مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1396، دوره 17، شماره 8، ص‌ص 143-152

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی سیستم‌های دوار انعطاف‌پذیر بر مبنای مدل ناحیه تلرانسی

سعید خدایگان[1*]، حامد فلاح‌زاده ابرقویی[2]

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی 11155-9567، khodaygan@sharif.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 اردیبهشت 1396

پذیرش: 22 خرداد 1396

ارائه در سایت: 18 مرداد 1396

کلید واژگان:

تحلیل تلرانسی

سیستم‌های دوار

تلرانس‌های ابعادی و هندسی

خطای لنگی غیرتکراری

فرکانس طبیعی

تحلیل حساسیت

چکیده

به دلیل نیاز به دقت عملکردی بالا در سیستم‌های مکانیکی دوار در کاربردهای دقیق، بررسی اثرات خطاهای ابعادی و هندسی بر عملکرد نهایی سیستم در مرحله طراحی ضروری است. تحلیل تلرانسی ابزار مفیدی در تخمین اثرات ناشی از خطاها در پارامترهای مؤثر بر مشخصه‌های عملکردی یک سیستم مکانیکی می‌باشد. دقت عملکردی سیستم‌های دوار دقیق بر خلاف سیستم‌های مکانیکی غیردوار، علاوه بر خطاهای ابعادی و هندسی مربوط به ساخت اجزا به خطاهای مربوط به انعطاف‌پذیری و خیز شفت و همچنین به خطای لنگی غیرتکراری وابسته است. در این مقاله، روش جدیدی برای تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی سیستم‌های دوار با وجود خطاهای ابعادی و هندسی، اثرات ناشی از انعطاف پذیری و خطای لنگی غیرتکراری بر مبنای مدل ناحیه تلرانسی ارائه می‌گردد. ابتدا با استفاده از مفهوم درجات آزادی کوچک، خطاهای ابعادی و هندسی و خطای لنگی غیرتکراری در قالب مدل نواحی تلرانسی مدل‌سازی می‌گردد. سپس بر اساس استراتژی جدیدی، به منظور مدل‌سازی نحوه انتشار خطاهای ابعادی و هندسی جهت تحلیل تلرانسی، توابع عملکردی - مونتاژی سیستم دوار در شرایط استاتیکی و دینامیکی استخراج می‌گردد. مطابق با معادلات عملکردی- مونتاژی استخراجی یک سیستم دوار انعطاف پذیر، تغییرات موقعیت انتهایی شفت و تغییرات فرکانس طبیعی اصلی سیستم به عنوان مشخصه‌های عملکردی – مونتاژی محاسبه می‌گردد. به منظور نمایش نحوه پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده، یک سیستم مکانیکی دوار مورد تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی قرار می‌گیرد و جهت صحه‌گذاری، نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو مقایسه می‌شود.

Static and dynamic tolerance analysis of flexible rotary systems based on the tolerance zone method

Saeed Khodaygan*, Hamed Fallahzadeh

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B.11155-9567 Tehran, Iran, khodaygan@sharif.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 April 2017
Accepted 12 June 2017
Available Online 09 August 2017

Keywords:
Tolerance Analysis
Rotary systems
Dimensional and geometric tolerances
Non Repetitive Run-Out (NRRO)
Natural Frequency
Sensitivity Analysis

ABSTRACT

Because of increasing demands for using rotating systems with high accuracy and in high speed applications, in addition to the specific condition of rotating systems, it is necessary to analyze these rotating systems characteristics. Tolerance analysis is a useful tool for estimating effects of dimensional and geometrical errors of effective parameters on functional characteristics in a mechanical system. Unlike other mechanical systems, besides the dimensional and geometrical errors, the accuracy of the rotary systems performance directly depends on the flexibility of parts and Non Repetitive Run-Out (NRRO) errors. In this paper, a new method is proposed for static and dynamic tolerance analysis of the rotary systems with the dimensional and geometrical errors, the flexibility effects, and the NRRO errors based on the tolerance zone model. First, using the small degrees of freedom concept, the dimensional and geometrical errors and the NRRO error are modeled in the tolerance zone. Then, based on a new strategy, the performance-assembly functions of the system for modeling the error propagation of the rotary system in the static and dynamic conditions are extracted. Then, using the proposed equations, sensitivities of the requirements such as the end of shaft position and the main natural frequency to tolerances are computed. To illustrate applicability of the proposed method, a rotary system is considered as a case study. Monte Carlo simulations are used for validation of the computational results from proposed method.

1- مقدمه

در یک سیستم مکانیکی، عملکرد، کیفیت و هزینه‌ی محصول نهایی، انتخاب روش تولید، نحوه‌ی انجام بازرسی‌ها و روش‌های اندازه‌گیری و قابلیت و سهولت مونتاژ محصولات، همگی تحت تأثیر تلرانس‌های قطعات هستند. تحلیل تلرانسی، ابزار محاسباتی مناسبی جهت بررسی و تخمین اثرات تلرانس‌های ابعادی و هندسی در کیفیت، عملکرد، مونتاژپذیری و هزینه‌های

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Khodaygan, H. Fallahzadeh, Static and dynamic tolerance analysis of flexible rotary systems based on the tolerance zone method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 143-152, 2017 (in Persian)

نهایی تولید یک مجموعه مکانیکی است. توصیف و تحلیل کمّی ابعاد و هندسه اجزای یک مجموعه مکانیکی به طور ذاتی درگیر با مفاهیم مربوط به عدم قطعیت است. وجود خطاهای ابعادی و هندسی باعث عدم قطعیت در ابعاد و هندسه اجزای یک مجموعه مکانیکی می‌گردد. جهت تخمین اثر انباشتگی عدم قطعیت‌های ناشی از خطاهای ابعادی و هندسی در مشخصه‌های مونتاژی و عملکردی مجموعه‌های مکانیکی، روش‌های تحلیل تلرانسی مختلفی ارایه شده است. به طورکلی فرایند تحلیل تلرانسی می‌تواند دارای چهار مرحله اصلی مدل‌سازی تلرانسی جهت تعیین تابع طراحی، آماده‌سازی تابع طراحی برای تحلیل، تحلیل انباشتگی و تخمین درصد محصولات نامطلوب باشد[1]. بیشتر توانمندی‌ها و ضعف‌های هر یک از روش‌های تحلیل تلرانسی وابسته به نحوه مدل‌سازی تلرانسی به کار رفته در آن روش است. روش جدول‌بندی تلرانسی توسط وید در سال 1967 و 1983 ارائه گردید. در روش جدول‌بندی تلرانسی مشخصات ابعاد مؤثر، به وسیله بردارهایی به صورت یک بعدی در قالب جدول‌های تلرانسی مدل‌سازی می‌شوند[1]. باوجود سادگی، این روش تنها مناسب برای تحلیل‌های یک بعدی است. روش تحلیلی تلرانسی پارامتریک بر مبنای روابط پارامتریک هندسی استوار است. توصیف پارامتریک هندسه مجموعه مونتاژی، اطلاعاتی از ابعاد و قیود حاکم بر آنها را جهت بیان معادلات پارامتریک ارائه می‌کند. در تحلیل تلرانسی به روش پارامتریک بعد طراحی به صورت یک تابع جبری از متغیرهای مستقل بر مبنای قیود پارامتریک حاکم بر هندسه مجموعه بیان می‌گردد[2]. از مزایای این روش استفاده از قواعد استاندارد هندسی برای مدل‌سازی تلرانس‌هاست، از طرفی، مشکل اصلی این روش ناتوانی در مدلسازی تلرانسی هندسه‌های غیرتحلیلی و پیچیده است. در مدل ناحیه آفست، ناحیه تلرانسی به عنوان تفریق بولی حجم‌های ماکزیمم و مینیمم قطعه تعریف می‌شود، به طوری‌که که فضای آفست ایجادی معادل با تلرانس‌های قطعه است. این مدل توسط رکویچا در سال 1983 پیشنهاد شد[3]. ایراد اساسی این روش، ناتوانی در مدلسازی نواحی تلرانسی کنج‌هاست که منجر به ایجاد نقاط تکین در روابط می‌شود. چیس بر مبنای مدل سینماتیکی و با به کارگیری از روش خطی سازی مستقیم در توصیف زنجیره تلرانسی و با استفاده از مدل حلقه‌های برداری تغییرات تلرانسی را مدل‌سازی نمود[4] توانایی روش خطی‌سازی برداری، در تحلیل تلرانسی مجموعه‌هایی با ساختار مکانیزم شامل تلرانس‌های ابعادی است. این روش در تحلیل تلرانسی مجموعه‌هایی با هندسه گسترده شامل تلرانس‌های هندسی توانمند نیست. روش درجات آزادی، از شش سطح صفحه‌ای، استوانه‌ای، کره ای، مارپیچ، دوار و منشوری جهت مدل‌سازی استفاده می‌شود. این شش نهاد هندسی به علاوه قیود حاکم بر جسم صلب مقید را سطوح نسبی (TTRS) هفتگانه می‌نامند [5]. تحلیل تلرانسی بر مبنای این مدل بر پایه تغییرات سه بعدی ابعادی و هندسی ویژگی‌های هندسی قطعات مجموعه مورد تحلیل است، از این رو مناسب جهت تحلیل تلرانسی سه بعدی است. محدودیت مدل‌های پایه و عدم انطباق با استانداردهای تلرانس‌گذاری ابعادی و هندسی از محدودیت‌های این روش است. تحلیل تلرانسی برمبنای روش نگاشت تلرانسی (T-Map) توسط دیویدسون و شاه با پیشنهاد شد[6]. این روش تمامی تغییرات سه بعدی ابعادی و هندسی سطوح هندسی را می‌تواند مدل‌سازی کند. ایراد اصلی این روش محاسبات پیچیده در فضاهای چند بعدی است. هنوز این روش در مراحل توسعه مقدماتی قرار دارد و برای اشکال هندسی پیچیده قابل اجرا نیست. از دیگر روش‌های تحلیل تلرانسی، شبیه‌سازی مونت کارلو است. این روش برای تحلیل تلرانسی مجموعه‌های با توابع طراحی غیرخطی بسیار مناسب است [7]. ایراد اصلی این روش نیاز به تعداد زیاد شبیه‌سازی و زمان بر بودن این روش است. در این مقاله از روش درجات آزادی کوچک استفاده می‌شود. در این روش عدم قطعیت ابعاد و فرم هندسی خصیصه‌های تلرانس دار با استفاده از بازه‌های تلرانسی مدل‌سازی شده است. بر خلاف بیشتر روش‌های تحلیل تلرانسی، روش ارائه شده قادر به لحاظ نمودن تمامی اثرات تلرانس‌های ابعادی و هندسی می‌باشد. این روش با استانداردهای رایج اندازه‌گذاری و تلرانس گذاری هندسی سازگار است [8]. این روش در به کارگیری مفاهیمی از قبیل شرایط مادی و تلرانس‌های اضافی در فرایند تحلیل تلرانسی توانمند می‌باشد. این روش با قابلیت به کارگیری آسان، سازگاری با استانداردهای در تحلیل تلرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار با ویژگی‌های هندسی غیرمسطح تواناست.

بیشتر روش‌های تحلیل تلرانسی برای تحلیل انباشتگی از روش‌های بدترین حالت[1] و آماری[2] استفاده می‌کنند. این دو روش، توسط گرین وود و چیس [10,9] برای تحلیل خطی توابع مونتاژی غیرخطی ارائه و توسط موحدی و خدایگان برای تحلیل تلرانس‌های نامتقارن اصلاح گردید[12,11]. در این مقاله از روش بدترین حالت جهت انباشتگی تلرانسی مجموعه‌های دوار استفاده می‌گردد.

به دلیل کاربردهای دقیق سیستم‌های دوار، تحلیل تلرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار از اهمیت بالایی برخوردار است [13]. وینوگرادو با صرف‌نظر از تغییر شکل شفت دوار و سایر تلرانس‌های هندسی و ابعادی، اثرات عدم هم-محوری بر روی ارتعاشات سیستم شفت و دیسک دوار را بررسی نمود [14]. انصاریفرد و همکاران اثرات تلرانس‌های هندسی را بر روی فرکانس‌های طبیعی یک شفت دوار را بررسی کردند [15]. در این پژوهش، با استفاده از حل عددی اجزای محدود و اثرات تلرانس‌های هندسی تصادفی صرف نظر از تلرانس‌های ابعادی و اثرات ترکیبی تلرانس‌ها بر یکدیگر، بر فرکانس طبیعی در مودهای مختلف ارتعاشی بررسی شده است. علاوه بر خطاهای ابعادی و هندسی اجزای سیستم‌های مکانیکی و خطاهای مونتاژی، خطای لنگی غیرتکراری[3] به‌عنوان یک پارامتر کیفی مؤثر در دقت عملکرد سیستم‌های دوار بایستی مورد توجه قرار می‌گیرد. خطاهای غیرتکراری در محورهای دوار به واسطه پارامترهای ذاتی و تلرانس‌های یاتاقان‌ها و خطاهای موجود در یاتاقان-ها ایجاد می‌گردد. تحقیقات مختلفی در راستای بررسی اثرات خطاهای غیرتکراری در سیستم‌های دوار انجام شده است. تخمین میزان خطای غیرتکراری در یاتاقان‌های هوایی[4] به کمک مبدل‌های نوری دقیق [16]، بررسی خطاهای غیرتکراری ناشی از اسپیندل موتور و یاتاقان‌های هوایی با هدف بهبود دقت ذخیره اطلاعات بر روی دیسک‌ها [17]، بررسی اثرات تغییر شکل حلقه‌های داخلی و خارجی و ساچمه‌های یاتاقان‌ها بر ایجاد خطاهای غیرتکراری در اسپیندل موتور HDD [18]، استفاده از میراکننده‌های ارتعاشات ناشی از یاتاقان‌ها و اسپیندل به منظور کاهش خطای غیرتکراری درهارددیسک‌ها [19]، بررسی ارتباط خطاهای ابعادی در میزان خطاهای غیرتکراری در بلبرینگ تماس زاویه‌ای با استفاده از تنش‌های هرتزین و جمع آثار در اثر نیروهای شعاعی متفاوت برای بهینه‌سازی فرایند ساخت بلبرینگ در کاهش خطاهای غیرتکراری [20]، از مهم‌ترین پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه‌ی بررسی خطاهای غیرتکراری در یاتاقان‌هاست.

[1] Worst case
[2] Statistical
[3] Non-Repetitive Run-Out(NRRO)
[4] Air bearing

در این مقاله، روش جدیدی برای تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی سیستم‌های دوار انعطاف‌پذیر در تخمین انحرافات ابعادی و فرکانس‌های طبیعی بر مبنای مدل ناحیه تلرانسی ارایه می‌شود. در تحلیل تلرانسی استاتیکی موقعیت انتهایی شفت و در تحلیل تلرانسی دینامیکی، تغییرات فرکانس طبیعی مورد تحلیل قرار می‌گیرد و سپس تحلیل حساسیت الزامات مونتاژی- عملکردی نسبت به هر یک از تلرانس‌ها انجام می‌شود.

در ادامه مقاله در بخش 2، مراحل اصلی روش پیشنهادی تحلیل تلرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار معرفی و تشریح می‌گردد. سپس در بخش 3، به منظور نمایش نحوه پیاده‌سازی مراحل الگوریتم پیشنهادی و توانایی آن در تحلیل تلرانسی سیستم‌های دوار، یک سیستم مکانیکی دوار مورد تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی قرار می‌گیرد و جهت صحه‌گذاری، نتایج حاصل از تحلیل به روش پیشنهادی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت‌کارلو مقایسه می‌گردد. در پایان، جمع‌بندی مقاله ارایه می‌شود.

2- روش پیشنهادی جهت تحلیل تلرانسی سیستم‌های مکانیکی دوار

در این بخش، مراحل اصلی روش پیشنهادی برای تحلیل تلرانسی سیستم-های مکانیکی دوار معرفی می‌گردد. روش پیشنهادی دارای چهار گام اصلی است:

1) مدل‌سازی تلرانسی؛
2) استخراج تابع مونتاژی؛
3) تخمین تغییرات مشخصه‌های طراحی؛
4) تخمین میزان حساسیت و درصد مشارکت متغیرهای مؤثر.

در ادامه هریک از این گام‌های اصلی روش پیشنهادی تشریح می‌گردد.

2-1- مدل‌سازی تلرانسی

یکی از مهمترین مراحل در فرآیند تحلیل تلرانسی، مدل‌سازی تلرانسی مجموعه‌ها جهت تعریف تابع مونتاژی است. براساس استانداردهای اندازه-گذاری و تلرانس‌گذاری هندسی (مانند ASME Y14.5M-2009)، ناحیه تلرانسی فضایی است که تغییرات انتقالی و دورانی یک ویژگی هندسی را متناسب با اندازه تلرانس مربوطه محدود می‌کند [8,1]. به‌عبارت دیگر، ناحیه تلرانسی ناحیه‌ای است که ویژگی هندسی[1] مورد نظر بین مرزهای تلرانسی تعریف شده محدود می‌گردد. به هر تلرانس تعریف شده بر روی هر ویژگی هندسی، یک ناحیه تلرانسی تخصیص داده می‌شود. شکل این ناحیه متناسب با نوع تلرانس و نوع ویژگی تلرانس‌گذاری شده تعیین می‌شود. اندازه ناحیه تلرانسی به مقدار تلرانس، شرایط مادی و قوانین مشخصی وابسته است. موقعیت و جهت‌گیری ناحیه تلرانسی به نوع تلرانس و مبناها بستگی دارد. متناسب با نوع تلرانس (ابعادی و یا هندسی بودن) نواحی تلرانسی به دو دسته کلی نواحی تلرانسی ابعادی و نواحی تلرانسی هندسی تقسیم می‌گردند. در جدول 1 انواع نواحی تلرانسی متداول براساس نوع تلرانس به کارگرفته شده و نوع ویژگی تلرانس‌گذاری شده مطابق با استانداردهای رایج تلرانس-گذاری ارایه شده است [1]. بر اساس جدول 1 می‌توان متناسب با نوع ویژگی هندسی و نوع تلرانس هندسی مورد استفاده، نوع ناحیه تلرانسی را تعیین کرد. با توجه به تعریف ناحیه تلرانسی، قابلیت انحراف یک ویژگی هندسی در ناحیه تلرانسی مربوطه، درجه آزادی کوچک[2] نامیده می‌شود[1].

اگر ویژگی هندسی مشخصی در ناحیه تلرانسی خود دارای درجات آزادی کوچک باشد، مؤلفه‌های u، v و w معرف مؤلفه‌های بردار درجات آزادی کوچک جابجایی ε و مؤلفه‌های α، β و γ معرف مؤلفه‌های بردار درجات آزادی کوچک دورانی ω است (رابطه (1)):

$$\varepsilon = [u\,,v\,,w\,]^{t}\ ,\qquad \omega = [\alpha\,,\beta\,,\gamma\,]^{t} \tag{1}$$

در اجزای دوار که عموماً دارای شکل استوانه‌ای هستند، ناحیه تلرانسی به صورت دو استوانه هم‌محور است. بردارهای درجات آزادی کوچک مربوط به ناحیه تلرانسی دو استوانه هم محور (مطابق شکل 1) به صورت ترکیب دو درجه آزادی کوچک جابجایی در راستای شعاعی و یک درجه آزادی کوچک دورانی حول محورهای عمود بر محور استوانه با رابطه (2) بیان می‌گردد:

$$\varepsilon = [u\,,v\,,0]^{t}\ \ ,\ \ \omega = [\alpha\,,\beta\,,0\,]^{t} \tag{2}$$

بطوریکه مؤلفه‌های بردارهای درجات آزادی کوچک به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود:

$$u = \left[-\frac{t}{2},\frac{t}{2}\right],\ v = \left[-\frac{t}{2},\frac{t}{2}\right],\quad \alpha = \left[-\frac{t}{L},\frac{t}{L}\right],\ \beta = \left[-\frac{t}{L},\frac{t}{L}\right] \tag{3}$$

از آنجا که مؤلفه‌های انتقالی و دورانی ویژگی استوانه‌ای به‌دلیل تغییر در فضای تلرانسی دو استوانه هم محور، مستقل از یکدیگر نیستند، ارتباط بین تغییرات مؤلفه‌های انتقالی و دورانی در قالب یک قید بازه‌ای به‌صورت زیر بیان می‌گردد. رابطه ضمنی بین مؤلفه‌های درجات آزادی کوچک که توصیف کننده ناحیه دو استوانه هم محور به صورت رابطه (4) قابل بیان است:

$$\left(u+\frac{\alpha L}{2}\right)^{2}+\left(v+\frac{\beta L}{2}\right)^{2}=\left(\frac{t}{2}\right)^{2} \tag{4}$$

2-2- استخراج تابع عملکردی - مونتاژی

برای ارتباط بین خواسته‌های طراحی و متغیرهای ابعادی و هندسی مؤثر جهت اجرای فرآیند تحلیل تلرانسی بایستی رابطه‌ای استخراج نمود که به آن تابع عملکردی - مونتاژی می‌گویند. متناسب به اینکه تحلیل تلرانسی به صورت استاتیکی یا دینامیکی انجام شود، نحوه استخراج معادله عملکردی – مونتاژی متفاوت است. در ادامه نحوه استخراج معادله عملکردی – مونتاژی جهت تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی ارایه می‌گردد.

2-2-1- استخراج تابع عملکردی – مونتاژی جهت تحلیل تلرانسی استاتیکی

در تحلیل مجموعه‌های مکانیکی، قبل از اطمینان از برآورده شدن خواسته-های مورد نظر در حالت دینامیکی، نیاز تحلیل تلرانسی استاتیکی است. سیستم‌های مکانیکی دوار قبل از راه‌اندازی در حالت ساکن (استاتیکی) قرار دارند. معمولاً تحلیل مونتاژ پذیری سیستم‌های مکانیکی در شرایط استاتیکی انجام می‌شود و کاملاً وابسته به بازه‌های تلرانسی قطعات می‌باشد. از طرفی، در حالت ساکن، مواردی همچون خیز در محل‌های حساس (مانند خیز در محل پره‌های توربین و یا در چرخ‌دنده‌های درگیر و یا در محل قرارگیری سنسورهای اندازه‌گیری موقعیت) از اهمیت بالایی در شروع حرکت و یا سایر کنترل‌های ابتدایی برخوردارند. با توجه به اهمیت اثرات تلرانس‌های ابعادی و هندسی در این موارد، علاوه بر بررسی اثرات ناشی از نیروهای خارجی سیستم دوار، انجام تحلیل تلرانسی سیستم‌های دوار در حالت استاتیکی (ساکن) نیز ضروری است. به منظور انجام تحلیل تلرانسی استاتیکی، خیز شفت در نقطه انتهایی به عنوان تابع هدف، تعریف گردیده است.

[1] Feature
[2] Small Degree Of Freedom(SDOF)

جدول 1 نواحی تلرانسی براساس نوع تلرانس، نوع ویژگی[1]

Table 1 Common types of tolerance zones depending on tolerance type and feature type [1]

نوع تلرانس	فرم				پروفیل		جهت	مکان			لنگی			
ویژگی هندسی	مستقیمی	تختی	دایره‌ای	استوانه‌ای	پروفیل خطی	پروفیل سطحی	زاویه‌ای	توازی	تعامد	موقعیت	هم مرکزی	تقارن	لنگی جزیی	لنگی کلی
نقطه	×	×	×	×	×	×	×	×	×	دوسطح موازی دایره استوانه کره	دایره	×	×	×
خط	دو خط موازی	×	دوایر هم مرکز	×	دومنحنی همنوا	×	دو خط موازی	دو خط موازی	دو خط موازی	×	×	دو خط موازی	دو خط موازی	×
محور	دوسطح موازی استوانه	×	×	×	دو خط موازی	×	دو خط موازی استوانه	دو خط موازی مکعب مستطیل استوانه	دو خط موازی مکعب مستطیل استوانه	دو خط موازی مکعب مستطیل استوانه استوانه		دو خط موازی مکعب مستطیل	×	×
لبه	دوسطح موازی	×	دوایر هم مرکز	×	دو خط موازی	×	×	×	×	×	×	×	دوایر هم مرکز	×
صفحه میانی	×	دوسطح موازی	×	×	×	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	×	دوسطح موازی	×	×
صفحه	×	دوسطح موازی	×	×	×	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	×	دوسطح موازی	×	×
سطح	دوسطح موازی مکعب مستطیل	دوسطح موازی	×	استوانه‌های هم محور	×	دوسطح موازی رویه‌های همنوا	دوسطح موازی	دوسطح موازی	دوسطح موازی	×	×	×	×	استوانه‌های هم محور دوسطح موازی رویه‌های همنوا
محیط	×	×	دوایر هم مرکز	×	×	×	×	×	×	×	×	×	دوایر هم مرکز استوانه‌های هم محور	×

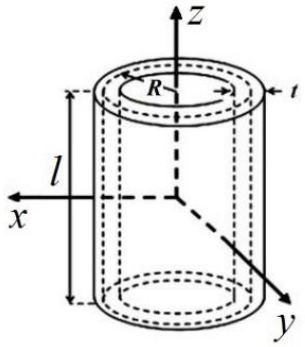

Fig. 1 3D Tolerance zone of two axial cylinders

شکل 1 ناحیه تلرانسی سه بعدی دو استوانه هم محور مربوط به یک ویژگی استوانه-ای

در برخی کاربردها، تابع طراحی مجموعه مونتاژی بصورت صریح و پارامتریک قابل بیان است و با استفاده از این تابع و با مدل‌سازی تلرانس‌های متغیرهای مستقل در قالب بازه‌های تلرانسی، می‌توان به نتایج دقیقی در تحلیل انباشتگی تلرانسی دست یافت. فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n$ ابعاد ساخت و y بعد مونتاژی در تابع مونتاژی باشند که به صورت صریح با رابطه (5) بیان شده است:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{5}$$

برای تعیین مقدار تلرانس خواسته طراحی در مجموعه مونتاژی، یک بردار به منظور تعیین موقعیت واقعی ویژگی هندسی نسبت به موقعیت نامی آن بر روی ویژگی هدف کلی تعریف می‌گردد.

$$\mathrm{Tol_t} = (\varepsilon_{\mathrm{T}} - r \times \omega_{\mathrm{T}})\, n \tag{6}$$

بطوریکه بردار r موقعیت نامی نقطه‌ای با مختصات از ویژگی هدف کلی را در دستگاه مختصات مربوطه بیان می‌کند که با به‌کارگیری این بردار، تغییرات سه بعدی هر نقطه از ویژگی هندسی می‌تواند تعیین گردد. تلرانس بعد مونتاژی از تصویر بردار موقعیت واقعی در نقطه مشخصی از ویژگی هدف کلی در راستای بردار واحد n که همراستا با بعد خواسته مونتاژی است، تعیین می‌شود. رابطه، تابع بین تلرانس خواسته عملکردی - مونتاژی و مؤلفه‌های بردارهای درجات آزادی کوچک است که تابع مونتاژی (تابع طراحی) نام دارد. بطورکلی تابع مونتاژی در روش پیشنهادی بصورت رابطه (7) بیان می‌گردد:

$$\mathrm{Tol_t} = f(u_1, v_1, w_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \dots, u_n, v_n, w_n, \alpha_n, \beta_n, \gamma_n) \tag{7}$$

2-2-2- استخراج تابع عملکردی– مونتاژی جهت تحلیل تلرانسی دینامیکی

به منظور استخراج تابع عملکردی – مونتاژی جهت تحلیل تلرانسی دینامیکی یک سیستم دوار با لحاظ نمودن اثرات انعطاف‌پذیری، بایستی معادله مشخصه شفت دوار بر اساس معادلات ارتعاشی مربوطه استخراج گردد. با توجه به اهداف پیش‌رو در بررسی اثرات تلرانس‌های ابعادی و هندسی در ایجاد انحرافات موقعیتی و ویژگی‌های ذاتی مجموعه همچون فرکانس طبیعی، نیاز به لحاظ نمودن ناحیه تلرانسی در استخراج روابط ارتعاشی است.

مطابق با شکل 2، با فرض ناچیز بودن نیروی ژیروسکوپی، بر اساس رابطه تعادل گشتاور خمشی برای المان مورد بررسی، حول محور z، در نقطه‌ی "O" می‌توان رابطه (8) را نوشت:

$$\big(M(x,t)+dM(x,t)\big)-M(x,t)-\big(V(x,t)+dV(x,t)\big)dx +f(x,t)dx\frac{dx}{2}+f_c(x,t)\frac{dx}{2}=0 \qquad (8)$$

بطوریکه ω' سرعت دورانی، $M(x,t)$ گشتاور خمشی، $V(x,t)$ نیروی برشی، $y(x,t)$ خیز تیر دوار (شفت) در موقعیت محوری x و لحظه t است. $f(x,t)$ و $f_c(x,t)$ به ترتیب نیروی گسترده در واحد طول و نیروی گریز از مرکز المان جرمی مورد بررسی (dm) در موقعیت محوری x و لحظه t است. مقدار نیروی گریز از مرکز $f_c(x,t)$ متناسب با بازوی خارج از مرکزیت (خیز تیر) برابر با $f_c(x,t)=y(x,t)\omega'^2\rho A(x)$ می‌باشد. با استفاده از رابطه تعادل در راستای y و با حذف ترم‌های مرتبه‌ی دوم کوچک و ساده سازی، رابطه‌ی (8) می‌توان رابطه (9) را نوشت:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x,t)+\rho A(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)=f(x,t)+ y(x,t)\omega'^2\rho A(x) \qquad (9)$$

بطوریکه E و I به ترتیب مدول الاستیسیته و ممان اینرسی جرمی تیر دوار است. مطابق با رابطه‌ی (8)، برای تیر دوار یکنواخت می‌توان رابطه (10) نوشت:

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}(x,t)+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)-\omega'^2\rho A y(x,t) = f(x,t) \qquad (10)$$

رابطه حاصل، معادله ارتعاشات اجباری تیر دوار است. به این ترتیب، معادله‌ی ارتعاشات آزاد تیر دوار برابر است با:

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}(x,t)+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)-\omega'^2\rho A y(x,t)=0 \qquad (11)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها رابطه‌ی (12) قابل حل است[21]:

$$\frac{d^4W(x)}{dx^4}-\beta^4W(x)=0 \qquad (12)$$

$$\frac{d^2T(t)}{dt^2}+\omega_s^2T(t)=0 \qquad (13)$$

در شرایطی که پارامترهای β و ω_s به صورت زیر تعریف گردد؛

$$\beta^4=\frac{\rho A\omega^2}{EI} \qquad (14)$$

$$\omega_s^2=\omega^2-\omega'^2 \qquad (15)$$

جائی‌که ω به عنوان فرکانس طبیعی سیستم نقش ثابت تفکیک معادلات را بر عهده دارد. با توجه به این که خیز تیر به تمام مودهای ارتعاشی وابسته است، بنابراین جواب معادلات ارتعاشات سیستم مورد بررسی از مجموع پاسخ‌ها در مودهای مختلف سیستم بدست می‌آید. به عبارت دیگر پاسخ کلی و عمومی تیر دوار از مجموع مودهای نرمال تیر، حاصل می‌گردد:

$$y(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}[W_n(x)T_n(t)]$$
$$W_n(x)=C_{1n}\sin(\beta_n x)+C_{2n}\cos(\beta_n x)+C_{3n}\sinh(\beta_n x)+C_{4n}\cosh(\beta_n x)$$
$$T_n(t)=A_n\sin(\omega_{ns}t)+B_n\cos(\omega_{ns}t) \qquad (16)$$

ثوابت C_{in} در معادله‌ی (16) با توجه به شرایط مرزی تیر و ثوابت A_n و B_n با توجه به شرایط اولیه‌ی تیر محاسبه می‌گردند. تعیین ثوابت شرایط مرزی و شرایط اولیه به دلیل تعیین شکل نوسانات در طول زمان و استفاده در تحلیل تلرانسی دینامیکی ضروری است. به علاوه با تعیین شکل مود نوسانات، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات نیز تعیین می‌گردد. تعیین فرکانس‌های طبیعی از طریق رابطه‌ی (14) صورت می‌گیرد. به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی ابتدا تعیین مقدار β_n نیاز است که با توجه به معادله مشخصه تیر تعیین می‌گردد.

با تعیین معادله مشخصه شفت دوار به عنوان تابع عملکردی – مونتاژی جهت تحلیل تلرانسی دینامیکی، ثوابت رابطه‌ی (16) و مقدار β برای مودهای ارتعاشی مختلف استخراج می‌گردد. برای تعیین ثوابت رابطه‌ی (16) از شرایط اولیه استفاده می‌شود.

3-2- تخمین تغییرات مشخصه‌های طراحی

به‌طورکلی با فرض معلوم بودن میزان تغییرات مؤلفه‌های جابجایی‌های کوچک (u,v,w) و دوران‌های کوچک (α,β,γ) در نواحی تلرانسی مربوطه با استفاده از استراتژی بدترین حالت، محدوده‌های تلرانسی خواسته‌های

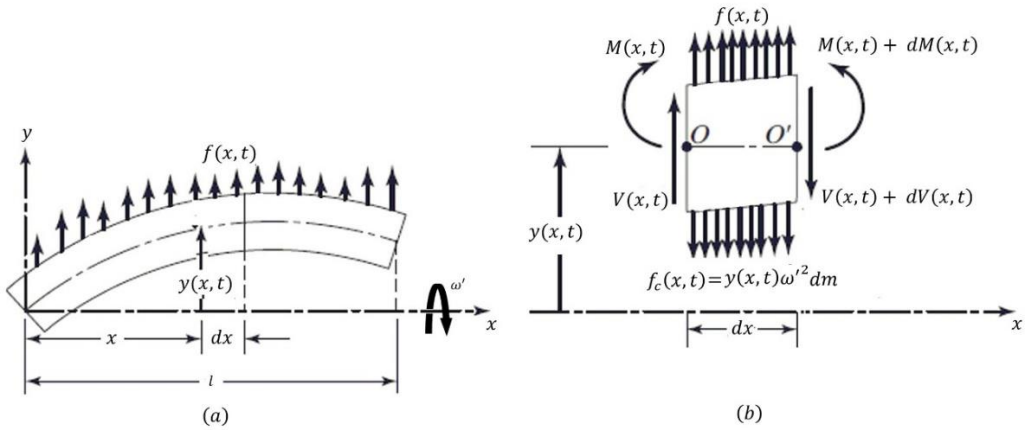

Fig. 2 a) The general state for analysis of a rotating beam under the external load **b)** The free body diagram of internal and external forces

شکل 2 a) حالت کلی در تحلیل تیر دوار در حضور نیروی گسترده خارجی b) دیاگرام آزاد نیروهای داخلی و خارجی

عملکردی- مونتاژی را می‌توان محاسبه نمود.

در تحلیل تلرانسی استاتیکی انحراف موقعیت مرکزی سیستم دوار را می‌توان به عنوان خواسته عملکردی - مونتاژی در نظر گرفت. در تحلیل تلرانسی- دینامیکی روتور، علاوه بر اعمال تغییرات ناشی از تلرانس‌های ابعادی و هندسی بایستی اثرات انعطاف پذیری شفت ناشی از ارتعاشات و خطاهای غیرتکراری ناشی از لنگی اجزای دوار نیز اعمال گردد. با توجه به ماهیت تصادفی، اعمال خطاهای غیرتکراری نیاز به بررسی دقیق ساختار اجزای دوار و به ویژه یاتاقان‌هاست. با رجوع به پژوهش‌های انجام شده در زمینه خطاهای غیرتکراری می‌توان از ساده‌ترین و در عین حال قابل اطمینان‌ترین روش‌ها به منظور اعمال خطاهای غیرتکراری ناشی از لنگی اجزای دوار استفاده نمود [20-26]. با توجه به نتایج پژوهش‌های پیشین، خطاهای غیرتکراری با توجه به نوع یاتاقان‌ها، فقط برای لقی یاتاقان‌ها در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر با توجه به میزان لقی موجود در یاتاقان‌ها، با توجه ابعاد و تلرانس‌ها، سهم مشخصی به خطاهای غیرتکراری اختصاص داده می‌شود. بدین منظور، طبق نتایج پژوهش انجام شده در مرجع [20]، میزان خطای غیرتکراری لنگی در یاتاقان‌های مورد بررسی، حداکثر 2% از سهم کل لنگی است که به صورت تصادفی با توزیع نامشخص ظاهر می‌شود.

2-4- تخمین میزان حساسیت و درصد مشارکت متغیرهای مؤثر

در تحلیل تلرانسی عمده‌ترین هدف از انجام تحلیل، بیان اهمیت و یا به عبارت دیگر حساسیت هریک از هدف‌های مونتاژی نسبت به تلرانس‌های مجموعه است. قبل از انجام تحلیل حساسیت نیاز است تا نتایج توابع مونتاژی به صورت پارامتری استخراج شده باشند و در این مرحله حساسیت توابع مونتاژی گوناگون بررسی شود.

در فرایند تحلیل تلرانسی (استاتیکی و دینامیکی)، تحلیل حساسیت نسبت به تلرانس‌های ابعادی و هندسی محاسبه می‌گردد ولی توابع مونتاژی در روش پیشنهادی بر اساس درجات آزادی کوچک استخراج گردیده‌اند، لذا ضروری است که حساسیت‌ها نسبت به تلرانس‌ها محاسبه گردد. فرض کنید تابع مونتاژی در تحلیل تلرانسی مطابق با رابطه (17) بیان گردد؛

$$f(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,u_i,v_i,w_i)=0\,,i=1,\dots,n \tag{17}$$

بطوریکه n تعداد مشخصه‌های هندسی فعال در تابع مونتاژی هستند. حال اگر حساسیت نسبت به تلرانس مشخص q مورد نظر باشد، ابتدا باید درجات آزادی که از این تلرانس ناشی می‌گردند را در نظر گرفت و سپس با استفاده از رابطه بین q و درجات آزادی مربوطه، تحلیل حساسیت نسبت به q را انجام داد.

از آنجا که رابطه معین بین درجات آزادی کوچک و تلرانس‌ها موجود نیست، برای یافتن رابطه بین تلرانس‌ها و درجات آزادی کوچک، به منظور تبدیل حساسیت نسبت به درجات آزادی به حساسیت نسبت به تلرانس‌ها، از روابط بیشینه مقادیر درجات آزادی برای کلیه درجات آزادی استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} &q_i=k_{1i}u_{i_{\max}}\ ,\ q_i=k_{2i}v_{i_{\max}}\\ &q_i=k_{3i}w_{i_{\max}}\ ,\ q_i=k_{4i}\alpha_{i_{\max}}\\ &q_i=k_{5i}\beta_{i_{\max}}\ ,\ q_i=k_{6i}\gamma_{i_{\max}} \end{aligned} \tag{18}$$

به طوریکه k_{ji} ضریب حساسیت تلرانس iام نسبت j امین مؤلفه درجه آزادی کوچک مشخصه هندسی است. بنابراین می‌توان تحلیل حساسیت را از تحلیل حساسیت به درجات آزادی خاص به تحلیل حساسیت نسبت به تلرانس q نسبت داد:

$$\frac{\partial f}{\partial q_i}=\frac{1}{k_{1i}}\frac{\partial f}{\partial u_i}+\frac{1}{k_{2i}}\frac{\partial f}{\partial v_i}+\frac{1}{k_{3i}}\frac{\partial f}{\partial w_i}+\frac{1}{k_{4i}}\frac{\partial f}{\partial \alpha_i}+\frac{1}{k_{5i}}\frac{\partial f}{\partial \beta_i}+\frac{1}{k_{6i}}\frac{\partial f}{\partial \gamma_i} \tag{19}$$

3- مطالعه موردی

جهت نمایش نحوه پیاده سازی مراحل الگوریتم پیشنهادی و توانایی آن در تحلیل تلرانسی سیستم‌های دوار، یک مثال به صورت موردی تحلیل و نتایج آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. جهت صحه گذاری، نتایج حاصل از تحلیل به روش پیشنهادی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو مقایسه می‌گردد.

3-1- تعیین ابعاد و تلرانس‌ها به منظور انجام شبیه‌سازی استاتیکی و دینامیکی

کلیه روابط استخراج‌شده و توابع هدف در تحلیل تلرانسی، تابع ابعاد و تلرانس‌های ابعادی و هندسی و مقادیرپارامترهای عملکردی سیستم دوار مورد مطالعه هستند که این مقادیر در جداول 2 و 3 ارایه شده‌اند. به دلیل استفاده از مدل ناحیه‌ی تلرانسی در مدلسازی تلرانس‌ها، بازه‌های تلرانسی ارایه شده در جدول2، معادل نواحی تلرانس‌های ابعادی و هندسی هستند که به منظور ساده سازی به صورت محدوده‌های بالا و پایین تلرانسی بیان شده است.

در شکل 3، شماتیکی از بخش مورد تحلیل سیستم دوار مورد مطالعه نشان داده شده است. جزییاتی از معرفی ابعاد و تلرانس‌های بخش مورد مطالعه در شکل 3 ارایه شده است.

3-2- تحلیل تلرانسی – استاتیکی سیستم دوار مورد مطالعه

در تحلیل تلرانسی استاتیکی پیش‌رو فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود:

- تغییرات دمایی ناچیز است.

از اثر وزن در این تحلیل صرف نظر می‌شود.

- در شرایط استاتیکی، خیز و تغییر شکل شفت و مجموعه یاتاقان‌ها ناچیزند.
- ابعاد قطعات مجموعه مکانیکی دوار، از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.

جدول 2 مقادیر نامی و حدود تلرانسی متغیرهای ابعادی

Table 2 Nominal values and tolerances of dimensional variables

متغیرهای ابعادی	مقدار نامی	حد پایین تلرانس	حد بالای تلرانس
A	200	1	1
B	9	0	0.03
D	30	1	1
E	7	0.10	0.10
F	9	0.01	0

جدول 3 مقادیر پارامترهای عملکردی سیستم دوار

Table 3 Values of functional parameters of the rotary system

پارامترهای عملکردی	مقادیر
چگالی	7800 kg/**m**^{3}
ضریب الاستیسیته	210 GPa
سرعت دوران	800 rpm

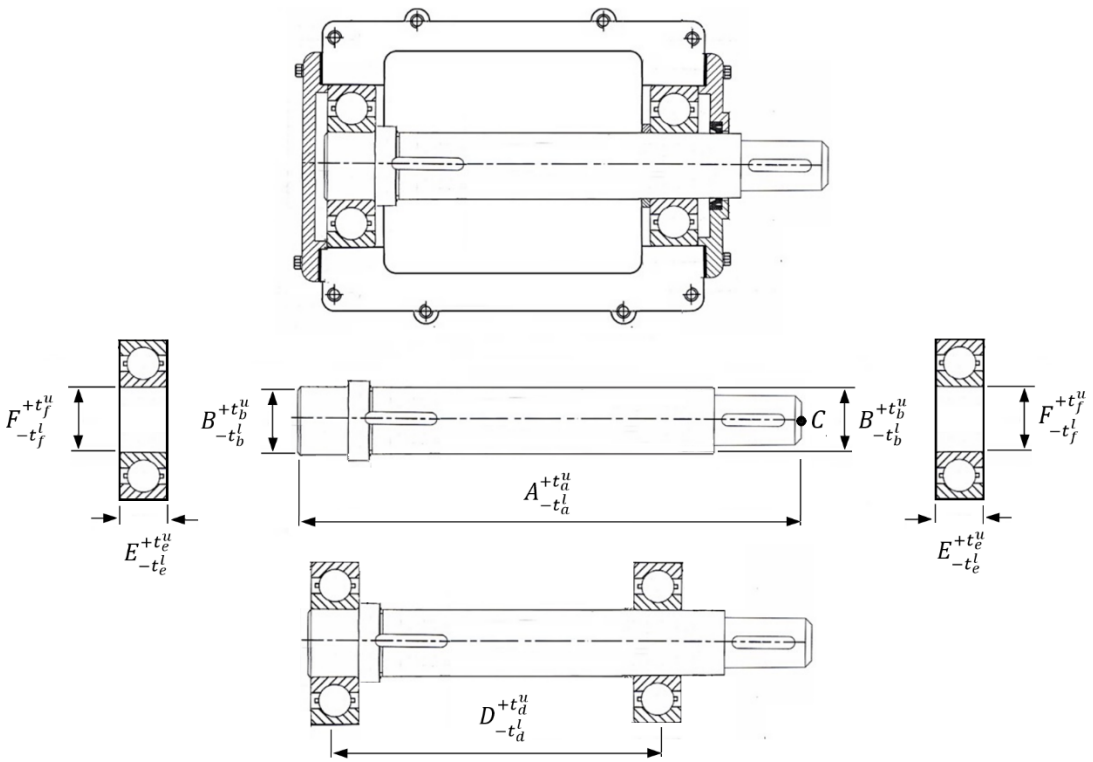

Fig. 3 Schematic and details of the rotating system that is studied

شکل 3 شماتیک و جزییاتی از بخش مورد تحلیل سیستم دوار مورد مطالعه

در تحلیل استاتیکی، هدف تحلیل تغییرات عمودی و افقی نقطه انتهایی شفت (C) است که با توجه به فرضیات مطرح شده، تحت شرایط "بدترین حالت" تابع مونتاژی – عملکردی به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$cl_{1x} = 2\left(u_{\mathrm{B1}} + \frac{E+w_{\mathrm{B1}}}{2}\beta_{\mathrm{B1}} - u_{\mathrm{Sh}} - \frac{A+w_{\mathrm{Sh}}}{2}\beta_{\mathrm{Sh}}\right) \quad (20)$$

$$cl_{1y} = 2\left(v_{\mathrm{B1}} + \frac{E+w_{\mathrm{B1}}}{2}\alpha_{\mathrm{B1}} - v_{\mathrm{Sh}} - \frac{A+w_{\mathrm{Sh}}}{2}\alpha_{\mathrm{Sh}}\right) \quad (21)$$

$$cl_{2x} = 2\left(u_{\mathrm{B2}} + \frac{E+w_{\mathrm{B2}}}{2}\beta_{\mathrm{B2}} - u_{\mathrm{Sh}} - \left(D + 2E - \frac{A}{2} + w_{\mathrm{B1B2}} + w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}} - \frac{w_{\mathrm{Sh}}}{2}\right)\beta_{\mathrm{Sh}}\right) \quad (22)$$

$$cl_{2y} = 2\left(v_{\mathrm{B2}} + \frac{E+w_{\mathrm{B2}}}{2}\alpha_{\mathrm{B2}} - v_{\mathrm{Sh}} - \left(D + 2E - \frac{A}{2} + w_{\mathrm{B1B2}} + w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}} - \frac{w_{\mathrm{Sh}}}{2}\right)\alpha_{\mathrm{Sh}}\right) \quad (23)$$

$$u_{\mathrm{assembly}} = \left(\frac{\frac{A}{2} + \frac{w_{sh}}{2}}{D + 2E + w_{\mathrm{B1B2}} + w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}}}\right)\left(\frac{cl_{2x}}{2} + \frac{cl_{1x}}{2} + u_{\mathrm{B2}} - u_{\mathrm{B1}}\right) + u_{\mathrm{B1}} - cl_{1x} \quad (24)$$

$$v_{\mathrm{assembly}} = \left(\frac{\frac{A}{2} + \frac{w_{sh}}{2}}{D + 2E + w_{\mathrm{B1B2}} + w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}}}\right)\left(\frac{cl_{2y}}{2} + \frac{cl_{1y}}{2} + v_{\mathrm{B2}} - v_{\mathrm{B1}}\right) + v_{\mathrm{B1}} - cl_{1y} \quad (25)$$

$$\alpha_{\mathrm{assembly}} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{cl_{2y}}{2} + \frac{cl_{1y}}{2} + u_{\mathrm{B2}} - u_{\mathrm{B1}}}{D + 2E + w_{\mathrm{B1B2}} + w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}}}\right) \quad (26)$$

$$\beta_{\mathrm{assembly}} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{cl_{2x}}{2} + \frac{cl_{1x}}{2} + v_{\mathrm{B2}} - v_{\mathrm{B1}}}{D + 2E + w_{\mathrm{B1B2}} + w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}}}\right) \quad (27)$$

$$Point_{\mathrm{C}} = \left[u_{\mathrm{ass}} + \frac{\beta_{\mathrm{ass}}(A+w_{\mathrm{Sh}})}{2}, v_{\mathrm{ass}} + \frac{\alpha_{\mathrm{ass}}(A+w_{\mathrm{Sh}})}{2}\right] \quad (28)$$

بطوری‌که در در رابطه (28)، تابع مونتاژی هدف بر اساس تلرانس‌های قطعات محور دوار با تئوری "بدترین حالت" استخراج گردیده است. تغییرات موقعیت هندسی قرارگیری مرکز انتهایی شفت، حاصل از تحلیل تلرانسی – استاتیکی در جدول 4 آورده شده است.

3-3- تحلیل تلرانسی – دینامیکی سیستم دوار مورد مطالعه

در تحلیل تلرانسی-دینامیکی، برای تعیین خیز شفت نیاز به تعیین ثوابت معادلات ارتعاشی تیر دوار و معادله مشخصه به منظور تعیین فرکانس طبیعی سیستم است. شفت سیستم دوار مورد مطالعه در قالب تیر دوار مدل‌سازی شده، همان تیر دوسرلولایی است که از یک طرف ادامه یافته است. بنابراین مقدار گشتاور خمشی در پین سمت راست صفر نیست و نمی‌توان از شرایط مرزی تیر دوسر لولا استفاده نمود. برای تیر یک‌سر لولا و سر دیگر آزاد، معادله مشخصه ارتعاشی به فرم رابطه‌ی (32) است که جواب‌های آن بیانگر فرکانس‌های طبیعی شفت مورد بررسی است [21]:

$$\tan\beta_n A + \tanh\beta_n A = 0 \quad (29)$$

$$W_n(x) = C_n(\sin\beta_n x + \alpha_n \sinh\beta_n x) \quad (30)$$

بطوری‌که:

جدول 4 تغییرات موقعیت هندسی قرارگیری مرکز انتهایی شفت بر اساس تحلیل تلرانسی - استاتیکی

Table 4. Variations of the end of shaft position in the static tolerance design

تغییرات موقعیت هندسی نقطه انتهایی C		محدوده تلرانس نقطه انتهایی C	
x_{C}	±0.10	Δx_{C}	0.2
y_{C}	±0.04	Δy_{C}	0.08

$$\alpha_n = \frac{\sin \beta_n A}{\sinh \beta_n A} \tag{31}$$

برای تعیین شرایط اولیه و ثوابت رابطه‌ی (30) شرایط مختلفی قابل استفاده است. می‌توان انحراف از محور دوران ناشی از تلرانس‌های هندسی شفت را بررسی نمود و یا خیز ناشی از وزن شفت را درنظر گرفت و یا اثر ترکیبی هر دو را مورد استفاده قرار داد. یکی از ایده‌های ساده برای تعیین ثوابت شرایط اولیه، این است که سرعت اولیه در جهت عمودی صفر فرض گردد و با یافتن خیز بیشینه در حالت استاتیکی مطابق با شکل مود اول ارتعاشی استخراج-شده تیر ثابت‌ها تعیین می‌گردد.

با توجه به ماهیت خطاهای غیرتکراری و طبق نتایج پژوهش ارایه شده در مرجع [20]، میزان خطای غیرتکراری لنگی در یاتاقان‌های مورد بررسی، حداکثر 2% از سهم کل لنگی است که با توزیع نامشخصی ظاهر می‌شوند. در تحلیل حاضر نیز 2% از سهم کل لنگی به عنوان خطای غیرتکراری لنگی به ناحیه تلرانسی اضافه می‌گردد. تحلیل تلرانسی - دینامیکی با درنظر گرفتن اثرات انعطاف پذیری و خیز انجام می‌گیرد. تغییرات موقعیت مرکز انتهایی شفت، حاصل از تحلیل تلرانسی – دینامیکی در جدول 5 ارایه شده است.

مطابق روابط (29) تا (31) می‌توان تحت هریک از شرایط مونتاژی، مقدار فرکانس طبیعی را با توجه به شرایط مرزی تعیین نمود. ابتدا فرکانس طبیعی اصلی در شرایط نامی استخراج و سپس تغییرات نسبی فرکانس طبیعی اصلی با وجود تلرانس‌های ابعادی و هندسی اجزای سیستم دوار محاسبه می‌گردد. درصد احتمال انحراف نسبی در فرکانس طبیعی اصلی سیستم مورد مطالعه با وجود تغییرات ابعادی و هندسی اجزای سیستم دوار نسبت به مقدار نامی در در منحنی شکل 4 ارایه شده است.

3-4- تحلیل حساسیت

با استفاده از رابطه‌ی (19)، درصد حساسیت توابع عملکردی- مونتاژی دینامیکی یعنی موقعیت انتهایی شفت و فرکانس طبیعی سیستم مکانیکی

جدول 5 تغییرات موقعیت هندسی قرارگیری مرکز انتهایی شفت بر اساس تحلیل تلرانسی - دینامیکی

Table 5. Variations of the end of shaft position in the dynamic tolerance design

تغییرات موقعیت هندسی نقطه انتهایی C		محدوده تلرانس نقطه انتهایی C	
x_C	± 0.2	Δx_C	0.4
y_C	± 0.1	Δy_C	0.2

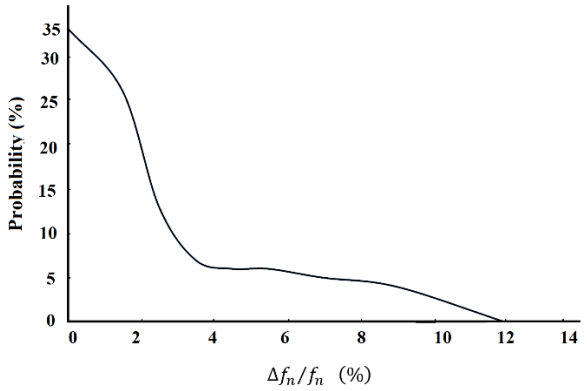

Fig.4 Probability of the relative deviation in the main natural frequency from the nominal value due to tolerances

شکل4 احتمال وقوع انحراف نسبی در فرکانس طبیعی اصلی از مقدار نامی ناشی از تلرانس‌ها

دوار نسبت به تلرانس‌های اجزا تخمین زد. نتایج حاصل از محاسبه درصد حساسیت موقعیت انتهایی شفت و فرکانس طبیعی سیستم مکانیکی دوار نسبت به تلرانس‌های اجزا در قالب هیستوگرام‌هایی درشکل‌های 5 و 6 ارایه شده است. مطابق با نتایج ارایه شده در هیستوگرام شکل 5، تلرانس‌های محل یاتاقان‌ها و شفت، بیشترین (26.5%) و تلرانس‌های عرضی یاتاقان‌ها کمترین (1%) اثر را بر موقعیت انتهایی شفت دارد. با توجه به نتایج ارایه شده در هیستوگرام شکل6، تلرانس‌های مربوط به طول شفت بیشترین (31%) و تلرانس‌های عرضی یاتاقان‌ها (2%) کمترین تاثیر را در تغییرات فرکانس طبیعی اصلی شفت دارند.

3-5- صحه‌گذاری نتایج حاصل از روش پیشنهادی تحلیل تلرانسی

برای بررسی صحت نتایج حاصل از تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی، مکان هندسی موقعیت مرکز انتهایی شفت با استفاده از 100 نمونه شبیه‌سازی مونت کارلو با با فرض مستقل بودن تغییرات متغیرهای ابعادی و هندسی در بازه‌های تلرانسی مطابق با توزیع احتمالی نرمال با شرایط مشابه تحلیل تلرانسی انجام و نتایج حاصل از تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی به ترتیب در شکل‌های 7 و 8 ارایه شده است. در شکل‌های 7 و 8، مرزهای مشخص شده با خطوط قرمز مربوط به محدوده‌های حاصل از تحلیل تلرانسی به روش پیشنهادی در شرایط استاتیکی و دینامیکی (مطابق با نتایج ارایه

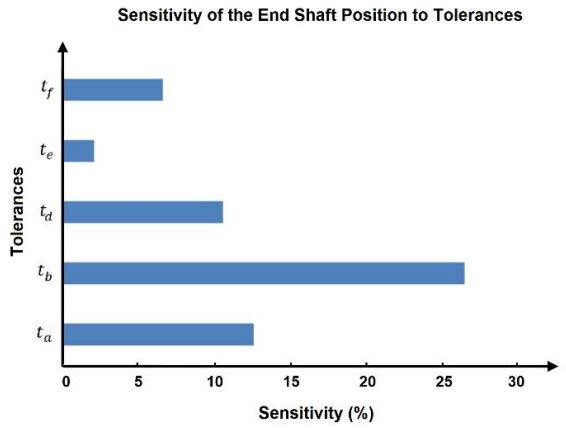

Fig. 5 Sensitivity of the end shaft position to tolerances

شکل 5 درصد حساسیت موقعیت انتهای شفت در تحلیل تلرانسی دینامیکی نسبت به تلرانس‌ها

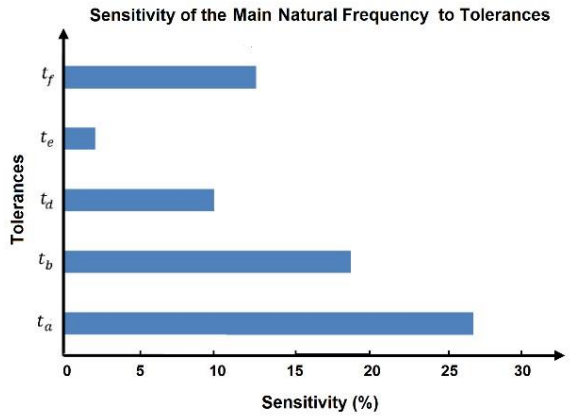

Fig.6 Sensitivity of the main natural frequency to tolerances

شکل 6 درصد حساسیت موقعیت انتهای شفت در تحلیل تلرانسی دینامیکی نسبت به تلرانس‌ها

شده در جداول 4 و 5 است. مطابق با شکل‌های 7 و 8، نتایج حاصل شبیه‌سازی‌های مونت کارلو، محدوده تغییرات موقعیت انتهای شفت حاصل از روش پیشنهادی در شرایط استاتیکی و دینامیکی را تایید می‌کند.

4- جمع‌بندی

تحلیل تلرانسی یک ابزار کلیدی جهت بررسی و تخمین اثرات تلرانس‌های ابعادی و هندسی در کیفیت، عملکرد و مونتاژپذیری یک مجموعه مکانیکی است. در این مقاله روش جدیدی برای تحلیل تلرانسی سیستم‌های دوار انعطاف‌پذیر بر مبنای مدل ناحیه تلرانسی ارایه شده است. روش پیشنهادی بر خلاف روش‌های پیشین، توانایی تحلیل تلرانسی سسیستم‌های دوار با وجود خطاهای ابعادی و هندسی، اثرات انعطاف‌پذیری و خطای لنگی غیرتکراری را در شرایط استاتیکی و دینامیکی داراست. برای نمایش قابلیت روش پیشنهادی در تحلیل تلرانسی یک سیستم دوار، یک سیستم دوار در شرایط استاتیکی و دینامیکی تحلیل تلرانسی گردید. جهت صحت‌سنجی نتایج حاصل از تحلیل تلرانسی استاتیکی و دینامیکی، نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو مقایسه شد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که نتایج حاصل از روش پیشنهادی تطابق خوبی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو دارد.

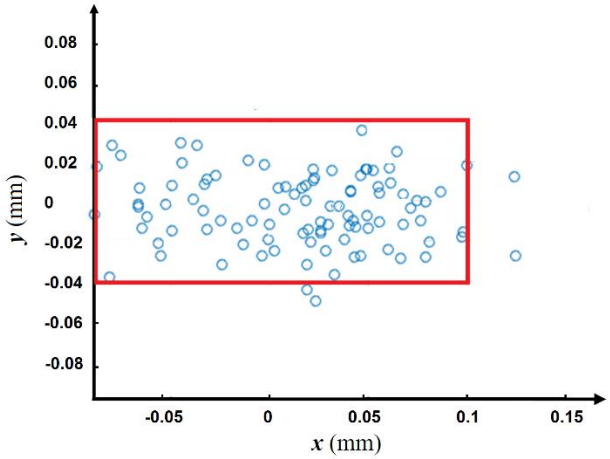

Fig. 7 Locus of the end shaft position at static conditions: comparing the results of the proposed tolerance analysis method and the results of Monte Carlo simulations

شکل 7 مکان هندسی موقعیت انتهای شفت در شرایط استاتیکی: مقایسه نتایج روش تحلیل تلرانسی پیشنهادی و نتایج شبیه‌سازی با روش مونت کارلو

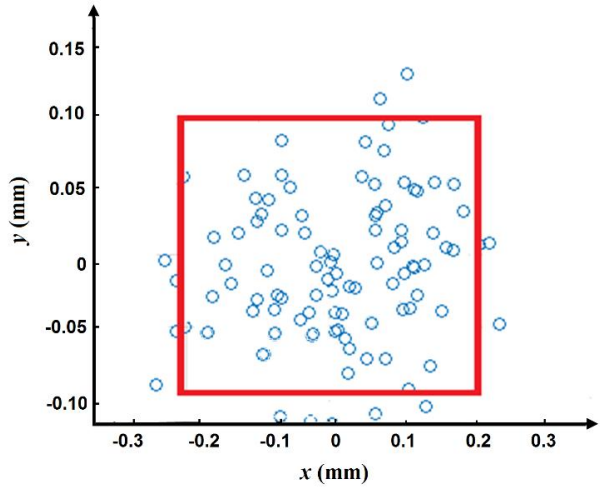

Fig. 8 Locus of the end shaft position at dynamic conditions: comparing the results of the proposed tolerance analysis method and the results of Monte Carlo simulations

شکل 8 مکان هندسی موقعیت انتهای شفت در شرایط دینامیکی: مقایسه نتایج روش تحلیل تلرانسی پیشنهادی و نتایج شبیه‌سازی با روش مونت کارلو

5- مراجع

[1] S. Khodaygan, M. Movahhedy, M. S. Fomani, Tolerance analysis of mechanical assemblies based on modal interval and small degrees of freedom (MI-SDOF) concepts, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 50, No. 9-12, pp. 1041-1061, 2010.

[2] T. K. Pasupathy, E. P. Morse, R. G. Wilhelm, A survey of mathematical methods for the construction of geometric tolerance zones, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 64-75, 2003.

[3] A. A. Requicha, Toward a theory of geometric tolerancing, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 2, No. 4, pp. 45-60, 1983.

[4] K. W. Chase, J. Gao, S. P. Magleby, General 2-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments, *Journal of Design and Manufacturing*, Vol. 5, No. 4, pp. 263-274, 1995.

[5] R. Jayaraman, V. Srinivasan, Geometric tolerancing: I. Virtual boundary requirements, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 33, No. 2, pp. 90-104, 1989.

[6] J. K. Davidson, A. Mujezinović, J. J. Shah, A new mathematical model for geometric tolerances as applied to round faces, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, No. 4, pp. 609–621, 2002.

[7] Y. Huiwen, W. Xiangji, Y. Jiangxin, Application of monte carlo method in tolerance analysis, *13th CIRP conference on Computer Aided Tolerancing*, Procedia CIRP 27, Vol. 1, No. 27, pp. 281-285, 2015.

[8] Standard ASME (2009) Dimensioning and tolerancing. Revision of ASME Y14.5M-. ASME, USA.

[9] W. H. Greenwood, K. W. Chase, Worst case tolerance analysis with nonlinear problems, *Journal of Engineering Industry ASME*, Vol. 110, No. 3, pp. 232–235, 1988.

[10] W. H. Greenwood, K. W. Chase, Root sum squares tolerance analysis with nonlinear problems, *Journal of Engineering Industry ASM*, Vol. 112, No. 4, pp. 382–384, 1990.

[11] M. R. Movahedy, S. Khodaygan, Tolerance analysis of mechanical assemblies with asymmetric tolerances, *Transaction SAE Journal Materials Manufacturing*, Vol. 116, No. 1, pp. 44-52, 2007.

[12] S. Khodaygan, M. R. Movahhedy, Tolerance analysis of assemblies with asymmetric tolerances by unified uncertainty–accumulation model based on fuzzy logic, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 53, Issue. 5, pp. 777–788, 2011.

[13] X. Jiang, L. Mathieu, A. Weckenmann, J. Guo, J. Hong, Z. Yang, Y. Wang, *The Twelfth CIRP Conference on Computer Aided TolerancingA Tolerance Analysis Method for Rotating Machinery*, Procedia CIRP, Vol. 10, pp. 77-83, 2013.

[14] O. Vinogradov, From random tolerances to random rotor vibrations, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 124, No. 3, pp. 539-542, 2002.

[15] A. A. Ansarifard, A. Jaamialahmadi, An investigation the effects of geometric tolerances on the natural frequencies of rotating shafts, *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 1, No. 2, pp. 103-111, 2014.

[16] A. C. Swann, J. C. Harrison, F. E. Talke, Non-repeatable runout measurement and simulation of fluid lubricated spindles, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1727-1732, 1996.

[17] K. Noda, M. Naoe, Novel NRRO minimization algorithm for an ultra-high-density servo track writer, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 5, pp. 2626-2628, 1997.

[18] S. Noguchi, T. Kanada, Development of measuring system for radial non-repetitive run-out (NRRO) and perception about present state of angular contact ball bearing for machine tools, *Tribology International*, Vol. 41, No. 12, pp. 1176-1180, 2008.

[19] G. Jang, S. Hong, D. Kim, J. Han, New design of a HDD spindle motor using damping material to reduce NRRO, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 5, pp. 2258-2260, 2000.

[20] Z. Yang, J. Hong, J. Liu, Y. Ding, M. Y. Wang, Theoretical method to reduce the non-repetitive run-out (NRRO) of angular contact ball bearings, *Proceeding of IEEE*, pp. 1-6, chicago IL: Saint Xavier University, 2011.

[21] S. S. Rao, F. F. Yap, *Mechanical Vibrations*, 5th Eddition, pp. 721-726, Addison-Wesley: New York, 2010.

[22] S. Noguchi, K. Hiruma, H. Kawa, T. Kanada, The Influence of location of balls and ball diameter difference in rolling bearings on the nonrepetitive runout (NRRO) of retainer revolution, *Precision Engineering*, Vol. 29, No. 1, pp. 11-18, 2005.

[23] Z. Yang, J. Hong, J. Zhang, M. Y. Wang, B. Li, A new method to analyze three-dimensional non-repetitive run-out (3D-NRRO) of angular contact ball bearings, *ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Denver, Colorado, USA, November 11–17, 2011.

[24] F. Ma, P. Ji, Z. Li, B. Wu, Q. An, Influences of off-sized rollers on mechanical performance of spherical roller bearings, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 229, No. 4, pp. 344-356, 2015.

[25] Y. Chen, X. Zhao, W. Gao, G. Hu, S. Zhang, D. Zhang, A new method for measuring the rotational accuracy of rolling element bearings, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 87, No. 12, pp. 125102, 2016.

[26] Z. Yang, H. Chen, T. Yu, B. Li, A high-precision instrument for analyzing nonlinear dynamic behavior of bearing cage, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 87, No. 8, pp. 085105, 2016.