مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1396، دوره 17، شماره 8، ص‌ص 301-312

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی عددی اثر هندسه و شرایط مرزی بر جریان مافوق صوت در کانال دو بعدی ام.اچ.دی

محمد پورجعفرقلی[1]، قنبرعلی شیخ‌زاده[2]، رضا مداحیان[3*]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

2-دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

3-استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 143-14115، maddahian@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 03 اردیبهشت 1396

پذیرش: 24 تیر 1396

ارائه در سایت: 20 مرداد 1396

کلید واژگان:

ژنراتور ام.اچ.دی

معادلات ماکسول

عدد بی بعد برهم کنش مغناطیسی (عدد استوارت)

گرمایش ژول

چکیده

در کار حاضر، شبیه‌سازی عددی جریان مافوق صوت، پایا و تراکم‌پذیر هوا در یک ژنراتور هیدرودینامیک مغناطیسی (ام.اچ.دی) مورد مطالعه قرار گرفته است. جریان به‌صورت گاز کامل با عدد رینولدز مغناطیسی پائین در نظر گرفته شده است. یک کانال دو بعدی با چهار جفت الکترود و هندسه‌ها و شرایط مرزی مختلف به عنوان مدل ژنراتور ام.اچ.دی فارادی مورد بررسی قرار گرفته است. برای حل معادلات ناویر استوکس به اضافه جملات چشمه الکترومغناطیسی، معادلات ماکسول و قانون اهم از نرم افزار فلوئنت استفاده گردیده است. معادلات ناویر استوکس با استفاده از حل کننده بر پایه چگالی به صورت ضمنی و معادله پواسون، با استفاده از روش پتانسیل الکتریکی حل شدند. ابتدا شرایط مرزی دما ثابت و شار حرارتی ثابت با هم مقایسه شده و با توجه به گرمایش ژول کمتر و تولید توان الکتریکی بالاتر، شرط مرزی شار حرارتی ثابت برای ادامه کار انتخاب شده است. سپس اثر شکل هندسی کانال‌های ام.اچ.دی با سطح مقطع ثابت، واگرا، همگرا و ترکیبی واگرا-ثابت بر راندمان و توان الکتریکی خروجی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که توان و راندمان الکتریکی در کانال ترکیبی واگرا-ثابت نسبت به سایر هندسه‌ها بالاتر بوده و گرمایش ژول کمتری دارد. با توجه به تحقیقات در مورد استفاده از ژنراتور ام.اچ.دی در صنایع فضایی و موشکی، نتایج مختلف به ویژه گرمایش ژول حاصل از جریان گاز کریپتون و جریان هوا مقایسه شده‌اند تا در صورتی که افزایش دما در اثر گرمایش ژول گاز کریپتون کمتر باشد روی این گزینه و پیشنهاد آن به عنوان گاز مناسب تمرکز شود.

Numerical investigation of the effect of the geometry and boundary conditions on Supersonic flow in a 2D MHD channel

Mohammad Pourjafargholi[1], GhanbarAli Sheikhzadeh[1], Reza Maddahian[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* Tehran, Postbox: 14115-143, maddahian@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 23 April 2017
Accepted 25 June 2017
Available Online 11 August 2017

Keywords:
MHD generator
Maxwell equations
Non-dimensional magnetic interaction number (Stuart number)
Joule Heating

ABSTRACT

In the present work, numerical simulation of steady, compressible and supersonic airflow in a magneto-hydrodynamic (MHD) generator is studied. The flow is considered to be ideal with low magnetic Reynolds number. A two-dimensional channel with four-pair electrodes and with various geometries and boundary conditions is utilized as a MHD Faraday generator model. The computational model consists of the Navier-Stokes equations coupled with electromagnetic source terms, Maxwell's equations and Ohm's law. Implicit density based solver is used to solve the Navier-Stokes and the electric potential method is used to solve the Poisson's equation. The constant temperature boundary condition is compared with constant heat flux. Due to the low Joule heating and generation of higher electrical power, constant heat flux boundary condition is selected to use .Then the effect of change of the channel geometry is investigated by considering constant cross section, divergent, convergent and divergent- constant cross sections as Faraday MHD generator. The geometrical effect is investigated on the electrical efficiency and power output of MHD generator. The results showed that electrical power and efficiency of divergent -fixed channel was higher than others and its joule heating is lower. Due to the Joule heating induced by the magnetic field and the importance of engine cooling, other working gases such as Krypton are analyzed.

1- مقدمه

در سال‌های اخیر، تلاش برای یافتن فناوری‌های مناسب برای تولید انرژی ارزان، استاندارد و سازگار با محیط، منجر به پیشرفت فناوری‌های تولید جریان الکتریکی شده است. هر چند انرژی‌های مختلف قابلیت تبدیل شدن به برق را دارند اما تغییر شکل‌های میانی زیاد، منجر به محدودیت‌هایی در بازدهی، قابلیت اطمینان و تراکم می‌شود. برای جلوگیری از محدودیت‌های

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Pourjafargholi, Gh. Sheikhzadeh, R. Maddahian, Numerical investigation of the effect of the geometry and boundary conditions on Supersonic flow in a 2D MHD channel, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 301-312, 2017 (in Persian)

مکانیکی، به نظر می‌رسد تبدیل مستقیم انرژی گرمایی یا جنبشی به انرژی الکتریکی امکان پذیر باشد. یکی از روش‌های نوین تولید انرژی الکتریکی با روش تبدیل مستقیم، استفاده از انرژی جنبشی پلاسما در ژنراتورهای ام.اچ.دی می‌باشد. استفاده از پلاسما به جای قطعات متحرک و وزن نسبتاً کم ژنراتورهای ام.اچ.دی در مقایسه با ژنراتورهای متعارف، توجه محققین در صنایع هواپیمایی، فضاپیمایی، موشکی و دریایی را به خود جلب کرده است [1].

فرآیند تبدیل ام.اچ.دی ابتدا توسط مایکل فارادی در سال 1893 شرح داده شد، زیرا در آن زمان دانشمندان به این واقعیت پی بردند که گازها را می‌توان به‌وسیله یونیزاسیون تبدیل به رسانا نمود. طبق اثر فارادی اگر یک سیال رسانای برق درون یک میدان مغناطیسی حرکت کند در آن یک جریان الکتریکی برقرار می‌شود. ژنراتور مورد استفاده در این فرایند، ژنراتور ام.اچ.دی نامیده می‌شود. فرآیند طراحی کلی و بهینه‌سازی ژنراتور ام.اچ.دی پیچیده بوده و نیازمند ملاحظات هزینه، راندمان، اندازه و امکان‌سنجی فنی می‌باشد.

کاربرد ام.اچ.دی در صنایع هوایی از سال 1950، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در سال 1990، مفهوم جدیدی در استفاده ازترکیب موتور توربوجت با موتور اسکرم جت ام.اچ.دی. به عنوان سیستم قدرت با جریان ماوراء صوت در پروژه‌ای بنام آژاکس [2] بنا نهاده شد.

در موتورهای توربوجت، هوا بعد از عبور از مجرای ورودی، وارد کمپرسور شده و متراکم می‌گردد، اما چون این هوا با سرعت نسبتاً زیادی وارد ورودی موتور می‌شود برای احتراق مناسب نمی‌باشد و بیشتر سوخت مصرف شده، بدون اشتعال هدر می‌رود. به همین دلیل از سرعت هوای ورودی در بخش دیفیوزر (قبل از کمپرسور) باید کاسته شود. هندسه مجاری ورودی هوا در کارآیی موتورهای توربوجت یکی از مهمترین عوامل بوده و نقش بسزایی را در پرواز ایفا می‌کند. طراحی و ساخت این مجاری باید به گونه‌ای باشد که در شرایط مختلف پرواز هوای کنترل شده و مورد نیاز موتور را از دهانه خود عبور داده و تحت فشار و دمای معین و سرعت مادون صوت بطرف کمپرسور هدایت کند. زیرا در این موتورها احتراق در سرعت مافوق صوت ممکن نیست. یکی از روش‌های کاهش سرعت در دیفیوزر تولید امواج ضربه‌ای است تا بتوان سرعت هوای ورودی را به زیر صوت رساند. ایجاد امواج ضربه‌ای از طریق طراحی هندسه امکان پذیر است. البته در صورت استفاده از دیفیوزر به عنوان کانال ام.اچ.دی و استفاده از میدان مغناطیسی نیز هم می‌توان سرعت جریان هوا را کاهش داد و هم می‌توان برای تولید برق مورد نیاز هواپیما از آن بهره برد.

موتورهای توربورم جت که در کار حاضر به آن پرداخته می‌شود، از دو جزء ساخته می‌شوند: موتور رم جت و موتور توربوفن یا توربوجت. در این نوع موتورها ابتدا برای شروع پرواز خلبان موتور توربوفن را روشن می‌کند تا انرژی لازم برای برخاست به‌وجود آید. بعد از این که هواپیما به سرعت 1ماخ (سرعت صوت) یا نزدیک به آن رسید خود به خود موتور توربوفن خاموش شده و دریچه آن بسته می‌شود. بنابراین جریان هوا وارد موتور رم‌جت شده و با فشار موجود در هوا، موتور روشن می‌شود.

در راستای استفاده از ژنراتور ام.اچ.دی با سرعت‌های بالاتر از 4 ماخ تحقیقات زیادی هم به‌صورت تجربی و هم به‌صورت تئوری انجام شده است. از جمله این تلاش‌ها، تحقیقات تجربی بابشو و همکاران [3-5] برای بررسی تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی بر جریان مافوق صوت و مطالعه امکان کنترل موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته در دیفیوزر مافوق صوت می‌باشد. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش میدان مغناطیسی نقطه برخورد موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته، به سمت ورودی دیفیوزر حرکت می‌کند. همچنین افزایش اثر متقابل ام.اچ.دی برای شدت میدان مغناطیسی بالاتر از 1.2 تسلا با یک تغییر شدید در ساختار جریان همراه بوده و کاهش سرعت ام.اچ.دی در دیفیوزر، منجر به تشکیل موج ضربه‌ای قائم و تبدیل جریان مافوق صوت به مادون صوت می‌شود. آن‌ها در کارهای خود اکثراً از گازهای بی‌اثر مانند کریپتون و گزنون با رسانایی الکتریکی حدود 600 زیمنس بر متر استفاده کردند و هدف اصلی آن‌ها بررسی و کنترل محل بهم پیوستن امواج ضربه‌ای بود.

لیپوشکینا و همکاران [6] اثر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی روی موج ضربه‌ای ایجاد شده در ورودی یک دیفیوزر را به‌صورت تجربی بررسی کردند. در این آزمایش جریان مافوق صوت پلاسمای گزنون با رسانایی الکتریکی 800 زیمنس بر متر و روش شلرین[1] مورد استفاده قرار گرفت. نتایج آن‌ها نشان داد که برای کنترل موثر موج‌های ضربه‌ای، میدان‌های مغناطیسی باید به قسمت ورودی دیفیوزر اعمال شوند. در غیر این صورت واکنش جریان به میدان اعمال شده کمتر خواهد بود. هدف اصلی آن‌ها از این تحقیق پی بردن به تغییرات شکل و موقعیت امواج ضربه‌ای ناشی از میدان‌های خارجی بود.

گولوشاو و ساشچیخ [7] کنترل جریان مافوق صوت گاز ضعیف یونیزه شده در دریچه هواکش یک وسیله پرنده با استفاده از میدان‌های الکترومغناطیسی را به‌صورت عددی بررسی کردند. در این کار، معادلات اویلر با استفاده از روش پیمایشی با دقت مرتبه دوم[2] و صریح و مدل گاز غیرلزج به‌صورت سه بعدی حل شده است. نتایج آن‌ها برای جریانی با ماخ 6 و کانال همگرا نشان داد که با میدان‌های الکترومغناطیسی می‌توان پارامترها و ساختار موج ضربه‌ای در دریچه هواکش را کنترل کرد.

ایتو و ایشیکاوا [8] اثرات جریان سه بعدی پلاسما با ماخ 1.18 نزدیک آند ژنراتور ام.اچ.دی را با دما و سرعت بالا به‌صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها برای حل مسئله از روش‌های المان محدود گالرکین و حداقل باقی مانده تعمیم یافته[3] استفاده کردند. در این تحقیق به‌علت محدودیت توانایی رایانه، تنها پدیده نزدیک آند بررسی شده است. نتایج آن‌ها نشان داد که اثر هال قوی، یک تراکم قوی جریان الکتریکی در لبه بالادست آند القاء می‌کند که منجر به تولید دمای بالا در آن‌جا می‌شود و با فعال شدن نیروی لورنتز، محل تراکم جریان الکتریکی به بالادست منتقل شده و باعث گرم شدن دیواره عایق می‌شود. آن‌ها دمای دیواره‌های کانال ام.اچ.دی را به‌صورت یکنواخت و ثابت فرض کردند و با توجه به این‌که در حقیقت، دمای دیواره به‌صورت محلی می‌تواند بالاتر باشد، پیشنهاد دادند که در آینده لازم است شرط مرزی حرارتی در روی دیواره به‌صورت شار حرارتی پیوسته در نظر گرفته شود.

کورانو و شیکین [9] کنترل میدان جریان اویلر در ورودی موتور اسکرم جت هواپیمای ماوراء صوت آژاکس و بهبود عملکرد این موتوررا با استفاده از پتانسیل ژنراتور ام.اچ. دی به‌صورت عددی بررسی کردند. این تحقیق به صورت یک بعدی و دو بعدی در اعداد ماخ بین 10-6 و فشار دینامیکی 40 kPa انجام شده و نتایج حاصل نشان داد که ژنراتور ام.اچ.دی در شرایط

[1] Schlieren

[2] روش محاسبه جریانهای غیرلزج دارای امواج موج ضربه‌ای (محاسبه جریان بوسطه امواج ضربه‌ای) کار بسیار دشواری است، زیرا چنین جریانهایی موجب تغییرات تیز و ناپیوسته در متغیرهای جریان مانند فشار، دما، چگالی و سرعت در سراسر موج ضربه‌ای می‌شوند).

[3] GMRES (Generalized Minimal Residual) method

معمولی جریان بالا دست محفظه احتراق موتور اسکرم جت توان تولید توان الکتریکی را دارد. بنابراین از این ژنراتور می‌توان هم برای کنترل محل موج ضربه‌ای مایل در ورودی و در نتیجه بهبود عملکرد موتور و هم برای تولید جریان الکتریکی استفاده کرد. در این تحقیق از پلاسمایی با رسانایی الکتریکی تقویت شده با یونیزه کننده پرتو الکترون استفاده گردید.

بابشو و همکاران [10] امکان کاهش سرعت جریان مافوق صوت پلاسما (گاز کریپتون) در ورودی موتور هواپیما را با استفاده از میدان مغناطیسی اعمال شده به‌صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها در این کار معادلات اویلر را با استفاده از روش عددی گودونوف حل کردند. نتایج آن‌ها برای جریانی با ماخ 4 در یک کانال همگرا- واگرا نشان داد که با استفاده از میدان مغناطیسی، امکان کاهش سرعت جریان پلاسما تا سرعت مادون صوت وجود دارد. البته باید توجه داشت که آن‌ها جریان غیر لزج را حل کردند.

لاینبری و همکاران [11] عملکرد ژنراتور ام.اچ.دی رانده شده با موتور اسکرم جت را با استفاده از یک برنامه رایآن‌های بنام (HVEPS) که برای یکپارچه‌سازی سیستم توان الکتریکی پرنده ماوراء صوت تهیه کرده بودند شبیه‌سازی کردند. آن‌ها برای شبیه‌سازی شرایط پروازی ماخ 8 و ژنراتور ام.اچ.دی با دیواره قطری رسانا[1] را در نظر گرفتند. با توجه به مافوق صوت بودن جریان بعد از محفظه احتراق در موتور اسکرم جت آن‌ها ژنراتور را بعد از این محفظه قرار دادند و گازهای خروجی از محفظه احتراق را به آن هدایت کردند. نتایج حاصل، یک غیریکنواختی قابل توجهی در کانتورهای دما نشان داد به گونه‌ای که دما در مرکز افزایش و نزدیک دیواره‌ها کاهش نشان می‌دهد. این غیریکنواختی می‌تواند باعث تضعیف عملکرد توان الکتریکی ژنراتور شود.

سزگین و آیدین [12] جریان ام.اچ.دی را در کانال‌هایی با سطح مقطع‌های مستطیلی، دایره‌ای و بیضوی شکل و دیواره‌های عایق با استفاده از روش عددی المان مرزی حل کردند. جریان مورد استفاده در این تحقیق آرام تراکم ناپذیر و کاملاً توسعه یافته بود. نتایج آن‌ها معلوم کرد که با افزایش عدد هارتمن[2] تشکیل لایه مرزی نزدیک دیواره‌ها شروع شده و هر کانتور هر دو میدان سرعت و مغناطیسی تمایل به حالت مسطح شدن دارد. همچنین سرعت در مرکز کانال یکنواخت شده و کاهش می‌یابد. رفتار میدان سرعت و میدان مغناطیسی برای مشخصات جریان ام.اچ.دی در هر سه هندسه مورد استفاده شبیه هم هستند.

موراکامی و اوکینو [13] میزان توان الکتریکی تولید شده در ژنراتور ام.اچ.دی با گاز آرگون را به‌صورت عددی و تجربی با هم مقایسه نمودند. آن‌ها کانال‌های مختلف واگرا را به‌عنوان ژنراتور ام.اچ.دی انتخاب و آزمایش‌ها را براساس تونل موج ضربه‌ای و محاسبات عددی را براساس شبیه‌سازی ادی بزرگ و به‌صورت شبه سه بعدی انجام دادند. محاسبات آن‌ها نشان داد که به ترتیب کانالهای واگرای محدب، با تحدب بالا، خطی و مقعر بالاترین عملکرد تبدیل انرژی را دارند. با اصلاح ساده و کوچک پروفیل کانال به‌صورت واگرای محدب، کیفیت پلاسما بهبود یافت. با کاهش سرعت جریان ام.اچ.دی بوسیله اثر متقابل نیروی لورنتز، گسترش لایه مرزی و نوسان دمای الکترون متوقف شده و راندمان ایزنتروپیک و نسبت استخراج انتالپی به‌طور قابل توجهی بهبود پیدا کردند.

تاکاهاشی و همکاران [14] عملکرد تجربی تعدادی ژنراتور ام.اچ.دی در مقیاس کوچک را با حل عددی سه بعدی مقایسه کردند. این ژنراتورها بعد از محفظه احتراق موتور اسکرم جت جایگذاری شده و شامل دیواره قطری رسانا، دیواره قطری عایق، دیواره هال رسانا، دیواره هال عایق و ژنراتور فارادی بودند. نتایج آن‌ها نشان داد که هر چند حداکثر توان خروجی در ژنراتور فارادی بدست می‌آید ولی به دلیل پیچیدگی مناسب نبوده و ژنراتور با دیواره قطری رسانا برای این موتور توصیه می‌شود.

تانگ و همکاران [15] حالت‌های مختلف عملیاتی ژنراتور ام.اچ.دی در موتورهای کنار گذر[3] را به‌صورت عددی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که برای هر ژنراتور ام.اچ.دی با میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت، یک میدان الکتریکی بحرانی ویژه (E_{cr}) وجود دارد که جریان مافوق صوت ورودی به آن در خروجی به جریان مادون صوت تبدیل شود. در غیر این صورت، ژنراتور در حالت دائمی و با یک میدان الکتریکی بزرگتر از E_{cr} کار می‌کند که در خروج از ژنراتور نیز جریان به‌صورت مافوق صوت دائمی باقی می‌ماند و یا ژنراتور در یک حالت خفگی کار می‌کند که در این حالت میدان الکتریکی کوچکتر از E_{cr} می‌باشد. با این وجود مقدار بحرانی این میدان تنها یک حالت ایده‌آل می‌باشد و به علت وجود ویسکوزیته امکان وقوع آن وجود ندارد. هر چند ژنراتورها در میدان الکتریکی بالاتر از مقدار بحرانی آن کار می‌کنند و سرعت جریان هنوز علیرغم کاهش به مادون صوت نمی‌رسد ولیکن حالت خفگی در آن‌ها اتفاق نمی‌افتد.

همان‌گونه که در بخش پیشینه پژوهش بررسی شده است، فعالیت‌های انجام شده بر روی ژنراتورهای ام.اچ.دی عموماً برای محدوده‌های عدد ماخ در حدود 4 بوده است و فعالیت‌های عددی یا تجربی بر روی محدوده ماخ در حدود صوت انجام نگرفته است. محدوده‌های عدد ماخ در حدود 4 مربوط به موتورهای اسکرم جت می‌باشد. در موتورهای توربوجت عادی، محفظه احتراق بایستی حتما دارای ماخ کمتر از 1 باشد و لذا نیاز است تا جریان مافوق صوت به مادون صوت تبدیل گردد. استفاده از ژنراتورهای ام.اچ.دی در این موتورها علاوه بر کاهش سرعت جریان هوا در ورودی محفظه احتراق، می‌تواند تا حدودی توان الکتریکی موردنیاز هواپیما یا موشک را نیز تامین کند. به منظور دستیابی به حداکثر توان و همچنین تغییرات میزان سرعت جریان نیاز است تا هندسه‌های مختلف ورودی برای جریان در محدوده عدد ماخ حدود 2 مورد بررسی قرار گیرد. علاوه بر این با توجه به اعمال شرط مرزی عایق (با شار حرارتی برابر صفر) در اکثر کارهای تجربی و بنا به پیشنهاد تعدادی از محققین [8] نیاز به بررسی شرط مرزی شار حرارتی احساس می‌شد چرا که دمای محلی دیواره‌ها مطمئنا در طول کانال ثابت نخواهد بود. لذا این موضوع نیز در این مقاله مورد توجه و بررسی قرار گرفته است. مطالعه حاضر به عنوان اولین مطالعه کاربرد این نوع ژنراتورها در محدوده اعداد ماخ حدود 2 است.

2- معادلات حاکم

معادلات حاکم مربوط به ژنراتور ام.اچ.دی شامل معادلات ناویر-استوکس به اضافه جملات چشمه الکترومغناطیسی، معادلات ماکسول و قانون اهم به‌صورت زیر می‌باشد.

2-1- معادلات هیدرودینامیکی

معادلات حاکم بر جریان به اضافه جملات چشمه الکترومغناطیسی شامل معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی برای جریان دو بعدی تراکم‌پذیر به شکل زیر بیان می‌شوند:

معادله پیوستگی:

[1] Diagonal Conducting Wall-DCW

[2] Hartmann number (Hartmann number (Ha) is the ratio of electromagnetic force to the viscous force)

[3] By-pass

$$u\frac{\partial\rho}{\partial x}+v\frac{\partial\rho}{\partial y}+\rho(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y})=0 \quad (1)$$

معادله ممنتوم در جهت x:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left[\frac{4}{3}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{1}{3}\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}\right]+j_yB \quad (2)$$

معادله ممنتوم در جهت y:

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left[\frac{4}{3}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{3}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\right]-j_xB \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$\rho c_v\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)-p\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\Phi+j\cdot E \quad (4)$$

که در آن اتلاف ویسکوز (Φ) از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\Phi=\mu\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+2\left[(\frac{\partial u}{\partial x})^2+(\frac{\partial v}{\partial y})^2\right]\right\}-\mu\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \quad (5)$$

همچنین در معادلات بالا j_x و j_y مولفه‌های چگالی جریان الکتریکی، $j_x\times B$ و $j_y\times B$ مولفه‌های نیروی حجمی الکترومغناطیسی (نیروی لورنتز) و $j\cdot E$ نسبت استخراج انرژی هستند. معادله حالت برای گاز ایده‌آل $p=\rho RT$ می‌باشد.

2-2- معادلات الکترومغناطیسی

این معادلات شامل معادلات ماکسول، معادله پیوستگی جریان الکتریکی و قانون اهم می‌باشد. معادلات ماکسول مبانی الکترومغناطیس کلاسیک بوده و چگونگی ایجاد شدن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی توسط بارها و جریانات الکتریکی و نیز پیدایش یکی از این میدان‌ها توسط تغییر میدان دیگر را توصیف می‌کنند. معادلات ساده شده ماکسول به‌صورت $\nabla\times E=0$ می‌باشد که E میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. معادله پیوستگی جریان الکتریکی هم به‌صورت $\nabla\cdot j=0$ تعریف می‌شود، که طبق آن، J (چگالی جریان الکتریکی) خروجی از آند برابر J ورودی به کاتد می‌باشد. قانون اهم نیز به شکل رابطه (6) داده می‌شود:

$$J=\sigma(E+VB) \quad (6)$$

با توجه به این‌که درکانال دوبعدی ام.اچ.دی، سرعت و میدان الکتریکی شامل مولفه‌های x و y و میدان مغناطیسی فقط شامل مولفه z هستند، مولفه‌های چگالی جریان الکتریکی به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$j_x=\sigma(E_x+vB) \qquad j_y=\sigma(E_y-uB) \quad (7)$$

و بعد از جایگذاری $E=-\nabla\varphi$ خواهیم داشت:

$$j_x=\sigma(-\frac{\partial\varphi}{\partial x}+vB) \quad (8)$$

$$j_y=-\sigma(\frac{\partial\varphi}{\partial y}+uB) \quad (9)$$

از ترکیب معادله (4) و $\nabla.J=0$ معادله پتانسیل به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=B(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}) \quad (10)$$

ضریب بار یکی از پارامترهای کارایی ژنراتور ام.اچ.دی بوده و برابر با نسبت ولتاژ خارجی بار به ولتاژ تولیدی (یا توان الکتریکی مفید خروجی بر توان کل تولیدی) در ژنراتور است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [16]:

$$K=E_y/uB \quad (11)$$

ضریب بار به علت هدر رفتن توان تولیدی به‌صورت گرمایش ژول باید کمتر از 1 باشد و زمانی توان خروجی ماکزیمم خواهد بود که این مقدار برابر 0.5 باشد که نشان‌دهنده برابری مقاومت پلاسما و بار می‌باشد.

عدد بی بعد استوارت یا اثر متقابل مغناطیسی Q، نسبت نیروهای ام.اچ.دی به نیروهای طولی (اینرسی) بوده و برای بررسی اثر الکترومغناطیسی بر جریان هیدرودینامیک در راستای طولی مورد استفاده قرار می‌گیرد [17]:

$$Q=\sigma B^2 L/(\rho u) \quad (12)$$

عدد رینولدز مغناطیسی جریان نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re_m=\mu_0\,\sigma\,u\,d_y \quad (13)$$

که در آن μ_0 نفوذپذیری مغناطیسی است. فرض می‌شود که $Re_m\ll1$ که در این حالت میدان مغناطیسی القایی خیلی کوچکتر از میدان مغناطیسی اعمالی بوده و قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. در این مقاله عدد رینولدز مغناطیسی تقریباً برابر $Re_m\approx1.3\times10^{-3}$ می‌باشد. عدد استوارت نیز برابر 0.367 می‌باشد که نشان می‌دهد نیروی الکترومغناطیسی (نیروی لورنتز) اثر قابل توجهی روی پارامترهای جریان دارد. توان الکتریکی خروجی ژنراتور نیز از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$q_i=\int_V J\cdot E dV \quad (14)$$

3- روش حل عددی و مدل آشفتگی

در این مقاله برای شبیه‌سازی جریان درون ژنراتور از نرم‌افزار فلوئنت به شکل زیر استفاده شده است:

1- حل معادلات ناویر استوکس با حل کننده بر پایه چگالی به صورت ضمنی

2- گسسته‌سازی معادلات با روش مرتبه دوم بالادست

همچنین جملات چشمه الکترومغناطیسی و معادله پتانسیل با اضافه کردن کد در قالب یو دی اف به نرم‌افزار حل شده‌اند. با توجه به استفاده از روش حل ضمنی مبتنی بر چگالی لازم است که مقدار گام زمانی به‌وسیله عدد کورانت مشخص شود. برای همگرایی سریع‌ترمی‌توان از عدد کورانت بزرگتر استفاده کرد، ولی در صورت واگرا شدن حل می‌توان مقدار عدد کورانت را تا 0.05 هم، کاهش داد. همچنین با توجه به بالا بودن عدد رینولدز جریان و آشفته بودن آن، مدل آشفتگی RNG k-ε به کار گرفته شده است.

با توجه به آنچه در مرجع [18] آمده معمولاً رژیم جریان آرام برای مدل کردن پلاسما استفاده می‌شود [19-23]، مطالعات اندکی نیز در رابطه با مدل‌های آشفتگی مانند k-ε [25,24]، مقایسه مدل آرام با مدل k-ε [26] یا مقایسه چند مدل آشفتگی (مدل‌های k-ε استاندارد، RNG k-ε و k-ε تحقق پذیر) [27] گزارش شده است.

زو و همکاران [27] مدل‌های مختلف آشفتگی، یعنی مدل تنش رینولدز (RSM)، مدل‌های k-ε شامل استاندارد، RNG و تحقیق پذیر را برای بررسی خصوصیات قوس برش پلاسما مقایسه کرده و نشان دادند که نتایج مدل‌های RSM و RNG k-ε با نتایج تجربی، سازگاری قابل قبولی دارند. ولیکن در تحقیق حاضر هر سه مدل k-ε استاندارد، RNG k-ε و k-ε تحقیق پذیر مورد بررسی قرار گرفتند که با توجه به نتایج زو و همکاران و مقایسه نتایج مربوط به توزیع عدد ماخ، گرمایش ژول، فشار و غیره با نتایج کار عددی شیومی و همکاران[17]، مدل RNG k-ε انتخاب گردید. همچنین با توجه به این که

برای محاسبه درست گرادیان‌های سرعت و پتانسیل، شبکه طوری انتخاب شده که میزان y^+ کمتر از 1 باشد بنابراین از توابع دیواره در کنار دیواره‌ها استفاده نشده است.

4- راستی آزمایی

برای راستی آزمایی حل عددی کار حاضر، از دو کار عددی و تجربی به‌صورت زیر استفاده شده است:

در راستی آزمایی عددی، کانتور عدد ماخ و نمودار توزیع گرمایش ژول روی دیواره‌ها و الکترودهای کانال حاصل از حل عددی جریان مافوق صوت داخل کانال ام.اچ.دی به ابعاد 20×4 میلی‌متر مربع با پنج جفت الکترود در کار حاضر با کار شیومی و همکاران [17] مقایسه شده است.

در این شبیه‌سازی عددی، شرایط جریان ورودی و سایر مشخصات لازم مطابق جدول 1 می‌باشد. همچنین اختلاف پتانسیل بین دو الکترود با استفاده از معادله (15) و با فرض ضریب بار 0.5 محاسبه شده است.

$$\Delta_y\varphi = ku_0Bd_y \qquad (15)$$

نتایج گرمایش ژول روی دیواره‌ها و الکترودها و همچنین کانتور عدد ماخ در داخل کانال حاصل از تحقیق حاضر با کار شیومی و همکاران در "شکل‌های 1 و 2" مقایسه شده‌اند که این نتایج سازگاری خوبی با هم دارند. همانگونه که در "شکل 1" دیده می‌شود مقدار گرمایش ژول در محل اتصال الکترودها با دیواره‌ها خیلی بیشتر از اندازه متوسط آن می‌باشد که این مسئله می‌تواند خنک کاری این مناطق را با مشکل مواجه کند. "شکل 2" نیز نتایج روند تغییرات عدد ماخ حاصل از دو تحقیق گفته شده را نشان می‌دهد.

گرمایش ژول فرآیندی است که در آن با عبور جریان الکتریکی از یک رسانا، گرما تولید می‌شود و سراسر رسانای الکتریکی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. گرمایش ژول از تعامل بین ذرات (الکترون‌ها و یونهای اتمی) در حال حرکت در داخل پلاسمای جریان یافته در کانال ام.اچ.دی ایجاد می‌شود. گرمایش ژول با رابطه J^2/σ ناشی از اتلافات اهمی بوده و به عنوان یک جمله چشمه الکترومغناطیسی به معادله انرژی افزوده می‌شود و سرعت جریان را در جریان‌های مافوق صوت کاهش می‌دهد. بالا بودن دما و همچنین تراکم چگالی جریان الکتریکی در سطح مشترک بین الکترودها و دیواره‌های عایق، منجر به افزایش میزان گرمایش ژول در این نقاط می‌شود. بالا رفتن گرمایش ژول منجر به کاهش سرعت جریان در طول خط محور x نزدیک خط مرکزی کانال ام.اچ.دی می‌شود.

در راستی آزمایی تجربی، نتایج حاصل از حل عددی کار حاضر و نتایج تجربی کار بابشو و همکاران [28] با هم مقایسه شده‌اند. در کار بابشو و همکاران از دستگاهی استفاده شده است که در تعداد دیگری از کارهای تجربی نیز مورد بهره‌برداری قرار گرفته است [29,28,4,3]. این دستگاه

جدول 1 مشخصات جریان ورودی به کانال

Table 1 properties of inlet flow

مشخصه	مقدار
عدد ماخ	4
دمای استاتیک	1000 (K)
فشار استاتیک	100 (kPa)
رسانایی الکتریکی پلاسما	20 (S/m)
دمای استاتیک دیواره‌های عایق	1000 (K)
شدت میدان مغناطیسی	8 (Tesla)
اختلاف پتانسیل بین دو الکترود	300 (V)

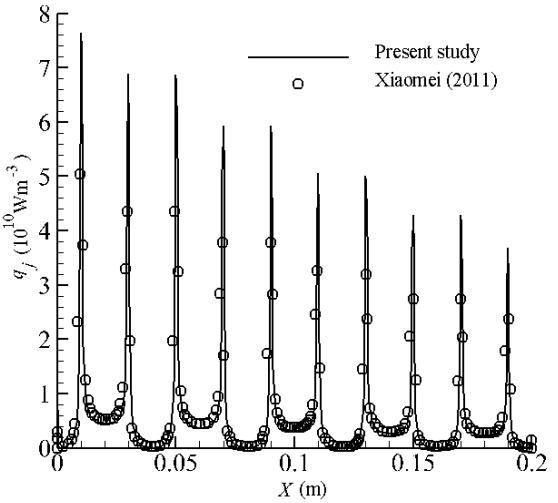
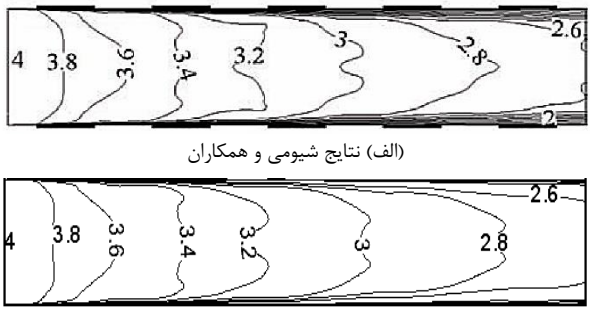


Fig. 1 Joule heating distribution along the wall

شکل 1 توزیع گرمایش ژول روی دیواره‌ها و الکترودهای کانال



(الف) نتایج شیومی و همکاران

(ب) نتایج مطالعه حاضر

Fig. 2 Comparison of Mach contour in MHD channel

شکل 2 مقایسه کانتور عدد ماخ در کانال ام.اچ.دی

(شکل 3) از یک لوله موج ضربه‌ای[1]، نازل و دیفیوزر تشکیل شده است. جریان پلاسما از لوله موج ضربه‌ای وارد نازلی با ضریب انبساط 6.7 شده و سپس وارد دیفیوزری با مشخصات نشان داده در "شکل 3" می‌شود. مشخصات جریان ورودی به دیفیوزر در جدول 2 آمده است.

"شکل 4" نیز یک طرح شماتیکی از امواج ضربه‌ای در دیفیوزر و پارامترهای اصلی جریان شامل φ زاویه بین موج ضربه‌ای و دیواره دیفیوزر و 2α زاویه بین امواج ضربه‌ای به هم پیوسته و x_c فاصله از ورودی دیفیوزر را نشان می‌دهد.

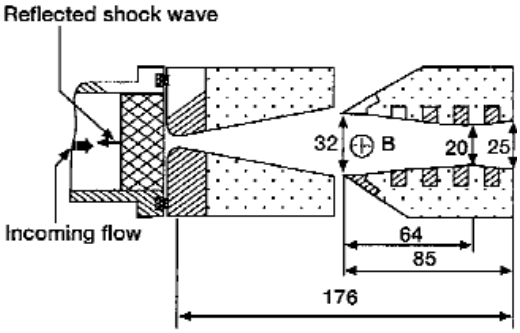
در بخش اول، نتایج تصویربرداری شلرین حاصل از آزمایش گلوشاو و همکاران [30,7] برای حالت بدون میدان مغناطیسی و محل بهم پیوستن موج‌های ضربه‌ای مایل و زاویه این موج‌ها در نقطه یاد شده با نتایج عددی کار حاضر مقایسه شده است.

جدول 2 مشخصات جریان ورودی به دیفیوزر

Table 2 properties of inlet flow in diffuser

مشخصه	مقدار
عدد ماخ	4.3
دمای استاتیک	1550 (K)
رسانایی الکتریکی	600 (S/m)
شدت میدان مغناطیسی	1.3 (Tesla)

[1] Shock Tube



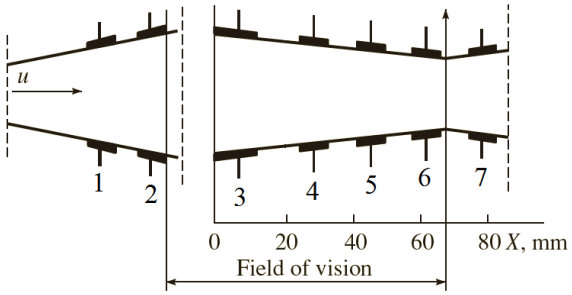


Fig. 3 Scheme of MHD channel that used in some of experimental works

شکل 3 طرح کلی کانال ام.اچ.دی مورد استفاده در تعدادی ازکارهای تجربی [3, 20]

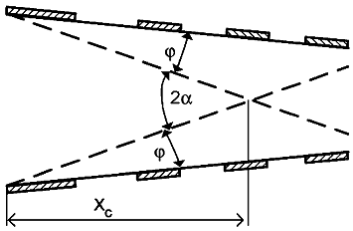
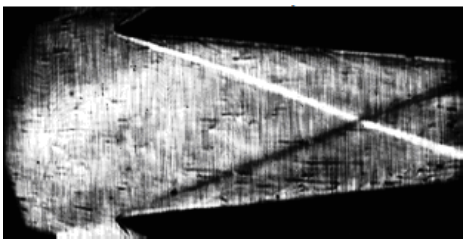


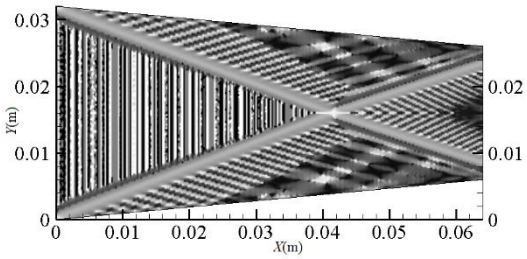
Fig. 4: The scheme of the attached shocks in the diffuser and basic flow parameters (φ, α, x_c)

شکل 4 طرح امواج ضربه‌ای بهم پیوسته در دیفیوزر و پارامترهای اصلی جریان

در قسمت بعدی، برای حالت با میدان مغناطیسی صفر (تنها با وجود میدان الکتریکی به‌صورت ولتاژ ثابت) و در نهایت با وجود شدت میدان مغناطیسی برابر 1.3 تسلا (وجود هر دو میدان الکتریکی به‌صورت ولتاژ ثابت و میدان مغناطیسی)، نتایج آزمایش گلوشاو و همکاران و تحقیق حاضر با هم مقایسه شده‌اند. "شکل 5" اختصاص به جریان مافوق صوت عادی در کانال دارد که مکان بهم رسیدن موج ضربه‌ای بین نتایج تجربی و عددی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در "شکل 5" مشخص است، تطابق بین نتایج عددی و نتایج تجربی مطلوب هستند. نتایج نشان می‌دهد که بدون میدان‌های خارجی، موقعیت موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته و بازتاب یافته از یکدیگر منظم و عادی است. "شکل 6"، به ازای شرایط ورودی یکسان، تاثیرات اعمال تنها میدان الکتریکی خارجی را نشان می‌دهد. در این حالت، به دلیل گرمایش ژول، ساختار ذوزنقه‌ای جریان تحت تأثیر قرار گرفته و اندکی تغییر کرده است و علاوه بر مقعر شدن امواج ضربه‌ای، x_cنیز کوچک شده و نقطه بهم پیوستن این امواج به ورودی دیفیوزر نزدیک می‌شود. علاوه براین در این حالت لایه نزدیک دیواره نیز بوضوح قابل مشاهده است. "شکل 7" حالتی را نشان می‌دهد که هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی اعمال و باعث افزایش گرمایش ژول و ایجاد نیروی لورنتز گردیده‌اند که نتیجه آن، افزایش تقعر امواج، توسعه شدید لایه نزدیک دیواره و کاهش بیشتر x_c می‌باشد. در نتایج تجربی اشاره شده در تحقیق حاضر نیز مکان، شیب و نحوه بهم پیوستن امواج ضربه‌ای تغییر پیدا کرده است که با نتایج کار حاضر سازگاری خوبی نشان می‌دهد. با توجه به تحقیق دلموند و یوهانسون [31] عدد ماخ با زاویه موج ضربه‌ای رابطه عکس دارد (از مرجع [31] داریم: $\alpha>\sin^{-1}(1/Ma_1)$). لذا در اثر کاهش سرعت جریان ام.اچ.دی ناشی از اعمال میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و افزایش زاویه موج‌های ضربه‌ای مایل بهم پیوسته، فاصله نقطه



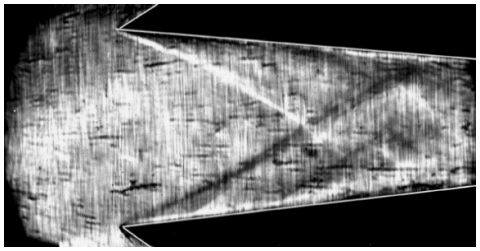
(a) (الف)



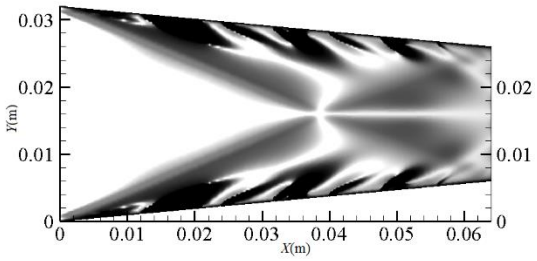
(b) (ب)

Fig. 5: Position of the attached shocks in channel without magnetic field a)Experimental schlieren picture b)present result

شکل 5 مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای در کانال بدون میدان مغناطیسی (الف) تصویر شلرین تجربی [5] (ب) نتایج عددی کار حاضر



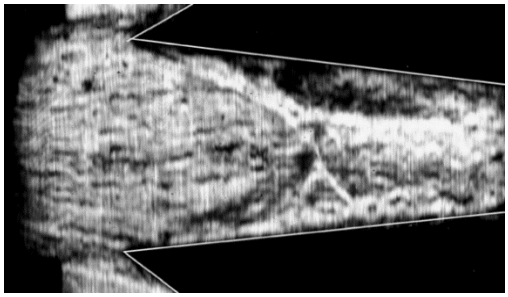
(a) (الف)



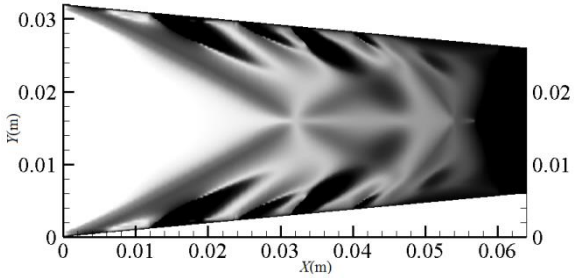
(b) (ب)

Fig. 6: Position of the attached shocks in channel with B_z=0
a) Experimental schlieren picture b) present result

شکل 6 مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای در کانال با B_z=0 الف) تصویر شلرین تجربی [5] ب) نتایج عددی کار حاضر



(a) (الف)



(b) (ب)

Fig. 7: Position of the attached shocks in channel with B_z=1.3 Tesla
a) Experimental schlieren picture b) present result

شکل 7 مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای در کانال با B_z=1.3 تسلا الف) تصویر شلرین تجربی [5] ب) نتایج عددی کار حاضر

برخورد موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته از ورودی دیفیوزر کوچک شده و به سمت ورودی دیفیوزر حرکت می‌کند. در جدول 3 نتایج حاصل از آزمایش گلوشاو و همکاران و کار حاضر مربوط به تغییرات x_c در حالت‌های مختلف با هم مقایسه شده‌اند.

5- هندسه و شرایط مرزی مسئله

در تحقیق حاضر برای شبیه‌سازی عددی و بررسی اثر هندسه و شرایط مرزی بر جریان مافوق صوت، چهار کانال به شرح زیر انتخاب شد (انتخاب هندسه کانال‌ها با استناد به "شکل 3" بر گرفته از مرجع [28] می‌باشد). انتخاب این شکل‌ها براساس شکل دهانه ورودی هوا در موتورهای جت روی هواپیماهای جنگی که با توجه به سرعت‌های مادون صوت و مافوق صوت و مأموریت خاصشان به شکل‌های مختلف از جمله همگرا و واگرا ساخته می‌شوند بوده است. همچنین برای به‌دست آوردن هندسه مناسب برای تولید توان الکتریکی و راندمان الکتریکی، کانال مستقیم و کانال واگرا – ثابت نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

1- کانالی مستطیلی شکل به طول 64 میلی‌متر و عرض 32 میلی‌متر با سطح مقطع ثابت
2- کانالی همگرا به طول 64 میلی‌متر و عرض ورودی 32 میلی‌متر با زاویه همگرایی 5.4.

جدول 3 مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای
Table 3 The position of the attached shocks in diffuser (x_c)

	بدون میدان مغناطیسی	B_z=0	B_z=1.3
نتایج گلوشاو و همکاران	43 (mm)	36 (mm)	33 (mm)
نتایج تحقیق حاضر	42.3 (mm)	37 (mm)	32.16 (mm)
درصد خطای نتایج	%1.62	%2.78	%2.54

3- کانالی واگرا به طول 64 میلی‌متر و عرض ورودی 32 میلی‌متر با زاویه واگرایی 5.4 درجه.
4- کانالی واگرا-ثابت به طول 64 میلی‌متر و عرض ورودی 32 میلی‌متر که 16 میلی‌متر اول با زاویه واگرایی 5.4 درجه به‌صورت واگرا و بقیه طول آن به‌صورت سطح مقطع ثابت با عرض 35 میلی‌متر.

این کانال‌ها با چهار جفت الکترود گسسته و دیواره عایق بین آن‌ها هر کدام برابر 8 میلی‌متر در نظر گرفته شدند. شرایط جریان هوای (گاز کامل) ورودی با استناد به مقادیر مورد استفاده برای جریان مشابه در مرجع [15] مطابق جدول 4 انتخاب شدند. رسانایی الکتریکی پلاسما و شدت میدان مغناطیسی اعمالی، هر دو به‌صورت یکنواخت و ثابت فرض شده‌اند. همچنین دمای دیواره‌های عایق و الکترودها در حالت دما ثابت برابر 400 کلوین در نظر گرفته شده است. با توجه به این که مقدار شار حرارتی تبادل شده از مرزهای مذکور در این حالت تقریبا برابر 437500- وات می‌باشد برای حالت شرط مرزی شار حرارتی، جمع شار حرارتی در مرزها برابر همین مقدار در نظر گرفته شده و به طور مساوی تقسیم گردید.

برای معادلات ناویر استوکس، شرط مرزی ورودی و خروجی، فشار ثابت در نظر گرفته شد و مقادیر ورودی به اندازه‌ای تغییر داده شد تا عدد ماخ روی عدد مورد نظر تنظیم شود. همچنین شرط عدم لغزش در روی دیواره‌ها اتخاذ گردیده است. برای همگرایی بهتر، ابتدا جریان بدون میدان مغناطیسی با سرعت کم شروع و به مرور همراه با حل، به سرعت آن افزوده شده است تا جریان همگرا شود و بعد از رسیدن به جواب قابل قبول، جملات چشمه حاصل از اعمال میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مربوط به معادلات ممنتوم، انرژی و پتانسیل الکتریکی به آن اضافه شده‌اند.

روی دیواره‌های عایق و در مرزهای ورودی و خروجی مولفه عمودی جریان الکتریکی صفر است [6]:

$$\vec{J}\cdot\vec{n}=0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}=(\vec{u}\times\vec{B})\cdot\vec{n} \tag{17}$$

5-1- بررسی استقلال حل از شبکه

واضح است که برای مدل‌سازی جریانات آشفته شبکه محاسباتی باید ریز باشد چرا که متغیرهای آشفتگی به ویژه در نزدیکی دیواره‌ها تغییرات مکانی شدیدی دارند. بنابراین شبکه در مجاورت دیواره‌ها با ضریب رشد 1.2 ریز شده است تا اثرات لایه مرزی به خوبی در نزدیکی دیواره ها در نظر گرفته شود. از طرفی باید توجه شود که توزیع مکانی یکنواختی از گره‌ها در داخل جریان و در قسمت اتصال شبکه نزدیک دیواره به بخش داخلی میدان جریان بدست آید. بنابراین شبکه‌هایی با اندازه‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفت که با توجه به اندازه y^+ و شکل توزیع پارامترهای مختلف مانند گرمایش ژول

جدول 4 مشخصات جریان ورودی به کانال
Table 4 properties of inlet flow

مشخصه	مقدار
عدد ماخ	2
دمای استاتیک	400 (K)
فشار استاتیک	90 (kPa)
رسانایی الکتریکی	40 (S/m)
شدت میدان مغناطیسی	9.5 (Tesla)

و پتانسیل الکتریکی، شبکه‌هایی به صورت زیر انتخاب گردید:

1- 164×292 سلول برای کانال‌هایی با سطح مقطع‌های ثابت، واگرا و واگرا - ثابت:

2- کانال همگرا: 116 ×292 سلول

همان‌گونه که در شکل‌ها دیده می‌شود با تغییر تعداد سلول از 164×292 به 195×355 (شکل 8) و از 116×292 به 195×355 (شکل 9) تغییری در پارامترها به وجود نمی‌آید. نکته‌ای که در این‌جا باید بدان اشاره شود y^+ شبکه در نزدیکی دیواره می‌باشد. برای محاسبه درست گرادیان‌های سرعت و پتانسیل، شبکه طوری انتخاب شده که میزان y^+ کمتر از 1 باشد بنابراین از توابع دیواره در کنار دیواره‌ها استفاده نشد. "شکل‌های 8 و 9" به ترتیب روند تغییرات گرمایش ژول در کانال واگرا- ثابت و همگرا را نشان می‌دهند. با توجه به شرط عدم لغزش و صفر بودن مولفه‌های سرعت، گرمایش ژول در دیواره‌ها از معادله (18) محاسبه می‌شود:

$$q_i = \left|\frac{j^2}{\sigma}\right| = \sigma\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right] \tag{18}$$

با توجه به ثابت بودن رسانایی الکتریکی سیال و نزولی بودن مقادیر مطلق مولفه‌های گرادیان پتانسیل در روی دیواره‌ها، گرمایش ژول نیز روند نزولی دارد (افزایش مقدار گرمایش ژول در محل اتصال دوم الکترود با دیواره عایق، به دلیل تغییر هندسه کانال از واگرا به ثابت می‌باشد).

6- نتایج حل عددی و بحث

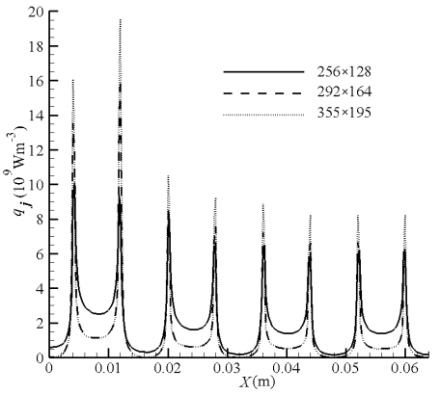


Fig. 8 Comparison of Joule heating in divergent-constant channel with the number of different cells

شکل 8 مقایسه گرمایش ژول در کانال واگرا- ثابت با تعداد گره‌های مختلف

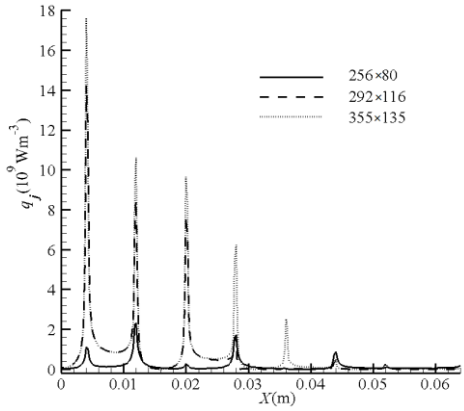


Fig. 9 Comparison of Joule heating in convergent channel with the number of different cells

شکل 9 مقایسه گرمایش ژول در کانال همگرا با تعداد گره‌های مختلف

6-1- شرایط مرزی

ابتدا توزیع عدد ماخ در یک کانال مستقیم در دو حالت بدون و با میدان مغناطیسی B_z برابر 7 تسلا با هم مقایسه شدند. همان‌گونه که در "شکل 10" دیده می‌شود تغییرات عدد ماخ در خط مرکزی کانال در حالت بدون میدان مغناطیسی اندک و در حالت وجود میدان مغناطیسی شدید می‌باشد. علت این رفتار را می‌توان ناشی از وجود نیروی لورنتز در حالت وجود میدان مغناطیسی دانست. با توجه به این‌که نیروی لورنتز در جهت خلاف حرکت جریان عمل می‌کند باعث کاهش سرعت و عدد ماخ جریان می‌شود [32]. این کاهش در ناحیه مرکزی کانال به سمت پائین دست جریان، جایی که موج‌های ضربه‌ای مایل به هم می‌رسند قابل توجه می‌باشد. این در حالی است که فشار در طول کانال افزایش می‌یابد (شکل 11).

همان‌گونه که در "شکل 10" نیز دیده می‌شود کاهش عدد ماخ خطی می‌باشد که دلیل آن می‌تواند عدد هارتمن باشد. عدد هارتمن Ha یک کمیت بدون‌بعد بوده و به‌صورت نسبت نیروی الکترومغناطیسی به نیروی ویسکوزیته با رابطه $\mathrm{Ha} = BL\sqrt{\sigma/\mu}$ تعریف می‌شود. سزگین و همکاران [12] نشان دادند که در اعداد هارتمن کمتر از 50 سرعت در مرکز کانال به‌صورت یکنواخت کاهش می‌یابد. لازم بذکر است که در مسئله موردنظر این تحقیق، مقدار عدد هارتمن تقریبا 18 می‌باشد. لذا روند تغییرات به‌صورت خطی خواهد بود.

در تحقیقات انجام شده تاکنون، محققین دمای دیواره‌های کانال ام.اچ.دی را به‌صورت یکنواخت و ثابت فرض کرده‌اند. با توجه به این‌که در

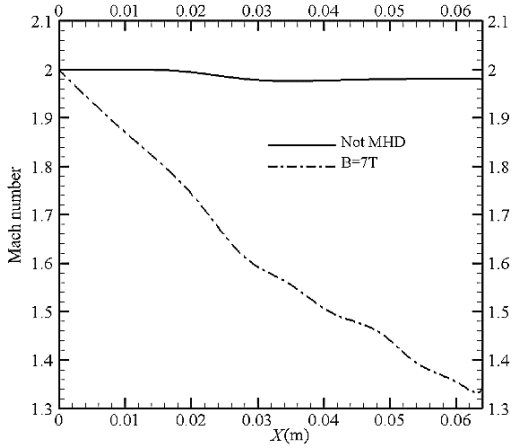


Fig. 10 Comparison of variations of Mach number in centerline of fixed cross section channel for B_z=0 and B_z=7T

شکل 10 مقایسه تغییرات عدد ماخ در خط مرکزی کانال با سطح مقطع ثابت برای دو حالت B_z=0 و B_z=7T

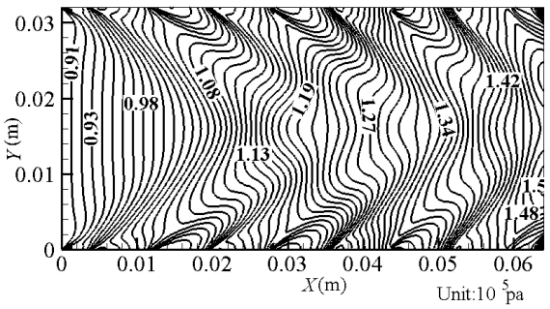


Fig. 11 Static pressure distribution with B_z=7T

شکل 11 توزیع فشار استاتیکی با میدان مغناطیسی Bz=7T

حقیقت، دمای دیواره‌ها به‌صورت محلی می‌تواند بالاتر باشد، ایتو و ایشیکاوا [8] پیشنهاد دادند که لازم است شرط مرزی حرارتی در روی دیواره‌ها به‌صورت شار حرارتی پیوسته نیز بررسی شود. برای انتخاب شرط مرزی دیواره‌ها از بین دما ثابت یا شار حرارتی ثابت نتایج حاصل از حل جریانی با مشخصات جدول 5 در ژنراتور ام.اچ.دی با سطح مقطع ثابت با هم مقایسه گردید.

نتایج (جدول 6) نشان داد که مقدار گرمایش ژول تولید شده در حالت دما ثابت، 7.2% بیشتر از حالت شار ثابت می‌باشد که با افزایش B_z اختلاف بین آن‌ها بیشتر هم می‌شود. همچنین توان الکتریکی خروجی (6.4%) و راندمان الکتریکی (3.45%) در حالت اعمال شرط مرزی شار حرارتی بیشتر از شرط مرزی دما ثابت می‌باشد.

گرمایش ژول، افزایش دمای محسوسی در دیواره‌ها و به ویژه در محل اتصال الکترودها به دیواره‌های عایق ایجاد می‌کند و جزء تلفات به‌صورت گرما محسوب می‌شود که با توجه به جنس فلز دیواره و تحمل حداکثر دمای آن به‌شدت در خنک کاری موتور تأثیر می‌گذارد که باید مورد توجه قرار گیرد.

باید توجه داشت که در هواپیماها برای خنک‌کاری قسمت‌های خارجی موتور از هوای اتمسفر استفاده می‌شود بدین طریق که هوای اتمسفر از طریق سوراخ‌هایی که روی پوسته موتور تعبیه شده جریان یافته و پس از جذب گرما به اتمسفر وارد می‌شود. و باعث خنک‌کاری موتور می‌شود. بنابراین با توجه به استفاده از هوای ثانویه در خنک‌کاری موتورهای هواپیما به‌صورت شار حرارتی، شرط مرزی شار حرارتی، عملی‌تر به نظر می‌رسد. با لحاظ توضیحات داده، در ادامه کار از شرط مرزی شار حرارتی ثابت استفاده خواهد شد.

6-2- نتایج بررسی هندسه‌های مختلف

برای استفاده از انرژی جنبشی موجود در جریان مافوق صوت ورودی به دهانه ورودی موتور هواپیما و تبدیل آن به انرژی الکتریکی در ژنراتور ام.اچ.دی و کمک به کاهش سرعت جریان گفته شده می‌توان هندسه‌های مختلف را مورد بررسی قرار داد. از جمله موارد مهم مورد بررسی تغییرات عدد ماخ، فشار استاتیکی، گرمایش ژول، توان الکتریکی تولید شده و راندمان الکتریکی قابل اشاره هستند. برای بررسی اثر هندسه روی عملکرد ژنراتور ام.اچ.دی چهار هندسه مختلف بررسی شد. حداکثر شدت میدان مغناطیسی ممکن و قابل اعمال در کانال با سطح مقطع ثابت، با افزایش شدت میدان مغناطیسی به‌دست آمد. به منظور جلوگیری از حالت خفگی در خروجی مقدار B_z=9.5T انتخاب شده است.

جدول 5 مشخصات جریان در کانال

Table 5 properties of flow in channel

مشخصه	مقدار
عدد ماخ	2
دمای استاتیک	400 (K)
فشار استاتیک	90 (kPa)
رسانایی الکتریکی	40 (S/m)
شدت میدان مغناطیسی	7 (Tesla)

جدول 6 پارامترهای عملکرد انواع مختلف کانال

Table 6 performance parameters of various channels

شرط مرزی	دما ثابت	شار حرارتی ثابت
Ma_2	1.36	1.38
P_2(kPa)	153889	149572
T_{max}(K)	504.17	614.52
$\overline{q_j}(Mw\cdot m^{-3})$	134.8	125.1
$\bar{q}(Mw\cdot m^{-3})$	166.1	177.46
$\acute{\eta}_e$	%55.2	%58.65

6-2-1- کانال با سطح مقطع ثابت

جریان ورودی هوا با ماخ 2 در کانال با سطح مقطع ثابت حل شده و نتایج حاصل از آن نشان داد که در صورت اعمال میدان مغناطیسی عدد ماخ در خروجی تا 1.36 کاهش می‌یابد که ناشی از تبدیل قسمتی از انرژی جنبشی به انرژی الکتریکی و تلفات گرمایش ژول می‌باشد. سرعت خروجی در این کانال در حالت نبود میدان مغناطیسی فقط اندکی کاهش می‌یابد.

6-2-2- کانال همگرا

کانال همگرا با زاویه همگرایی 5.4 درجه (با توجه به شکل 3) انتخاب و تغییرات پارامترهای موثر مورد مطالعه قرار گرفت. جریان مافوق صوت با ماخ 2 در کانال همگرا، بدون اعمال میدان مغناطیسی و در اثر ایجاد موج ضربه‌ای عمودی در x تقریباً برابر 0.04 متر به جریان مادون صوت تبدیل می‌شود (شکل 12)، در نتیجه از انرژی جنبشی جریان به شدت کاسته می‌شود.

نمودار توزیع عدد ماخ در خط مرکزی کانال برای سه حالت بدون و با میدان مغناطیسی با شدت‌های 5 و 9.5 تسلا در "شکل 12" نشان داده شده است. با افزایش شدت میدان مغناطیسی به 9.5 تسلا سرعت جریان به شدت کاهش یافته و با ایجاد موج ضربه‌ای عمودی در همان ورودی به 0.4 ماخ می‌رسد که با توجه به همگرا بودن کانال سرعت جریان در طول کانال به تدریج افزایش یافته و در خروجی به 0.9 ماخ می‌رسد.

6-2-3- کانال واگرا

سومین کانال مورد بررسی، کانال واگرا با زاویه واگرایی 5.4 درجه بود. با توجه به ماهیت واگرایی کانال و مافوق صوت بودن جریان، بدیهی است که در حالت بدون میدان مغناطیسی بایستی سرعت آن افزایش یابد هر چند موج ضربه‌ای مایل از شدت آن می‌کاهد. همچنین با اعمال میدان مغناطیسی به شدت B_z=9.5T سرعت جریان در طول کانال کاهش یافته و به 1.38 ماخ می‌رسد.

انتظار می‌رفت سرعت جریان در خروجی کانال واگرا (1.38 ماخ) بیشتر از کانال ثابت (1.37 ماخ) شود اما یادآوری این نکته لازم است که دو دلیل

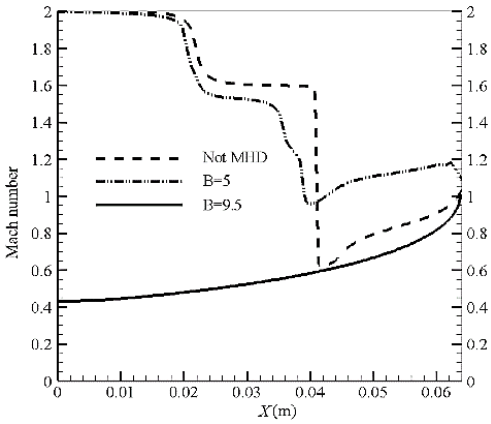


Fig. 12 Mach distribution in convergent channel Without and with magnetic field in centerline

شکل 12 توزیع عدد ماخ در کانال همگرا بدون و با میدان مغناطیسی روی خط مرکزی

باعث کاهش بیشتر سرعت نسبت به کانال ثابت می‌شود:

1- افزایش میزان اختلاف پتانسیل اعمالی براساس معادله (15) ناشی از افزایش فاصله الکترودها در طول کانال

2- افزایش گرمایش ژول ناشی از افزایش 33% چگالی جریان الکتریکی نسبت به کانال ثابت.

6-2-4- کانال واگرا-ثابت

هندسه دیگری که مطالعه شده است کانالی به شکل ترکیبی واگرا - ثابت می‌باشد. سطح مقطع کانال در 0.25 طول ابتدایی با زاویه 5.4 درجه واگرا بوده و بعد از آن ثابت می‌باشد. بررسی نتایج این حالت نشان داد که در صورت اعمال میدان مغناطیسی سرعت جریان در خروجی کانال به 1.16 ماخ کاهش می‌یابد.

خلاصه نتایج حل جریان در کانال‌های مختلف در جدول 7 آمده است.

در مورد کانال همگرا لازم به ذکر است که با توجه به وقوع موج ضربه‌ای عمودی در ابتدای ورود جریان سیال به کانال که منجر به اشکال در بهره برداری از انرژی جنبشی آن می‌شود نمی‌تواند به عنوان ام.اچ.دی مناسب مطرح باشد. با دقت در نتایج سایر کانال‌ها می-توان دریافت که بیشترین میزان کاهش سرعت در کانال واگرا- ثابت می‌باشد که در مقایسه با کانال واگرا با توجه به مافوق صوت بودن جریان قابل توجیه بوده و نسبت به کانال ثابت نیز هر چند میزان گرمایش ژول دو کانال با هم تفاوت چندانی ندارد ولی محل اتصال قسمت واگرای کانال به قسمت ثابت آن باعث افت انرژی می‌شود.

6-3- مقایسه نتایج حاصل از گاز کریپتون با هوا

در نهایت اختلاف عملکرد ژنراتور مانند گرمایش ژول و میزان تولید توان الکتریکی برای گازهای عامل هوا و کریپتون در کانال‌هایی با سطح مقطع واگرا- ثابت بررسی شده است.

با توجه به اینکه از موتورهای رم جت و اسکرم جت در صنایع فضایی و موشکی نیز استفاده می‌شود و مسئله تولید برق در فضاپیماها در آینده از طریق ژنراتور ام.اچ.دی در حال تحقیق و بررسی عددی و تجربی می‌باشد و یکی از گازهای مورد بررسی کریپتون می‌باشد در این تحقیق نیز به این گاز و اثرات و نتایج آن پرداخته شد. در مورد تولید برق با استفاده از کانال ام.اچ.دی (به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی) هم در کارهای تجربی و هم در کارهای عددی، علاوه بر هوا گازهای بی اثر مانند کریپتون نیز مورد توجه و بررسی قرار گرفته‌اند. چون امکان بالا رفتن دما حتی تا 5000 کلوین هم می‌باشد که در این دماها خنک‌کاری موتور فضاپیماها و هواپیماها با مشکل مواجه می‌شود. لذا گاز کریپتون نیز مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت تا در صورتی‌که مشکل خنک‌کاری (افزایش دما در اثر گرمایش ژول) قابل حل و یا حداقل کمتر باشد روی این گزینه و پیشنهاد آن به عنوان گاز مناسب برای حالت‌های خاص تمرکز شود.

جدول 7 پارامترهای عملکرد انواع مختلف کانال

Table 7 performance parameters of various channels

	سطح مقطع کانال			
هندسه کانال	ثابت	همگرا	واگرا	واگرا- ثابت
Ma_2	1.36	0.97	1.4	1.1
P_2(kPa)	155	430	124	193.76
T_{max}(K)	643.4	714	668.3	659.71
$\overline{q_j}(Mw\cdot m^{-3})$	290.61	525.4	390.22	298.75
$\bar{q}(Mw\cdot m^{-3})$	422.28	525.4	472.9	435.28
$\acute{\eta}_e$	%59.23	%50	%54.8	%59.3

مقایسه تعدادی از ویژگی‌های کریپتون با هوا که می‌توانند در نتایج حل اثر گذار باشند در جدول 8 آورده شده است. با توجه به این جدول، اثر متقابل ام.اچ.دی برای هوا برابر 0.37 و برای کریپتون برابر 0.2 می‌باشد.

اثر متقابل ام.اچ.دی که به صورت نسبت نیروهای الکترومغناطیسی به اینرسی (نسبت نیروهای ام.اچ.دی به نیروهای طولی) و با معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{B^2\,L^2\,\frac{\sigma}{\mu}}{\rho U L/\mu}=\frac{B^2 L\sigma}{\rho U} \tag{19}$$

برای بررسی اثر الکترومغناطیسی بر جریان هیدرودینامیک در راستای طولی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این عدد اهمیت نسبی یک میدان مغناطیسی در جریان را نشان می‌دهد. بالا بودن مقدار این عدد نشان‌دهنده تأثیر بالای اثر الکترومغناطیسی بر جریان سیال (پلاسما) خواهد بود که نتیجه آن کاهش بیشتر سرعت جریان می‌باشد.

با توجه به مقادیر اثر متقابل ام.اچ.دی هوا و کریپتون انتظار می‌رود که اثر نیروی لورنتز روی پارامترهای جریان سیال مانند سرعت در حالت استفاده از کریپتون کمتر از هوا باشد که نتایج (جدول 9) نیز آن را تأیید می‌کنند. هر چند استفاده از گاز کریپتون به‌جای هوا گرمایش ژول کمتری دارد ولی باید توجه داشت که توان الکتریکی خروجی آن نیز پائین می‌باشد.

بنابراین با بررسی داده‌های جداول 7 و 9 می‌توان نتیجه گرفت که کانالی با سطح مقطع واگرا - ثابت به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی برای هواپیما مناسب است. درنهایت پارامترهای مختلف عملکرد کانال واگرا ـ ثابت در شدت‌های مختلف میدان مغناطیسی در جدول 10 آورده شده است. همان‌گونه که

جدول 8 مشخصات جریان ورودی به کانال

Table 8 properties of inlet flow

	هوا	کریپتون
ثابت ویژه گاز	287(J/kgK)	99.21(J/kgK)
نسبت گرمایی ویژه	1.4	1.67
سرعت ورودی در ماخ 2	802 (m/s)	515 (m/s)
اثر متقابل ام.اچ.دی	0.37	0.2

جدول 9 پارامترهای عملکرد هوا و کریپتون در کانال واگرا - ثابت

Table 9 performance parameters of air and Krypton in divergent - constant channel

	هوا	(کریپتون)
Ma_2	1.1	1.5
P_2(kPa)	193.76	128
T_{max}(K)	659.71	783
$\overline{q_j}(Mw\cdot m^{-3})$	298.75	157.08
$\bar{q}(Mw\cdot m^{-3})$	435.28	204.02
$\acute{\eta}_e$	%59.3	%56.5

جدول 10 پارامترهای عملکرد کانال واگرا- ثابت در شدت‌های مختلف میدان مغناطیسی

Table 10 performance parameters of divergent-constant channel at various intensity of magnetic field

	شدت میدان مغناطیسی B_z(Tesla)					
	2	4	6	8	9	9.5
Ma_2	1.87	1.71	1.62	1.5	1.43	1.1
P_2(kPa)	95.63	108.54	115	127.6	134.7	193.8
T_{max}(K)	640.3	640.3	640.3	640.3	640.3	659.7
$\overline{q_j}(Mw\cdot m^{-3})$	23.06	83.47	167.6	254.8	293.9	298.7
$\bar{q}(Mw\cdot m^{-3})$	26.18	99.04	209.1	340.2	406.45	435.28
$\acute{\eta}_e$	%53.2	%54.26	%55.5	%57.2	%58	%59.3

انتظار می‌رود با بالا رفتن B_z راندمان الکتریکی نیز افزایش می‌یابد که ناشی از افزایش نسبت توان الکتریکی تولید شده به گرمایش ژول می‌باشد.

7- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، به بررسی اثر هندسه و تغییر شرایط مرزی بر راندمان و میزان تولید توان الکتریکی و گرمایش ژول ژنراتور ام.اچ.دی پرداخته شد. بعد از بررسی شرایط مرزی دما ثابت و شار حرارتی ثابت، با توجه به مقادیر بدست آمده برای میزان توان الکتریکی تولید شده، راندمان الکتریکی و گرمایش ژول و این که در عمل هم روی موتور هواپیما حالت شار حرارتی ثابت استفاده می‌شود، این شرط مرزی انتخاب شد. توجه به این نکته لازم است که در هواپیماها برای خنک‌کاری قسمت‌های خارجی موتور از هوای اتمسفر استفاده می‌شود بدین طریق که هوای اتمسفر از طریق سوراخ‌هایی که روی پوسته موتور تعبیه شده جریان یافته و پس از جذب گرما به اتمسفر وارد می‌شود.

در ادامه هندسه‌های مختلف برای استفاده به عنوان کانال ام.اچ.دی مورد مطالعه قرار گرفتند که نتایج حاصل به صورت کلی شامل موارد زیر می‌باشد:

1- برای استفاده از انرژی جنبشی جریان مافوق صوت ورودی به دهانه موتور هواپیما و تبدیل آن به انرژی الکتریکی امکان استفاده از دیفیوزر به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی بررسی شد. شدت میدان مغناطیسی به‌گونه‌ای انتخاب شد که از ایجاد خفگی جریان در کانال (عدد ماخ در خروجی برابر 1 باشد) جلوگیری شود. علاوه بر بررسی شرط مرزی حرارتی که منجر به انتخاب شار حرارتی ثابت و پیوسته در دیواره‌ها شد هندسه‌های مختلف نیز به شرح ذیل مورد بررسی قرار گرفتند:

الف) کانال ثابت: جریان در این کانال که ساده‌ترین کانال مورد بررسی می‌باشد در حالت بدون میدان مغناطیسی تبدیل شده به جریان لایه مرزی کاملا توسعه یافته و در حالت با میدان مغناطیسی سرعت جریان را در خروجی تا 1.36 کاهش می‌دهد.

ب) کانال همگرا: جریان از ابتدای ورود به این کانال از مافوق صوت به مادون صوت تبدیل شده و نسبت به سایر کانال‌ها بیشینه گرمایش ژول را دارد.

ج) کانال واگرا: این کانال میزان گرمایش ژول بیشتر و راندمان الکتریکی کمتری نسبت به سایر کانال‌ها دارد.

د) کانال واگرا- ثابت: بیشینه راندمان الکتریکی مربوط به این کانال می‌باشد. همچنین عدد ماخ خروجی در کانال واگرا-ثابت بعد از کانال همگرا کمترین و فشار خروجی در این کانال بعد از کانال همگرا بیشترین مقدار را دارد.

با توجه به کانالهای ثابت، واگرا و واگرا-ثابت مشخص می‌شود که با افزودن قسمت واگرا به کانال ثابت مطابق با نسبت قسمت واگرا میزان گرمایش ژول و همچنین میزان تولید توان الکتریکی آن افزایش می‌یابد. اما سهم افزایش گرمایش ژول بیشتر از توان الکتریکی می‌باشد.

در نهایت تصمیم برای استفاده از کانالی ترکیبی گرفته شد. معایب سایر کانالها در این کانال تا حد زیادی برطرف می‌شود. البته مشکل این کانال، شروع جدایش جریان از محل اتصال دو قسمت واگرا و سطح مقطع ثابت می‌باشد که با کاهش طول قسمت واگرا می‌توان آن را بهبود بخشید.

2- اختلاف عملکرد ژنراتور مانند گرمایش ژول و میزان تولید توان الکتریکی برای گازهای عامل هوا و کریپتون در کانالی با سطح مقطع واگرا- ثابت بررسی شد و نتایج نشان داد که توان الکتریکی کمتری در صورت استفاده از گاز کریپتون تولید می‌شود.

8- فهرست علایم

B	شدت میدان مغناطیسی
c_v	گرمای ویژه در حجم ثابت
d_y	ارتفاع کانال
E	شدت میدان الکتریکی
J	چگالی جریان الکتریکی
k	انرژی جنبشی جریان آشفته
K	ضریب بار
p	فشار
q	توان الکتریکی
Q	عدد استوارت
$\mathrm{Re_m}$	عدد رینولدز مغناطیسی
T	دما
u	مولفه x سرعت
v	مولفه y سرعت

علایم یونانی

ε	نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جریان آشفته
λ	ضریب هدایت حرارتی
μ_0	نفوذپذیری مغناطیسی
μ	لزجت دینامیکی
ρ	چگالی سیال
σ	رسانایی الکتریکی
φ	پتانسیل الکترواستاتیکی
Φ	اتلاف ویسکوز

زیرنویس‌ها

i	داخلی
m	مغناطیسی
s	استاتیکی
v	حجم

9- مراجع

[1] M. Pourjafargholi, G. Sheikhzadeh, Magnetohydrodynamic (MHD) generators and Challenges of using them to reduce the cost of producing electricity, *Journal of Mechanical Engineers*, Vol. 24, No. 101, pp. 73-88, 2015. (in Persian فارسی)

[2] E. Gurijanov, P. Harsha, E. Gurijanov, P. Harsha, AJAX-New directions in hypersonic technology, *Proceedings of The 8th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, pp. 1-9, April 27-30, 1998.

[3] S. V. Bobashev, E. A. D' yakonova, A. V. Erofeev, T. A. Lapushkina, V. G. Maslennikov, S. A. Poniaev, A. A. Sacharov, R. V. Vasil'eva, Shock tube facility for MGD supersonic flow control, *Proceedings of The 21st AIAA Aerodynamoc Measurement Technology and ground Testing Conference*, June 19-22, pp. 1-7, 2000.

[4] S. V. Bobashev, A. V. Erofeev, T. A. Lapushkina, S. A. Poniaev, R. V. Vasil'eva, D. M. Van Wie, Experiments on MHD control of attached shocks in diffuser, *Proceedings of The 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Nevada, January 6-9, 2003.

[5] S. Bobashev, A. Erofeev, T. Lapushkina, N. Mende, S. Poniaev, V. Sakharov, R. Vasilieva, D. Van Wie, Recent results on MHD flow control at Ioffe institute, *Proceedings of The 14th International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, Canberra, Australia, pp. 1-15, November 6-9, 2006.

[6] T. Lapushkina, S. Bobashev, R. Vasil'eva, A. Erofeev, S. Ponyaev, V. Sakharov, D. Van Wie, Influence of electric and magnetic fields on the shock wave configuration at the diffuser inlet, *Journal of Technical Physics*, Vol. 47, No. 4, pp. 397-405, 2002.

of Physics D: Applied Physics, Vol. 42, No. 19, pp. 195-205, 2009.
[20] E. Moreau, C. Chazelas, G. Mariaux, A. Vardelle, Modeling the restrike mode operation of a DC plasma spray torch, *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 15, No. 4, pp. 524–530, 2006.
[21] D. Bernardi, V. Colombo, E. Ghedini, A. Mentrelli, Comparison of different techniques for the Fluent c based treatment of the electromagnetic field in inductively coupled plasma torches, *The European Physical Journal D*, Vol. 27, No. 1, pp. 55–72, 2003.
[22] B. Selvan, K. Ramachandran, Comparisons between two different three-dimensional arc plasma torch simulations, *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 18, No. 5-6, pp. 846–857, 2009.
[23] A. Blais, P. Proulx, M. Boulos, Three-dimensional numerical modelling of a magnetically deflected dc transferred arc in argon, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, No. 5, pp. 488–496, 2003.
[24] K. M. Tang, J. D. Yan, C. Chapman, M. T. C. Fang, Three-dimensional modelling of a dc arc plasma in a twin-torch system, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 43, No. 34, pp. 1-23, 2010.
[25] H. P. Li, E. Pfender, Three dimensional modeling of the plasma spray process, *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 16, No. 2, pp. 245–260, 2007.
[26] J. Bauchire, J. Gonzalez, A. Gleizes, Modeling of a DC plasma torch in laminar and turbulent flow, *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, Vol. 17, No. 4, pp. 409-432, 1997.
[27] Q. Zhou, H. Li, X. Xu, F. Liu, S. Guo, X. Chang, W. Guo, P. Xu, Comparative study of turbulence models on highly constricted plasma cutting arc, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 42, No. 1, pp. 1-14, 2009.
[28] S. Bobashev, A. Erofeev, T. Lapushkina, S. Poniaev, R. Vasil'eva, D. Van Wie, Effect of magnetohydrodynamics interaction in various parts of diffuser on inlet shocks: Experiment, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 21, No. 5, pp. 831-837, 2005.
[29] S. Bobashev, R. Vasil'eva, E. D'yakonova, A. Erofeev, T. Lapushkina, V. Maslennikov, S. Ponyaev, V. Sakharov, D. Van Wie, The effect of MHD interactions on the input shock waves in a supersonic diffuser, *Journal of Technical Physics Letters*, Vol. 27, No. 1, pp. 71-73, 2001.
[30] Y. P. Golovachov, A. Schmidt, S. Y. Suschikh, Numerical investigation of MGD flows in the models of supersonic intakes, *Proceeding of the 2nd Workshop on Magneto-Plasma-Aerodynamics in Aerospace Applications*, pp. 74-77, April 5-7, 2000.
[31] C. P. Dullemond, A. Johansen, *Numerical Methods and Applications*, pp. 121-132, University of Heidelberg, 2007.
[32] Z. Y. Huang, Y. J. Liu, Z. Y. Wang, J. Cai, Three-dimensional simulations of MHD generator coupling with outer resistance circuit, *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 54, No. 1, pp. 1-18, 2015.
[7] Y. P. Golovachev, S. Y. Sushchikh, Supersonic air-scoop flows of a weakly ionized gas in external electromagnetic field, *Journal of Technical Physics*, Vol. 45, No. 2, pp. 168-173, 2000.
[8] K. Itoh, M. Ishikawa, Three-dimensional analyses of phenomena near anode of MHD generator with high temperature, high velocity, and strong MHD interaction, *Proceedings of The 32nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*, Anaheim, pp. 1-8, June 11-14, 2001.
[9] A. Kuranov, E. Sheikin, Magnetohydrodynamic control on hypersonic aircraft under AJAX concept, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 40, No. 2, pp. 174-182, 2003.
[10] S. V. Bobashev, Y. P. Golovachov, D. M. Van Wie, Deceleration of supersonic plasma flow by an applied magnetic field, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 19, No. 4, pp. 538-546, 2003.
[11] J. T. Lineberry, L. Begg, J. H. Castro, R. J. Litchford, Scramjet driven MHD power demonstration-HVEPS program, *Proceedings of The 37th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*, San Francisco, pp. 1-16, June 5-8, 2006.
[12] M. Tezer-Sezgin, S. H. Aydın, Solution of magnetohydrodynamic flow problems using the boundary element method, *Journal of Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 30, No. 5, pp. 411-418, 2006.
[13] T. Murakami, Y. Okuno, Experiment and simulation of MHD power generation using convexly divergent channel, *Proceedings of The 42nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference and 18th International Conference on MHD Energy Conversion*, Hawaii, pp. 1-7, June 27 – 30, 2011.
[14] T. Takahashi, T. Fujino, M. Ishikawa, Comparison of generator performance of small-scale mhd generators with different electrode dispositions and load connection systems, *Journal of International Council on Electrical Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 192-198, 2014.
[15] J. Tang, N. Li, D. Yu, Theoretical investigation of operation modes of MHD generators for energy-bypass engines, *Journal of Thermal Science*, Vol. 23, No. 6, pp. 580-585, 2014.
[16] Y. P. Golovachev, S. Y. Sushchikh, Influence of electrode commutation on magnetohydrodynamic flow in a supersonic diffuser, *Journal of Technical Physics Letters*, Vol. 25, No. 5, pp. 337-340, 1999.
[17] Z. Xiaomei, L. Haoyu, X. Dajun, C. Guobiao, Numerical simulation of 2d supersonic magnetohydrodynamic channel and study on hall effect, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 24, No. 2, pp. 136-144, 2011.
[18] A. Lebouvier, C. Delalondre, F. Fresnet, V. Boch, V. Rohani, F. Cauneau, L. Fulcheri, Three-Dimensional Unsteady MHD modeling of a low current - high voltage non-transferred DC plasma torch operating with air, *Journal of IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 39, No. 9, pp. 1889-1899, 2011.
[19] P. Freton, J. J. Gonzalez, G. Escalier, Prediction of the cathodic arc root behaviour in a hollow cathode thermal plasma torch, *Journal*