مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1396، دوره 17، شماره 8، ص‌ص 279-290

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی بهینه‌ی یک راه‌رونده‌ی تناوبی تحت تحریک ضربه‌ای

محمدجواد محمدی[1]، مهیار نراقی[2*]، ، علی طهرانی‌صفا[3]، فرزاد توحیدخواه[4]

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
3- فارغ التحصیل دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
4- استاد، مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
* تهران، صندوق پستی 15875-4413، naraghi@aut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 18 فروردین 1396
پذیرش: 13 تیر 1396
ارائه در سایت: 20 مرداد 1396

کلید واژگان:
راه‌رونده‌ی تناوبی
تحریک ضربه‌ای
حوزه‌ی جذب
طول گام
دوشاخگی

چکیده

گام‌زنی چرخه‌ای غیرفعال عبارت است از طی کردن مسیری سرازیری با شیبی ثابت، بدون تزریق انرژی و کنترل، در قالبی متناوب. ویژگی تناوبی در این نوع گام‌زنی با جبران انرژی تلف شده حین هر برخورد پا با زمین توسط جاذبه شکل می‌گیرد. عمده مزیت این نوع گام‌زنی، مصرف انرژی بسیار پایین آن است، به‌گونه‌ای که محققین را به بسط مطالعات، به‌منظور گام‌زنی در سطوح بدون شیب با تزریق مقدار ناچیز انرژی (در عوض اثر جاذبه) سوق داده است. دیدگاه حاکم بر این پژوهش نشات گرفته از ایده‌ی اخیر بوده و با تحریک ضربه‌ای از ناحیه‌ی پاشنه در ابتدای هر گام و مدل‌سازی آن، نسبت به شبیه‌سازی یک نمونه‌ی دو بعدی در سطحی بدون شیب اقدام شده است. در این راستا تاثیر تغییرات پارامترهای طراحی از قبیل مکان تعبیه‌ی عملگر بر روی پا و شکل کف پا، بر روی مولفه‌های پایداری (مبتنی بر اندازه‌ی حوزه‌ی جذب) و طول گام شناسایی شده است. با اعمال مقادیر مختلف ضربه، نتایج به دست آمده در این پژوهش حکایت از طول گام و پایداری نسبی بالاتر، با انتخاب شکل متقارن کف‌پا و شعاع بیشتر آن دارد.

Optimal design of a limit cycle walker under the push-off actuation

Mohammad Javad Mohammadi[1], Mahyar Naraghi[1*], Ali Tehrani Safa[1], Farzad Towhidkhah[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran Iran
2- Department of Medical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 15875-4413, Tehran, Iran, naraghi@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 07 April 2017
Accepted 04 July 2017
Available Online 11 August 2017

Keywords:
Limit cycle walker
Push-off actuation
Basin of attraction
Gait length
Bifurcation

ABSTRACT

Passive limit cycle walking is a special type of walking happening on a flat and slight downhill surface, without any energy injection and control, and in a cyclic manner. Compensation of energy lost through every heel strike by gravity effect, creates the cyclic behavior for the walking. The main advantage of this type of walking is getting higher efficiency, leading researchers to extend their studies in order to make passive dynamic based walkers. These bipeds can walk on level ground surface with little energy injection, instead of the gravity effect. This fact describes the standpoint of this article. In this research, with impulsive push-off actuation in hand and developing the related models, the walking of an actuated planar parametric model on level ground surface is simulated. Also, the stability (with respect to the area of basin of attraction) and gait length have been analyzed by changing design parameters such as actuator’s location and foot shape. The results of this investigation indicate increase in relative stability and gait length for a larger foot’s radius and of symmetrical shape.

1- مقدمه

طی دو دهه اخیر در حوزه‌ی مطالعاتی سیستم‌های راه‌رونده، طیف جدیدی از پژوهش‌ها، مبتنی بر گام‌زنی غیرفعال شکل گرفته است. ایراد ناشی از مصرف بالای انرژی و عدم تناسب الگوی گام‌زنی میان ربات‌های انسان‌نما و انسان، فلسفه‌ی وجودی این طیف از مطالعات را رقم زده است [1].

راه‌رونده‌های غیرفعال دسته‌ای از ربات‌های راه‌رونده هستند که می‌توانند تنها به‌کمک نیروی گرانش، بر روی یک سراشیبی ملایم حرکت تناوبی پایدار داشته باشند. عدم نیاز به نیروی محرکه‌ی خارجی و کنترل، مصرف پایین انرژی، شباهت به مدل گام‌زنی انسان و پایداری شکننده از شاخص‌ترین ویژگی‌های این رباتهاست [3,2,1]. رهیافت‌های تحلیلی در طراحی ربات‌های انسان‌نما، بسط مطالعات در زمینه‌های کنترل و تحریک، بهینه‌سازی پارامترهای طراحی در مدل، مصرف انرژی، دینامیک غیرخطی از جمله زمینه‌ها و کاربردهایی است که می‌توان برای گام‌زنی مبتنی بر دینامیک غیرفعال متصور شد [7,6,5,4,2,1].

سابقه‌ی مطالعات در حوزه‌ی گام‌زنی غیرفعال به اوایل دهه 90 میلادی باز می‌گردد. مک‌گیر برای اولین بار موفق شد گام‌زنی غیرفعال را با به‌راه انداختن مدلی دوبعدی، دارای زانو و کف پا نشان دهد [2]. وی همچنین گام-زنی بر روی سطوح سربالایی را با تزریق ناچیز انرژی بررسی کرد [8]. مطالعات وی باب جدیدی در مبحث گام‌زنی‌های غیرفعال گشود؛ که از میان آنها می‌توان از کشف ارتباط میان دوره‌ی گام‌زنی و سرعت با مصرف انرژی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. J. Mohammadi, M. Naraghi, A. Tehrani Safa, F. Towhidkhah, Optimal design of a limit cycle walker under the push-off actuation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 279-290, 2017 (in Persian)

توسط برترام [9]، افزودن بالاتنه به راه‌رونده توسط برزووا [10]، مطالعه‌ی دوشاخگی، پایداری و رفتار سیستم در اثر اغتشاشات توسط گارسیا [3] و کنترل با استفاده از مکانیزم پای تلسکوپی گسوامی [11] یاد کرد.

ایده‌ی غیرفعال بودن گام‌زنی با توجه به مزیت‌های آن، محدود به طی کردن سطوح سرازیری نبوده و در توسعه‌ی مطالعات، می‌توان امکان حرکت مبتنی بر دینامیک غیرفعال روی سطوح بدون شیب را متصور شد. در این میان تزریق انرژی به‌عنوان جایگزینی برای گرانش ضرورت می‌یابد. تزریق انرژی در کنار سعی داشتن بر حفظ ماهیت غیرفعال، باعث محدودیتی در نحوه‌ی اجرای این کار شده و از این رو ایده‌ی تزریق انرژی به‌صورت اعمال ضربه و یا تعداد محدودی از ضربات در هر گام مطرح می‌شود [13,12].

برای تزریق انرژی، مکانیزم‌های مختلفی بسته به مدل راه‌رونده پیشنهاد می‌شود؛ که رایج‌ترین راه استفاده از تکنیک‌های مختلف تحریک و کنترل از ناحیه‌ی لگن است. اما اعمال نیرو در قالب ضربه از جانب پای تکیه‌گاه[1] پیش از جدا شدن از زمین[2] روش مد نظر در این پژوهش بوده است. بازدهی بیشتر [12]، وجود آن در گام‌زنی انسان [14] و جدیدتر بودن این روش از جمله دلایل انتخاب آن به‌منظور تامین انرژی لازم برای گام‌زنی در سطح بدون شیب بوده است. در این مقاله از اصطلاح "تحریک ضربه‌ای" برای بیان مکانیزم توصیف شده استفاده می‌شود.

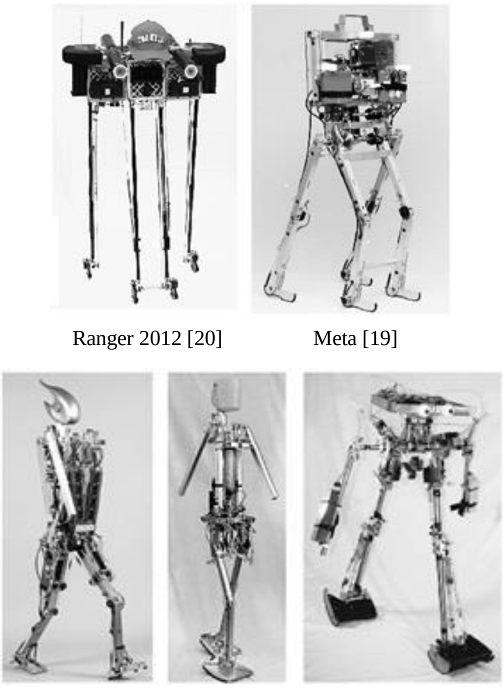
مزایای گام‌زنی غیرفعال منجر به رواج مباحث تحریک و کنترل راه‌رونده‌ها در حالات مبتنی بر دینامیک غیرفعال در میان محققین شد. بعد از مک‌گیر، کو در این میان از جمله افرادی است که مطالعاتی اساسی در این زمینه رقم زد. وی که برای اولین بار ایده‌ی تحریک ضربه‌ای را ارائه کرد، به مطالعه‌ی مصرف انرژی در این نوع تحریک پرداخت و زمان بهینه و مناسب اعمال ضربه را دقیقا پیش از جدا شدن پای تکیه‌گاه از زمین پیشنهاد کرد [12,5]. همچنین تعیین زمان مناسب اعمال تحریک با ورودی گاوسی شکل در مکانیزم تحریک ضربه‌ای در مدلی ساده توسط حسنینی قابل ذکر است. وی نشان داد که با داشتن دو تحریک ضربه‌ای و پس کشیدن پا[3]، بهترین زمان برای اعمال هر دو، لحظه‌ی پیش از رسیدن پای آویخته[4] به زمین است [15]. شفک نیز با اعمال گشتاورهای آنی بر روی لگن و نقطه‌ی اتصال پای تکیه‌گاهی با زمین و اعمال ضربه از این ناحیه گام‌زنی روی سطح سربالایی را نشان داد [16]. میچاو و همکاران با ساخت شبیه‌ترین نمونه‌ی عملی به مدل کو و شفق (راه‌رونده‌ای بدون زانو و کف پا که از ضربه در نقطه‌ی انتهای پا بهره می‌برد) گام‌زنی تحت تحریک ضربه‌ای را عملا پیاده‌سازی کردند [17].

نمونه‌هایی از راه‌رونده‌های مجهز به تحریک، مبتنی بر طبیعت غیرفعال نیز ساخته شده‌اند که از میان آن‌ها می‌توان به راه‌رونده‌ی آزمایشگاه بیوروباتیک دانشگاه کرنل[5] اشاره کرد. مدلی سه بعدی و دارای بالاتنه و دست که تنها از تحریک ضربه‌ای برای تزریق انرژی در گام‌زنی روی سطح بدون شیب بهره می‌برد [18]. همچنین ربات راه‌رونده‌ی متا[6] که محصول آزمایشگاه بیوروباتیک دانشگاه دلف[7] با محوریت هابلن بوده و از دو تحریک ناحیه‌ی لگن و ضربه‌ای بهره می‌برد. این آزمایشگاه در زمینه‌ی راه‌رونده‌ها حائز تجربیات و محصولات قابل توجهیست که می‌توان به راه‌رونده‌های دنیس[8] و فلیم[9] به‌عنوان موارد مجهز به تحریک ضربه‌ای اشاره کرد [19].

مدل طراحی و بررسی شده در این پژوهش از مدل راه‌رونده‌ای موجود و دارای بازدهی بالا موسوم به رنجر 2012[10] الهام گرفته شده است. راه‌رونده‌ی مذکور توسط تیمی از دانشگاه کرنل طراحی و ساخته شده و موفق به طی بدون وقفه‌ی مسیری 65 کیلومتری تنها با یک بار شارژ منبع تغذیه شده است [20]. علاوه بر این، وجود مکانیزم تحریک ضربه‌ای دیگر علت انتخاب این مدل به‌عنوان ایده‌ی طراحی بوده است. این راه‌رونده‌ی دو بعدی، و دارای کف پا و فرمان، هرچند که از مدل کرنل 2005 مکانیزمی ساده‌تر داشت، اما باعث شد محققین به هدفی مبنی بر گام‌زنی عملی و بهینه در مسافت‌های طولانی برسند. "شکل 1" راه‌رونده‌های مذکور را نشان می‌دهد.

این پژوهش به‌طور کلی عبارت است از معرفی یک مدل‌راه‌رونده‌ی دارای تحریک ضربه‌ای که وجود پارامترهای طراحی در آن دستمایه‌ی تحلیل و بررسی آثار این پارمترها بر کیفیت گام‌زنی (که با مشخصاتی از قبیل طول گام و پایداری توصیف می‌شود) می‌باشد. هدف، نیل به مدلی بهینه از حیث پایداری و طول گام مناسب است.

در بخش دوم با معرفی مدل راه‌رونده، به نحوه‌ی اعمال تحریک، مراحل گام‌زنی و روش مدل‌سازی اشاره خواهد شد. همچنین با ارائه یک نمونه از شبیه‌سازی گام‌زنی و معرفی پارامترهای طراحی، فضای کار در این پژوهش روشن می‌شود. بخش سوم به بررسی مدلی تحت عنوان مدل کارآمد از میان پارامترهای طراحی توجه دارد. پایداری نسبی و طول گام ضمن تعریف، به‌عنوان معیارهای کارآمدی تعریف می‌شود. محل قرارگیری عملگرها در پا و شکل کف پا پارامترهای طراحی‌ایست که نتایج آثار تغییر آن‌ها در کیفیت



Ranger 2012 [20] — Meta [19]

Flame [19] — Denis [19] — Cornell university walker in 2005 [18]

Fig. 1 Some of the walkers equipped with push-off actuation

شکل 1 برخی از راه‌رونده‌های مجهز به تحریک ضربه‌ای

[1] Stance leg: پایی که در یک گام غیر معلق و دارای تماس با زمین باشد.

[2] Ankle Push-off

[3] Leg Retraction: مکانیزیمی که طی آن پیش از رسیدن پای آویخته به زمین، با اعمال نیرویی در جهت عکس مسیر گام‌زنی پای مذکور منجر به پیش راندن راه‌رونده می‌شود.

[4] Swing leg: پایی که در طول گام تماس با زمین ندارد و با اتصال به مفصل لگن، معلق است.

[5] Cornell university

[6] Meta

[7] Delft university of technology

[8] Denis

[9] Flame

[10] Ranger 2012

گام‌زنی (که با معیارهای طول گام و پایداری تعریف می‌شود) به‌ترتیب در بخش چهارم و پنجم مورد توجه قرار می‌گیرد. مرور مجدد و کلی روند کار و رئوس نتایج به‌دست آمده از قبیل مقادیر مناسب مولفه‌های پارامترهای طراحی، در بخش ششم بیان می‌شود.

2- مدل راه‌رونده

مدل مورد مطالعه، مکانیزمی دوبعدی[1] دارای کف پایی به‌شکل بخشی از یک دایره (با شعاع به‌اندازه‌ی r)، جرم نقطه‌ای M در لگن، جرم نقطه‌ای m بر روی پاها(ی به طول l) و جرم گسترده‌ی m_l در هر یک از پاها می‌باشد. موقعیت نقطه‌ی انتهایی پا (نقطه‌ی A در شکل 2) درون دایره‌ی کف پا به‌وسیله‌ی فاصله‌ای که از مرکز دایره دارد (c) و زاویه‌ای که میان پا و راستای واصل میان مرکز دایره و نقطه‌ی انتهای پا (δ) قابل تعیین است. این مدل دارای دو درجه آزادی است که عبارتند از زاویه‌ی پای تکیه‌گاه نسبت به راستای عمود بر سطح (θ) و زاویه‌ی میان دو پا (φ). در طراحی مولفه‌های طراحی برای این مدل از نمونه‌های مشابه مورد مطالعه از جمله رنجر 2012 الهام گرفته شده است [20]. "شکل 2" مدل را به‌صورت شماتیک نشان می‌دهد.

کف پا (با جرمی ناچیز) از طریق اتصال مفصلی شکل، با پا در نقطه‌ی A ضربه‌ی وارده از عملگر (نقطه‌ی B در "شکل 3" که جرم m به آن نسبت داده شده) را از طریق یک ریسمان به محل تماس با زمین منتقل می‌کند. "شکل 3" کف پا و اجزای مرتبط با آن را نشان می‌دهد. کیفیت عملکرد اجزای راه‌رونده با توصیف نحوه‌ی گام‌زنی راه‌رونده مشخص می‌شود.

طی کردن یک گام در سه مرحله توصیف می‌شود:

1- آویختگی: فاز آویختگی بازه‌ی میان لحظه‌ی جدایش یک پا از زمین تا رسیدنش به زمین در انتهای گام است. در این فاز، راه‌رونده بر روی پای تکیه‌گاه استوار بوده و حرکتی پیوسته از لحاظ سینماتیکی دارد.

2- تحریک: تحریک راه‌رونده، با اعمال ضربه از ناحیه‌ی پای تکیه‌گاهی در لحظه‌ی رسیدن پای آویخته به زمین صورت می‌گیرد (شکل 4-b). این کار

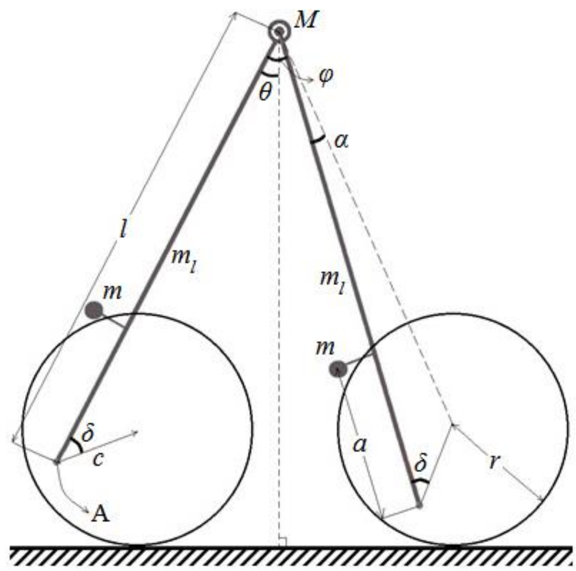


Fig. 2 The walker's model

شکل 2 مدل راه‌رونده

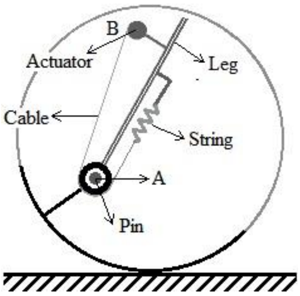


Fig. 3 The foot and its related components

شکل 3 کف پا و اجزای مرتبط با آن

باعث به‌پیش راندن کل بدنه‌ی راه‌رونده می‌شود. سازوکار پیش‌بینی شده بدین منظور، عبارت است از اعمال ضربه‌ی آنی از سوی عملگر و سپس کشش ریسمان (چرخاننده‌ی کف پا) و نهایتا وارد شدن ضربه از سوی کف پا به زمین. پس از اعمال ضربه فنر بازگرداننده، کف‌پا را به‌منظور جلوگیری از تماس یافتن یا کشیده شدن آن با زمین[2] حول مفصل پا جمع می‌کند.

3- سوئیچینگ: تعویض جایگاه تکیه‌گاهی و آویختگی پاها، که با برخورد پای آویخته به زمین، تحریک و جدا شدن پای تکیه‌گاه از زمین به‌طور همزمان رخ داده و پس از آن فاز آویختگی گام بعد آغاز می‌شود.

"شکل 4" مراحل گام‌زنی را نشان می‌دهد.

2-1- فرضیات مساله

فرضیات مساله عبارتند از:

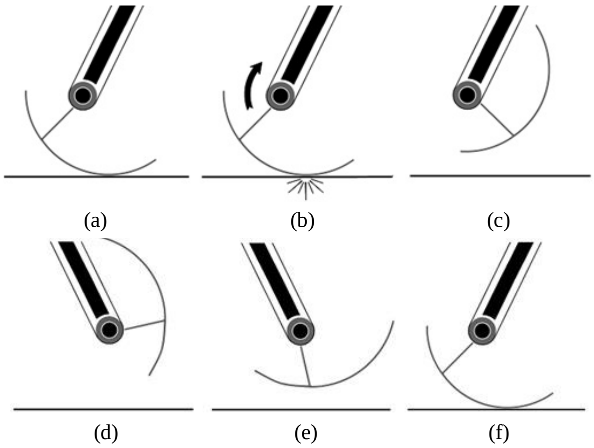


Fig. 4 The stages of a step. a) The stance leg position just before the separation from the surface, b) Impulse apply from the foot into the earth with the help of actuator, c) Foot contraction in order not to occur footscuffing, d) Swing leg's arrival to the end of the gait, e) Foot's opening and getting fix by the actuator before it's arrival to the earth, f) Switching in the leg's state from swing leg to stance one and keeping on to the end of next gait

شکل 4 مراحل طی یک گام. a) موقعیت پای تکیه‌گاه در لحظه‌ی پیش از جدایش، b) اعمال ضربه از کف پا به زمین با کمک تحریک‌کننده، c) جمع شدن پا به‌منظور جلوگیری از تماس یا کشیدگی پای آویخته با زمین، d) رسیدن پای آویخته به انتهای گام (فاز آویختگی)، e) باز شدن و قفل شدن کف پا در مفصل توسط عملگر پیش از رسیدن به زمین f) تغییر وضعیت پا از آویخته به تکیه‌گاه تا انتهای گام بعد

[1] حرکات اجزا، در صفحه بوده و راه‌رونده دارای آثار جانبی نمی‌باشد. پیاده‌سازی چنین حالتی در قالبی چهار پا (همانند مدل متا و رنجر) که دو پای بیرونی و دو پای درونی کاملا مشابه و همفاز هستند امکان‌پذیر است.

[2] Foot scuffing: حالتی که در آن پای آویخته حین فاز آویختگی، پیش از رسیدن به انتهای گام با زمین برخورد یا تماس داشته باشد. استفاده از فنر بازگرداننده در فاز آویختگی برای جلوگیری از وقوع چنین حالتی است.

1- ایده‌آل بودن ضربه‌ی وارده از سوی عملگر[1]
2- ایده‌آل و بدون اصطکاک بودن مفاصل
3- غلتش کامل میان سطوح و صلب بودن آنها
4- صرف نظر از ضربه‌ی وارد شده به راه‌رونده، هنگام برداشتن پا
5- هم‌زمان بودن برخورد پای آویخته به زمین در انتهای یک گام با جدا شدن پای تکیه‌گاه از زمین در ابتدای گام بعد
6- عدم دوران مجموعه‌ی پا حول نقاط ابتدا و انتهای کف پا

2-2- پارامترهای طراحی

مدلی با این مشخصات، پارامترهای طراحی متنوعی را در اختیار قرار می‌دهد. پارامترهای مذکور موجب تفاوت در شکل و کیفیت گام‌زنی هستند و این امر دستمایه‌ی تحلیل مدل در این پژوهش است. از نسبت‌های بی‌بعد در تعریف آن‌ها استفاده می‌شود که عبارتند از:

1- جرم عملگر به جرم لگن (m/M)
2- فاصله‌ی عملگر تا انتهای پا در راستای پا به طول پا (a/l)
3- شعاع قوس کف‌پا به طول پا (r/l)
4- فاصله‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف پا به طول پا (c/l)
5- جرم گسترده‌ی پا به جرم لگن (m_l/M)
6- زاویه‌ی خارج از مرکزی هندسی پا (δ)

لازم به ذکر است در مدل‌سازی، معادلات طی بی‌بعدسازی متغیرها بر اساس مقدار واحد جرم لگن ($M=1$) برای مولفه‌های جرمی و مقدار واحد طول پا ($l=1$) برای مولفه‌های طولی حاصل شده‌اند.

3-2- معادلات حرکت

طی کردن یک گام در این مدل به‌لحاظ سینماتیکی از یک بخش پیوسته‌ی حرکتی در فاز آویختگی و بخشی گسسته در تحریک و سوئیچینگ تشکیل می‌شود. تناوب این فرایند منجر به گام‌زنی راه‌رونده می‌گردد و گام‌زنی از این حیث یک فرایند چرخه‌ای می‌باشد. در اینجا به نحوه‌ی استخراج معادلات طی یک گام اشاره می‌شود.

معادلات فاز آویختگی بر اساس روش لاگرانژ و با تعریف درجات آزادی (θ و φ) و سرعت‌های آنها ($\dot\theta$ و $\dot\varphi$) به‌عنوان مولفه‌های فضای حالت، حاصل می‌شود. با تعریف این مولفه‌ها به‌صورت:

$$X=\begin{bmatrix}\theta\\ \varphi\\ \dot\theta\\ \dot\varphi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}\quad\rightarrow\quad \dot X=\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\\ \dot x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot\theta\\ \dot\varphi\\ \ddot\theta\\ \ddot\varphi\end{bmatrix}\qquad (1)$$

قالب معادلات این فاز به‌شکل:

$$\begin{cases}\dot x_1=x_3\\ \dot x_2=x_4\\ \dot x_3=f(x_1,x_2,x_3,x_4)\\ \dot x_4=g(x_1,x_2,x_3,x_4)\end{cases}\qquad (2)$$

خواهد بود. f و g توابعی برحسب مولفه‌های سیستم هستند و به‌خاطر حجم بالای معادلات از ذکر آنها صرف نظر می‌شود.

مقادیر اولیه برای معادلات فاز آویختگی مربوط به لحظه‌ای است که در آن، گام آغاز می‌شود، این یعنی لحظه‌ی جدایش پای تکیه‌گاه از زمین. وقوع چنین حالتی در گرو برقراری شرط سوئیچینگ است. شرط سوئیچینگ بیانگر شرایط لحظه‌ی فرود گام است که طی آن پای آویخته به زمین می‌رسد و پای تکیه‌گاه در شرف جدا شدن از زمین است، همچنین زاویه‌ی میان دو پا (φ) در حال کاهش و یا بدون تغییر است ($0\le\dot\varphi$). وقوع چنین حالتی ارتباط میان زوایای θ و φ را در لحظه‌ی پیش از برخورد با زمین در انتهای گام قبل (-) و پس از برخورد در ابتدای گام جدید (+) را معین می‌کند. شرط سوئیچینگ عبارت است از:

$$\varphi^-=2\theta^-+2\alpha\qquad (3)$$

در نتیجه زوایای ابتدای گام جدید با مشخص بودن وضعیت هندسی ابتدای گام برابر خواهند بود با:

$$\begin{cases}\theta^+=-\theta^--2\alpha\\ \varphi^+=-2\theta^--2\alpha\end{cases}\qquad (4)$$

رسیدن پای آویخته به زمین و عدم جدایش آن پس از برخورد منجر به تلف شدن انرژی جنبشی حین سوئیچینگ می‌شود. این امر تندی اجزای راه‌رونده را پیش و پس از برخورد (و به تبع آن وضعیت مولفه‌های سرعت زاویه‌ای $\dot\theta$ و $\dot\varphi$) دچار تغییر می‌کند. ازاین‌رو باید با استفاده از اصل پایستگی تکانه‌ی زاویه‌ای حول دو نقطه وضعیت دو مولفه‌ی باقی مانده‌ی فضای حالت $\dot\theta$ و $\dot\varphi$ مشخص گردد. این دو نقطه محل فرود پای آویخته (c) (محل وارد آمدن ضربه‌ی تلف کننده از سوی زمین) و لگن (h) (با ایزوله در نظر گرفتن پای عقب) هستند.

$$H_c^+=H_c^-\qquad (a\text{-}5)$$

$$H_h^+=H_h^-\qquad (b\text{-}5)$$

با این حساب مولفه‌های فضای حالت در ابتدای گام جدید (صرفا در اثر برخورد) برابر خواهند بود با:

$$\begin{cases}\theta^+=-\theta^--2\alpha\\ \varphi^+=-2\theta^--2\alpha\\ \dot\theta^+=h(\dot\theta^-,\dot\varphi^-)\\ \dot\varphi^+=i(\dot\theta^-,\dot\varphi^-)\end{cases}\qquad (6)$$

اما اعمال ضربه حین سوئیچینگ برای جبران اتلاف، معادله‌ی 6 را تحت تاثیر قرار می‌دهد. با محاسبه‌ی تکانه‌ی زاویه‌ایِ ناشی از ضربه‌ی عکس العمل وارده از زمین در اثر تحریک، وضعیت مولفه‌های $\dot\theta$ و $\dot\varphi$ پس از تحریک و برخورد به‌طور کامل تعیین می‌شوند. این کار با ثابت در نظر گرفتن هر یک از درجات آزادی در هر مرحله و حل دستگاه معادلات مربوطه صورت می‌گیرد. نهایتا وضعیت مولفه‌های ابتدای گام در اثر برخورد و تحریک عبارتند از:

$$\begin{cases}\theta^+=-\theta^--2\alpha\\ \varphi^+=-2\theta^--2\alpha\\ \dot\theta^+=h(\dot\theta^-,\dot\varphi^-)+jP\\ \dot\varphi^+=i(\dot\theta^-,\dot\varphi^-)+kP\end{cases}\qquad (7)$$

h تا k توابعی برحسب مولفه‌های سیستم هستند که به‌خاطر حجم بالای معادلات از ذکر آنها صرف نظر شده است.

حل معادلات به کمک نرم‌افزار متلب[2] و با دستور ode 45 در حل دستگاه معادلات فاز آویختگی و نیز اعمال شرط سوئیچینگ برای قطع محاسبات و یافتن شرایط اولیه‌ی گام بعد در قالبی حلقه‌ای انجام شده است.

4-2- شبیه‌سازی گام‌زنی

شبیه‌سازی یک نمونه از گام‌زنی سیستم با مقادیری که در جدول 1 انتخاب شده‌اند، با اعمال ضربه‌ای به‌اندازه‌ی $P=0.2$ و با شرایط اولیه‌ای از قرار:

$$[\theta\ \ \varphi\ \ \dot\theta\ \ \dot\varphi]^{\mathrm T}=[0.412\ \ 0.825\ \ -0.417\ \ -0.059]^{\mathrm T}\qquad (8)$$

الگویی از گام‌زنی مطابق "شکل 5" ایجاد می‌کند. مولفه‌های اول و دوم فضای حالت (θ و φ) در این نمودار این شکل نشان داده شده‌اند.

[1] این فرض منجر به حذف درجه‌ی آزادی دورانی شکل مفصل پا از معادلات حرکت می‌شود. امکان در نظر گرفتن این فرض مبتنی بر کاری مشابه توسط هابلن است که طی آن در مدل‌سازی و طراحی راه‌رونده‌ی متا از این سازوکار استفاده شده است [19].

[2] Matlab

جدول 1 مقادیر مولفه‌های جرمی و هندسی در شبیه‌سازی

Table 1 Geometric and mass values for a simulation

پارامترها	توضیح	مقدار
l	طول پا	1
r	شعاع کف پا	0.3
c	فاصله‌ی میان انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف پا	0
m	جرم عملگر	0.5
M	جرم لگن	1
m_l	جرم گسترده‌ی پا	0.5
a	فاصله‌ی عملگر تا انتهای پا	0.8

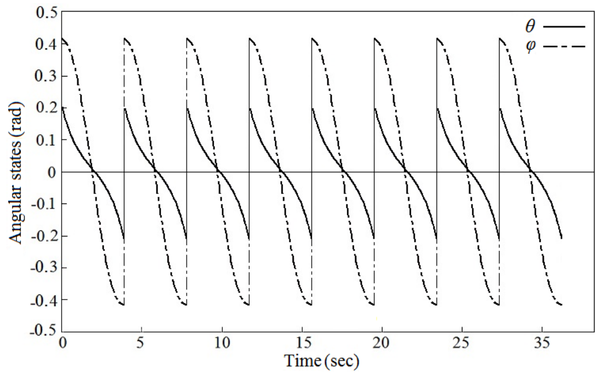


Fig. 5 Walking path of the walker under actuation ($P = 0.2$)

شکل 5 الگوی گام‌زنی راه‌رونده‌ی تحت تحریک ($P = 0.2$)

همچنین مطابق نمودار "شکل 6" می‌توان چرخه‌ی گام‌زنی را مشاهده کرد. در نمودار فازی پاهای مذکور پاهای تکیه‌گاه و آویخته با توجه به زاویه‌شان نسبت به راستای عمود بر سطح (به‌ترتیب θ و θ- φ) توصیف شده‌اند..

لازم به‌ذکر است که نمودار "شکل 5" سیستم را در حالتی نشان می‌دهد که گام‌زنی‌ای منظم و با تناوب‌های کاملا یکسان رخ داده است. در صورت قرار داشتن شرایط اولیه درون حوزه‌ی جذب (و نه در مختصات نقاط ثابت[1]) راه‌رونده با طی کردن تعداد محدودی گام به حالت منظم خود می‌رسد. لذا از این حیث سیستم راه‌رونده را می‌توان جزء سیستم‌های چرخه‌ی حدی[2] برشمرد. نقطه‌ی ثابت (*) به مقادیر مولفه‌های حالت سیستم در ابتدای گام در حالتی اطلاق می‌شود که گام‌زنی منظم و دارای تناوب‌های یکسان باشد. در اینجا از اصطلاح "پایا" بودن گام‌زنی در بیان این حالت استفاده می‌شود.

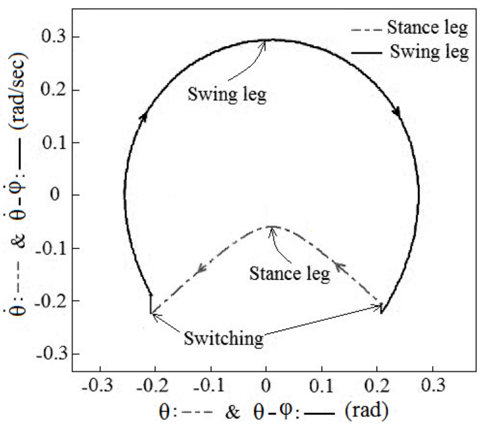


Fig. 6 Phase portrait for the limit cycle walking

شکل 6 نمودار فازی گام‌زنی تناوبی

[1] Fixed points
[2] Limit cycle system

2-5- چندشاخگی و آشوب[3]

تغییر پارامترهای طراحی و یا افزایش مقدار ضربه منجر به چندشاخگی و آشوب در گام‌زنی می‌شود. این پدیده خود را به‌شکل گام‌زنی نامنظم (اما متناوب) برای حالت چندشاخگی و گام‌زنی کاملا نامنظم برای حالت آشوب نشان می‌دهد. در گام‌زنی نامنظمِ متناوب در هر تناوب تعداد محدودی گام (n) تکرار می‌شود که تحت عنوان گام‌زنی پریود n شناخته می‌شود. نمودار فازیِ "شکل 7" نمونه‌ای از گام‌زنی پریود 2 در اثر اعمال ضربه‌ای به‌مقدار $P = 0.86$ نشان می‌دهد. در اینجا هر تناوب از دو گام تشکیل شده است.

در توصیف چندشاخگی و آشوب در این سیستمِ چرخه‌ی حدی از نمودار دوشاخگی[4] استفاده می‌شود. این نمودار مولفه‌های نقطه‌ی ثابت را برحسب تغییرات پارامتر کنترلی[5] نشان می‌دهد. پارامتر کنترلی می‌تواند متغیری مربوط به پارامترهای طراحی، شیب زمین یا مقدار ضربه‌ی اعمالی باشد. در این پژوهش از نمودارهای دوشاخگی به‌عنوان ابزاری برای مقایسه‌ی حالات، برحسب مقدار ضربه‌ی اعمالی استفاده شده است (شکل 9، 11 و 12).

3- مدل کارآمد

پارامترهای طراحی متعدد و قابل تغییر، شکل‌های گوناگونی از راه‌رونده را در اختیار قرار می‌دهد. مزیت این انعطاف‌پذیری، گشودن باب جدیدی از مطالعات حول تاثیر اجزاء و پارامترهای راه‌رونده در گام‌زنی می‌باشد. پایداری نسبی در کنار مشخصات مطلوب گام‌زنی و وجود تناسب منطقی میان مقادیر پارامترها و اندازه‌ها به‌گونه‌ای که امکان ساخت مبتنی بر این مقادیر وجود داشته باشد، از جمله ویژگی‌هایی است که در مدلی موسوم به "مدل کارآمد" تعریف می‌شوند. به‌عبارت دیگر مدل کارآمد مدلی بهینه مبتنی بر دو عامل طول گام و پایداری است.

3-1- طرح مساله

تعدد پارامترهای طراحی، امکان توصیف سیستم را با پیچیدگی و حجم بیش از حد کار مواجه می‌کند؛ از این‌رو با تعریف مساله به‌شکلی هدفمند به بررسی اثر پارامترهای طراحی دخیل در "محل تعبیه‌ی جرم عملگر در پا" و "شکل کف پا" پرداخته می‌شود. بنابراین ابتدا با ارائه‌ی مقادیر درخور و مناسب برای اجزای دارای جرم، وضعیت راه‌رونده از لحاظ جرمی تعیین شده، سپس حدود تغییر پارامترهای هندسی و مشخصات گام‌زنی مورد مطالعه، تعریف شده و

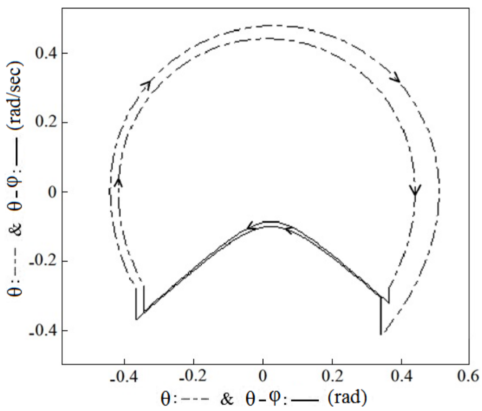


Fig. 7 Phase portrait for a bifurcated walking for $P = 0.86$

شکل 7 نمودار فازی گام‌زنی دوشاخه شده به‌ازای $P = 0.86$

[3] Bifurcation and Choas
[4] Bifurcation diagram
[5] Control parametre

نهایتا (با تعیین مکان عملگر و تعیین شکل کف پا) قالب نهایی راه‌رونده تحت عنوان مدل کارآمد معرفی خواهد شد. "طول گام" و "پایداری" مشخصه‌هایی هستند که در کنار هم، کیفیت مد نظر در گام‌زنی را توصیف می‌کنند.

3-2- مشخصات گام‌زنی

بررسی توام طول گام و پایداری نسبی بالا متضمن کیفیت مطلوب گام‌زنی خواهد بود. طول گام با مقایسه نسبت به طول پا توصیف شده و پایداری بر اساس معیار مساحت حوزه‌ی جذب تعریف و مقایسه می‌شود. در ادامه این دو مشخصه معرفی می‌شود.

3-2-1- طول گام

بررسی طول گام از این‌رو موضوعیت می‌یابد که تضمین‌کننده‌ی گام‌زنی (دارای پایداری نسبی بالا) در طول گام‌هایی مطلوب و به‌اندازه‌ی کافی بزرگ باشد. چرا که حداکثر پایداری در مقادیر بسیار کوچک و نامطلوب طول گام رخ می‌دهد (مقایسه‌ی شکل‌های 9 و 10). این مولفه برابر است با:

$$d_{\text{gait}} = 2d_M \sin(\theta^* + \alpha) \tag{9}$$

3-2-2- پایداری

تحلیل پایداری راه‌رونده‌های دارای دینامیک غیرفعال عموما مبتنی بر نگاشت گام‌به‌گام صورت می‌گیرد [1]. بدین شکل که با در نظر گرفتن مقطع معینی در یک گام، مقادیر مولفه‌های حالت در مقطع مذکور در هر گام پایش می‌شود. این نگاشت به‌صورت عام تحت عنوان نگاشت پوانکره[1] در مقطعی معین با نام مقطع پوانکره[2] شناخته می‌شود [21]. به‌عنوان مثال سوئیچینگ را می‌توان به‌عنوان نگاشت پوانکره در مقطعی که برخورد پا با زمین صورت می‌گیرد تعریف کرد. طی این نگاشت مقادیر مولفه‌های راه‌رونده در ابتدای گام (v) تحت اثر تابع گام[3] (S) تغییر می‌کند؛ این مقادیر در گام $n+1$ام به شکل

$$v_{n+1} = S(v_n) \tag{10}$$

به مقادیر متناظر در گام nام وابسته می‌شود. در صورت پایایی گام‌زنی، مقادیر مقطعی پوانکره در تمامی تناوب‌ها یکسان خواهند بود. مقادیر ثابت تابع S که مقادیر ثابت سیستم نیز می‌توانند باشند، تحت نگاشت گام تغییر نمی‌کنند.

$$v^* = S(v^*) \tag{11}$$

پایداری چرخه‌ای با خطی‌سازی تابع S در نقاط ثابت، با وجود تغییرات اندکی به اندازه‌ی Δv سنجیده می‌شود.

$$S(v^* + \Delta v) \approx v^* + A\Delta v \qquad A = \frac{\partial S}{\partial v} \tag{12}$$

ماتریس A موسوم به ماتریس مونودرومی[4] عبارت است از مشتق جزئی تابع S در بردار v. پایداری سیستم تنها در صورت قرار گرفتن مقادیر ویژه‌ی این ماتریس (λ) داخل دایره‌ی واحد تضمین می‌شود. در چنین حالتی مقدار انحراف مقادیر مقطعی از مقادیر ثابت سیستم، گام‌به‌گام کوچکتر می‌شود. این مقادیر ویژه، ضرایب فلوکه[5] نام داشته و برای اولین بار در زمینه‌ی پایداری گام‌زنی توسط هرمزلو به‌کار گرفته شد [22].

این روش در تحلیل پایداری در ناحیه‌ی نزدیک به نقاط ثابت کارایی داشته و نتایج حاصل از این بررسی تنها در ناحیه‌ی مذکور اعتبار دارد. اما راه‌کار کاملتر، اطلاع از بزرگی و تغییر شکل حوزه‌ی جذب حین گام‌زنی و نیز نحوه‌ی تغییر مقادیر مولفه‌های سیستم در آن است.

حوزه‌ی جذب ابزاری کارآمد در بررسی سیستم از حیث پایداری است. پایداری در نگاشت گام‌زنی به‌معنای قرارداشتن مولفه‌های حالت درون حوزه‌ی جذب است. لحظه‌ی شروع گام به‌خاطر هماهنگی با شرایط اولیه، نقطه ثابت و لحظه‌ی تحریک به‌عنوان مقطع پوانکره انتخاب می‌شود. سیستمی که حوزه‌ی جذب بزرگتری در فضای فاز داشته باشد، پایداری و مقاومت بیشتری نسبت به اغتشاشات و عدم قطعیت دارد [24,23]. لذا اطلاع از بزرگی و شکل حوزه‌ی جذب و همچنین کیفیت تغییر وضعیت مولفه‌های سیستم در آن حین گام‌زنی توصیفی مطلوب از وضعیت پایداری سیستم ارائه می‌دهد.

با توجه به تعداد مولفه‌ها، حوزه‌ی جذب می‌بایست در فضایی چهار بعدی توصیف شود؛ اما با توجه به وابستگی دو مولفه (φ و $\dot{\varphi}$) به دو مولفه‌ی دیگر (θ و $\dot{\theta}$) در لحظه‌ی برخورد (رابطه‌ی 7) با در دست داشتن حوزه‌ی جذبِ توصیف‌کننده‌ی مولفه‌های θ و $\dot{\theta}$، دستیابی به وضعیت دو مولفه‌ی دیگر امکان‌پذیر است. "شکل 8" به‌عنوان نمونه، قسمتی از حوزه‌ی جذب مقطع ابتدای گام در مختصات (θ و $\dot{\theta}$) برای راه‌رونده، تحت تحریکی که به‌اندازه‌ی $P = 0.25$ واحد است، نشان می‌دهد.

نقطه‌ی متمایز در شکل، نقطه‌ی ثابت سیستم است. در صورت قرارگیری شرایط اولیه درون حوزه‌ی جذب و نبود اغتشاش و عدم قطعیت، مولفه‌های سیستم در حوزه‌ی جذب نهایتا به مختصات نقطه‌ی ثابت میل خواهد کرد.

مساحت حوزه‌ی جذب با پایش فضای فاز در بازه‌های دربرگیرنده‌ی این حوزه قابل تقریب زدن است. لذا با تعیین ناحیه‌ای به‌اندازه‌ی کافی بزرگ، حول نقطه‌ی ثابت که بتوان تقریب مناسبی از مساحت حوزه‌ی جذب به‌دست آورد، اکثر نقاط منجر به گام‌زنی پایا، پیدا می‌شوند. تعداد نقاط داخل حوزه‌ی جذب، می‌توانند بیانگر مساحت حوزه‌ی جذب باشند. بدین منظور، فضایی مربعی شکل به طول ضلع 0.2 (واحد) طوری که نقطه‌ی ثابت در مرکز آن قرار گرفته تحت پایش نقطه به نقطه قرار می‌گیرد. انتخاب بزرگیِ فضای تحت بررسی با توجه به مقیاس مولفه‌ها، نسبت به پوشش مناسب و کافی

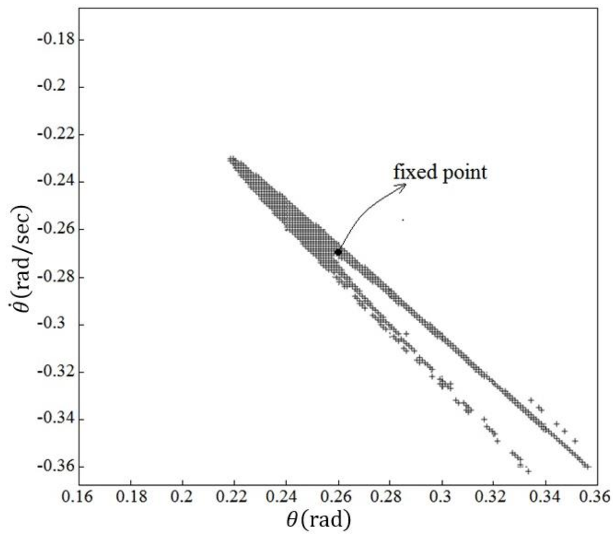


Fig. 8 An example of the walker's basin of attraction

شکل 8 نمونه‌ای از حوزه‌ی جذب راه‌رونده

---
[1] Poincare map
[2] Poincare section
[3] Stride function
[4] Monodromy matrix
[5] Floquet multipliers

حوزه‌ی جذب صورت گرفته است[1]. فاصله‌ی میان یک نقطه تا نقطه‌ی کناری در این فضا برابر با 0.002 بوده و با این حساب در محاسبه‌ی مساحت هر حوزه‌ی جذب ده هزار (برابر با 100×100) نقطه بررسی شده‌اند. "شکل 8" ابعاد حوزه‌ی جذب در کل فضای پایش شده را نشان می‌دهد.

3-3- وضعیت جرمی و بازه‌های تغییر پارامترهای هندسی راه‌رونده

با مشخص کردن مقدار جرم عناصر سیستم وضعیت مساله به‌لحاظ جرمی روشن می‌شود. ساختار راه‌رونده با فرض قرار گرفتن جرم نقطه‌ای منبع تغذیه در لگن و عملگرها بر روی پا (و یا لگن) معرفی می‌شود. مقدار 0.5 به‌عنوان نسبت جرم عملگر به جرم لگن و نیز نسبت جرم (گسترده) پا به جرم لگن در نظر گرفته می‌شود. دستیابی به این نسبت جرمی با توجه به امکان انتخاب جنس و چگالی ماده به‌کار گرفته شده در پا، مقدور است.

3-4- بازه‌ی تغییرات پارامترهای هندسی

با توجه به هدفی که حول ارائه‌ی مدلی کارآمد، پیش‌روست، بازه‌های مجاز و منطقی محدودی در تغییر پارامترهای طراحی قابل تصور است. تعیین بازه-های عملی و قابل انتساب به مدل و فرضیات مساله باعث هدفمند شدن بررسی‌ها می‌شود. مقادیر و بازه‌های مذکور عبارتند از:

1- نسبت فاصله‌ی عملگر تا انتهای پا به طول پا (a/l): بازه‌ی میان دو عدد صفر و یک که به‌ترتیب قرارگیری عملگرها در انتهای پا و لگن را بیان می-کند، حدود مورد مطالعه در این پارامتر است. $0 \le a/l \le 1$

2- نسبت شعاع قوس کف پا به طول پا (r/l): پارامتر تعیین‌کننده‌ی شکل کف‌پاست. بازه‌ی $0.1 \le r/l \le 0.3$ برای این پارامتر انتخاب شده است. انتخاب حد بالای این بازه ناشی از فرض مدل مبنی بر درازای کافی کف‌پا و نیز وجود آن بازه در پای انسان بوده است [14].

3- فاصله‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف پا (c): این پارامتر تاثیر به‌سزایی بر روی مقدار ضربه‌ی اعمالی دارد. مقدار نسبت داده شده به این پارامتر وابسته به مقدار شعاع کف‌پا است. بنابراین اثر این پارامتر در مقادیر مشخص شعاع کف‌پا در بازه‌ی $0 \le c \le r$ بررسی می‌شود.

4- زاویه‌ی خارج از مرکزی هندسی پا (δ): این زاویه انحراف کف پا را نسبت به راستای پا بیان می‌کند. در صورتی که انتهای پا منطبق بر مرکز دایره‌ی کف‌پا نباشد، تغییر این پارامتر معنا یافته و باعث تغییر در مولفه‌های گام‌زنی می‌شود. لذا اختصاص مقادیر مورد مطالعه به δ به بعد از بررسی وضعیت پارامتر c موکول می‌شود. این زاویه در فاز آویختگی ثابت بوده و از مقدار $\delta = \pi/2$ در مقادیر غیر صفرِ c در شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است.

جدول 2 مقادیر و بازه‌های انتخابی پارامترهای هندسی نشان می‌دهد. لازم به‌ذکر است به‌علت تعداد بالای حالات بررسی شده، نتایجِ به‌دست آمده به-صورت گزینش شده در نمودارهای شکل 9 و 10 به نمایش درآمده‌اند.

4-آثار تغییر مکان عملگر در مشخصات گام‌زنی

در بررسی‌ها از نمودارهای طول گام و پایداری (طبق معیاری که در بخش 3-2-2 تعریف شد) بر حسب مقدار ضربه‌ی بی‌بعد برای مقایسه و تحلیل وضعیت

[1] صحت این ادعا با مقایسه‌ی تعداد نقاط موجود در نمودار شکل 8 (1127 نقطه) با حالتی که ناحیه‌ی پایش طول ضلعی برابر با 1 (25 برابر ناحیه‌ی پایش شکل 8) داشته باشد، مشخص می-شود. تعداد نقاط شناسایی شده در این حالت 1240 عدد بوده که با مقایسه‌ی میان این دو اختلافی 9.3 درصدی به‌دست می‌آید. با در نظر داشتن ارتباط میان حجم محاسبات و مساحت ناحیه‌ی تحت پایش و نیز حدود خطا، می‌توان از ناحیه‌ی پایش پیشنهاد شده (مربعی با ابعاد 0.2×0.2) در مقایسه‌ی پایداری میان حالات مختلف استفاده کرد.

جدول 2 مقادیر و بازه‌های مورد مطالعه در پارامترهای هندسی

Table 2 Studied amounts and ranges of geological parameters

پارامتر طراحی	بازه	مقادیر مورد مطالعه
a/l	$0 \le a/l \le 1$	0 , 0.1 , 0.2 , 0.3 , 0.4 , 0.5 , 0.6 , 0.7 , 0.8 , 0.9 , 1
r/l	$0.1 \le r/l \le 0.3$	0.1 , 0.15 , 0.2 , 0.25 , 0.3
c	$0 \le c \le r$	0.025 multipliers from 0 to related radius

راه‌رونده استفاده می‌شود. مقدار ضربه‌ی بی‌بعد مبتنی بر معادلات بی‌بعد (برحسب جرم واحد نقطه‌ی لگن (M) و طول واحد پا (l)) محاسبه می‌شود. توصیف طول گام (با توجه به رابطه‌ی این پارامتر با مولفه‌ی اول نقطه‌ی ثابت (رابطه‌ی 9)) با نمودار دوشاخگی امکان‌پذیر است.

مقادیر مولفه‌های توصیف کننده‌ی کف‌پا در این مرحله عبارتند از[2]:

$$\begin{cases} c = 0 \\ r = 0.2 \end{cases} \tag{13}$$

نمودارها براساس مقادیر ذکر شده در جدول 2 رسم شده‌اند.

طول گام: نمودار "شکل 9" منحنی‌های دوشاخگی طول گام (بی‌بعد) در مقادیر مختلف فاصله‌ی عملگر از انتهای پا (a/l) را برحسب ضربه‌ی بی‌بعد نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که به‌ازای مقادیر یکسان ضربه، با افزایش پارامتر a طول گام بیشتری قابل دست‌یابی است. همچنین، کاهش بازه‌ی ضربه با افزایش a در مقادیر $a \ge 0.7$ قابل توجه بوده و این امر باعث در نظر گرفتن نوعی مصالحه میان افزایش طول گام و بازه‌ی ضربه‌ی قابل تحمل سیستم، در انتخاب فاصله‌ی مناسب عملگر از انتهای پا (a) می‌شود.

پایداری: نمودار "شکل 10" پایداری سیستم (با معیارِ نسبت تعداد نقاط درون حوزه‌ی جذب به ده هزار نقطه‌ی پایش شده برای یکایک مقادیر ضربه) به‌ازای مقادیر مختلف ضربه در مقادیر مختلف a را نشان می‌دهد.

انتخاب بهترین محل تعبیه‌ی عملگر و نیز بازه‌ی اعمال ضربه، ناظر به ملاحظاتی چون پایداری نسبی بالا، ثبات وضعیت پایداری (در اثر تغییر مقدار ضربه) طول گام مناسب و عدم دوشاخگی صورت می‌گیرد. لذا با مقایسه‌ی منحنی‌های دو "شکل 9 و 10"، مقدار 0.9 طول پا برای فاصله‌ی عملگر از انتهای پا و همچنین بازه‌ی 0.3 تا 0.6 برای ضربه‌ی اعمالی که متضمن دسترسی به بازه‌ای حدودی از 0.55 تا 0.75 طول پا برای طول گام‌است، پیشنهاد می‌شود. البته بررسی‌ها در ادامه محدود به این بازه نبوده و حالات منتج به کیفیت‌های بهتر گام‌زنی در صورت وجود، جایگزین خواهند شد.

5- اثر تغییر شکل کف‌پا در مشخصات گام‌زنی

سه پارامتر شعاع کف‌پا (r)، فاصله‌ی نقطه‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف‌پا (c) و زاویه‌ی میان راستای واصله‌ی نقطه‌ی انتهای پا و مرکز کف‌پا با پا (δ)، تعیین کننده‌ی شکل کف پا هستند. در این مرحله به بررسی اثر این پارامترها در کیفیت گام‌زنی پرداخته می‌شود.

شعاع کف‌پا عاملی تاثیرگذار در پایداری و تغییر وضعیت گام‌زنی است. با تغییر مقدار شعاع طبق جدول 2 به تغییر مقدار فاصله‌ی نقطه‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف‌پا (c) و مشاهده‌ی اثر آن در مشخصه‌ی گام‌زنی پرداخته شده و نتایج جهت یافتن مناسب‌ترین حالت مدل فراهم می‌شود.

در این میان شرط عدم فرورفت پا در زمین موضوعیـــت یافته و این امر در محاسبات لحاظ می‌شود. این شرط عبارت است از:

[2] مقدار انتخاب شده برای r، مقدار میانی بازه‌ی مربوط به آن بوده و مقدار انتخاب شده برای c (که در ادامه مشاهده خواهد شد) بزرگ‌ترین بازه‌ی کاری را در اختیار قرار می‌دهد. انتخاب این مقادیر پس از آزمودن مقادیر مختلف پارامترهای هندسی صورت گرفته است.

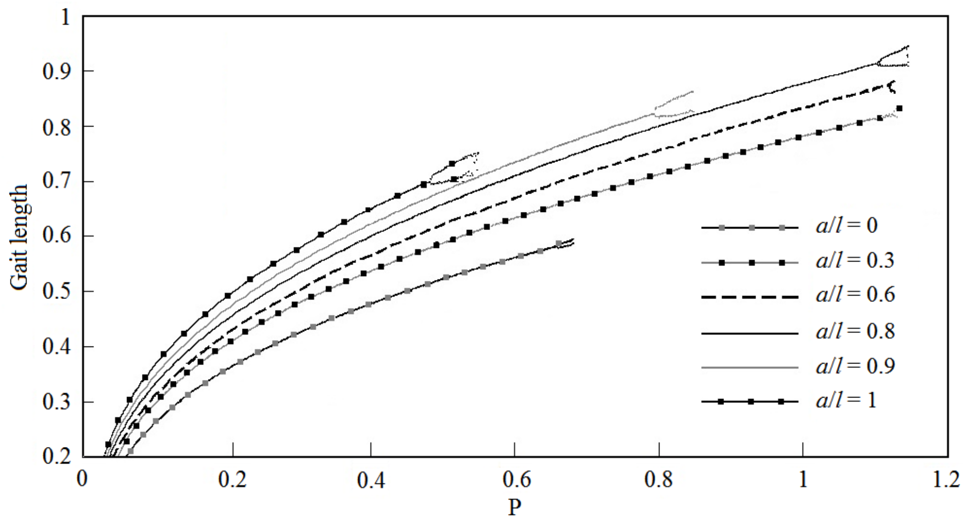


Fig. 9 Dimensionless gait length bifurcation diagrams of different amounts of the leg's end to actuator distance (a over dimensionless impulse range

شکل 9 نمودارهای دوشاخگی طول گام بی‌بعد در مقادیر مختلف فاصله‌ی عملگر تا انتهای پا (a) برحسب ضربه‌ی بی‌بعد

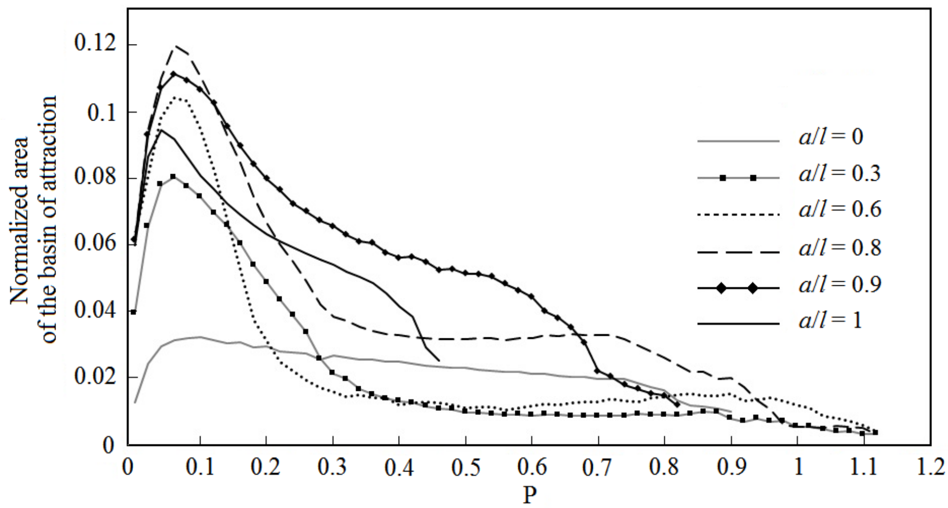


Fig. 10 Stability (the ratio of the number of basin of attraction's points on all monitored points of the state space) of different amounts of the leg's end to actuator distance (a) over dimensionless impulse range

شکل 10 پایداری (نسبت تعداد نقاط حوزه‌ی جذب به تمام نقاط پایش شد فضای فاز) در مقادیر مختلف فاصله‌ی عملگر از انتهای پا (a) بر حسب ضربه‌ی بی‌بعد

$$r + d_M\cos(\theta + \alpha) \geq l\cos(\varphi - \theta) + 0.01l \quad (14)$$

رابطه‌ی (14) بیان می‌دارد که فاصله‌ی متناظر به راستای قائمِ میان لگن تا نقطه‌ی تماس با تکیه‌گاه زمین، حین فاز آویختگی همواره باید بزرگتر از راستای متناظر در پای آویخته باشد. $0.01l$ در انتهای معادله جهت اطیمنان از عدم برخورد یا کشیدگی پا بر روی زمین قید شده است.

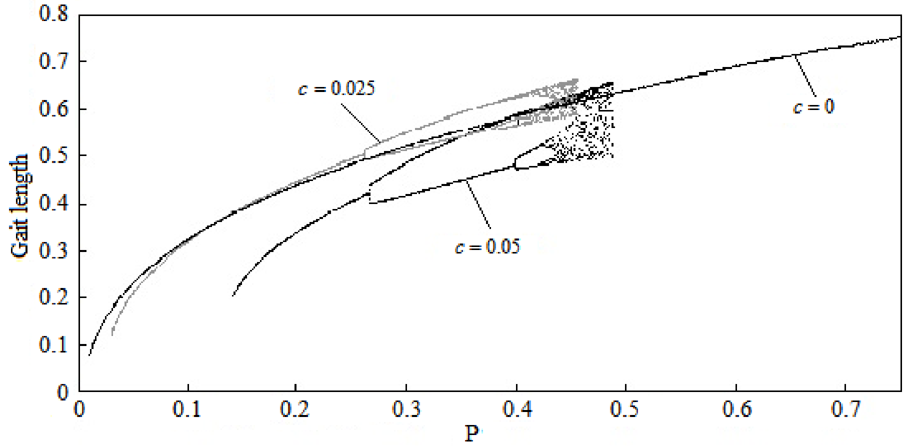
طول گام: اثر تغییر فاصله‌ی نقطه‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف‌پا (c) بر روی طول گام در قالب نمودارهای دوشاخگی برحسب مقدار ضربه‌ی اعمالی در نمودارهای "شکل 11" برای مقادیر مختلف شعاع کف‌پا بر حسب ضربه قابل مشاهده است. تکرار این نکته که مقدار پارامتر c بی بعد بوده و با توجه به طول واحد پا (l) تعریف می‌شود، شایان ذکر است. در بررسی‌ها ملاحظه شد در حالاتی که فاصله‌ی نقطه‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف‌پا (c) کمتر از نصف شعاع کف پا است ($c/r > 0.5$) پایداری شدیدا افت کرده و عملا امکان گام‌زنی وجود ندارد. ضمن این‌که افزایش مقدار پارامتر c نیز توام با کاهش پایداری و نظم در گام‌زنی بوده است. همچنین در برخی موارد (مانند $c = 0.1$ برای حالتی که شعاع کف پا $r = 0.25$ است) گام‌زنی در حالت پریودِ یک (گام‌زنی منظم) امکان‌پذیر نیست. می‌توان گفت افزایش پارامتر c منجر به کاهش کیفیت گام‌زنی می‌شود. نمودارهای "شکل 11" این ادعا را نشان می‌دهند.

با افزایش مقدار c سیستم ظرفیت کمتری نسبت به پذیرش ضربه دارد. این درحالیست که با افزایش ضربه، در حالات مربوط به $c = 0$ دوشاخگی بسیار دیرتر اتفاق می‌افتد. نمودارهای کامل دوشاخگی برای $c = 0$ در مقادیر مختلف r در "شکل 12" قابل مشاهده است.

با توجه به نمودارهای "شکل 11" پایداری نسبی اندک (با استناد به قرار داشتن ناحیه‌ی دوشاخگی و آشوب در تمام یا بخش عمده‌ای از مقدار قابل پذیرش ضربه)، در کنار عدم امکان نیل به طول گام‌های بلند و نیز وجود چندشاخگی و آشوبناکی در گام‌زنی، هیچ‌گونه مزیتی در نسبت دادن مقادیر به پارامتر c بیان نمی‌کند. همچنین با توجه به اینکه حالت مناسبِ به‌دست آمده، حاکی از انطباق مرکز دایره‌ی کف‌پا و نقطه‌ی انتهای پا است، ($c = 0$)، زاویه‌ی خروج از مرکزی (δ) از حوزه‌ی تعریف پارامترها خارج می‌شود.

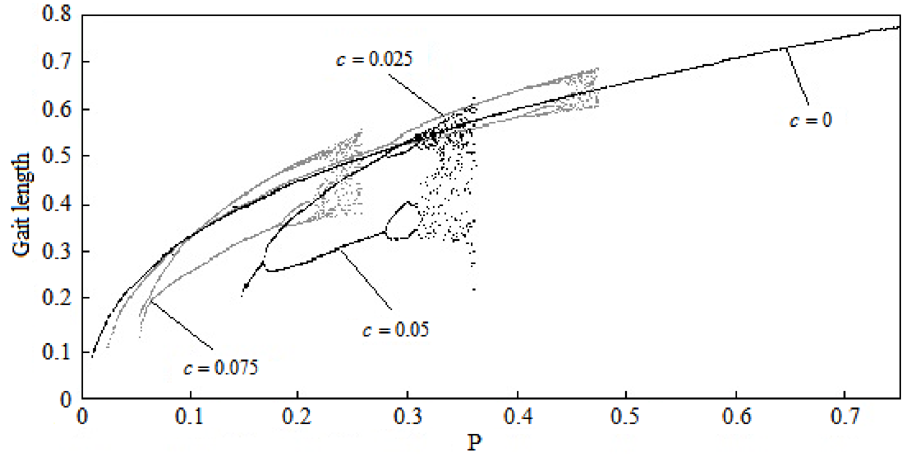
a) $r/l = 0.1$:

(a)



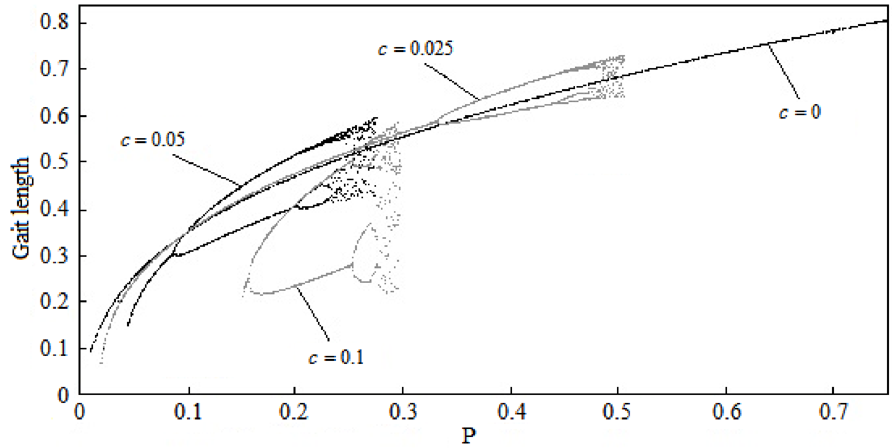
b) $r/l = 0.15$:

(b)



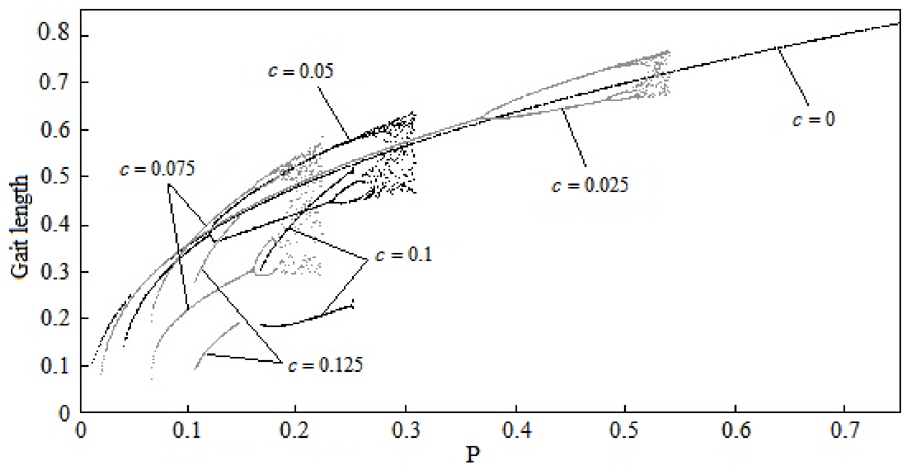
c) $r/l = 0.2$:

(c)



d) $r/l = 0.25$:

(d)



: $r/l = 0.3$ (e

(e)

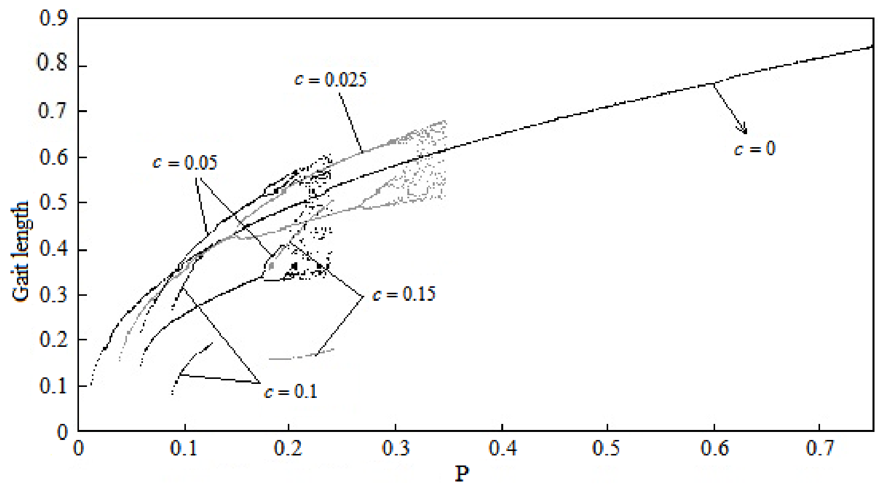


Fig. 11 Gait length bifurcation diagrams for different amounts of (c) over dimensionless impulse range, a) $r = 0.1$, b) $r = 0.15$, c) $r = 0.2$, d) $r = 0.2$ and e) $r = 0.3$

شکل 11 نمودارهای دوشاخگی طول گام در مقادیر مختلف پارامتر c بر حسب ضربه‌ی بی‌بعد a) $r = 0.1$، b) $r = 0.15$، c) $r = 0.2$، d) $r = 0.25$ و e) $r = 0.3$

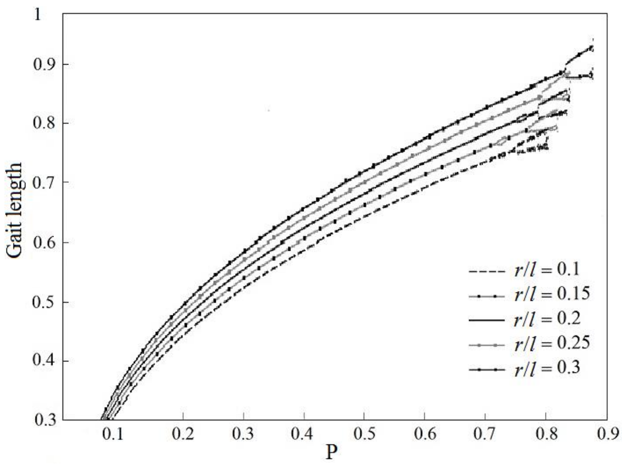


Fig. 12 Dimensionless gait length bifurcation diagrams for different dimensionless values of foot's radius for $c = 0$

شکل 12 منحنی‌های دوشاخگی طول گام بی‌بعد برای مقادیر بی‌بعد مختلف شعاع کف پا در $c = 0$ [1]

"شکل 13" کف‌پا را در $c = 0$ نشان می‌دهد.

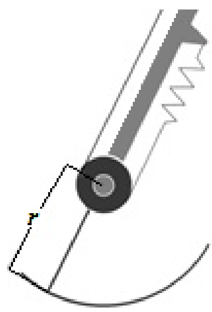


Fig. 13 Foot's figure in $c = 0$. The leg's end point has been located in the center of foot's circle.

شکل 13 شکل کف پا در $c = 0$. انتهای پا در مرکز دایره‌ی کف پا قرار گرفته است.

پایداری: با در نظر داشتن نتایج بخش قبل، وضعیت پایداری سیستم در مقادیر مختلف شعاع کف‌پا در دستور کار قرار می‌گیرد. منحنی‌های "شکل 14" بیانگر پایداری در مقادیر مختلف شعاع، به‌ازای ضربه‌ی اعمالی هستند. با مقایسه‌ی میان منحنی‌های موجود در این شکل می‌توان افزایش پایداری در اثر افزایش شعاع کف‌پا را مشاهده کرد.

نهایتا می‌توان گفت حساسیت سیستم به تغییر فاصله‌ی میان مرکز دایره‌ی کف‌پا و انتهای پا (c)، به‌گونه‌ای بالاست که با تغییر اندک این پارامتر شاهد تغییر وضعیت سیستم از گام‌زنی منظم به حالت دوشاخگی و آشوبناکی هستیم. همچنین مقدار 0.3 طول پا که متضمن پایدارترین حالت بود، برای پارامتر مذکور انتخاب می‌شود. همچنین بازه‌ی $0.3 \leq P \leq 0.6$ در مطالعه‌ی آثار کف‌پا به‌عنوان بازه‌ی کاری راه‌رونده معرفی می‌شود.

6- خلاصه

در این پژوهش پس از نشان دادن امکان گام‌زنی بر روی سطحی بدون شیب با جایگزینی تحریک ضربه‌ای در عوض جاذبه در یک مدل پارامتری، به یافتن حالات پایدار و با طول گام مناسب در میان متغیرهای مدل، پرداخته شد. از این‌رو با تمهید سیر پیشرفتی مشخص، با ارائه‌ی معیارهای گام‌زنی مطلوب پس از تعیین وضعیت جرمی، دست به تغییر پارامترهای هندسی مدل حول دو محور زده شد:

1- محل مناسب برای تعبیه‌ی عملگر بر روی پا

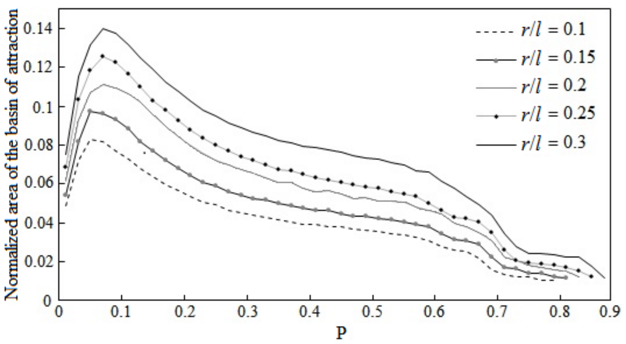


Fig. 14 Stability in different dimensionless amounts of the foot's circle radius

شکل 14 پایداری در مقادیر مختلف بی‌بعد شعاع کف پا

[1] با افزایش شعاع، سیستم پذیرای بازه‌ی بزرگتری از ضربه و قادر به دسترسی به مقادیر بزرگتری از طول گام است. هرچند که اختلاف میان منحنی‌ها چشمگیر نبوده و از عدم وجود مزیت عمده میان آنها حکایت می‌کند. این امر، ما را در انتخاب حالت مناسب‌تر به بررسی پایداری، به‌عنوان عاملی تعیین‌کننده رهنمون می‌سازد.

2- شکل مناسب کف پا

معیارهای تعریف گام‌زنی مطلوب نیز ناظر بر پایداری و طول گام مناسب بوده و حول هر تغییر پارامتر دو معیار مذکور مورد توجه قرار گرفته است و نهایتا در مدلی بهینه شده (از حیث مشخصات گام‌زنی مذکور) موسوم به مدل کارآمد، تجمیع شد. جدول 3 با بیان مقادیر پارامترهای طراحی و بازه‌ی کاری مدل کارآمد تمامی نتایج به‌دست آمده از بررسی‌ها را در خود جای داده است.

"شکل 15" شکل نهاییِ به‌دست آمده در مدل کارآمد را نشان می‌دهد.

مدل‌سازی در این مرحله بر روی مدلی دو بعدی، بدون زانو و دارای کف پای گرد بوده و در ادامه با پیش‌بینی یک سازوکار قابل اجرا برای تحریک، مدل‌سازی تحریک رقم زده شد و نهایتا با پیاده‌سازی مدل شبیه‌سازی گام‌زنی راه‌رونده، تحت تحریک نشان داده شده و جنبه‌های دینامیکی آن (مراحل گام‌زنی، دوشاخگی و ...) مورد بحث قرار گرفت.

در این میان اما تغییر رفتار راه‌رونده در اثر تغییر پارامترها به نوبه‌ی خود جالب توجه بوده و می‌توان از آنها در طرح‌های مشابه استفاده کرد. چند مورد از این روند تغییر رفتارها عبارتند از

1- افزایش (کلی) طول گام و پایداری در اثر افزایش فاصله‌ی عملگر از انتهای پا (a)

2- عدم تحمل سیستم در پذیرش ضربات بیشتر از حدود $P = 0.7$ در صورت قرار گرفتن عملگر در ابتدا و انتهای پا

جدول 3 مقادیر پارامترها در مدل کارآمد برحسب اندازه‌ی واحد طول پا و جرم لگن

Table 3 Values of parameters in the efficient model based on the unit value of the leg's length and the hip's mass

پارامترها	توضیح	مقدار
l	طول پا	واحد
r	شعاع کف پا	0.3
c	فاصله‌ی میان انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف پا	0
m	جرم عملگر	0.5
M	جرم لگن	واحد
m_l	جرم گسترده‌ی پا	0.5
a	فاصله‌ی عملگر تا انتهای پا	0.9
P	بازه‌ی کاری	$0.3 \le P \le 0.6$

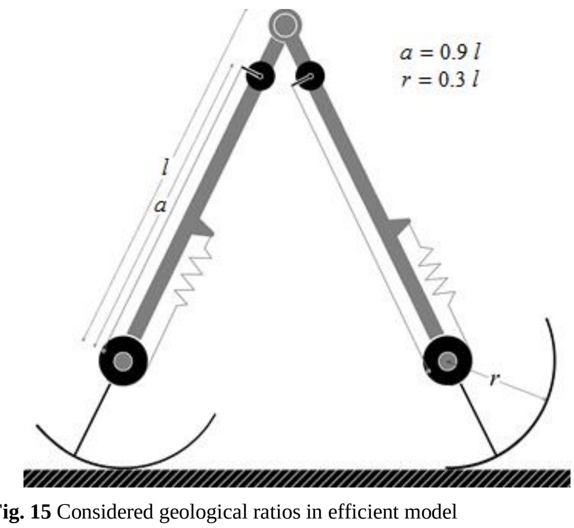


Fig. 15 Considered geological ratios in efficient model

شکل 15 نسبت‌های هندسی رعایت شده در مدل کارآمد

3- کاهش شدید پایداری در اثر افزایش فاصله‌ی نقطه‌ی انتهای پا تا مرکز دایره‌ی کف‌پا (c)

4- افزایش طول گام و پایداری در اثر افزایش شعاع کف پا

7- فهرست علائم

a	فاصله‌ی عملگر تا نقطه‌ی انتهایی پا در راستای پا
c	فاصله‌ی مرکز دایره‌ی کف پا تا نقطه‌ی انتهای پا
d	طول گام
d_M	فاصله‌ی لگن تا مرکز دایره‌ی کف پا
H	تکانه‌ی زاویه‌ای
l	طول پا (واحد)
M	جرم لگن (واحد)
m	جرم عملگر
m_l	جرم پا
P	اندازه‌ی ضربه
r	شعاع کف پا
t	زمان
x	مولفه‌ی فضای حالت

علایم یونانی

α	زاویه‌ی میان پا و راستای واصل بین لگن و مرکز دایره‌ی کف پا (rad)
δ	زاویه‌ی میان پا و راستای واصل بین نقطه‌ی انتهایی پا و مرکز دایره‌ی کف پا (rad)
θ	زاویه‌ی میان پا و راستای عمود بر زمین (rad)
φ	زاویه‌ی میان دو پا (rad)

زیرنویس‌ها

c	نقطه‌ی برخورد و تماس پا با زمین
gait	گام
h	نقطه‌ی لگن
real	ابعاد واقعی

بالانویس‌ها

$+$	پس از برخورد پای آویخته با زمین
$-$	پیش از برخورد پای آویخته با زمین
*	نقطه‌ی ثابت، گام‌زنی متناوب

8- مراجع

[1] D. G. Hobbelen, *Limit cycle walking*, Phd, Delft Biorobotics Labratory, Delft University of Technology, 2008.

[2] T. McGeer, Passive dynamic walking, *the international journal of robotics research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62-82, 1990.

[3] M. Garcia, A. Chatterjee, A. Ruina, M. Coleman, The simplest walking model: stability, complexity, and scaling, *Journal of biomechanical engineering*, Vol. 120, No. 2, pp. 281-288, 1998.

[4] S. H. Collins, P. G. Adamczyk, A. D. Kuo, Dynamic arm swinging in human walking, *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, Vol. 276, No. 1673, pp. 3679-3688, 2009.

[5] J. M. Donelan, R. Kram, A. D. Kuo, Mechanical work for step-to-step transitions is a major determinant of the metabolic cost of human walking, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 23, pp. 3717-3727, 2002.

[6] S. Tayefi, A. Ohadi, The Effect of foot mass on bifurcation and chaotic behavior of a simple passive walking biped model, *ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Istanbul, Turkey, pp. 633-638, 2010.

[7] S. Mochon, T. A. McMahon, Ballistic walking, Journal *of biomechanics*, Vol. 13, No. 1, pp. 49-57, 1980.
[8] T. McGeer, Dynamics and control of bipedal locomotion, *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 163, No. 3, pp. 277-314, 1993.
[9] J. Bertram, A. Ruina, Multiple walking speed–frequency relations are predicted by constrained optimization, *Journal of theoretical Biology*, Vol. 209, No. 4, pp. 445-453, 2001.
[10] E. Borzova, Y. Hurmuzlu, Passively walking five-link robot, *Automatica*, Vol. 40, No. 4, pp. 621-629, 2004.
[11] A. Goswami, B. Espiau, A. Keramane, Limit cycles and their stability in a passive bipedal gait In Robotics and Automation, *1996 IEEE International Conference*, Washington D.C, Usa, Vol. 1, No. 1, pp. 246-251. IEEE, 1996.
[12] A. D. Kuo, Energetics of actively powered locomotion using the simplest walking model, Journal *of biomechanical engineering*, Vol. 124, No. 1, pp. 113-120, 2002
[13] R. Tedrake, Underactuated robotics: Learning, planning, and control for efficient and agile machines course notes for MIT 6.832, *Technical report* , 2009.
[14] P. G. Adamczyk, H. Collins, A. D. Kou, The advantages of a rolling foot in human walking, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 209, No. 20, pp. 3953-3963, 2006.
[15] S. J. Hasaneini, M. Chris, E. Bertram, H. Leung, Optimal relative timing of stance push-off and swing leg retraction, *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference* ,Tokyo, Japan, pp. 3616-3623, 2013.
[16] K. K. Safak, Dynamics, stability, and actuation methods for powered compass gait walkers, Turkish *Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, Vol. 22, No. 1, pp. 1611-1624, 2014.
[17] P. Micheau, M. A. Roux, P. Bourassa, Self-tuned trajectory control of a biped walking robot, *International Conference on Climbing and Walking Robot CLAWAR*, Catania, Italy, pp. 527-534, 2003.
[18] S. H. Collins, A. Ruina, A bipedal walking robot with efficient and human-like gait, *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference*, pp. 1983-1988, 2005.
[19] D. Hobbelen, *TuDelft/BioRobotics lab*, Accessed on 8 March 2016.http://www.3me.tudelft.nl/en/about-the-faculty/departments/biomechanical-engineering/research/dbl-delft-biorobotics-lab/bipedal-robots/meta/, 2012.
[20] P. A. Bhounsule, J. Cortell, A. Grewal, D. Karssen, A. Ruina, Low-bandwidth reflex-based control for lower power walking: 65 km on a single battery charge, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 33, No. 10, pp. 1305-1321, 2014.
[21] S.H. Strogatz, Nonlinear *dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. ed. 1, Boulder, Colorado, Usa, Westview press, pp. 278-283, 2014.
[22] Y. Hürmüzlü, G. D. Moskowitz, The role of impact in the stability of bipedal locomotion, *Dynamics and Stability of Systems* , Vol 1, No. 3, pp. 217-234, 1986.
[23] A. L. Schwab, M. Wisse, Basin of attraction of the simplest walking model, *Proceedings of the ASME design engineering technical conference*, Vol. 6, No. 1, pp. 531-539. 2001.
[24] M. Wisse, Essentials *of dynamic walking; Analysis and design of two-legged robots*, Phd, Delft Biorobotics Labratory, Delft University of Technology, 2004.