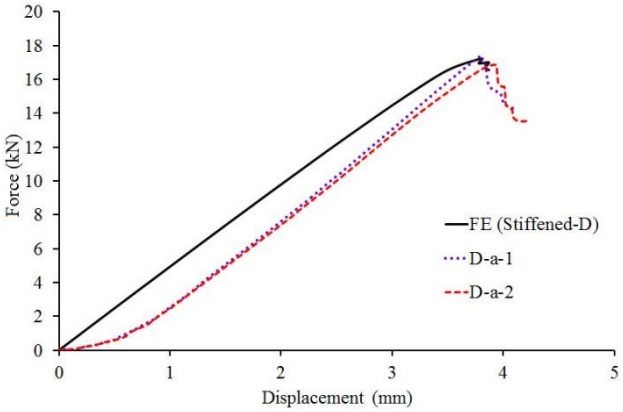

Fig. 12 The force-displacement diagram for stiffened shell type D

شکل 12 نمودار نیرو–جابجایی پوسته‌های مشبک نوع D

مقدار ویژه به مراتب بیشتر از مقادیر تجربی هستند. این موضوع هم برای پوسته‌ی ساده و هم پوسته‌های مشبک صادق است. این امر به علت وجود نقص هندسی در سازه‌های واقعی و عدم امکان مدل‌سازی اثر نقص هندسی در حل مقدار ویژه است. حال آنکه در روش غیرخطی می‌توان به خوبی اثر نقص هندسی را اعمال نمود و به نتایج مناسب‌تری دست یافت. جدول 7 بار بحرانی به دست آمده از روش مقدار ویژه و روش غیر خطی ریکس را در کنار نتایج تست تجربی نشان می‌دهد. مقایسه این نتایج اهمیت در نظر گرفتن نقص هندسی را مشخص می‌کند.

2-4- کمانش پوسته‌های دارای گشودگی

در این قسمت کمانش پوسته ساده و مشبک دارای گشودگی بررسی شده است. نکته‌ای که در مورد حل المان محدود پوسته‌های دارای گشودگی باید مورد توجه قرار داد، نحوه اعمال نقص هندسی در این پوسته‌هاست. همان‌گونه که در بخش‌های قبلی بیان شد، برای تعریف نقص هندسی از اولین چهار مود کمانش کلی استفاده شده است. در پوسته‌های بدون گشودگی، در اکثر مواقع مودهای کمانش ابتدایی به صورت کمانش کلی بودند و از همان مودها برای تعریف نقص استفاده شده است. در مواردی که کمانش اولیه به صورت کمانش موضعی ریب یا پوسته رخ داده بود نیز مودهای بعدی، که کمانش کلی در آنها اتفاق افتاده، مورد استفاده قرار گرفته است. در پوسته‌های دارای گشودگی معمولاً همواره مودهای ابتدایی کمانش به صورت کمانش موضعی پوسته در نواحی اطراف گشودگی است و باید دقت داشت که برای تعریف نقص از این مودها استفاده نشود و به سراغ مودهای بعدی رفت، که به صورت کمانش کلی اتفاق می‌افتند. ضمناً ضریب بزرگی نیز برابر 10% ضخامت پوسته در نظر گرفته شده است.

شکل 13 وضعیت کمانش یافته‌ی پوسته‌های ساده و مشبک دارای گشودگی را نمایش می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که روش غیرخطی ریکس به خوبی می‌تواند شکل مود کمانش یافته را پیش‌بینی نماید. علاوه بر این، با دقت در شکل پیداست که کمانش هر دو نوع پوسته به صورت کمانش موضعی در نواحی اطراف گشودگی اتفاق افتاده است و حضور و یا عدم حضور تقویت‌کننده‌ها تأثیری چندانی در این مسئله ندارد.

شکل‌های 14 و 15 نمودار نیرو–جابجایی را برای نمونه‌های ساده و مشبک دارای گشودگی نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود نتایج به دست آمده از حل غیرخطی المان محدود هم‌خوانی نسبتاً مناسبی با نتایج تست‌های تجربی دارد. به علاوه نتایج حاصل از تست تجربی، تحلیل خطی مقدار ویژه و حل غیرخطی ریکس در جدول 8 آورده شده است.

ملاحظه می‌شود که بر خلاف نتایج مربوط به پوسته‌های بدون گشودگی، در پوسته‌های دارای گشودگی نتایج حاصل از دو تحلیل خطی و غیرخطی المان محدود، تفاوت چندان زیادی با یکدیگر ندارند. علت آن است که وجود گشودگی به عنوان یک نقص هندسی بزرگ بر رفتار کمانشی سازه اثرگذار

جدول 7 بار کمانش پوسته بدون گشودگی (کیلو نیوتن)

Table 7 Buckling load of shells without cutout (kN)

	پوسته ساده	پوسته مشبک نوع C	پوسته مشبک نوع D
روش مقدار ویژه	26.67	29.52	31.61
روش غیرخطی	14.75	16.72	17.23
میانگین تست تجربی	14.51	16.23	17.13

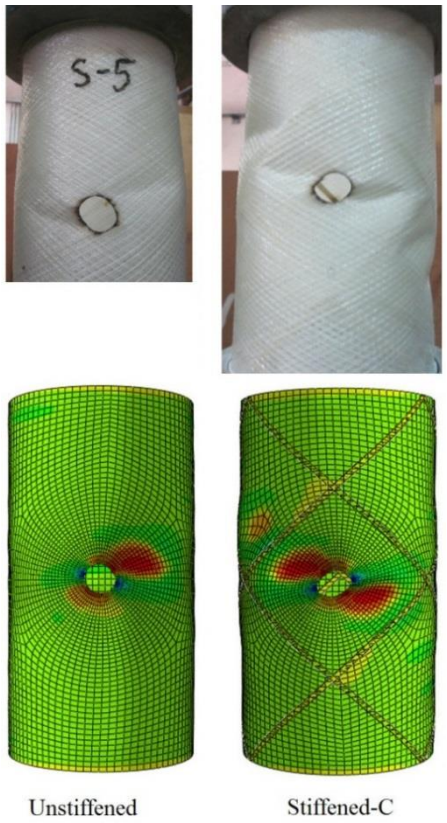

Fig. 13 The buckling shape of shells with a cutout

شکل 13 شکل مود کمانش پوسته‌های دارای گشودگی

جدول 8 بار کمانش پوسته‌های دارای گشودگی (کیلو نیوتن)

Table 8 Buckling load of shells with cutout (kN)

	پوسته ساده	پوسته مشبک نوع C
روش مقدار ویژه	13.95	14.08
روش غیرخطی	14.06	15.92
میانگین تست تجربی	12.17	14.45

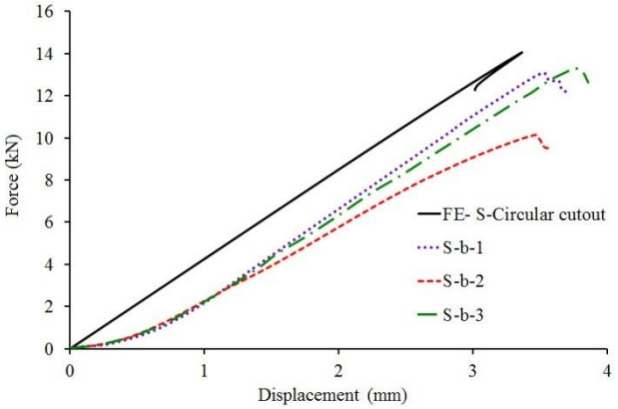

Fig. 14 The force-displacement diagram for unstiffened shell with opening

شکل 14 نمودار نیرو-جابجایی پوسته‌های ساده دارای گشودگی

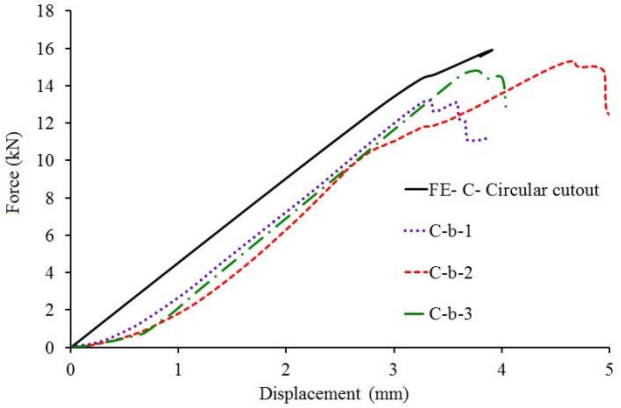

Fig. 15 The force-displacement diagram for stiffened shell type C with opening

شکل 15 نمودار نیرو-جابجایی پوسته‌های مشبک نوع C دارای گشودگی

است. از آنجا که این نقص در برابر نقص هندسی تعریف شده به کمک مودهای کمانش نقص قابل توجهی است، می‌توان گفت که در پوسته‌های دارای گشودگی اثر نقص در تحلیل مقدار ویژه نیز خود را نشان داده است. در نتیجه اعمال نقص هندسی که در تحلیل غیرخطی انجام شده است، تفاوت چندانی میان نتایج این تحلیل و تحلیل مقدار ویژه ایجاد نمی‌کند.

همچنین دقت در نتایج جدول 8 میزان اثرگذاری شبکه‌بندی بر بار کمانش پوسته دارای گشودگی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، افزودن تقویت‌کننده‌ها بار بحرانی را با افزایش مواجه ساخته است. البته باید توجه داشت که افزودن تقویت‌کننده‌ها وزن پوسته را به شدت افزایش می‌دهد و از این رو ممکن است بار بحرانی ویژه پوسته‌های ساده بیشتر از بار بحرانی ویژه پوسته‌های مشبک باشد.

4-3- اثر تغییر ضریب نقص هندسی

در کاربردهای صنعتی پوسته‌های کامپوزیتی مشبک، معمولاً از پوسته‌هایی با شبکه‌بندی چگال‌تر استفاده می‌شود. از این رو، در این قسمت دو شکبه‌بندی با سطح مقطع کوچک‌تر و تعداد ریب بیشتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این شبکه‌بندی‌ها سطح مقطع تقویت‌کننده‌ها مربع به ضلع 3 میلی‌متر انتخاب شده است. شبکه‌بندی با شش جفت ریب مارپیچ که چهار سلول واحد را در راستای طولی استوانه ایجاد نماید اولین شبکه‌بندی‌ای است که مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور رعایت اختصار، در ادامه از این شبکه‌بندی به نام شبکه‌بندی لوزی[1] نام برده خواهد شد. اگر به این شبکه‌بندی هشت ریب محیطی با فاصله یکسان از یکدیگر افزوده شود شبکه‌بندی جدیدی ایجاد می‌شود که آن را شبکه‌بندی کاگوم[2] می‌نامند. شکل 16 این نوع شبکه‌بندی را نشان می‌دهد.

در قسمت‌های قبل، نقص هندسی بر اساس اولین چهار مود کمانش کلی پوسته‌ها تعریف شده و ضریب بزرگی آن 10% ضخامت پوسته در نظر گرفته شده بود. در این بخش تأثیر تغییرات ضریب بزرگی بررسی شده است. بدین منظور بار بحرانی پوسته ساده و پوسته‌های مشبک با شبکه‌بندی لوزی و کاگوم به ازای ضرایب بزرگی مختلف محاسبه شده و در جدول 9 آورده شده است. همچنین به منظور مقایسه بهتر، این نتایج در نمودار شکل 17 ترسیم شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود با افزایش ضریب بزرگی نقص هندسی، بار بحرانی پوسته کاهش می‌یابد. با این حال میزان اثرگذاری نقص هندسی اولیه بر بار کمانش برای پوسته‌های ساده و مشبک یکسان نیست و پوسته‌ی مشبک کمتر از پوسته ساده تحت تأثیر نقص هندسی قرار می‌گیرد. علت آن است که پوسته ساده به خودی خود هیچ گونه نقص اولیه‌ای ندارد؛ این در حالیست که وجود ساختار شبکه‌ای در پوسته‌های مشبک به نوعی تقارن پوسته را از بین می‌برد و اثری شبیه به نقص هندسی دارد. بنابراین،

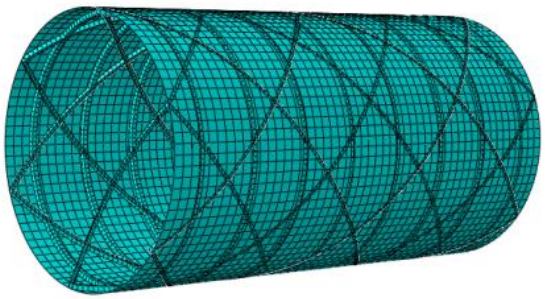

Fig. 16 Stiffened shell with kagome grid

شکل 16 پوسته مشبک با شبکه‌بندی کاگوم

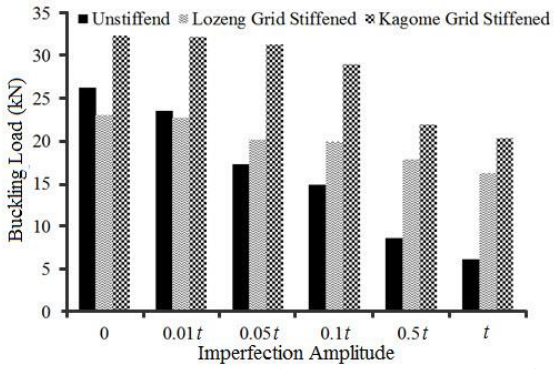

Fig. 17 Buckling load variation of shell with geometric imperfection amplitude

شکل 17 تغییرات بار بحرانی پوسته به ازای ضرایب بزرگی مختلف نقص هندسی

[1] Lozenge Grid
[2] Kagome Grid

جدول 9 تغییرات بار بحرانی پوسته به ازای ضرایب بزرگی مختلف نقص هندسی (کیلو نیوتن)

Table 9 Buckling load variation of shell with geometric imperfection amplitude (kN)

ضریب بزرگی نقص هندسی	پوسته ساده	پوسته با شبکه‌بندی لوزی	پوسته با شبکه‌بندی کاگوم
0	26.28	23.15	32.36
0.01 t	23.54	22.73	32.23
0.05 t	17.35	20.15	31.34
0.1 t	14.75	19.95	28.97
0.5 t	8.65	17.89	21.94
t	6.15	16.22	20.31

افزودن نقص هندسی هر چند کوچک تأثیر زیادی بر بار بحرانی پوسته ساده دارد اما بار کمانشی پوسته‌های مشبک را چندان تحت تأثیر قرار نمی‌دهد.

علاوه بر این، برای ضرایب کوچک نقص هندسی، اثر منفی ریب‌ها به عنوان نقص هندسی بیشتر از اثر مثبت آنها به عنوان تقویت‌کننده است. از این رو، برای برای ضرایب کوچک نقص هندسی ، بار بحرانی پوسته ساده بیشتر از بار بحرانی پوسته مشبک با شبکه‌بندی لوزی است. هرچند پوسته مشبک با شبکه‌بندی کاگوم هچنان بار بیشتری تحمل می‌کند.

در آخرین قسمت این بخش، اثر ضریب بزرگی نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های دارای گشودگی بررسی شده است. این مسئله نیز برای سه پوسته ساده و پوسته‌های مشبک با شبکه‌بندی لوزی و کاگوم بررسی شده است. در همه موارد گشودگی دایره‌ای مرکزی به شعاع 12 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده در جدول 10 خلاصه شده و ضمناً در شکل 18 نمایش داده شده است. ملاحظه می‌شود که مطابق انتظار، با افزایش ضریب بزرگی نقص هندسی، بار بحرانی کاهش می‌یابد. مقایسه این نتایج با نتایج

جدول 10 تغییرات بار بحرانی پوسته‌های دارای گشودگی به ازای ضرایب بزرگی مختلف نقص هندسی (کیلو نیوتن)

Table 10 Buckling load variation of perforated shell with geometric imperfection amplitude (kN)

ضریب بزرگی نقص هندسی	پوسته ساده	پوسته با شبکه‌بندی لوزی	پوسته با شبکه‌بندی کاگوم
0	14.21	21.48	27.45
0.01 t	14.15	21.39	27.38
0.05 t	14.09	21.00	26.85
0.1 t	14.06	19.79	26.67
0.5 t	9.37	18.94	23.11
t	6.84	17.80	20.56

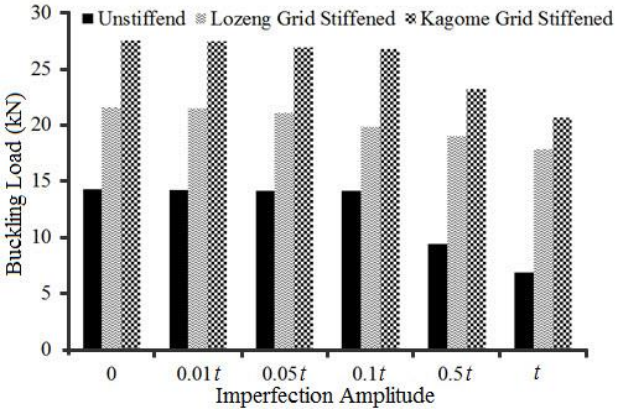

Fig. 18 Buckling load variation of perforated shell with geometric imperfection amplitude

شکل 18 تغییرات بار بحرانی پوسته‌های دارای گشودگی به ازای ضرایب بزرگی مختلف نقص هندسی

ارائه شده در جدول 9 و شکل 17 نتایج جالب توجهی در پی دارد.

نخست آنکه بر خلاف پوسته‌های بدون گشودگی، در پوسته دارای گشودگی، همواره بار بحرانی پوسته‌های مشبک بیشتر از پوسته ساده است. این مطلب حتی برای پوسته ایده‌آل نیز صادق است. علت آن است که وجود گشودگی به عنوان نقص هندسی عمل می‌کند. بنابراین می‌توان گفت که در تحلیل سازه‌های دارای گشودگی، عملاً پوسته‌ی بدون نقص وجود ندارد و این پوسته‌ها دارای نقص هندسی ذاتی هستند. علاوه بر این، ملاحظه می‌شود که همچنان میزان اثرگذاری نقص هندسی بر پوسته ساده بیشتر از پوسته مشبک است. علت آن است که در پوسته‌های مشبک، تقویت‌کننده‌ها نقص‌های هندسی رو بریده و آنها را به قسمت‌های کوچکتری تقسیم می‌نمایند و میزان اثرگذاری آنها را کاهش می‌دهند. نکته قابل توجه دیگر اینکه برای پوسته‌های بدون گشودگی با افزایش نقص هندسی بار بحرانی به طور مداوم و تقریباً با شیب یکسان کاهش می‌یابد؛ اما در پوسته‌های دارای گشودگی وجود نقص‌های هندسی کوچک تأثیر بسیار ناچیزی بر بار بحرانی دارند. با افزایش اندازه نقص هندسی، از جایی به بعد بار بحرانی کاهش قابل ملاحظه‌ای می‌یابد. علت آن است که برای نقایص هندسی کوچک، اثر منفی گشودگی بر بار بحرانی بسیار بیشتر و قابل ملاحظه‌تر از نقص هندسی تعریف شده به کمک مودهای کمانش است.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر و اهمیت نقص هندسی بر کمانش پوسته‌های ساده و مشبک کامپوزیتی با و بدون گشودگی مورد تحقیق قرار گرفته است. بدین منظور نمونه‌های آزمایشگاهی مختلفی ساخته و تست شده است. همچنین بر اساس استانداردهای موجود و به کمک آزمایش‌های لازم، خواص مکانیکی پوسته و ریب به صورت دقیق تعیین شده است. در ادامه با استفاده از همین خواص مدل المان محدودی تهیه شده است. برای تحلیل عددی از دو تحلیل خطی مقدار ویژه و تحلیل غیرخطی ریکس استفاده شده است. هرچند روش مقدار ویژه هزینه محاسباتی پایینی دارد اما توانایی در نظر گرفتن نقص هندسی را ندارد. از این رو، برای لحاظ نمودن اثرات نقص هندسی از تحلیل ریکس استفاده شده است.

نقص هندسی به کمک مودهای کمانش به دست آمده از حل مقدار ویژه تعریف شده است. در این حالت لازم است که ضریب بزرگی نقص هندسی به کمک تست‌های تجربی تعیین شود. بر این اساس و با توجه به نتایج، نقص هندسی بر پایه اولین چهار مود کمانش کلی سازه و با ضریب بزرگی 10% ضخامت تعریف شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش غیرخطی ریکس به خوبی می‌تواند بار بحرانی و نیز شکل مود کمانش را پیش بینی نماید. این در حالی است که نتایج به دست آمده از حل مقدار ویژه بسیار بیشتر از مقادیر واقعی است. این موضوع فقط برای پوسته‌های بدون گشودگی اتفاق می‌افتد. چرا که در پوسته‌های دارای گشودگی، وجود گشودگی به عنوان یک نقص ذاتی بر بار کمانش تأثیرگذار خواهد بود و از آنجا که برای گشودگی‌های نسبتاً بزرگ، اثرگذاری این نقص به مراتب بیشتر از نقایص هندسی است، تفاوت میان نتایج روش مقدار ویژه و روش ریکس کاهش یافته است.

در انتها و پس از حصول اطمینان از دقت مدل المان محدود ایجاد شده، اثر میزان بزرگی ضریب نقص هندسی بررسی شده است. این موضوع برای پوسته ساده و مشبک با و بدون گشودگی تحقیق شده است. نتایج نشان می‌دهد که مطابق انتظار با افزایش ضریب بزرگی نقص هندسی، بار بحرانی

پوسته کاهش می‌یابد. البته میزان اثرگذاری برای پوسته‌های ساده و مشبک یکسان نیست؛ و پوسته‌ی مشبک کمتر از پوسته ساده تحت تأثیر نقص هندسی قرار می‌گیرد. علت آن است که در پوسته‌های مشبک، وجود ساختار شبکه‌ای در یک سمت پوسته، سازه را از فرم ایده‌آل خود خارج کرده و اثری شبیه به نقص هندسی دارد. این در حالیست که پوسته‌های ساده به خودی خود هیچ گونه نقص اولیه‌ای ندارند. بنابراین، افزودن نقص هندسی هر چند کوچک تأثیر زیادی بر بار بحرانی پوسته ساده دارد اما بار کمانشی پوسته‌های مشبک را چندان تحت تأثیر قرار نمی‌دهد. این موضوع برای پوسته‌های با و بدون گشودگی صادق است.

نکته جالب توجه دیگر این است که برای ضرایب کوچک نقص هندسی، اثر منفی ریب‌ها به عنوان نقص هندسی بیشتر از اثر مثبت آنها به عنوان تقویت‌کننده است. از این رو، برای ضرایب کوچک نقص هندسی، بار بحرانی پوسته ساده بیشتر از بار بحرانی پوسته مشبک با شبکه‌بندی لوزی است. البته این موضوع صرفاً برای پوسته‌های بدون گشودگی است و در پوسته‌های دارای گشودگی، همواره پوسته‌های مشبک به مراتب بار بحرانی بیشتری نسبت به پوسته‌های ساده دارند.

6- مراجع

[1] W. T. Koiter, *The Stability of Elastic Equilibrium*, PhD Thesis, Department of Mechanics, Shipbuilding, and Airplane Building, Stanford University, California, 1970.

[2] P. Seide, V. Weingarten, J. Petersen, NASA/SP-8007, Buckling of thin-walled circular cylinders, *Nasa Space Vehicle Design Criteria (Structures)*, NASA, Washington, DC, United States, 1965.

[3] C. Schillo, D. Röstermundt, D. Krause, Experimental and numerical study on the influence of imperfections on the buckling load of unstiffened CFRP shells, *Composite Structures*, Vol. 131, pp. 128-138, 2015.

[4] M. A. Arbelo, A. Herrmann, S. G. Castro, R. Khakimova, R. Zimmermann, R. Degenhardt, Investigation of buckling behavior of composite shell structures with cutouts, *Applied Composite Materials*, Vol. 22, No. 6, pp. 623-636, 2015.

[5] M. Biagi, F. Del Medico, Reliability-based knockdown factors for composite cylindrical shells under axial compression, *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, No. 12, pp. 1351-1358, 2008.

[6] A. Tafreshi, C. G. Bailey, Instability of imperfect composite cylindrical shells under combined loading, *Composite Structures*, Vol. 80, No. 1, pp. 49-64, 2007.

[7] C. Bisagni, Experimental buckling of thin composite cylinders in compression, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 2, pp. 276-278, 1999.

[8] M. P. Nemeth, R. D. Young, T. J. Collins, J. H. Starnes, Effects of initial geometric imperfections on the non-linear response of the Space Shuttle superlightweight liquid-oxygen tank, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 37, No. 4, pp. 723-744, 2002.

[9] C. Bisagni, P. Cordisco, An experimental investigation into the buckling and post-buckling of CFRP shells under combined axial and torsion loading, *Composite Structures*, Vol. 60, No. 4, pp. 391-402, 2003.

[10] C. Bisagni, P. Cordisco, Post-buckling and collapse experiments of stiffened composite cylindrical shells subjected to axial loading and torque, *Composite structures*, Vol. 73, No. 2, pp. 138-149, 2006.

[11] M. W. Hilburger, J. H. Starnes, Effects of imperfections of the buckling response of composite shells, *Thin-Walled Structures*, Vol. 42, No. 3, pp. 369-397, 2004.

[12] A. Shahrjerdi, B. Bahramibabamiri, The effect of different geometrical imperfection of buckling of composite cylindrical shells subjected to axial loading, *International Journal of Mechanical and Materials Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 6, 2015.

[13] C. Bisagni, Numerical analysis and experimental correlation of composite shell buckling and post-buckling, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 31, No. 8, pp. 655-667, 2000.

[14] C. Bisagni, Composite cylindrical shells under static and dynamic axial loading: An experimental campaign, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 78, pp. 107-115, 2015.

[15] A. Tafreshi, Buckling and post-buckling analysis of composite cylindrical shells with cutouts subjected to internal pressure and axial compression loads, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 79, No. 5, pp. 351-359, 2002.

[16] C. A. Featherston, Imperfection sensitivity of curved panels under combined compression and shear, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 38, No. 2, pp. 225-238, 2003.

[17] G. Rahimi, M. Zandi, S. Rasouli, Analysis of the effect of stiffener profile on buckling strength in composite isogrid stiffened shell under axial loading, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 24, No. 1, pp. 198-203, 2013.

[18] A. Talezadehlari, G. H. Rahimi, Buckling analysis of stiffened composite cylindrical shell based on the modified smear method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 319–329, 2015. (in Persian فارسی)

[19] A. Talezadehlari, G. Rahimi, Comment on optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels, *Composite Structures*, Vol. 135, pp. 409-410, 2016.

[20] M. Fadaee, S. Kalantari, A new mathematical procedure for linear buckling of grid stiffened cylindrical shells using differential quadrature method, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 12, No. 2, pp. 65–78, 2016. (in Persian فارسی)

[21] B. Wang, K. Tian, P. Hao, Y. Zheng, Y. Ma, J. Wang, Numerical-based smeared stiffener method for global buckling analysis of grid-stiffened composite cylindrical shells, *Composite Structures*, Vol. 152, pp. 807-815, 2016.

[22] C. Schenk, G. Schuëller, Buckling analysis of cylindrical shells with cutouts including random boundary and geometric imperfections, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, No. 35, pp. 3424-3434, 2007.

[23] M. W. Hilburger, *Numerical and Experimental Study of the Compression Response of Composite Cylindrical Shells with Cutouts*, PhD Thesis, Department of Aerospace Engineering, Michigan University, Michigan, 1998.

[24] M. W. Hilburger, J. H. Starnes, A. M. Waas, The response of composite cylindrical shells with cutouts and subjected to internal pressure and axial compression loads, *39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, Long Beach, CA, USA, April 20-23, 1998.

[25] M. W. Hilburger, J. H. Starnes, A. M. Waas, A. Arbor, A numerical and experimental study of the response of selected compression-loaded composite shells with cutouts, *39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, Long Beach, CA, USA, April 20-23, 1998.

[26] A. C. Orifici, C. Bisagni, Perturbation-based imperfection analysis for composite cylindrical shells buckling in compression, *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 520-528, 2013.

[27] F. Taheri-Behrooz, M. Omidi, M. Shokrieh, Experimental and numerical investigation of buckling behavior of composite cylinders with cutout, *Thin-Walled Structures*, Vol. 116, pp. 136-144, 2017.

[28] F. Taheri behrooz, M. Omidi, M. M. Shokrieh, Experimental and numerical examination of the effect of geometrical imperfection on buckling load in axially compressed composites cylinder with and without cutout, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 367–377, 2016. (in Persian فارسی)

[29] R. F. Gibson, *Principles of Composite Material Mechanics*, 1st ed. NY: McGraw-Hill, Inc. pp. 62-90, 1994.

[30] ABAQUS, CAE, Analysis user's manual, Version 6.12. ABAQUS, 2012.