مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1396، دوره 17، شماره 7، ص‌ص 265-272

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته براساس قابلیت اطمینان با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات

حامد محمدزاده[1]، محمدحسین ابوالبشری[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

*مشهد، صندوق پستی 1111-91775، abolbash@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 اردیبهشت 1396

پذیرش: 03 تیر 1396

ارائه در سایت: 29 تیر 1396

کلید واژگان:

قابلیت اطمینان

الگوریتم ازدحام ذرات

بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

چکیده

بهینه‌سازی و قابلیت اطمینان دو کلید اساسی در طراحی سازه‌ای است. بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان روشی قوی و امیدبخش برای پیدا کردن توپولوژی بهینه با در نظر گرفتن عدم قطعیت است. در این مقاله به جای تقریب تابع حالت حدی و سپس استفاده از الگوریتم‌های جستجوی محتمل‌ترین نقطه شکست که به طور معمول در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد، از الگوریتم ازدحام ذرات با بهره‌گیری از روش اندازه‌گیری عملکرد پیشنهاد می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی نیاز به استفاده از ضریب جریمه با وجود اهمیت بسیار انتخاب مناسب آن در همگرایی فرایند جستجو نیست. علاوه‌بر آن نیاز به تقریب تابع حالت حدی، محاسبه مشتقات تابع حالت حدی نسبت به متغیرهای تصادفی و همچنین مشکل همگرایی روش‌های جستجوی محتمل‌ترین نقطه شکست برای توابع حالت حدی پیچیده را ندارد. در این مقاله بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها با طرح فیلتر بهبود یافته ارائه می‌شود. توپولوژی به دست آمده با بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با توپولوژی حاصل شده از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم ازدحام ذرات می‌تواند به طور مؤثری در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان به کار گرفته شود و استفاده از آن نیز ساده و آسان است.

Reliability-based topology optimization of continuous structure using particle swarm algorithm

Hamed Mohammadzadeh[1], Mohammad Hossein Abolbashari[1*]

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.
* P.O. Box 91775-1111 Mashhad, Iran, abolbash@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 May 2017
Accepted 24 June 2017
Available Online 20 July 2017

Keywords:
Reliability
particle swarm algorithm
Bidirectional evolutionary structural optimization

ABSTRACT

Reliability and optimization are two key elements for structural design. The reliability-based topology optimization (RBTO) is a powerful and promising methodology for finding the optimum topologies with the uncertainties. In this paper, the particle swarm algorithm (PSO) using performance measure approach (PMA) is proposed in the RBTO procedure. Conventionally, the approximate limit state function along with the most probable point (MPP) search algorithms is used for calculating the reliability index. On the other hand, the choice of penalty function for having a convergent search plays a critical role. In addition, it is not necessary to use approximate limit state function and calculate the derivatives of limit state function with respect to random variables. Furthermore, the convergence problem of the MPP search algorithms for complicated limit state functions does not exist. This paper presents RBTO using bi-directional evolutionary structural optimization (BESO) with an improved filter scheme. The topologies obtained by RBTO are compared with that obtained by deterministic topology optimization (DTO). Results of the RBTO using PSO show that PSO can be effectively applied to RBTO and its use is quite simple.

1- مقدمه

به طور سنتی فرایند بهینه‌سازی به شیوه قطعی انجام می‌شود به گونه‌ای که معمولاً حل بهینه در حدود مرزهای قیود قرار می‌گیرد. با این حال در طراحی مهندسی عملی با تغییرات در خواص هندسی، مواد و بارگذاری مواجه هستیم، زیرا در ذات طبیعت عدم قطعیت وجود دارد؛ بنابراین بهینه‌سازی توپولوژی قطعی بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت ورودی به طور منطقی سطح قابلیت اطمینان مورد نظر را ندارد. به همین دلیل بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان استفاده می‌شود تا در توپولوژی بهینه اثرات عدم قطعیت در نظر گرفته شود.

به طور معمول در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان سنتی از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول استفاده می‌شود. دو روش معمول مبتنی بر قابلیت اطمینان مرتبه اول روش معیار اطمینان و اندازه‌گیری عملکرد است [1]. الگوریتم‌های سنتی مورد استفاده در این روش‌ها ممکن است در مسائل غیرخطی با توابع عملکرد پیچیده برای یک سازه موجب ناپایداری حل به

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Mohammadzadeh, M. H. Abolbashari, Reliability-based topology optimization of continuous structure using particle swarm algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 265-272, 2017 (in Persian)

صورت نوسانی شود [2].

کاربرد روش‌های مبتنی بر قابلیت اطمینان مرتبه اول فقط زمانی ممکن است که تابع حالت حدی مشخص باشد. از آن‌جا که در بیشتر موارد رابطه‌ای صریح برای تابع حالت حدی موجود نیست برای غلبه بر این مشکل از روش‌های طراحی آزمایش‌ها [1] استفاده می‌شود. کیم و همکاران [1] استفاده از روش پاسخ سطح را برای تقریب تابع حالت حدی استفاده کردند. یو و همکاران [3] روش پاسخ سطح استاندارد را برای این منظور پیشنهاد کردند. در این مقاله استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات [2] با استفاده از روش اندازه‌گیری عملکرد پیشنهاد می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی نیاز به استفاده از ضریب جریمه با وجود اهمیت بسیار انتخاب مناسب آن در همگرایی فرایند جستجو نیست. علاوه‌بر آن نیاز به تقریب تابع حالت حدی و محاسبه مشتقات تابع حالت حدی نسبت به متغیرهای تصادفی را ندارد.

بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها (ESO) یکی از روش‌های معمول مورد استفاده برای بهینه‌سازی توپولوژی است. این روش نخستین بار در اوایل دهه 1990 توسط شی و استیون [4] ارائه شد. روش یادشده الگوریتم ساده حذف مواد ناکارآمد را دنبال می‌کند. با این حال بازیابی موادی که در ESO زودتر از موعد مقرر حذف شدند مجاز نیست. در اواخر دهه 1990 بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها به‌عنوان ESO توسعه‌یافته ارائه شد [5]. در این نسخه مواد به طور هم‌زمان می‌توانند حذف و یا اضافه شوند. یکی از معایب این روش‌ها راه‌حل وابسته به مش آن بود، که این مسئله با راه‌حل‌های مستقل از مش پیشنهادشده توسط هانگ و شی [6] حل شد. در این مقاله از روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها همراه با راه‌حل مستقل از مش پیشنهاد شده توسط هانگ و شی استفاده می‌شود.

2- روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

2-1- ضریب حساسیت برای سفتی [4]

در روش اجزا محدود رفتار استاتیکی سازه با رابطه (1) بیان می‌شود.

$$Ku = f \tag{1}$$

که K ماتریس سختی سازه، u بردار تغییر مکان و f بردار نیرو است. انرژی کرنشی به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$C = \frac{1}{2} f^{\mathrm{T}} u \tag{2}$$

زمانی که المان i-ام از ساختار حذف می‌شود، ماتریس سختی به صورت رابطه (3) تغییر خواهد کرد.

$$\Delta K = K^{*} - K = -K_i \tag{3}$$

که K^{*} ماتریس سختی سازه پس از حذف المان و K_i ماتریس سختی المان i-ام است. فرض می‌شود حذف المان هیچ تأثیری بر بار اعمالی f ندارد. با نادیده گرفتن جمله‌های مرتبه بالاتر تغییر بردار تغییر مکان به صورت رابطه (4) به دست می‌آید.

$$\Delta u = -K^{-1} \Delta K u \tag{4}$$

از روابط (4,2) می توان به رابطه (5) دست یافت.

$$\Delta C = \frac{1}{2} f^{\mathrm{T}} \Delta u = -\frac{1}{2} f^{\mathrm{T}} K^{-1} \Delta K u = \frac{1}{2} u_i^{\mathrm{T}} K_i u_i \tag{5}$$

که u_i بردار تغییر مکان المان i-ام است.

ضریب حساسیت برای نرمی میانگین می‌تواند به صورت رابطه (6) تعریف شود.

$$\alpha_i^e = \frac{1}{2} u_i^{\mathrm{T}} K_i u_i \tag{6}$$

رابطه (6) نشان می‌دهد که افزایش نرمی میانگین و در نتیجه حذف المان با انرژی کرنشی خود المان مساوی است. مؤثرترین راه برای به کمینه رساندن نرمی میانگین (معادل بیشینه رساندن سفتی) از طریق حذف المان از بین بردن المان دارای پایین‌ترین ارزش‌های α_i است، به طوری‌که افزایش در C به کمینه برسد.

2-2- پدیده شطرنجی و وابستگی به مش [6]

در واقع اصطلاح وابستگی به مش به مشکل به دست آمدن توپولوژی‌های مختلف با استفاده از مش‌های متفاوت اشاره دارد. روش‌های مختلفی برای غلبه بر مشکل وابستگی به مش مانند طرح فیلتر حساسیت و کنترل محیطی ارائه شده است، اما در روش کنترل محیطی انتخاب مقداری مناسب برای طول محیطی دشوار است؛ بنابراین طرح فیلتر در مدل BESO جدید معرفی می‌شود.

پیش از اعمال طرح فیلتر ضرایب حساسیت گرهی به وسیله میانگین ضرایب حساسیت المانی به صورت رابطه (7) تعریف می‌شوند.

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^{M} \omega_i \alpha_i^e \tag{7}$$

که M تعداد کل المان‌های متصل به گره j-ام را نشان می‌دهد. ω_i ضریب وزنی المان i-ام و به صورت رابطه (8) تعریف می‌شود.

$$\omega_i = \frac{1}{M-1}\left(1 - \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^{M} r_{ij}}\right) \tag{8}$$

r_{ij} فاصله بین مرکز المان i-ام و گره j-ام است.

ضرایب حساسیت گرهی به ضرایب حساسیت المانی هموار شده تبدیل خواهد شد. برای انجام این فرآیند طرح فیلتر استفاده می‌شود. طرح فیلتر مقیاسی با طول $r_{\min}$ دارد که با تغییر مش تغییر نمی‌کند. ضریب حساسیت بهبود یافته به صورت رابطه (9) تعریف می‌شود.

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^{k} \omega(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^{k} \omega(r_{ij})} \tag{9}$$

که k تعداد کل نودها در دایره تولید شده توسط $r_{\min}$ است. $\omega(r_{ij})$ ضریب وزنی خطی است که به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$\omega(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (j = 1,2,\dots,k) \tag{10}$$

2-3- پایدارسازی در روند تکاملی

طرح فیلتر می‌تواند به طور قابل توجهی مشکل وابستگی به مش را حل کند. با این وجود ممکن است تابع هدف و توپولوژی مربوطه همگرا نشود. برای بهبود همگرایی الگوریتم ضریب حساسیت به دست آمده از رابطه (9) با ضریب به دست آمده از تکرار پیشین به صورت رابطه (11) میانگین گرفته می‌شود [6].

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k + \alpha_i^{k-1}}{2} \tag{11}$$

بهینه‌سازی توپولوژی به وسیله حذف و اضافه المان‌ها انجام می‌شوند تا معیار همگرایی برآورده شود. در این مطالعه از معیار همگرایی رابطه (12) استفاده می‌شود. C تابع هدف، τ خطای همگرایی مجاز و N عددی صحیح است که معمولاً 5 انتخاب می‌شود [6].

$$error = \frac{\sum_{i=1}^{N} C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^{N} C_{k-N-i+1}}{\sum_{i=1}^{N} C_{k-i+1}} \le \tau \tag{12}$$

[1] Design of experiment (DOE)
[2] Particle swarm optimization

2-4- حذف و اضافه المان‌ها

پس از محاسبه حساسیت المان‌ها در رابطه (12) حجم برای تکرارهای بعدی با رابطه (13) تعیین می‌شود [5].

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER) \quad (k = 1,2,3 \dots) \tag{13}$$

ER ضریب تکاملی است که در تکرارهای پیاپی از آن استفاده می‌شود. برای تعیین حجم تکرار بعدی، ER از حجم تکرار پیشین کم یا اضافه می‌شود تا به حجم نهایی برسد. پس از این حجم ثابت نگاه داشته می‌شود تا نرمی میانگین به همگرایی برسد. در هر تکرار حساسیت تمام المان‌ها شامل توپر و حفره محاسبه می‌شود، سپس حساسیت بهبود یافته المان‌ها به صورت نزولی مرتب و عناصری که دارای مقدار حساسیت کمتر از مقدار آستانه ($\alpha_{\text{del}}^{\text{th}}$) هستند، از دامنه طراحی حذف و به المان‌های حفره طبق رابطه (14) اضافه می‌شوند [5].

$$\alpha_i \le \alpha_{\text{del}}^{\text{th}} \tag{14}$$

به طور مشابه المان‌هایی که رابطه (15) را برآورده می‌سازند به گروه المان‌های توپر اضافه می‌شوند [5].

$$\alpha_i > \alpha_{\text{add}}^{\text{th}} \tag{15}$$

$\alpha_{\text{add}}^{\text{th}}$ و $\alpha_{\text{del}}^{\text{th}}$ با استفاده از حجم V_{k+1} تعیین می‌شوند.

3- فرمول‌بندی بهینه‌سازی توپولوژی

3-1- بهینه‌سازی توپولوژی قطعی (DTO)

رابطه‌سازی معمولی DTO می‌تواند به شکل رابطه (17) بیان شود [7].

$$\begin{aligned} &\text{کمینه‌سازی}: C(\rho) \\ &\text{با قیود}: G_i(\rho) \ge 0 \quad (i = 1, \dots, m) \end{aligned} \tag{16}$$

که $\boldsymbol{\rho}$ بردار متغیرهای طراحی، C تابع هدف، $\boldsymbol{G_i}$ تابع قید i-ام و m تعداد قیدهاست.

3-2- بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان (RBTO)

در RBTO اثرات عدم اطمینان می‌تواند به طور صریح در قید قابلیت اطمینان مشخص شود. در این‌جا دو نوع متغیر وجود دارد. ρ متغیرهای طراحی و دیگری X متغیرهای تصادفی است. رابطه‌سازی معمولی RBTO به شکل رابطه (17) می‌تواند بیان شود [7].

$$\begin{aligned} &\text{کمینه‌سازی}: C(\rho) \\ &\text{با قیود}: pr[G_i(\rho, X) \le 0] \le P_{f_i}^{\text{T}} (i = 1, \dots, m) \end{aligned} \tag{17}$$

X متغیر تصادفی است و با توزیع احتمالاتی مشخص می‌شود. G_i به عنوان تابع حالت حدی یا تابع عملکرد شناخته می‌شود. pr[.] اپراتور احتمال و $P_{f_i}^{\text{T}}$ احتمال شکست مجاز قید i-ام است. برای ارزیابی احتمال شکست $G(\rho, X) < 0$ دامنه شکست و $G(\rho, X) = 0$ تابع حالت حدی مجاز تعریف می‌شود. احتمال شکست هر قید P_{f_i} از رابطه (18) به دست می‌آید [7].

$$P_{f_i} = \text{pr}[G_i(\rho, X) \le 0] = \int \dots \int_{G_i(\rho, X) \le 0} f_X(x) dx \tag{18}$$

$f_X(x)$ تابع چگال احتمال مشترک متغیرهای تصادفی است. در عمل به دلیل نبود اطلاعات کافی در مورد تابع چگالی احتمال مشترک و همچنین فرم غیرخطی تابع حالت حدی محاسبه انتگرال چندگانه رابطه (19) سخت و حتی غیرممکن است؛ بنابراین از روش‌های انتگرال تقریبی استفاده می‌شود. در میان این روش‌ها تقریب مرتبه اول[1] (FORM) به علت سادگی و کارایی مطلوب است. ایده این روش انتقال انتگرال از فضای تصادفی اصلی به فضای نرمال با معیار اطمینان قابل اندازه‌گیری که به عنوان کمینه فاصله مرکز از تابع حالت حدی در فضای نرمال تعریف می‌شود و در شکل 1 نشان داده شده است.

با استفاده از تقریب FORM احتمال شکست و احتمال شکست مجاز از رابطه (19) به دست می‌آید [7].

$$P_{f_i} \approx \Phi(-\beta_i) \quad \text{و} \quad P_{f_i}^{\text{T}} \approx \Phi(-\beta_i^{\text{T}}) \tag{19}$$

تابع توزیع تجمعی استاندارد، β_i^{T} معیار اطمینان هدف برای قید i-ام و β_i معیار اطمینان محاسبه شده از مرکز تا محتمل‌ترین نقطه شکست در فضای نرمال است. به وسیله انتقال رزنبلات[2] بردار متغیرهای تصادفی X به بردار نرمال U (میانگین صفر و انحراف معیار واحد) منتقل می‌شود و با $U=T(X)$ یا $X = T^{-1}(U)$ بیان می‌شود. برای توزیع نرمال بردار نرمال U با رابطه (20) به دست می‌آید [7].

$$U = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \tag{20}$$

μ_x و σ_x به ترتیب میانگین و انحراف استاندارد مربوط به متغیر X است. براساس انتقال بالا تابع قید به صورت رابطه (21) بیان می‌شود [7].

$$G_i(\rho, X) = G_i(\rho, T^{-1}(U)) = g_i(\rho, U) \tag{21}$$

که g_i قید i-ام در فضای نرمال است.

3-2-1- روش معیار اطمینان[3] (RIA)

هنگامی که قیود قابلیت اطمینان در ترم‌هایی از معیار اطمینان برآورد می‌شوند، در RBTO رابطه (18) می‌تواند به شکل رابطه (22) بیان شود [1].

$$\begin{aligned} &\text{کمینه‌سازی}: C(\rho) \\ &\text{با قیود}: \beta_i \ge \beta_i^{\text{T}} \quad (i = 1, \dots, m) \end{aligned} \tag{22}$$

جهت ارزیابی قیود احتمالاتی برای روش RIA حلقه تو در تو بهینه‌سازی ضروری است. با توجه به آن‌که تعریف معیار قابلیت اطمینان، کمترین فاصله مبدأ از تابع حالت حدی تقریب زده می‌شود، شاخص قابلیت اطمینان به عنوان مسئله بهینه‌سازی با یک قید تساوی در فضای U به صورت رابطه (23)

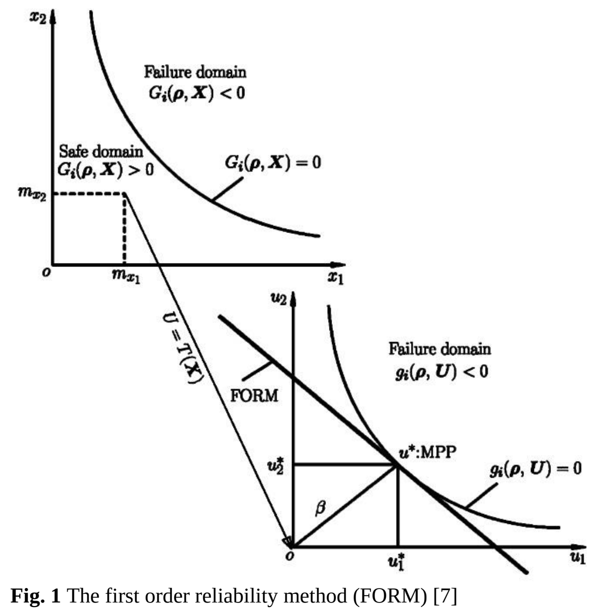

Fig. 1 The first order reliability method (FORM) [7]

شکل 1 قابلیت اطمینان مرتبه اول [7]

[1] First order reliability method

[2] Rosenblatt

[3] Reliability Index Approach

فرمول‌بندی می‌شود [1].

$$\text{کمینه‌سازی}: \beta_i = \| u \| = \sqrt{u^{\mathrm{T}} u}$$
$$\text{با قیود}: g_i(\rho, U) = 0 \qquad (23)$$

نقطه بهینه در سطح شکست محتمل‌ترین نقطه شکست (MPP) نامیده می‌شود.

3-2-2-روش اندازه‌گیری عملکرد[1] (PMA)

با استفاده از فرمول‌بندی PMA در RBTO در رابطه (18) به شکل رابطه (24) بیان می‌شود [7].

$$\text{کمینه‌سازی}: C(\rho)$$
$$\text{با قیود}: {G_i}^{\mathrm{P}}(\rho, X) \geq 0 \quad (i = 1, \ldots, m) \qquad (24)$$

${G_i}^{\mathrm{P}}$ مقدار تابع عملکرد در نقطه MPP است که از رابطه (25) محاسبه می‌شود [7].

$$\text{کمینه‌سازی}: g_i(\rho, U)$$
$$\text{با قیود}: \| u \| = \sqrt{u^{\mathrm{T}} u} = \beta_i^{\mathrm{T}} \qquad (25)$$

4- الگوریتم ازدحام ذرات (PSO)

الگوریتم PSO فضای یک تابع هدف را با تنظیم مسیرهایی از عوامل فردی به نام ذرات جستجو می‌کند که این مسیرهای قطعه به قطعه از بردارهای موضعی به شیوه‌ای شبه تصادفی تشکیل شده است. حرکت هر ذره شامل دو مؤلفه اصلی که یک قسمت تصادفی و یک قسمت قطعی است. هر ذره به سمت بهترین موقعیت کلی g^* و بهترین مکان خود x_i^* حرکت می‌کند. در حالی که در همان زمان تمایل به حرکت تصادفی دارد، هدف پیدا کردن بهترین مکان کلی در میان همه بهترین راه‌حل کنونی است تا زمانی که هدف دیگر بهبود زیادی نیابد و یا تعداد تکرار معینی ادامه می‌یابد [8].

x_i و v_i به ترتیب بردار مکان و بردار سرعت جز i هستند و بردار سرعت جدید از رابطه (26) به دست می‌آیند [8].

$$v_i^{t+1} = \theta v_i^t + \alpha \epsilon_1 (g^* - {x_i}^t) + \beta \epsilon_2 (x_i^{*(t)} - {x_i}^t) \qquad (26)$$

ϵ_1 و ϵ_2 دو بردار تصادفی بین صفر و یک است. پارامترهای ثابت α وβ پارامترهای یادگیری و θ پارامتر وزن اینرسی که در این مقاله به ترتیب 0.3، 0.5 و 0.2 اختیار شده است.

مکان اولیه همه ذرات باید توزیع به نسبت یکنواختی داشته باشد به طوری که بتوانند بسیاری از مناطق را پوشش دهند. این امر به ویژه برای مسائل چند حالته مهم است. سرعت اولیه می‌تواند صفر در نظر گرفته شود ($v_i^{t=0} = 0$).

موقعیت جدید به وسیله رابطه (27) به‌روز رسانی می‌شود [8].

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \qquad (27)$$

5-بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات

برای حل روابط (25,23) از الگوریتم‌های مختلف استفاده شده است، ولی دو نقطه ضعف این الگوریتم‌ها این است که آن‌ها نیازمند محاسبه مشتق‌های توابع حالت حدی نسبت به متغیرهای تصادفی هستند، همچنین این روش‌ها ممکن است در مسائل غیرخطی با توابع عملکرد پیچیده برای یک سازه موجب ناپایداری حل به صورت نوسانی و حل مغشوش شود. در نتیجه استفاده از الگوریتم PSO در این مقاله پیشنهاد می‌شود که علاوه‌بر نداشتن مشکلات پیشتر گفته شده نیازمند تقریب تابع حالت حدی نیست.

اگر در فرایند بهینه‌سازی توپولوژی از روش RIA برای ارزیابی قابلیت اطمینان استفاده شود باید از روش جریمه خارجی استفاده کرد. براساس روش جریمه حل رابطه (24) معادل با حل رابطه (28) است [9].

$$\text{کمینه‌سازی}: \sum_{i=1}^{n} u_i^2 + \lambda \xi (G(T^{-1}(u))) \qquad (28)$$

در آن λ و ξ به ترتیب ضریب جریمه و تابع جریمه است. انتخاب تابع و ضریب جریمه در رابطه (28) در همگرایی فرایند جستجو بسیار مهم است. در این مقاله استفاده از روش PMA برای غلبه بر این ضعف پیشنهاد می‌شود به‌گونه‌ای که ذرات در الگوریتم PSO را در مختصاتی به فاصله β_i^{T} در فضای نرمال پخش و محدود به حرکت در این مختصات می‌شود. برای نمونه دو متغیر تصادفی بر محیط دایره‌ای به شعاع β_i^{T} و برای سه متغیر تصادفی بر محیط کره‌ای به شعاع β_i^{T} تشکیل، سپس کمینه تابع عملکرد محاسبه می‌شود. در صورت مثبت بودن آن فرایند حذف و اضافه انجام می‌گیرد.

5-1- گام‌های حل مسئله به روش الگوریتم ازدحام ذرات

گام‌های حل مسئله را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت.

گام نخست: مدسازی اجزای محدود و حل اجزای محدود

گام دوم: محاسبه ضریب حساسیت

گام سوم: پخش تصادفی ذرات در مختصاتی به فاصله β_i^{T} و حرکت بر این مختصات و یافتن مقدار کمینه تابع عملکرد

گام چهارم: حذف و اضافه المان‌ها

گام پنجم: تکرار گام‌های اول تا چهارم تا زمانی که مقدار تابع عملکرد در محتمل‌ترین نقطه[2] (MPP) مقدار مثبت داشته باشد.

6- مثال‌ها

6-1- مثال اول

تیر یکسر گیردار نشان داده شده در شکل‌های 2 به طول (L) 80mm، ارتفاع (H)50mm و ضخامت (T)1mm است. دامنه طراحی به 80·50 المان تنش صفحه‌ای تقسیم می‌شود. مدول یانگ 100GPa و بار 100N به انتهای آزاد تیر وارد می‌شود.ER = 2% و. AR = 5% استفاده می‌شود. مدول یانگ بار و ضخامت به عنوان متغیرهای تصادفی انتخاب می‌شوند. برای هر متغیر تصادفی توزیع نرمال با واریانس 10% مقدار میانگین و معیار اطمینان هدف برابر 3 در نظر گرفته می‌شود.

DTO به صورت رابطه (29) بیان می‌شود.

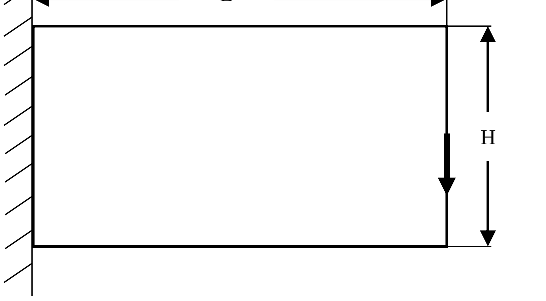

Fig. 2 Design domain of example 1

شکل 2 دامنه طراحی مثال اول

[1] Performance Measure Approach

[2] Most probable point

$$\text{کمینه‌سازی}: V \quad \text{با قید}: \mathrm{G} = \delta_{\text{all}} - \delta \geq 0 \tag{29}$$

V حجم، δ تغییر مکان واقعی و δ_{all} تغییر مکان مجاز و برابر با 0.0587mm فرض می‌شود.

RBTO به صورت رابطه (30) بیان می‌شود.

$$\text{کمینه‌سازی}: V \quad \text{با قید}: G^{\mathrm{p}}(\rho, X) \geq 0 \tag{30}$$

در هر گام ابتدا متغیرهای تصادفی پس از هر بار محاسبه ضرایب حساسیت بر محیط کره‌ای به شعاع β_i^{T} پخش می‌شوند. u_1 u_2 و u_3 به ترتیب مقدار مدول یانگ، بار و ضخامت در فضای نرمال است. از آن‌جا که مشخص است مقدار کمینه تابع عملکرد در u_1 و u_3 منفی و u_2 مثبت است برای همگرایی سریع‌تر PSO ذرات در یک هشتم محیط کره‌ای به شعاع 3 پخش می‌شوند. با الگوریتم PSO کمترین مقدار تابع عملکرد محاسبه می‌شود، در صورتی که تابع عملکرد در نقطه MPP بزرگ‌تر از صفر باشد حذف و اضافه المان‌ها انجام می‌گیرد. در شکل‌های 3-7 چگونگی روند رسیدن به نقطه MPP مشاهده می‌شود. همان طور که دیده می‌شود با پیشرفت الگوریتم تمام ذرات به سمت نقطه MPP حرکت می‌کنند و پس از

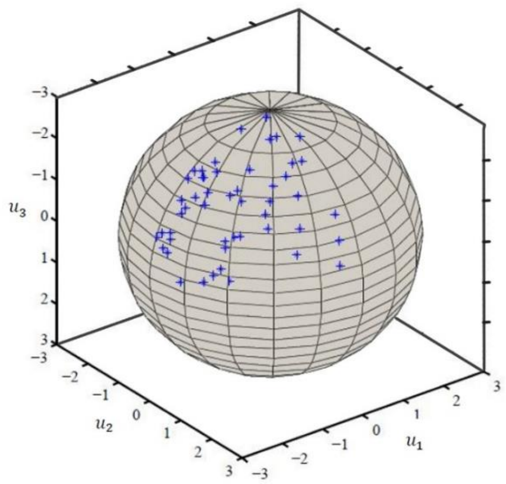

Fig. 3 Particles position in first iteration for final volume RBTO

شکل 3 موقعیت ذرات در تکرار اول برای حجم نهایی RBTO

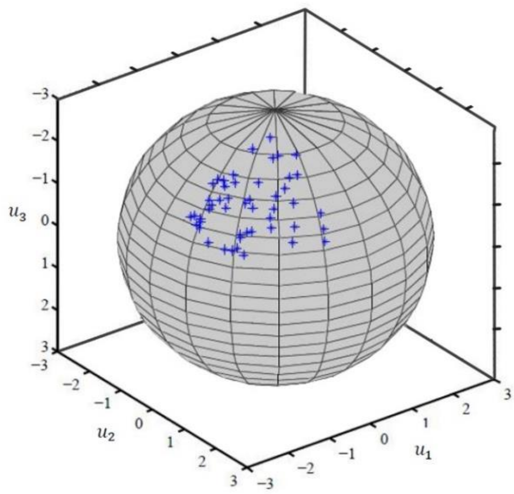

Fig. 4 Particles position in second iteration for final volume RBTO

شکل 4 موقعیت ذرات در تکرار دوم برای حجم نهایی RBTO

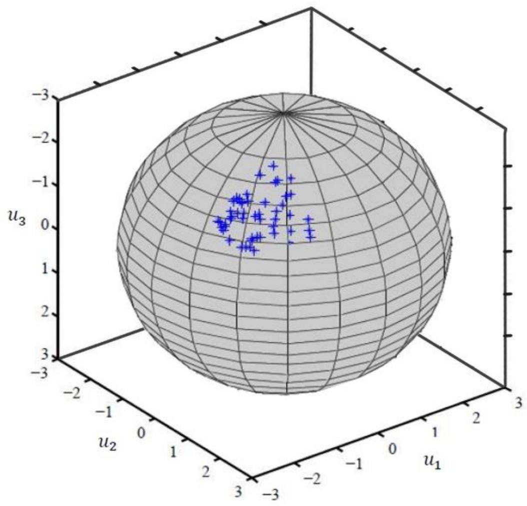

Fig. 5 Particles position in third iteration for final volume RBTO

شکل 5 موقعیت ذرات در تکرار سوم برای حجم نهایی RBTO

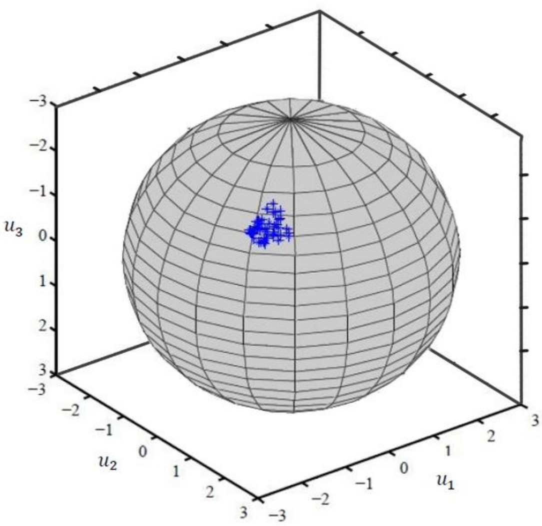

Fig. 6 Particles position in fourth iteration for final volume RBTO

شکل 6 موقعیت ذرات در تکرار چهارم برای حجم نهایی RBTO

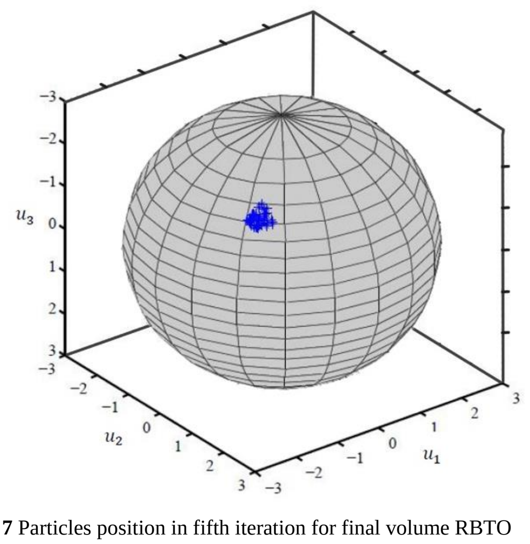

Fig. 7 Particles position in fifth iteration for final volume RBTO

شکل 7 موقعیت ذرات در تکرار پنجم برای حجم نهایی RBTO

حدود 5 تکرار به یک نقطه همگرا می‌شوند. بیشینه تغییر مکان در نقطه MPP برابر با 0.0587mm و در نقطه میانگین برابر 0.0496mm است.

شکل 8 توپولوژی حاصل از DTO و شکل 9 توپولوژی حاصل از RBTO را نشان می‌دهد. حجم نهایی و توپولوژی بسیار نزدیک به حل انجام شده توسط یو [3] است.

در جدول 1 مقایسه‌ای از نتایج به دست آمده با استفاده از الگویتم PSO و روش پاسخ سطح استاندارد [3] آورده شده است. حجم نهای RBTO و معیار اطمینان الگوریتم پیشنهادی بسیار نزدیک به نتایج یو [3] است. استفاده از الگوریتم PSO به دلیل نیاز بیشتر به حل اجزا محدود زمان حل بیشتری دارد، که این نقطه ضعف تا حدودی با نحوه پخش ذرات و الگوریتم پیشنهادی پوشش داده شده است. مشکل همگرایی روش جستجوی محتمل‌ترین نقطه شکست را ندارد، زیرا تنها به مقدار تابع حالت حدی نیاز دارد و به دلیل عدم نیاز به تقریب تابع حالت حدی در مسائل با تابع عملکرد پیچیده دقت بیشتری دارد و در عین حال استفاده از آن ساده است. همان‌طور که انتظار می‌رود حجم نهایی توپولوژی به‌دست‌آمده از RBTO برای برقراری قابلیت اطمینان به دلیل کاهش فضای قابل پذیرش ناشی از توزیع متغیرهای عدم قطعیت کمی بیش از DTO است.

6-2- مثال دوم

تیری به ابعاد 4m·1m و ضخامت 0.01m که در طول دو لبه کوتاه‌ترش دارای تکیه‌گاه گیردار در نظر گرفته می‌شود. نیروی 1000N به مرکز لبه بالایی وارد می‌شود دامنه طراحی نشان داده شده در شکل 10 به 60·240 المان تنش صفحه‌ای تقسیم شده و خواص مواد E=100GPa و $\upsilon = 0.3$ است. $ER = 2\%$

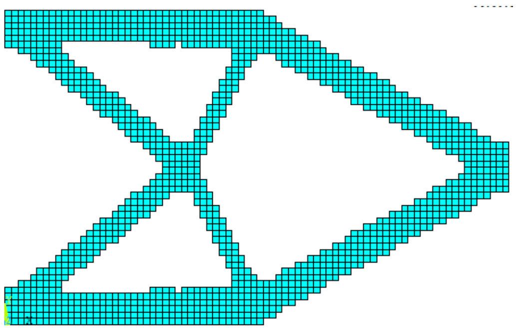

Fig. 8 The final topology of deterministic topology optimization of example 1

شکل 8 توپولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی مثال اول

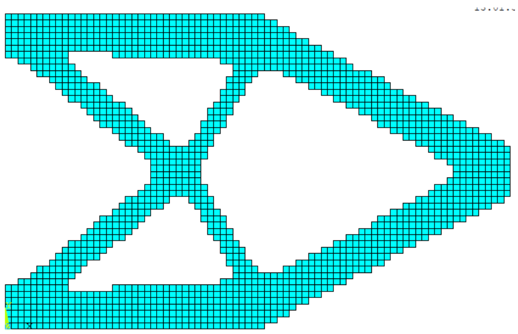

Fig. 9 The final topology of reliability based topology optimization of example 1

شکل 9 توپولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان مثال اول

جدول 1 نتایج طراحی مثال اول

Table 1 Results of the example 1

نوع تحلیل	حجم (%)	معیار اطمینان	نقطه طراحی: مدول یانگ (GPa)	نقطه طراحی: بار (N)	ضخامت (mm)
DTO[3]	31.2	--	100	100	1
DTO	31.2	--	100	100	1
RBTO[3]	37.1	3.08	NA	NA	NA
RBTO	36.9	3	94.33	105	0.94

و $AR = 5\%$ استفاده می‌شود. مدول یانگ و مقدار بار به عنوان متغیرهای تصادفی با انحراف استاندارد 10% مقدار میانگین و معیار اطمینان هدف برابر 3 فرض می‌شود.

DTO به صورت رابطه (31) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} &\text{کمینه‌سازی}: V \\ &\text{با قید}: G = \delta_{\text{all}} - \delta \geq 0 \end{aligned} \tag{31}$$

V حجم، δ تغییر مکان واقعی و δ_{all} تغییر مکان مجاز و برابر با 0.04mm فرض می‌شود.

RBTO به صورت رابطه (32) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} &\text{کمینه‌سازی}: V \\ &\text{با قید}: G^{\mathrm{P}}(\rho, X) \geq 0 \end{aligned} \tag{32}$$

u_1 و u_2 به ترتیب مقدار مدول یانگ و بار در فضای نرمال است. مقدار کمینه تابع عملکرد در u_1 منفی و در u_2 مثبت است. برای همگرایی سریع‌تر PSO ذرات در یک چهارم محیط دایره‌ای به شعاع 3 پخش می‌شوند. در شکل‌های 11-14 چگونگی روند رسیدن به نقطه MPP مشاهده می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود مانند مثال اول با پیشرفت الگوریتم تمام ذرات به سمت نقطه MPP حرکت می‌کنند و پس از حدود 5 تکرار به این نقطه همگرا می‌شوند. بیشینه جابه‌جایی در نقطه MPP برابر با 0.04mm و در نقطه میانگین برابر 0.0257mm است.

شکل 15 توپولوژی حاصل از DTO و شکل 16 توپولوژی حاصل از RBTO را نشان می‌دهد. در جدول 2 خلاصه‌ای از نتایج شکل‌های 15, 16 آمده، مانند مثال قبل حجم RBTO بزرگ‌تر DTO است.

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله RBTO و DTO براساس BESO انجام و استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات برای ارزیابی قابلیت اطمینان سازه پیشنهاد شد. از مزیت‌های الگوریتم پیشنهادی عدم نیاز به تقریب تابع حالت حدی و نداشتن مشکل همگرایی روش‌های جستجوی محتمل‌ترین نقطه شکست که در مسائلی با

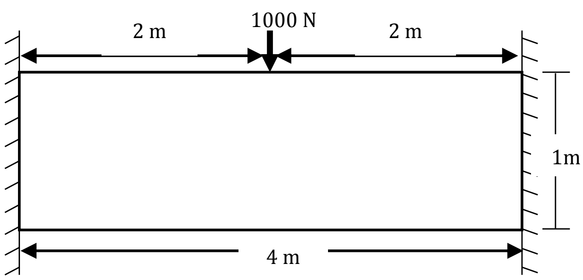

Fig. 10 Design domain of example 2

شکل 10 دامنه طراحی مثال دوم

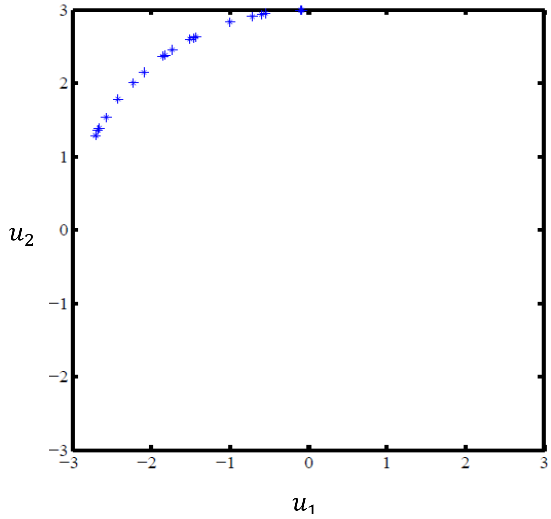

Fig. 11 Particles position in first iteration for final volume RBTO

شکل 11 موقعیت ذرات در تکرار اول برای حجم نهایی RBTO

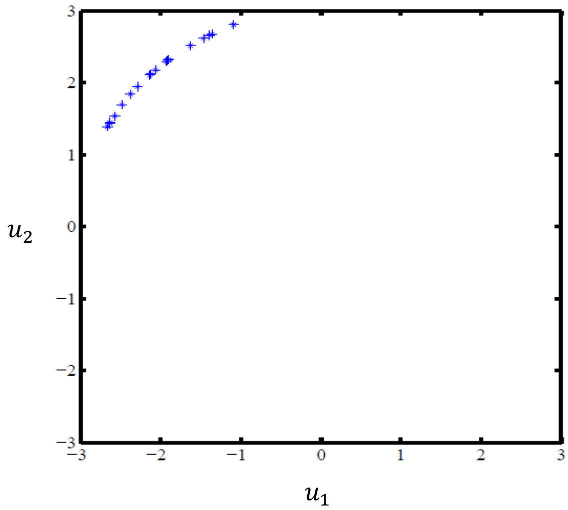

Fig. 12 Particles position in second iteration for final volume RBTO

شکل 12 موقعیت ذرات در تکرار دوم برای حجم نهایی RBTO

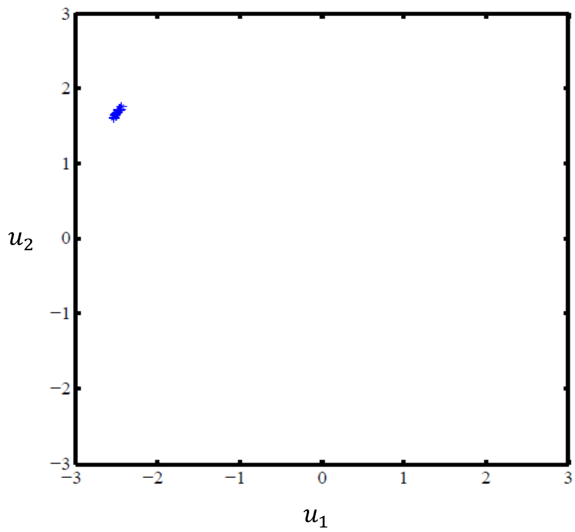

Fig. 13 Particles position in fourth iteration for final volume RBTO

شکل 13 موقعیت ذرات در تکرار چهارم برای حجم نهایی RBTO

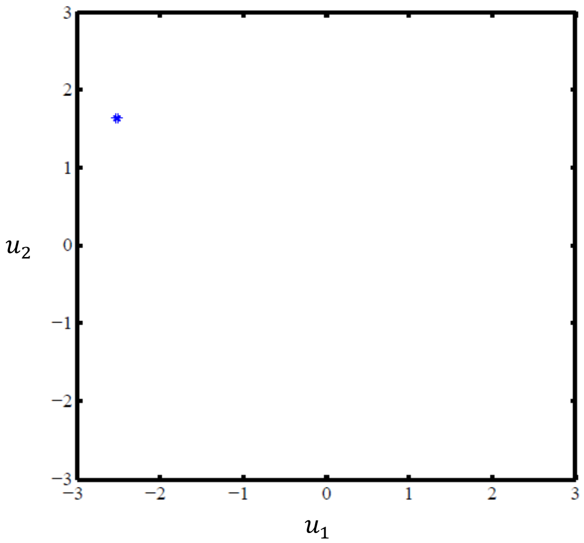

Fig. 14 Particles position in fifth iteration for final volume RBTO

شکل 14 موقعیت ذرات در تکرار پنجم برای حجم نهایی RBTO

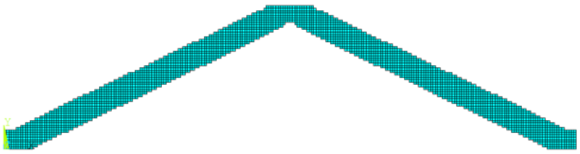

Fig. 15 The final topology of DTO of example 2

شکل 15 توپولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی مثال دوم

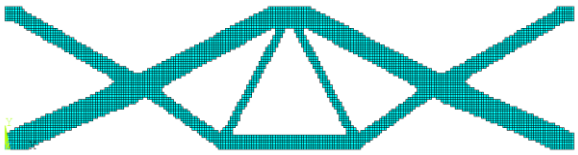

Fig. 16 The final topology of RBTO of example 2

شکل 16 توپولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان مثال دوم

جدول 2 نتایج طراحی مثال دوم

Table 2 Results of the example 2

نوع تحلیل	حجم (%)	نقطه طراحی: مدول یانگ (GPa)	نقطه طراحی: بار (N)
DTO	18.56	100	1000
RBTO	29.33	74.8	1162

توابع عملکرد پیچیده امکان دارد پیش آید، است. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم ازدحام ذرات می‌تواند به طور مؤثر در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان اعمال شود و همچنین استفاده از آن ساده و آسان است.

8- مراجع

[1] S. R. Kim, W. G. Lee, J. Y. Park, J. S. Yu, S. Y. Han, Reliability-based topology optimization using reliability index approach, *Proceeding of SPIE, The International Society for Optical Engineering*, Vol. 7375, paper. 73752W, pp.1-6, 2009.

[2] B. Keshtegar, Step size effect on convergence of the first order reliability method of structures *Civil and Environmental Engineering*, Vol. 45, No. 3, pp. 111-120, 2015. (in persian فارسی)

[3] K. S. Yoo, Y. S. Eom, J. Y. Park, M. G. Im, S. Y. Han, Reliability-

based topology optimization using successive standard response surface method, *Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 47, No. 7, pp. 843-849, 2011.

[4] Y. M. Xie, G. P. Steven, A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Computers & Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885-896, 1993.

[5] X. Y. Yang, Y. M. Xei, G. P. Steven, O. M. Querin, Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483-1488, 1999.

[6] X. Huang, Y. M. Xie, Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, *Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 43, No. 14, pp. 1039-1049, 2007.

[7] Q. Zhao, X. Chen, Z. Ma, Y. Lin, A comparison of deterministic, reliability-based topology optimization under uncertainties, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 29, No. 1, pp. 31-45, 2016.

[8] X. S. Yang, *Chapter 7-Particle Swarm Optimization, in: Nature-Inspired Optimization Algorithms*, pp. 99-110, Oxford: Elsevier, 2014.

[9] C. Elegbede, Structural reliability assessment based on particles swarm optimization, *Structural Safety*, Vol. 27, No. 2, pp. 171-186, 2005.